

Berichte des Deutschen Wetterdienstes

152

**Möglichkeiten der Klimaklassifikation mit Hilfe der zweimaligen
Anwendung der Faktorenanalyse**

von
Ludwig Hoffmann

Zitationsvorschlag:

Hoffmann, Ludwig: Möglichkeiten der Klimaklassifikation mit Hilfe der zweimaligen Anwendung der Faktorenanalyse. - Offenbach am Main: Selbstverlag des Deutschen Wetterdienstes, 1980. (Berichte des Deutschen Wetterdienstes ; 152)

ISSN der Onlineausgabe: 2194-5969

ISSN der Druckausgabe: 0072-4130

Nutzungsbedingungen

Dieses Dokