

Nr. 36

**Bewertung von Kreditprodukten
und Credit Default Swaps**

Thomas Heidorn

Dezember 2001

Version März 2003

ISSN 1436-9753

Kontakt: *Prof. Dr. Thomas Heidorn*
Bankbetriebslehre,
insb. Risikomanagement und Derivate
Hochschule für Bankwirtschaft,
Frankfurt am Main
e-mail: heidorn@hfb.de

Herausgeber: Hochschule für Bankwirtschaft
Private Fachhochschule der BANKAKADEMIE
Sternstraße 8 ■ 60318 Frankfurt/M.
Tel.: 069/95946-16 ■ Fax: 069/95946-28

Abstract:

The Paper shows the evaluation of credit risky products. Default probabilities for risk adjusted cash flows or risk adjusted discounting are the backbones for the evaluation of bonds and credits. The second approach is using the market value of shares and their implied volatility to calculate the asset value of the firm and the indirect probability of default. The last part gives the arbitrage arguments for pricing credit default swaps.

Inhalt:

1. Einleitung.....	3
2. Bewertungen von risikobehafteten Cash Flows	6
2.1. Rating.....	6
2.2. Risikoadjustierte Cash Flows.....	9
2.3. Risikoadjustierte Diskontierung	12
2.4. Zusammenhang von Spreads und Ausfallwahrscheinlichkeiten.....	14
3. Optionstheoretische Ansätze zur Bewertung von Kreditrisiken	16
4. Bewertung von Credit Default Swaps	20
4.1. Referenzanleihe und Transaktionskosten	23
4.2. Approximation des Floating Rate Spreads	25
4.3. Approximation von Ausfallintensitäten.....	26
4.3.1. Konstante Hazard Rates	26
4.3.2. Laufzeitstruktur von Creditspreads	30
5. Ausblick.....	31
6. Literaturverzeichnis	33

Mein besonderer Dank gilt Dr. Wolfgang Schmidt für wertvolle Hinweise.

1. Einleitung

In den letzten Jahren hat sich die Bewertung von Kreditrisiken stark verändert. Standen in der Vergangenheit in der Praxis oft intuitive Verfahren im Vordergrund, hat die Entwicklung zu deutlich mathematischeren Ansätzen geführt. Dies liegt unter anderem an der Entwicklung von Kreditderivaten, die es nun möglich machen, solche Risiken aktiv zu handeln, während klassisch das Kreditgeschäft von einer Buy-and-Hold-Strategie geprägt war.

Marktpreisrisiken werden schon sehr lange aktiv gehandelt, auch der Markt für deren Derivate ist liquide. Ein wesentlicher Unterschied zwischen Marktpreis- und Kreditrisiken liegt in der Liquidierbarkeit. Im Marktbereich können Positionen meist sehr kurzfristig verändert werden, während dies im Kreditbereich in der Vergangenheit kaum möglich war. Durch die Vielzahl der Kreditrisiken (unterschiedliche Adressen) wird sich dies auch in der Zukunft nicht wesentlich verändern. Auf diesen Liquiditätsaspekt wird in dieser Arbeit jedoch nicht weiter eingegangen.

Im Zentrum der Überlegungen steht die Bewertung von Kreditprodukten auf Grund ihrer Ausfallgefahr. Auch hier gibt es einen wesentlichen Unterschied zu den klassischen Handelsprodukten. Bei Marktpreisrisiken kann im Großen und Ganzen bei effizienten Märkten von einer Normalverteilung der Renditen ausgegangen werden (vgl. z.B. Sauter 1996). Für einen Marktpreishändler steht dem Downside Risk meist eine Upside Chance mit ähnlicher Wahrscheinlichkeit und Größe gegenüber. Für einen Kreditrisikohändler ergeben sich relativ kleine Gewinnchancen (Rating-Verbesserung, Spreadverringern) bei deutlich größeren Verlusthöhen und –wahrscheinlichkeiten (Downrating, Spreadausweitung, Insolvenz). Mit anderen Worten: Für einen AAA geratete Firma gibt es keine guten Nachrichten! Dies führt zu einer „schiefen“ Verteilung der Kreditrenditen (vgl. z.B. JPMorgan 1997), die Bewertungen mit Hilfe der Normalverteilung nicht zulässt.

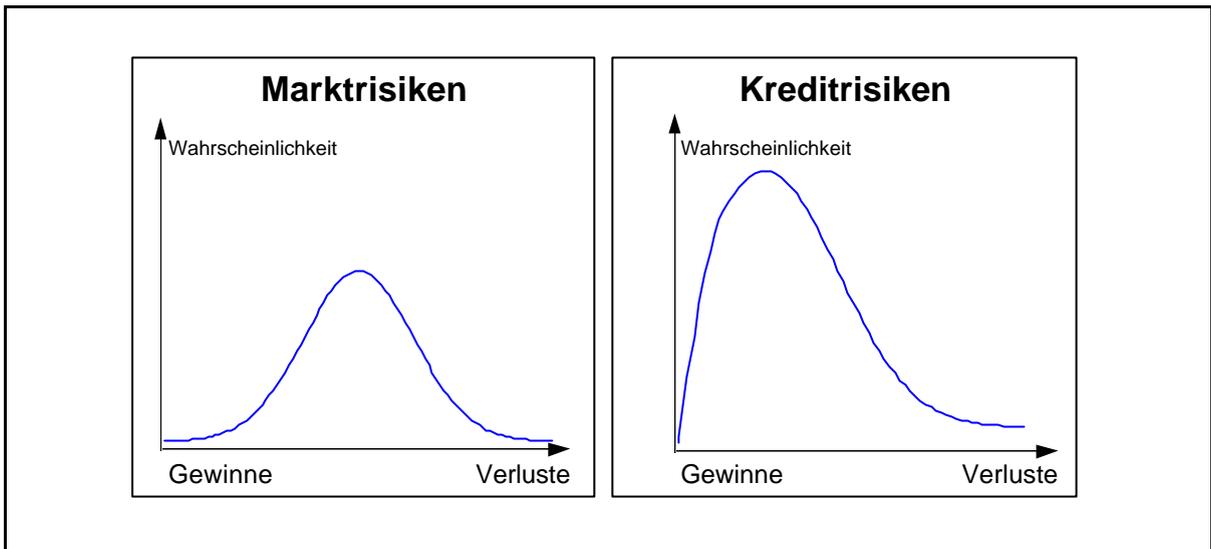


Abbildung: Verteilung der Rendite

Unter Adressenrisiken versteht man die Gesamtheit aller Kosten, die durch den Ausfall eines Kontrahenten entstehen. Hier sind im Wesentlichen die Kreditausfälle (Kreditrisiko), der Wiedereindeckungsaufwand für andere Produkte, wie z.B. Derivate, und das Vorleistungsrisiko zu nennen. Im Folgenden wird auf das Kreditrisiko abgestellt. Dieses Risiko kann durch den Ausfall, durch eine Bonitätsveränderung des Unternehmens oder durch eine generelle Spreadausweitung (Risikoaufschlag auf den risikofreien Zins) des Marktes für das gleiche Risiko entstehen.

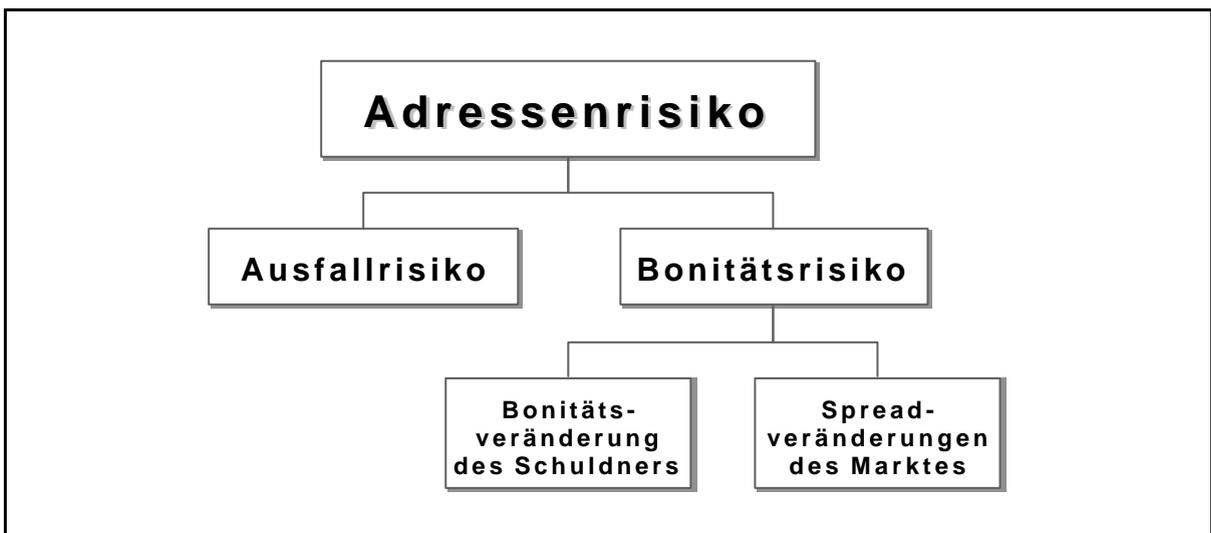


Abbildung: Adressenrisiko

Bei der Bewertung stehen in dieser Arbeit die Ausfallrisiken im Mittelpunkt. Trotzdem reagieren diese Produkte auf eine veränderte Bonität, weil sich dann zwangsläufig die Ausfallwahrscheinlichkeit verändert hat. Im folgenden werden drei in der Praxis wichtige Bewertungsansätze vorgestellt. Die erste Gruppe basiert auf einer Analyse der Cash Flows. Dabei kann entweder mit dem für die erwarteten Ausfälle adjustierten Cash Flow gearbeitet werden (risikoadjustierter Cash Flow) oder entsprechend ein Spread auf den Zins aufgeschlagen werden (risikoadjustierte Diskontierung). Diese Verfahren stehen bei der Bewertung des Underlying (Kredit, Bond) im Vordergrund. Die zweite Gruppe basiert auf Optionstheoretischen Ansätzen, bei denen aus Aktienkursen und deren Volatilität auf die Ausfallwahrscheinlichkeit geschlossen wird. Dies wird primär bei der Portfolioanalyse benutzt. Die dritte Gruppe basiert auf dem Arbitragegedanken und stellt die Beziehung von Kreditderivaten zur Bewertung von Anleiheprodukten dar.

Als durchgehendes **Beispiel** wird ein zweijähriger Kredit bzw. Anleihe bzw. Credit Default Swap (CDS) auf die Luftschloß AG benutzt. Sie hat ein AA Rating und zahlt einen Zins von 10%, während der risikofreie Zerozins (Spotsatz) für ein und zwei Jahre bei 9,6% liegt.

Intensitätsmodelle (Jarrow /Turnbull 1995 und Lando 1998) werden in der Arbeit nicht besprochen, da der Einsatz in der Praxis auf Grund ihrer hohen Komplexität bei den Eingabeparametern umstritten ist.

2. Bewertungen von risikobehafteten Cash Flows

Um einen ausfallgefährdeten Cash Flow zu analysieren, muss zuerst eine Einschätzung der Bonität erfolgen (Rating), als zweiter Baustein wird dann der erwartete Verlust bei einem Ausfall geschätzt (100% - Konkursquote).

2.1. Rating

Die relative Bonitätseinschätzung wird meist als Rating bezeichnet. Dies kann von einer externen Rating Agentur stammen oder durch die eigene Kreditanalyse (internes Rating) festgelegt werden. Das Ziel dabei ist es, jedem Kunden eine Ausfallwahrscheinlichkeit zuzuordnen. Die Güte eines Rating hängt davon ab, ob es gelingt in einer Ratingkategorie für einen langen Zeitraum die zukünftigen Ausfallwahrscheinlichkeiten richtig abzuschätzen (Backtesting).

In den letzten Jahren geht der Trend weg von der Bilanzanalyse zu Cash Flow orientierten Ansätzen. Im Vordergrund steht eine Branchenanalyse und die relative Konkurrenzsituation. Hinzu kommen die geplanten Cash Flows der Firma, die Güte der vergangenen Planungen und insbesondere die Einschätzung der Agentur über das Management. Dabei wird abgestellt auf die überzeugende Strategie, ein tiefes Verständnis für die Risiken und die persönliche Integrität der handelnden Personen. Auf dieser Basis entsteht dann die Krediteinschätzung. An dieser Stelle muss betont werden, dass bei einer primären Bewertung von Krediten ein externes Rating zwar als Anhaltspunkt dient, es aber gerade darum geht, bessere Prognosen als die aus öffentlich verfügbaren Quellen zu erstellen. Außerdem deckt ein externes Rating eine große Bandbreite ab, individuelle Kreditbewertungen hingegen weichen innerhalb einer Ratingstufe stark voneinander ab.

Beispielhaft werden in dieser Arbeit Stand & Poors Ratings benutzt, dies hat aber keine Implikation in Bezug auf andere Ratingverfahren. Zudem wird die Ratingskala von AAA (beste Bonität) bis D (im Default) auf die Hauptgruppen verengt, da sonst eine empirische Kontrolle kaum möglich ist. Auf dieser Basis entsteht nun eine Ratingeinschätzung und damit eine erwartete Zahlungsstörung.

KUMULIERTE AUSFALLRATEN								
Rating	Zahlungsstörung nach Jahren des Ursprungsratings							
	1	2	3	4	5	7	10	15
AAA	0.00	0.00	0.07	0.15	0.24	0.66	1.40	1.40
AA	0.00	0.02	0.12	0.25	0.43	0.89	1.29	1.48
A	0.06	0.16	0.27	0.44	0.67	1.12	2.17	3.00
BBB	0.18	0.44	0.72	1.27	1.78	2.99	4.34	4.70
BB	1.06	3.48	6.12	8.68	10.97	14.46	17.73	19.91
B	5.20	11.00	15.95	19.40	21.88	25.14	29.02	30.65
CCC	19.79	26.92	31.63	35.97	40.15	42.64	45.10	45.10

Quelle: S&P CreditWeek, 15.4.96, zitiert nach CreditMetrics, S.71

Abbildung Kumulierte Ausfallraten, Quelle: J.P. Morgan (1997)

Es wird deutlich, dass die Kreditqualität nur grob eingeschätzt werden kann. Insbesondere zeigt sich beim Übergang zum Non-Investment-Grade (BB und schlechter) ein drastischer Sprung. Gerade in den schlechten Bonitäten bedeutet ein Downrating eine dramatische Verschlechterung der Kreditqualität, ohne dass dies in dem extremen Maße tatsächlich stattgefunden haben muss.

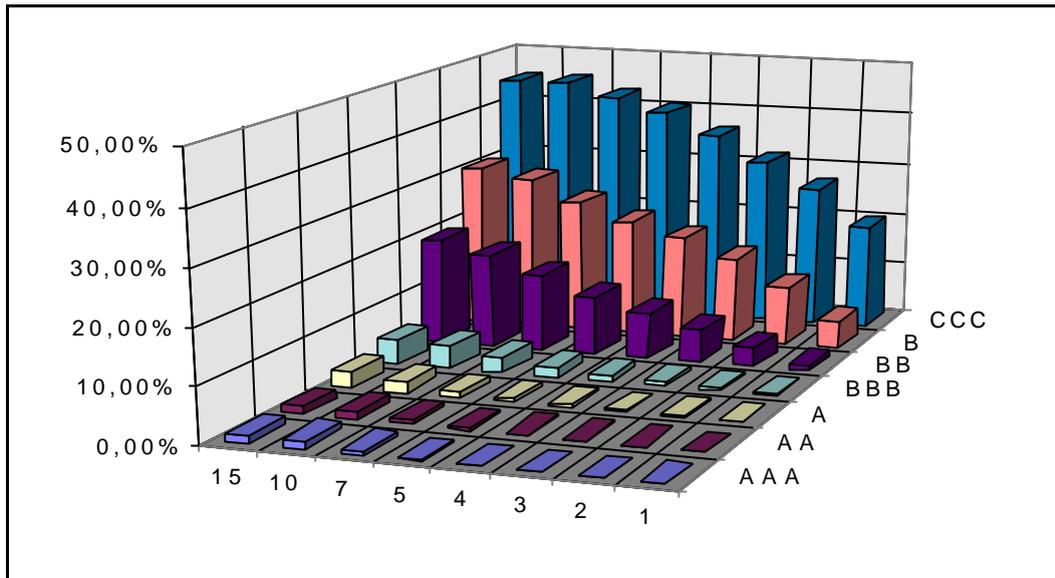


Abbildung: grafische Darstellung der kumulierten Ausfallraten von Unternehmensanleihen

Bei der grafischen Darstellung der Ausfallraten von Unternehmensanleihen zeigt sich, dass die Ausfallwahrscheinlichkeiten guter Bonitäten im Zeitablauf eher zunimmt, während bei schlechten Bonitäten die Hauptrisiken eher in den ersten Jahren liegen. Entsprechend müsste der Spread (Risikoaufschlag) bei den guten Bonitäten mit längere Laufzeit eher zunehmen während dies bei den schlechten Bonitäten sogar zu einer Abnahme führen könnte. Weiterhin wird deutlich, dass der Unterschied von AA und AAA bei der empirischen Ausfallwahrscheinlichkeit eher gering ist.

Ein weiterer Inputfaktor ist die geschätzte Recovery. Dies wird bei den Ratingagenturen im Regelfall auf Basis des Börsenkurses einen Monat nach dem Kreditereignis geschätzt. Die bekanntesten Studien kommen auf eine Recovery erstrangiger Anleihen von ca. 50%, bei nachrangigen Anleihen liegt sie um ca. 20% niedriger. Erstaunlich ist dabei die nur leicht höhere Recovery bei besicherten Anleihen.

DURCHSCHNITTLICHE KONKURSQUOTEN		
Rangstufe	Durchschnittliche Konkursquote	Standardabweichung der Konkursquote
erstrangig, besichert	53,8%	26,86%
erstrangig	51,13%	25,45%
nachrangig	32,74%	20,18%

Quelle: Carty & Liebermann, 1996

Abbildung: Durchschnittliche Konkursquoten, Quelle: J.P. Morgan (1997)

Jedoch beruht dieses Material hauptsächlich auf Daten von US-Anleihen und schwankt sehr stark. Die Erfahrungen in Deutschland sprechen eher für einen sehr viel niedrigeren Ansatz. Im Markt werden Zahlen von 10% - 30% gehandelt, eine systematische Untersuchung ist mir leider nicht bekannt.

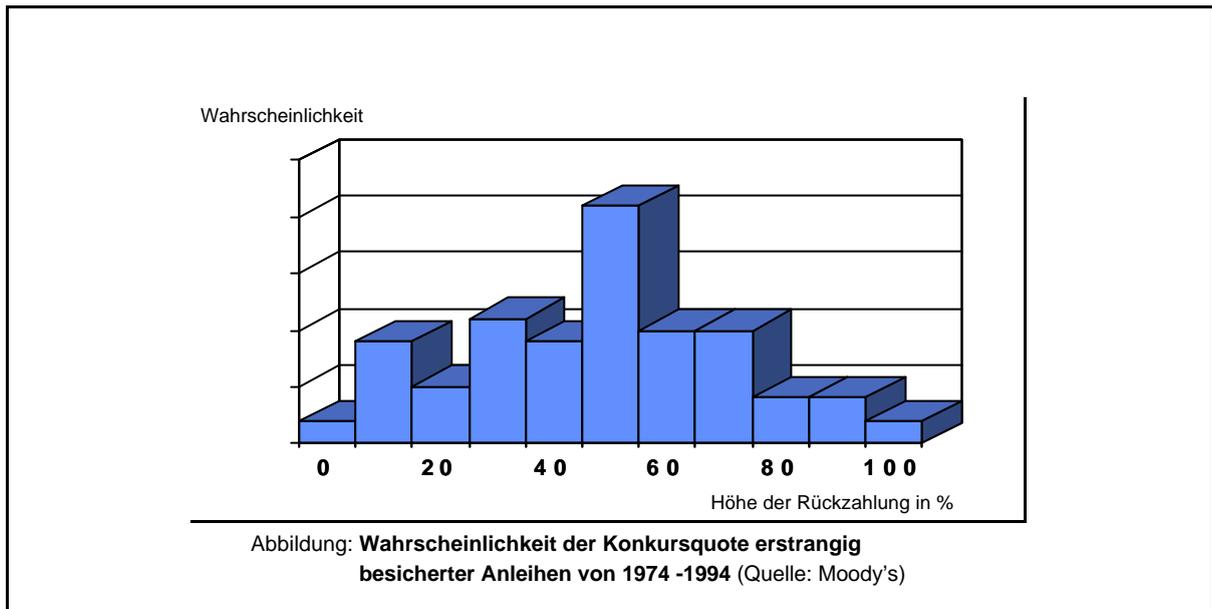


Abbildung: Schwankung der Ausfallraten, Quelle: J.P. Morgan (1997)

Entsprechend muss die erwartete Recovery des jeweiligen Kontrahenten individuell geschätzt werden. Dieser Aspekt ist um so wichtiger, je schlechter die Bonität ist. Wird der Ausfall wahrscheinlicher, kann eine hohe Recovery den Kredit immer noch wertvoll werden lassen.

2.2. Risikoadjustierte Cash Flows

Auf Basis der Ausfallwahrscheinlichkeit (p_i) und der Konkursquote kann dann der Cash Flow (C_i) zu jedem Zeitpunkt (i) aufgebaut werden. Die erwartete Zahlung beruht auf der Überlebenswahrscheinlichkeit ($1-p_i$) und dem Erlös im Falle eines Konkurses.

$$\text{Wert} = \sum_{i=1}^N \frac{C_i \cdot (1 - p_i^{\text{Ausfall}}) + p_i^{\text{Ausfall}} \cdot \text{Konkursquote} \cdot C_i}{(1 + r_{si})^i}$$

Der Cash Flow wird mit dem risikofreien Zins diskontiert. Da die Zahlungen aber nicht sicher sind, muss zusätzlich ein Aufschlag für dieses Risiko der Schwankung einbezogen werden. Dies ist nicht der Spread für die Bonität, sondern eine persönliche Risikoprämie für die Variabilität der Erwartungswerte, der der individuellen Risikoneigung des Investors entspricht.

Zudem besteht in der Realität das Problem, dass in einem Konkursfall der Rückzahlungsbetrag sofort fällig gestellt wird. Zusätzlich ist es nicht sicher, ob aufgelaufene Zinsen auch befriedigt werden, oder nur der Nominalbetrag.

Beispiel: Bewertung des zweijährigen Luftschloss Kredits mit 10% Verzinsung, erstrangig, erwartete Recovery 20%, risikofreier Zins 9,6%, individueller Risikoaufschlag 0,1%, die Analysten gehen von kumulierten Wahrscheinlichkeiten von $p_1 = 0,1\%$ und $p_2 = 0,2\%$ aus.

$$\begin{aligned} \text{Wert}_{\text{KreditCashFlow}} &= \frac{(1 - 0,1\%) \cdot 10 + 0,1\% \cdot 50\% \cdot 10}{1,097} + \frac{(1 - 0,2\%) \cdot 110 + 0,2\% \cdot 20\% \cdot 110}{1,097^2} \\ &= 100,37 \end{aligned}$$

Aus dieser Cash Flow Analyse ergibt sich ein werthaltiger Kredit.

Der Nachteil dieses Ansatzes beruht auf der hohen Unsicherheit und Instabilität der Ausfallwahrscheinlichkeiten. Einerseits ist die Ausfallerfahrungen mit guten Bonitäten sehr begrenzt, da sie selten ausfallen. Aber auch die Erfahrung mit ursprünglich schlechten Krediten ist klein, da sie gar nicht erst eingegangen werden.

Time to Default

by Rating Category

Original rating	Defaults (units)	Avg. years from orig. rating	Last rating prior to D	Defaults (units)
AAA	3	8.0	AAA	0
AA	9	7.4	AA	0
A	23	7.6	A	0
BBB	36	6.6	BBB	7
BB	146	5.1	BB	22
B	233	3.7	B	192
CCC	38	3.2	CCC	267
Totals	488	4.6	Totals	488

Abbildung: Datenbasis Defaults S&P, Quelle: Assender. (1998)

Hinzu kommt das Problem, dass Ausfälle zyklisch sind. Durchschnittliche Ausfallraten werden sehr schlecht, die wirklichen Ausfälle einer bestimmten Periode approximieren. Für genauere Analysen ist meist die Datenbasis zu schwach.

Rated Corporate Defaults By Number Of Issuers

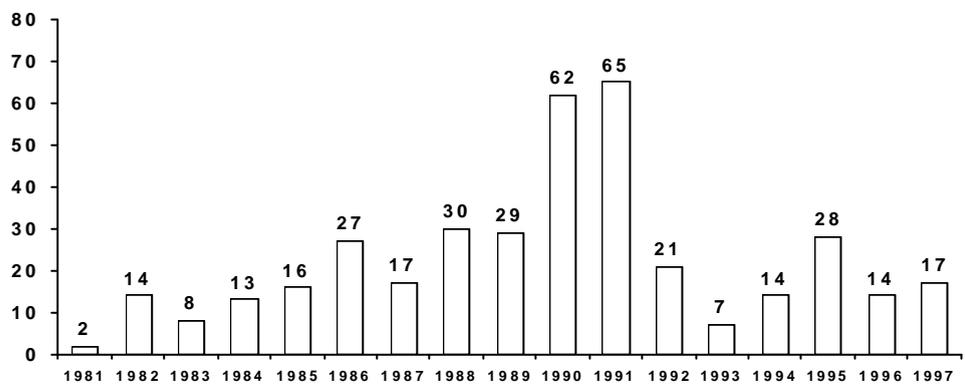


Abbildung: Anzahl der S&P gerateten Defaults in einzelnen Jahren, Quelle: Assender. (1998)

Die Bewertung des Underlying beruht also auf eher subjektiven Kriterien. Der Kreditanalyst muss über die Bonität individuelle Ausfallwahrscheinlichkeiten und zusätzlich eine Recovery ableiten. Auf Basis dieser Information muss überlegt werden, wie der Kreditzyklus für die Laufzeit des Kredits aussehen wird. Mit Hilfe der unerwarteten Verluste (Ökonomisches Eigenkapital) und der Risikobereitschaft entsteht somit die

Werteinschätzung eines Kredits bzw. einer Anleihe. Aus der Summe dieser Einschätzungen ergibt sich im Kapitalmarktbereich dann der Marktpreis.

2.3. Risikoadjustiertes Diskontierung

Der Im Anleihenmarkt am häufigsten verwendete Ansatz ist die Diskontierung des Cash Flows mit einem für das Ausfallrisiko adjustierten Spread. Dazu wird der laufzeitkongruente Zerozins einer Staatsanleihe als Grundlage genommen, um dann den individuellen Spread (s) des Emittenten aufzuschlagen.

$$Wert_{KreditMarkt} = \sum_{i=1}^N \frac{C_i}{(1 + r_{i_free} + s_i)^i}$$

Dabei ist in einer Ratingklasse durchaus eine Bandbreite von Aufschlägen am Markt vertreten, es wird in der Realität also das individuelle Risiko bewertet. Folgende Tabelle gibt ein Gefühl für die gehandelten Renditeunterschiede.

Rating	Spreads zum risikofreien Zins				
	1	2	3	4	5
AAA	0,28%	0,28%	0,29%	0,30%	0,30%
AA	0,40%	0,40%	0,42%	0,44%	0,44%
A	0,52%	0,54%	0,57%	0,59%	0,60%
BBB	0,72%	0,74%	0,77%	0,79%	0,70%
BB	0,95%	0,106%	1,16%	1,25%	1,32%
B	1,56%	1,76%	1,97%	2,13%	2,28%
CCC	2,47%	2,86%	3,25%	3,51%	3,76%

Abbildung: Indikative Aufschläge für verschiedene Bonitäten, Quelle: eigene Berechnungen

Beispiel: Bewertung einer zweijährigen Lucky Anleihe mit 10% Kupon, erstrangig, risikofreier Zins 9,6%; individueller Spread 0,4%

$$\text{Wert}_{\text{KreditMarkt}} = \frac{10}{1,1} + \frac{110}{1,1^2} = 100,00$$

Aus Sicht des Marktes ist die Anleihe fair bewertet.

Adressenrisikoaufschläge verändern sich schnell im Zeitablauf. Während die AAA-Spreads Anfang der 90er Jahre meist zwischen 10 – 30 Basispunkten lagen, erhöhten sie sich Ende der 90er Jahre auf 30 bis 50 Basispunkte, um während der Long-Term-Capital-Krise in 1998 auf über 70 Basispunkte zu steigen. Der langfristige Durchschnitt dürfte um 30 Basispunkte liegen, jedoch hat sich der Markt in den letzten Jahren eher auf ein Niveau von 40 Basispunkten eingespielt (vgl. z.B. Rees 2001).

Mit diesem Verfahren können Cash Flows fair bewertet werden, doch liegen oft keine geeigneten Vergleichsanleihen vor. Entsprechend versucht man, aus der Bewertung ähnlicher Risiken auf den richtigen Spread zu schließen.

Insbesondere zeigt sich, dass auch innerhalb einer Ratingkategorie sehr unterschiedliche Aufschläge am Markt bezahlt werden. Als interessantes Beispiel kann die Entwicklung von Staatsanleihen des Euroraums nach dessen Einführung angeführt werden. Im Zeitraum von Januar 1999 bis April 2000 hatten AAA bewertete österreichische Staatsanleihen einen Spread von 0,33% über den Deutschen Papieren. Das AA+ geratete Irland zahlte ca. 10 Basispunkte weniger, als die bonitätsmäßig höher eingeschätzten Österreicher (vgl. Geyer A. / Kossmeier S./ Pichler S. 2001).

Land	Rating	Defizit	Staatsschulden	Bid/Ask	10Y-Spread
Belgien	AA+	-0,7	114,3	8,7	39,91
Italien	AA	-1,9	116,6	5,9	36,82
Portugal	AA	-2,0	58,3	10,5	34,58
Österreich	AAA	-2,1	64,9	9,8	33,46
Spanien	AA+	-1,1	67,6	9,9	29,99
Finnland	AA+	1,9	63,4	13,9	25,20
Irland	AA+	2,7	51,9	13,0	24,36
Niederlande	AAA	1,0	63,7	8,6	18,83
Frankreich	AAA	-1,8	65,0	8,5	15,10

Abbildung: Renditeunterschied zu deutschen Staatsanleihen von Januar 1999 bis Dezember 2000 Quelle: Geyer A. / Kossmeier S./ Pichler S. (2001)

2.4. Zusammenhang von Spreads und Ausfallwahrscheinlichkeiten

Zur Darstellung des Zusammenhangs zwischen dem Risikoaufschlag und der Ausfallwahrscheinlichkeit wird mit einem einperioden Modell gearbeitet. Der Investor erhält eine Währungseinheit in einem Jahr die mit dem risikofreien Zins (r) und dem multiplikativen Spread (s') diskontiert wird.

$$(I) \quad PV = \frac{1}{(1+r) \cdot (1+s')}$$

Alternativ kann die erwartete Zahlung in Abhängigkeit von der Überlebenswahrscheinlichkeit der Rückzahlung ($1-p$) und der Konkursquote diskontiert werden.

$$(II) \quad PV = \frac{1}{1+r} \cdot ([1-p] \cdot 1 + p \cdot \text{Konkursquote})$$

$$(I \text{ mit } II) \quad \frac{1}{(1+r) \cdot (1+s')} = \frac{1}{1+r} \cdot ([1-p] \cdot 1 + p \cdot \text{Konkursquote})$$

Löst man dies nach der Ausfallwahrscheinlichkeit auf ergibt sich:

$$\frac{1}{(1+s')} = 1 - p + p \cdot \text{Konkursquote}$$

$$p - p \cdot \text{Konkursquote} = 1 - \frac{1}{(1+s')}$$

$$p \cdot (1 - \text{Konkursquote}) = 1 - \frac{1}{(1+s')}$$

$$p = \frac{1 - \frac{1}{(1+s')}}{(1 - \text{Konkursquote})}$$

Als sehr grobe Approximation für kleine Ausfallwahrscheinlichkeiten und kleine Konkursquoten ist der Spread ungefähr gleich der Ausfallwahrscheinlichkeit.

$$p \approx s$$

3. Optionstheoretische Ansätze zur Bewertung von Kreditrisiken

Der Optionsansatz nutzt die Aktienkurse des Emittenten als Grundlage für die Bewertung von Krediten. Es wird versucht den Marktwert der Aktiva mit Hilfe der Marktkapitalisierung zu bestimmen. Dabei wird der Gesamtwert der Aktien als Call auf die Firma interpretiert. Wenn bei Fälligkeit des Kredits der Marktwert der Firma kleiner als die Kreditsumme ist, wird die Insolvenz erklärt und die Firma gehört den Kreditgebern. Ist jedoch der Firmenwert größer, werden die Besitzer die Schulden zurückzahlen und den Kredit tilgen. Dies kann als Call auf die Firma, mit dem Strike Kreditsumme und der Laufzeit der Fälligkeit der Kredite interpretiert werden. Bei Fälligkeit der Option wird sie ausgeübt, wenn der Firmenwert größer als die Kreditsumme (= Strike) ist.

Auszahlungsmatrix Eigenkapitalgeber	
	Ergebnis für Eigenkapitalgeber
Unternehmenswert > Kreditsumme	Unternehmenswert – Kreditsumme
Unternehmenswert < Kreditsumme	0

Auszahlungsmatrix Call auf Firma mit Strike Kreditsumme		
	Wirkung	Ergebnis
Unternehmenswert > Kreditsumme	Ausübung Call zahlt Strike bekommt Firma	Unternehmenswert minus Kreditsumme
Unternehmenswert < Kreditsumme	Call verfällt wertlos	0

Abbildung: Firmenwert als Call

Die zur Zeit bekannteste Interpretation dieser Grundidee von Merton stellt das KMV – Modell dar (vgl. z.B. Ong 1999). Dabei wird die Höhe des Fremdkapitals (Debt) aus der Bilanz festgestellt. Der Firmenwert setzt sich aus dem Eigenkapital und dem Fremdkapital zusammen. Am Markt kann jedoch nur der Call beobachtet werden, der neben dem inneren Wert auch einen Zeitwert enthält. Der Marktwert der Assets ist also kleiner als Marktkapitalisierung plus dem Fremdkapital.

Um das Problem zu lösen, wird der Wert der Marktkapitalisierung mit Hilfe der Call-Bewertung berechnet.

$$\text{Value_Equity} = \text{Value_Assets} \cdot N(d_1) - e^{-r \cdot T} \cdot \text{Debt} \cdot N(d_2)$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{\text{Value_Assets}}{\text{Debt}}\right) + \left(r + \frac{\sigma_{\text{Assets}}^2}{2}\right) \cdot T}{\sigma_{\text{Asset}} \cdot \sqrt{T}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma_{\text{Asset}} \cdot \sqrt{T}$$

Dieser Wert hängt von der Laufzeit (T), dem risikofreien Zins (r), dem gesuchten Gesamtwert der Aktiva (Value_Assets), dem Fremdkapital (Debt) und der unbekannteren Renditeschwankung der Aktiva (σ_{Assets}) ab. N steht für den kumulativen Normalverteilungswert.

Leider kann die Volatilität der Assets nicht direkt im Markt abgelesen werden. Jedoch kann mit Hilfe der impliziten Volatilität von Optionen die Renditeschwankung der Aktien (σ_{Equity}) berechnet werden. Die Schwankungen der Aktien sind nicht identisch mit der Bewegung des Firmenwerts, da die Position einen Leverage hat. Die Eigenkapitalschwankung ist damit deutlich stärker als die Firmenwertschwankung. Dies kann durch die Relation der gesamten Aktiva (Value_Assets) zum Wert des Eigenkapitals ausgedrückt werden. Bei einer Erhöhung der Fremdfinanzierung nimmt die Schwankung des Eigenkapitals zu, da dann der „Aktienpuffer“ im Bezug auf die Gesamtschwankung kleiner geworden ist. Hinzu kommt noch der Effekt, dass sich die Option nicht linear zum Wert der Firma entwickelt, sondern nur mit dem Faktor Delta (Δ) verknüpft ist. Dabei entspricht Delta der ersten Ableitung der Callformel im Bezug auf den Wert der Assets.

$$\frac{d\text{Value_Equity}}{d\text{Value_Assets}} = \Delta = N(d_1)$$

Als zweite Gleichung ergibt sich also der Zusammenhang, dass die Aktienvolatilität der geleveragten und Delta-gewichteten Assetvolatilität entsprechen muss:

$$S_{Equity} = \frac{\text{Value_Assets}}{\text{Value_Equity}} \cdot \Delta \cdot S_{Assets} = \frac{\text{Value_Assets}}{\text{Value_Equity}} \cdot N(d_1) \cdot S_{Assets}$$

Diese beiden Gleichungen werden durch eine Suchprozess für den Firmenwert (Value_Asets) und deren Schwankung (σ_{Assets}) gelöst. Mit diesem Ergebnis kann nun $N(d_2)$ berechnet werden. Mit dieser Wahrscheinlichkeit üben die Besitzer des Unternehmens ihren Call aus, zahlen also den Kredit zurück. Daher entspricht $1-N(d_2) = N(-d_2)$ der Ausfallwahrscheinlichkeit, denn der Call wird nicht ausgeübt, wenn am Ende der Laufzeit das Firmenwert kleiner als die Fremdkapitalsumme ist.

Mit Hilfe der ermittelten Werte kann nun der eigentliche Kredit bewertet werden. Dabei bietet sich die Interpretation eines Puts an. Für den Kreditgeber stellt sich die Auszahlung als Besitz eines risikofreien Zerobonds mit dem Endwert der Kreditsumme und dem Verkauf eines Puts mit dem Strike „Kreditsumme“ dar. Bei Fälligkeit werden die Put-Besitzer ausüben, wenn der Firmenwert unter der Kreditsumme liegt. Damit erhält der Kreditgeber die Firma und muss den Bond abgeben, im anderen Fall verfällt der Put wertlos und die Kreditsumme wird durch den Bond getilgt.

AUSZAHLUNGSMATRIX BOND UND VERKAUF EINES PUT MIT STRIKE „KREDITSUMME“		
	Wirkung	Ergebnis der Position
Unternehmenswert > Kreditsumme	Put verfällt wertlos	Bond = Kreditsumme
Unternehmenswert < Kreditsumme	Put wird ausgeübt: zahlt Bond, bekommt Unternehmen	Unternehmenswert

Abbildung: Kredit als Put

Beispiel: Die Luftschloß AG hat eine Marktkapitalisierung von 40 Mio. und ist mit 100 Mio. verschuldet. Alle Kredite sind in zwei Jahren fällig. Die Aktienvolatilität liegt bei 33%. Zuerst muss der Marktwert der Aktiva und deren Volatilität mit Hilfe der Bewertung des Calls ermittelt werden. Der numerische Suchprozess ergibt eine Lösung bei einem Value_Asets von 122,62 und einer Assetvolatilität von 10,81%.

$$r = \text{kontinuierlicher Zins} = \ln(1,1) = 9,53\%$$

$$\text{Value}_{Equity} = \text{Value}_{Assets} \cdot N(d_1) - e^{-rT} \cdot \text{Debt} \cdot N(d_2)$$

$$40 = \underbrace{122,62 \cdot N(2,658)}_{0,9960} - e^{-0,0953 \cdot 2} \cdot 100 \cdot \underbrace{N(2,505)}_{0,9939}$$

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{\text{Value}_{Assets}}{\text{Debt}}\right) + \left(r + \frac{s_{Assets}^2}{2}\right) \cdot T}{s_{Asset} \cdot \sqrt{T}} = \frac{\ln\left(\frac{122,62}{100}\right) + \left(0,0953 + \frac{0,1081^2}{2}\right) \cdot 2}{0,1081 \cdot \sqrt{2}} = 2,658$$

$$d_2 = d_1 - s_{Asset} \cdot \sqrt{T} = 2,658 - 0,1081 \cdot \sqrt{2} = 2,505$$

$$s_{Equity} = \frac{\text{Value}_{Assets}}{\text{Equity}} \cdot \underbrace{N(d_1)}_{\Delta} \cdot s_{Assets} = \frac{122,62}{40} \cdot \underbrace{N(2,658)}_{\Delta} \cdot 0,1081 = 0,33$$

Da $N(d_2)$ die Ausübungswahrscheinlichkeit des Puts ist, ergibt sich die Ausfallwahrscheinlichkeit mit $1 - N(d_2) = N(-d_2) = 0,61\%$

Damit kann jetzt der Kredit als Put bewertet werden:

$$P_{Put} = \text{Strike} \cdot e^{-rT} \cdot N(-d_2) - \text{Asset}_{Wert} \cdot N(-d_1)$$

$$P_{Put\text{Luftschlo\ss}} = e^{-0,0953 \cdot 2} \cdot \underbrace{100 \cdot N(-2,505)}_{0,61} - \underbrace{122,62 \cdot N(-2,658)}_{0,48} = 0,024$$

Der Put kostet 0,024 Mio. Euro. Dieser sehr geringe Wert beruht auf der impliziten hohen Recovery von 0,48 Mio. Bei der Marktbewertung scheinen die Marktteilnehmer bei dem Konkurs eher von einer Recovery von Null auszugehen. Der erwartete Verlust von 0,61 Mio entspricht einem Spread von 0,35% und ist schon deutlich realistischer.

Die Bewertungsverfahren der Optionstheorie führen meist nicht zu überzeugenden Ergebnissen im Vergleich zur Marktbewertung. Auch im Beispiel passt die Ausfallwahrscheinlichkeit nicht zur Ratingklasse, obwohl der Spread übereinstimmt. Diese Verfahren werden daher hauptsächlich für die Bonitätseinschätzung im Rahmen der Portfolioanalyse benutzt.

4. Bewertung von Credit Default Swaps

Bei einem Credit Default Swap bekommt der Käufer (Protection Buyer) eine Ausgleichszahlung ($\text{Settlement}_{\text{CDS}}$) vom Verkäufer (Protection Seller), wenn zu einem Zeitpunkt τ innerhalb der Gesamtlaufzeit T ein Credit Event auf das Referenz-Asset vorliegt. Die Ausgleichszahlung berechnet sich aus dem Markpreis nach Default ($P(\tau)$).

$$\text{Settlement}_{\text{CDS}} = 100 - P(\tau) \quad \tau \leq T$$

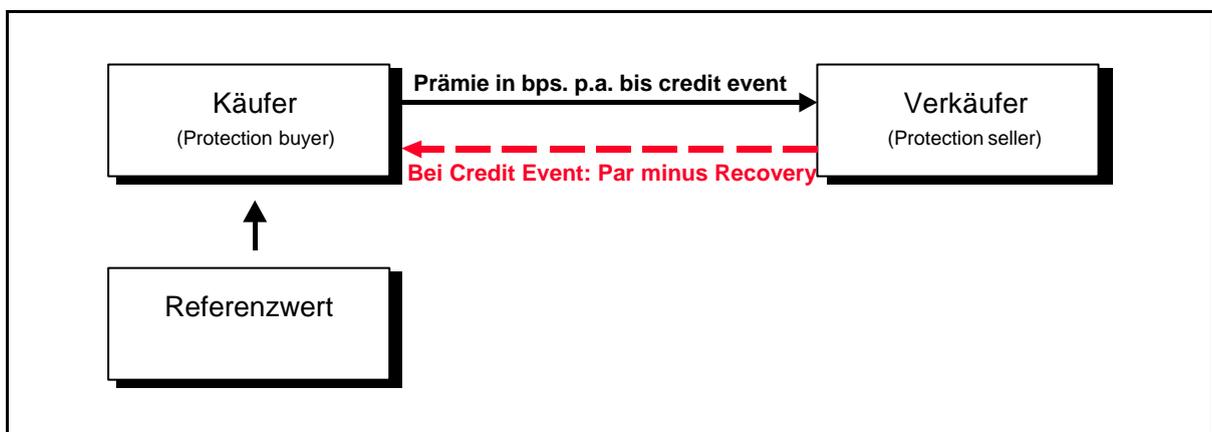


Abbildung: Credit Default Swap CDS

Für die Absicherung zahlt der Käufer eine nachschüssige prozentuale Zahlung (credit swap spread / premium = S_{CDS}) meist halbjährlich mit act/360.

Für die Bewertung (vgl. Duffie 1998) werden folgende Vereinfachungen angenommen, die zum Teil später aufgehoben werden:

1. Bei Ausfall verfallen die weiteren Prämienzahlungen des Käufers, d.h., es werden keine anteiligen Leistungen erbracht. Die Prämienzahlung erfolgt jährlich auf der Basis 30/360.
2. Die Referenzanleihe ist ein Floater (C-FRN) mit einem Preis von par. Im folgenden wird das ausfallgefährdete Produkt immer mit einem C bezeichnet.
3. Die Referenzanleihe kann kostenlos short gegangen werden.

4. Es existiert ein risikofreier Floater (FRN) mit dem risikofreien Zins r_f , während der risikobehaftete Floater zusätzlich einen festen Spread S_{C-FRN} zahlt.
5. Es gibt keine Transaktionskosten oder Steuerprobleme.
6. Im Falle eines Credit Events $\tau < T$ erfolgt die Abrechnung des CDS (D) zum nächsten Kupontermin des Floaters nach dem Credit Event. Dann erhält der Käufer einen Wertausgleich in Höhe von par abzüglich des Marktpreises des C-FRN nach dem Credit Event ($P_{C-FRN}(\tau)$).

$$D = 100 - P_{C-FRN}(t) \quad t \leq T$$

7. Die Abrechnung erfolgt durch physische Lieferung des C-Floaters gegen eine Zahlung von par. Beim C-Floater wird der risikofreie Anteil des letzten Kupons bei Konkurs noch geleistet.

Der aktuelle Marktpreis des Credit Default Swaps kann durch ein Arbitrageargument gefunden werden. Der Verkäufer eines CDS muss, um sich abzusichern, den C-Floater short gehen und erhält daraus 100. Dafür leistet er halbjährlich den risikofreien Zins plus den Spread des Floaters (S_{C-FRN}). Aus den Einnahmen erwirbt er den risikofreien Floater zu Par und erhält r_f . Daher gilt für jede Kuponzahlung:

$$r_f - (r_f + S_{C-FRN}) = S_{C-FRN}$$

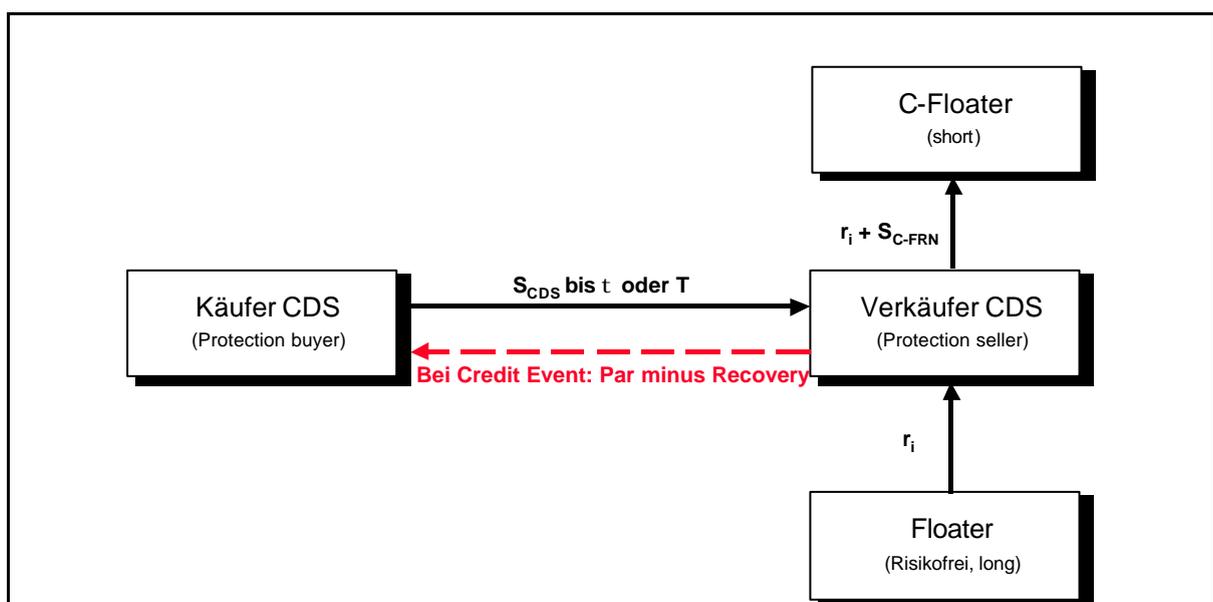


Abbildung: Absicherung eines verkauften CDS

Erfolgt kein Credit Event während der Laufzeit, werden beide Floater zu par fällig, so dass sich Rückzahlung und Wiedereindeckung genau ausgleichen. Dies entspricht der Situation, wenn der CDS wertlos verfällt.

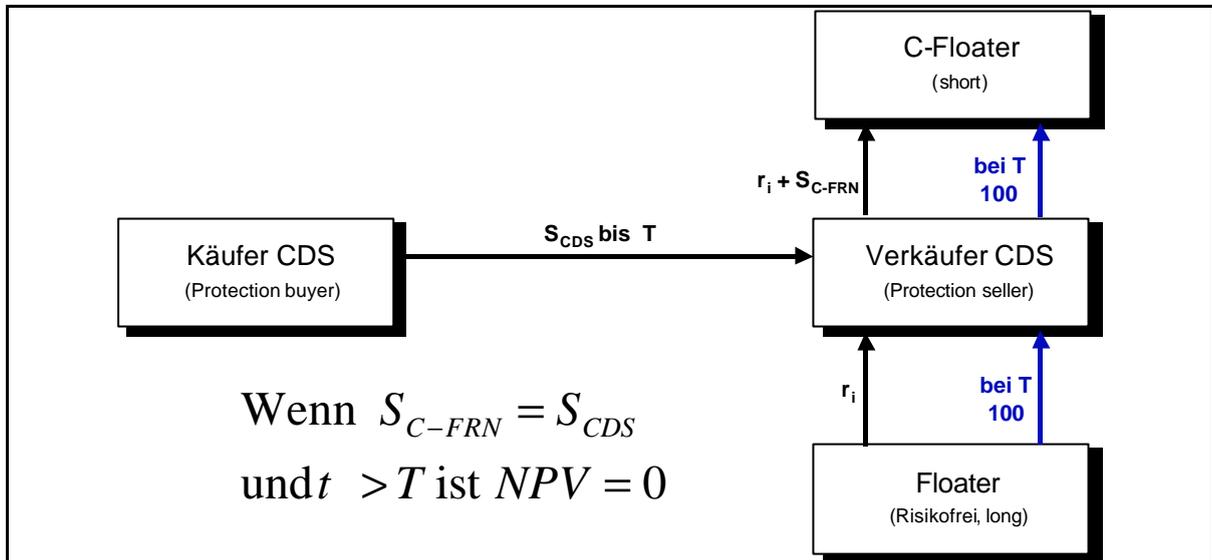


Abbildung: Auflösung des CDS Hedges bei Fälligkeit T

Im Falle eines Credit Events in τ , wird die Short-Position des kreditrisikobehafteten Floaters (C-FRN) zum Marktpreis eingedeckt, während der Floater zu 100 verkauft werden kann. Dies entspricht genau der zu leistenden Zahlung in den CDS.

$$\text{Arbitrage_Position} = 100 - P_{C-FRN}(t) = \text{Settlement}_{CDS} \quad \text{mit } t \leq T$$

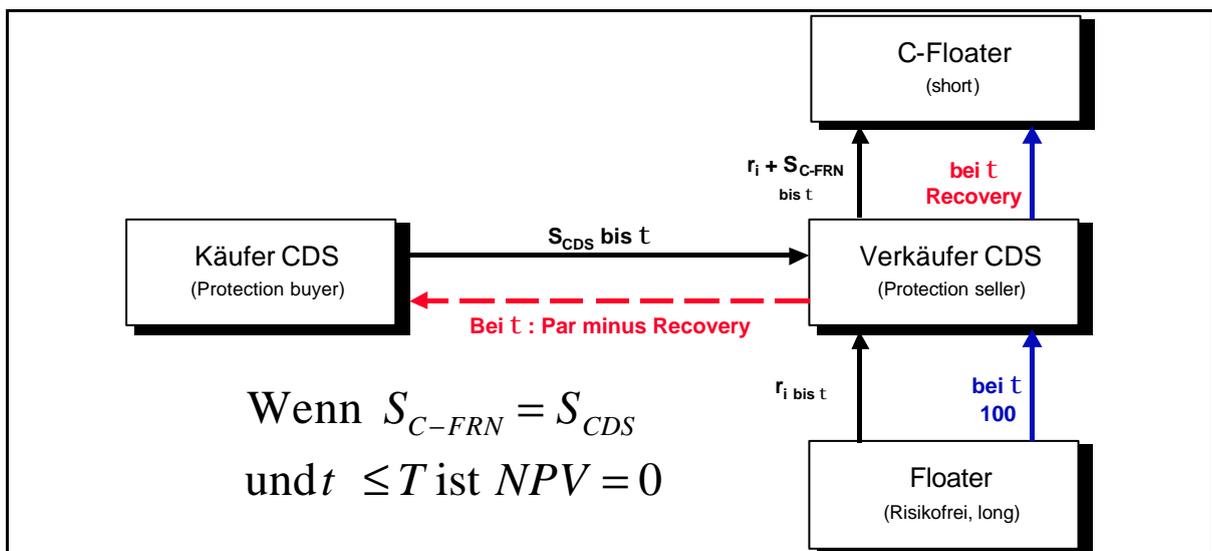


Abbildung: Auflösung des CDS bei Credit Event vor Fälligkeit

Der Verkäufer des CDS ist durch die Short-Position im C-FRN und die Long-Position im FRN perfekt abgesichert. Aus dem Hedge entstehen Kosten pro Kupontermin in Höhe des Spreads des C-Floaters (S_{C-FRN}), so dass dies in einer arbitragefreien Welt dem Preis des CDS entsprechen muss, dabei wird jedoch unterstellt dass die risikofreie Komponente des letzten Kupons (r_i) des C-FRN noch voll gezahlt wurde.

$$S_{C-FRN} = S_{CDS}$$

4.1. Referenzanleihe und Transaktionskosten

Bei diesem Ansatz wird zur Bewertung ein C-FRN mit gleicher Laufzeit des CDS herangezogen, da im Regelfalle die Spreads laufzeitabhängig sind. Alle betrachteten Anleihen müssen die gleiche Rangstufe haben (Erstrangig / Nachrangig), da sonst im Falle des Credit Events unterschiedliche Marktpreise existierten.

Leider sind die betroffenen Anleihen oft illiquide. Daraus resultieren relativ breite Geld-/Brief-Spannen. Insbesondere die Short-Position im C-FRN ist oft relativ „teuer“. Für die Bewertung spielt es keine Rolle, ob die Short-Position über eine Leihe oder über einen Reverse-Repo aufgebaut wurde. Da bei der Leihe für den Eigentümer substantielle Ausfallrisiken entstehen, setzt sich am Markt immer stärker der Reverse-Repo durch. Dabei wird das gewünschte Papier gekauft und gleichzeitig ein Termingeschäft über den Rückkauf abgeschlossen. Das Papier kann dann einfach am Markt veräußert werden.

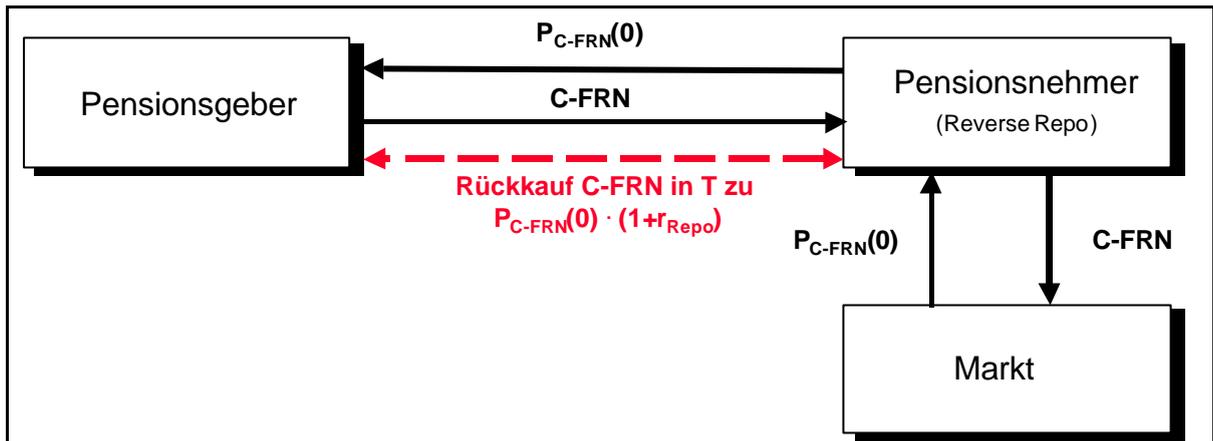


Abbildung: Eingehen eines inversen Repos für eine Shortposition in 0

Zum Endzeitpunkt (T) muss nun das Papier im Markt zurückgekauft werden. Damit entstehen die Gewinne bzw. Verluste der Short-Position, da das Papier gleich zum vereinbarten Terminkurs an den Pensionsgeber weitergereicht werden muss. Zusätzliche Kosten entstehen durch Abweichung der vereinbarten Repo-Rate im Vergleich zum risikofreien Zins. Bei illiquiden Papieren führt dies zu substanziellen zusätzlichen Kosten.

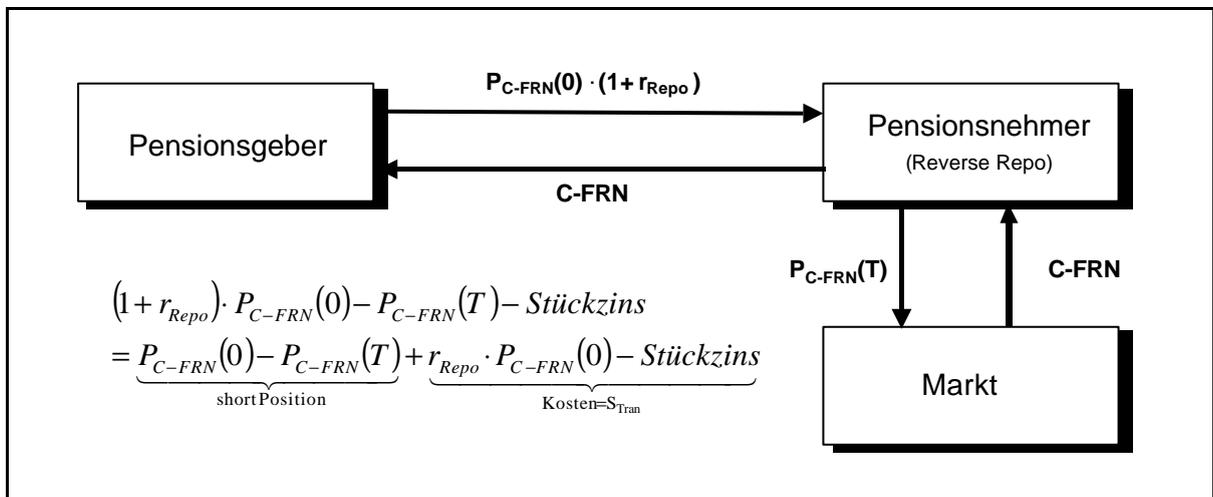


Abbildung: Auflösung des inversen Repos in T

Diese zusätzlichen Kosten werden als Transaktionsspread (S_{Tran}) bezeichnet und müssen entsprechend an den Kunden weitergegeben werden. Damit ergibt sich für den CDS Spread:

$$S_{C-FRN} + S_{Tran} = S_{CDS}$$

4.2. Approximation des Floating Rate Spreads

Häufig ist der angenommene par C-FRN nicht verfügbar, so dass der Spread über eine Approximation berechnet werden muss. Ist im Markt ein C-FRN mit gleicher Laufzeit und einem Preis (P_{C-FRN}) ungleich par erhältlich, so kann aus dessen Preis und Ausstattung der gesuchte Spread berechnet werden. Zur Bewertung wird eine Annuität A definiert die eine Währungseinheit pro Kupontermin bis zum Endzeitpunkt des CDS zahlt. Diese entspricht der Summe der risikobehafteten Diskontfaktoren und hat für eine Laufzeit T den Wert A_T . Der Wertunterschied eines C-FRN zu par und eines C-FRN ungleich par bei gleicher Laufzeit muss dem Preisunterschied des Barwertes der diskontierten Spreaddifferenzen entsprechen.

$$A_T = \sum_{i=1}^T e^{-r_i \cdot T_i}$$

$$P_{C-FRN \neq Par} - 100 = PV(S_{C-FRN \neq Par} - S_{C-FRN = Par}) = A_T \cdot (S_{C-FRN \neq Par} - S_{C-FRN = Par})$$

$$S_{C-FRN = Par} = S_{C-FRN \neq Par} + \frac{100 - P_{C-FRN \neq Par}}{A_T}$$

Beispiel: Für die Bewertung des zweijährigen CDS auf Luftschloß steht ein zwei jähriger Floater mit einem jährlichen Kupon von EURIBOR + 69 und einem Marktpreis von 100,50 zur Verfügung. Der Diskontierungssatz für die Annuität wird mit für 10% ($\ln(1+01)=9,53\%$ kontinuierlich) hergeleitet.

$$A_2 = \frac{1}{1,1} + \frac{1}{1,1^2} = 1,73554$$

oder

$$A_2 = e^{-0,09531} + e^{-0,09531} = 1,73554$$

$$S_{C-FRN = Par} = S_{C-FRN \neq Par} + \frac{100 - P_{C-FRN \neq Par}}{A_2} = 0,69\% + \frac{100 - 100,5}{1,73554} = 0,40\%$$

Der zwei jährige CDS auf Luftschloß hätte also einen Preis von 0,40% pa (30/360).

Der Spreadunterschied zwischen Floatern und Festsatzanleihen ist im Regelfalle so gering, dass für diese Berechnung auch mit Festsatzanleihen gearbeitet werden kann (vgl. Duffie und Lieu 1997).

$$S_{C-FRN=Par} \approx S_{C-Bond} + \frac{100 - P_{C-Bond}}{A_T}$$

4.3. Approximation von Ausfallintensitäten

Die Ausfallrate (hazard rate = h) ist die Eintrittswahrscheinlichkeit des Credit Events bei einem Poisson Prozess. Die Wahrscheinlichkeit eines Ausfalles p für kurze Perioden Δ ist ungefähr $p \approx h \cdot \Delta$.

4.3.1. Konstante Hazard Rates

Zuerst wird von einer risikoneutralen konstanten hazard rate (h) ausgegangen. Dies bedeutet, dass der Credit Event beim ersten Sprung einer Poissonverteilung mit der Intensität h stattfindet.

$a_i(h)$ ist der heutige Wert einer Zahlung von 1 zum Zeitpunkt i falls $i < \tau$.

$b_i(h)$ ist der heutige Wert einer Zahlung von 1 zum Zeitpunkt i falls $i-1 < \tau < i$.

$$a_i(h) = e^{-(h+r_i)T_i}$$

Dabei kann $a_i(h)$ als Diskontfaktor in Abhängigkeit vom Zins und der Ausfallwahrscheinlichkeit interpretiert werden.

$b_i(h)$ ist der heutige Wert einer Zahlung von 1 zum Zeitpunkt i falls $i-1 < \tau < i$.

$$b_i(h) = e^{-r_i T_i} \cdot (e^{-h T_{i-1}} - e^{-h T_i})$$

Damit bezeichnet $b_i(h)$ die Diskontfaktoren für einen zu erwartenden Verlust in der Kuponperiode die in i endet.

Die Addition dieser Diskontfaktoren über alle Kupontermine ($N = \text{Anzahl der Kupontermine}$) bis zum Endzeitpunkt T wird mit $A_{h,T}$ bzw. $B_{h,T}$ bezeichnet. Daher entspricht A dem Erwartungswert einer Zahlungen von 1 zu jedem Kuponterminen bis zum Endzeitpunkt oder bis zum Credit Event, je nachdem was zuerst eintritt.

$$A_{h,T} = \sum_{i=1}^N a_i$$

$$B_{h,T} = \sum_{i=1}^N b_i$$

B bezeichnet den Erwartungswert der Zahlung von 1 am ersten Kupontermin nach dem Credit Event, wenn dieser vor dem Endzeitpunkt liegt. Mit $E(\text{loss})$ wird der erwartete Verlust bezeichnet. In einer risikoneutralen Welt (Arbitrage ist nicht möglich) entspricht der Preis eines CDS dem Erwartungswert der Auszahlung im Falle eines Credit Events minus dem Erwartungswert aller Prämienzahlungen, die zu leisten sind.

$$P_{CDS}(h, E(\text{loss}), T, S_{CDS}) = B_{h,T} \cdot E(\text{loss}) - A_{h,T} \cdot S_{CDS}$$

Bei Entstehung des Geschäftes wird der Spread so festgelegt, dass das Geschäft in der Entstehung einen Wert von Null hat. Daher ergibt sich:

$$P_{CDS}(h, E(\text{loss}), T, S_{CDS}) = B_{h,T} \cdot E(\text{loss}) - A_{h,T} \cdot S_{CDS} = 0$$

$$S_{CDS}(h, T, E(\text{loss})) = \frac{B_{h,T} \cdot E(\text{loss})}{A_{h,T}}$$

Um h zu approximieren, benötigt man zuerst eine Schätzung der Recovery: Der erwartete Verlust im Credit Event wird mit $E(\text{loss}) = 100 - \text{Recovery}$ festgelegt. Nun muss aus vorhandenen Anleihen h geschätzt werden. Am Beispiel der Anleihe C-FRN* mit einer Laufzeit von T^* und einem Spread von S^* unter den Annahmen des vorigen Abschnitts gilt also für den Wert eines beliebigen Floaters, bei dem im Konkursfall der risikofreie Anteil des Kupons noch gezahlt wird:

$$I \quad P_{C-FRN^*} = \underbrace{A_{T^*} \cdot r}_{\text{risikolose Komponente}} + \underbrace{A_{h,T^*} \cdot S^*}_{\text{risikobehaftete Spreads}} + \underbrace{a_T \cdot 100}_{\text{Erwartungswert Rückzahlung}} + \underbrace{B_{h,T^*} \cdot (100 - E(loss))}_{\text{Erwartungswert Recovery}}$$

$$II \quad 100 = A_{T^*} \cdot r + A_{h,T^*} \cdot S + a_T \cdot 100 + B_{h,T^*} \cdot (100 - E(loss))$$

$$I - II \quad P_{C-FRN^*} - 100 = A_{h,T^*} \cdot S^* - A_{h,T^*} \cdot S$$

Betrachtet man Gleichung II näher. muß bei einem C-FRN_{Par} unter den Annahmen der Spread genau ausreichen, um die erwarteten Verluste zu kompensieren.

$$II \quad 100 = \underbrace{A_{T^*} \cdot r}_{\text{Barwert Kupons FRN}} + \underbrace{a_T \cdot 100 + B_{h,T^*} \cdot 100}_{\text{Barwert "sichere" Rückzahlung von 100}} + A_{h,T^*} \cdot S - B_{h,T^*} \cdot E(loss)$$

Barwert risikolose Floater=100

$$\Rightarrow A_{h,T^*} \cdot S = B_{h,T^*} \cdot E(loss)$$

Daraus ergibt sich folgender Zusammenhang, der numerisch nach h gelöst werden kann.

$$P_{C-FRN^*} - 100 = A_{h,T^*} \cdot S^* - B_{h,T^*} \cdot E(loss)^*$$

Beispiel für die Bewertung eines zweijährigen CDS auf Luftschloß. Es steht ein zweijähriger Floater mit einem jährlichen Kupon von EURIBOR + 40 und einem Marktpreis von 100,00 zur Verfügung. Der risikofreie Zins liegt bei 9,6% (kontinuierlich $\ln(1+0,096)=9,17\%$). Und die erwartete Recovery bei 20, so dass sich ein $E(loss)$ von $100 - 20 = 80$ ergibt.

Zuerst müssen die Summen der Diskontfaktoren in Abhängigkeit von h ermittelt werden.

$$A_{h,2} = e^{-(h+0,0917) \cdot 1} + e^{-(h+0,0917) \cdot 2}$$

$$B_{h,2} = e^{-0,0917 \cdot 1} \cdot (e^{-h \cdot 0} - e^{-h \cdot 1}) + e^{-0,0917 \cdot 2} \cdot (e^{-h \cdot 1} - e^{-h \cdot 2})$$

Im nächsten Schritt wird h mit Hilfe des Floater Preises und dem erwarteten Verlust kalibriert.

$$P_{C-FRN^*} - 100 = A_{h,T^*} \cdot S^* - B_{h,T^*} \cdot E(loss)^*$$

$$100 - 100 = A_{h,2} \cdot 0,4 - B_{h,2} \cdot 80$$

Durch einen numerischen Suchprozess ergibt sich hier ein h von 0,00499 und damit:

$$A_{h,2} = e^{-(0,00499+0,0917) \cdot 1} + e^{-(0,00499+0,0917) \cdot 2} = 1,732006$$

$$B_{h,2} = e^{-0,09171} \cdot (e^{-0,00499 \cdot 0} - e^{-0,004991}) + e^{-0,09172} \cdot (e^{-0,004991} - e^{-0,004992}) = 0,008664$$

$$1,732006 \cdot 0,4 - 0,008664 \cdot 80 = 0$$

Im nächsten Schritt kann dann der Spread für den CDS ermittelt werden.

$$S_{CDS}(h, T, E(loss)) = S_{CDS}(0,0499; 2; 80) = \frac{B_{0,0499;2} \cdot 80}{A_{0,0499;2}} = \frac{0,008664 \cdot 80}{1,732006} = 0,40$$

Dies ergibt den erwarteten Spread von 0,40% für den CDS.

Mit Hilfe dieses Ansatzes können jedoch nun auch Marking-to-Market Ansätze und Bewertung anderer Laufzeiten stattfinden.

Beispiel: Der Preis eines zweijährigen 100 Mio. CDS auf Luftschloß mit jährlicher Zahlung und einem Spread von 30 soll ermittelt werden.

$$P_{CDS}(h, E(loss), T, S_{CDS}) = P_{CDS}(0,00499; 80; 2; 30) = B_{0,00499;2} \cdot E(loss) - A_{0,00499;2} \cdot S_{CDS}$$

$$= 0,008664 \cdot 80 - 1,732006 \cdot 0,3 = 0,1735$$

$$0,1735\% \cdot 10 \text{ Mio} = 17 \text{ 350,00}$$

Der Marktpreis des CDS entspricht also 17 350,00 €.

Beispiel: Es soll der Spread für einen einjährigen CDS ermittelt werden.

$$A_{0,00499;2} = e^{-(0,00499+0,0917) \cdot 1} = 0,907837$$

$$B_{0,00499;2} = e^{-0,09171} \cdot (e^{-0,00499 \cdot 0} - e^{-0,004991}) = 0,004541$$

$$S_{CDS}(h, T, E(loss)) = S_{CDS}(0,0499; 1; 80) = \frac{0,004541 \cdot 80}{0,907837} = 0,40$$

4.3.2. Laufzeitstruktur von Creditspreads

Meist ist die Hazard-Rate jedoch laufzeitabhängig. Mit h_i wird die „marginale“ Hazard-Rate von der Zeitperiode T_{i-1} bis T_i bezeichnet. Wir erhalten daher den Vektor $h = (h_1, \dots, h_n)$. Entsprechend ergibt sich mit H_i die daraus resultierende kumulative Hazard-Rate bis zum Zeitpunkt i :

$$a_i(H) = e^{-(H_i+r_i)T_i} \quad \text{mit} \quad H_i = \frac{h_1 + \dots + h_i}{i}$$

$$b_i(H) = e^{-r_i T_i} \cdot (e^{-H_{i-1} T_{i-1}} - e^{-H_i T_i})$$

Beispiel: Zusätzlich existiert ein einjähriger Par C-FRN mit einem Spread von 0,35. Auf dieser Basis kann jetzt die Struktur der Ausfallraten bestimmt werden.

$$h_1 = 0,00436 \Rightarrow H_1 = \frac{h_1}{1} = 0,00436$$

$$A_{H,1} = e^{-(0,00436+0,0917) \cdot 1} = 0,908409$$

$$B_{H,1} = e^{-0,0917 \cdot 1} \cdot (e^{-0,00436 \cdot 0} - e^{-0,00436 \cdot 1}) = 0,00396931$$

$$0,908409 \cdot 0,35 - 0,00396931 \cdot 80 = 0$$

$$h_2 = 0,00562 \Rightarrow H_2 = \frac{h_1 + h_2}{2} = \frac{0,00436 + 0,00562}{2} = 0,0499$$

$$A_{H,2} = e^{-(0,00499+0,0917) \cdot 1} + e^{-(0,00499+0,0917) \cdot 2} = 1,732006$$

$$B_{H,2} = e^{-0,0917 \cdot 1} \cdot (e^{-0,00499 \cdot 0} - e^{-0,00499 \cdot 1}) + e^{-0,0917 \cdot 2} \cdot (e^{-0,00499 \cdot 1} - e^{-0,00499 \cdot 2}) = 0,008664$$

$$1,732006 \cdot 0,4 - 0,008664 \cdot 80 = 0$$

Auf dieser Basis können jetzt auch komplexe Produkte bewertet werden.

Beispiel: Es soll der Spread für einen Forward CDS in einem Jahr für ein Jahr berechnet werden:

$$A = e^{-(0,00562+0,0917) \cdot 2} = 0,823131$$

$$B = e^{-0,0917 \cdot 2} \cdot (e^{-0,00562 \cdot 1} - e^{-0,00562 \cdot 2}) = 0,004639$$

$$S_{CDS_in_1_für_1}(h_2, T, E(loss)) = S_{CDS}(0,000562; \text{in 1 für 1; } 80) = \frac{0,004639 \cdot 80}{0,823131} = 0,45$$

Für den CDS müssen am Ende des zweiten Jahres 0,45% vom Nominal gezahlt werden.

Die Analyse auf Basis der Arbitragebewertung setzt sich bei Kreditderivaten zunehmend durch. Hierbei ist jedoch ein Markt von Anleihen auf den Emittenten Voraussetzung. Insbesondere können jetzt auch Produkte bewertet und abgesichert werden, ohne einen von der Laufzeit her genau passenden Bond zur Verfügung zu haben. Mit der Weiterentwicklung von Kreditderivaten wird auch der Repo-Markt für die entsprechenden Anleihen liquider werden, so dass sich dieser Ansatz für alle Adressen mit verbrieften Schulden mittelfristig durchsetzen wird.

5. Ausblick

In der Arbeit wurden drei grundsätzliche Bewertungsverfahren vorgestellt. Dabei eignen sich Cash Flow orientierte Verfahren am besten zur Bewertung von Anleihen und Krediten, da hier tatsächlich ein primäres Pricing notwendig ist. Optionstheoretische Ansätze werden hauptsächlich für eine Berechnung der Ausfallwahrscheinlichkeiten und damit des Ratings auf Basis der Aktienkurse und ihrer Volatilität eingesetzt. Der Vorteil liegt in der schnellen Reaktion auf eine veränderte Marktsituation, jedoch sind die Marktbewertungen nicht überzeugend. Zur Bewertung von Kreditderivaten drängen sich Arbitrage Modelle auf, da hier die Position durch einen risikolosen Hedge geschlossen werden kann.

Die Bewertungsverfahren im Kreditbereich werden sich auch in Zukunft stürmisch weiterentwickeln. Jedoch bleibt im Gegensatz zum Zinsbereich die Schwierigkeit, dass Ausfälle individuelle Ereignisse einer einzelnen Adresse sind. Daher wird der Markt nur eine begrenzte Liquidität entwickeln können. Durch die zunehmende Verbreitung von Kreditderivaten, wird ein immer größerer Anteil dieser Risiken dann nicht mehr indirekt über den Anleihemarkt abgebildet, sondern es besteht die direkte Möglichkeit das Risiko auf die Bücher zu nehmen. Die Entwicklung könnte ähnlich wie im Markt für Zinsswaps verlaufen. Während in den ersten Jahren die Bewertung indirekt über Anleihen erfolgte, kristallisiert sich der Zinsswap immer mehr als liqui-

dester Markt heraus. Immer stärker wird nun die Swapkurve zur Bewertung von Anleihen eingesetzt. Ein ähnlicher Prozess ist auf dem Markt für Credit Default Swaps zu erwarten.

Literaturverzeichnis

- Assender T. (1998)* Ratings to Derive Default Rates, Vortrag im Hfb Workshop Kreditrisiken und Kreditderivate 20. Mai 1998
- Carty L. / Liebermann D. (1996) Corporate Bond Defaults and Default Rates 1938 – 1995 Moodys Investor Service Januar 1996
- Duffie D. (1999) Credit Swap Valuation, Financial Analyst Journal Jan/Feb 1999 Seite 73 - 86
- Duffie D. / Liu J. (1997) Floating-Fixed Credit Spreads Working Paper, Stanford University
- Geyer A. / Kossmeier S./ Pichler S. (2001) Analyse von Zinsspreads von EMU-Staatsanleihen, Die Bank 5/2001 S. 336 - 339
- Jarrow, R.A. / Turnbull, S.M. (1995) Pricing Derivatives on Financial Securities Subject to Credit Risk, Journal of Finance 1995 S. 53 - 85
- JPMorgan (1997) CreditMetrics – Technical Document
- Lando D. (1998) On Cox Processes and Credit Risky Securities, Working Paper University of Copenhagen März 1998
- Ong M. K. (1999) Internal Credit Risk Models, Risk Books
- Rees, A. (2001) Ein Fair Value-Modell für den Pfandbriefspread, Pfandbrief News 2/2001
- Sauter J, (1996) Messung und Prognose von Volatilitäten Diskussionbeiträge zur Bankbetriebslehre

6. Arbeitsberichte der Hochschule für Bankwirtschaft

Bisher sind erschienen:

Nr.	Autor/Titel	Jahr
1	Moormann, Jürgen Lean Reporting und Führungsinformationssysteme bei deutschen Finanzdienstleistern	1995
2	Cremers, Heinz; Schwarz, Willi Interpolation of Discount Factors	1996
3	Jahresbericht 1996	1997
4	Ecker, Thomas; Moormann, Jürgen Die Bank als Betreiberin einer elektronischen Shopping-Mall	1997
5	Jahresbericht 1997	1998
6	Heidorn, Thomas; Schmidt, Wolfgang LIBOR in Arrears	1998
7	Moormann, Jürgen Stand und Perspektiven der Informationsverarbeitung in Banken	1998
8	Heidorn, Thomas; Hund, Jürgen Die Umstellung auf die Stückaktie für deutsche Aktiengesellschaften	1998
9	Löchel, Horst Die Geldpolitik im Währungsraum des Euro	1998
10	Löchel, Horst The EMU and the Theory of Optimum Currency Areas	1998

11	Moormann, Jürgen Terminologie und Glossar der Bankinformatik	1999
12	Heidorn, Thomas Kreditrisiko (CreditMetrics)	1999
13	Heidorn, Thomas Kreditderivate	1999
14	Jochum, Eduard Hoshin Kanri / Management by Policy (MbP)	1999
15	Deister, Daniel; Ehrlicher, Sven; Heidorn, Thomas CatBonds	1999
16	Chevalier, Pierre; Heidorn, Thomas; Rütze, Merle Gründung einer deutschen Strombörse für Elektrizitätsderivate	1999
17	Cremers, Heinz Value at Risk-Konzepte für Marktrisiken	1999
18	Cremers, Heinz Optionspreisbestimmung	1999
19	Thiele Dirk; Cremers, Heinz; Robé Sophie Beta als Risikomaß - Eine Untersuchung am europäischen Aktienmarkt	2000
20	Wolf, Birgit Die Eigenmittelkonzeption des § 10 KWG	2000
21	Heidorn, Thomas Entscheidungsorientierte Mindestmargenkalkulation	2000
22	Böger, Andreas; Heidorn, Thomas; Philipp Graf Waldstein Hybrides Kernkapital für Kreditinstitute	2000
23	Heidorn, Thomas / Schmidt Peter / Seiler Stefan Neue Möglichkeiten durch die Namensaktie	2000

- | | | |
|-----------|--|-------------|
| 24 | Moormann, Jürgen; Frank, Axel | 2000 |
| | Grenzen des Outsourcing: Eine Exploration am Beispiel von Direktbanken | |
| 25 | Löchel, Horst | 2000 |
| | Die ökonomischen Dimensionen der ‚New Economy‘ | |
| 26 | Cremers, Heinz | 2000 |
| | Konvergenz der binomialen Optionspreismodelle gegen das Modell von Black/Scholes/Merton | |
| 27 | Heidorn, Thomas / Klein, Hans-Dieter / Siebrecht, Frank | 2000 |
| | Economic Value Added zur Prognose der Performance europäischer Aktien | |
| 28 | Löchel, Horst / Eberle, Günter Georg | 2001 |
| | Die Auswirkungen des Übergangs zum Kapitaldeckungsverfahren in der Rentenversicherung auf die Kapitalmärkte | |
| 29 | Biswas, Rita / Löchel, Horst | 2001 |
| | Recent Trends in U.S. and German Banking: Convergence or Divergence? | |
| 30 | Heidorn, Thomas / Jaster, Oliver / Willeitner, Ulrich | 2001 |
| | Event Risk Covenants | |
| 31 | Roßbach, Peter | 2001 |
| | Behavioral Finance - Eine Alternative zur vorherrschenden Kapitalmarkttheorie? | |
| 32 | Strohhecker, Jürgen / Sokolovsky, Zbynek | 2001 |
| | Fit für den Euro | |
| | Simulationsbasierte Euro-Maßnahmenplanung für Dresdner-Bank-Geschäftsstellen | |

- | | | |
|-----------|--|-------------|
| 33 | Frank Stehling / Juergen Moormann | 2001 |
| | Strategic Positioning of E-Commerce Business Models
in the Portfolio of Corporate Banking | |
| 34 | Norbert Seeger | 2001 |
| | International Accounting Standards (IAS) | |
| 35 | Thomas Heidorn / Sven Weier | 2001 |
| | Einführung in die fundamentale Aktienanalyse | |

Printmedium: DM 50,-- zzgl. DM 5,-- Versandkostenanteil
Download im Internet unter: <http://www.hfb.de/forschung/veroeffen.html>

Bestelladresse/Kontakt:

Bettina Tischel, Hochschule für Bankwirtschaft,

Sonnemannstraße 9-11, 60314 Frankfurt/M.

Tel.: 069/154008-731, Fax: 069/154008-728

eMail: tischel@hfb.de, internet: www.hfb.de

**Weitere Informationen über die Hochschule für Bankwirtschaft
erhalten Sie im Internet unter www.hfb.de**

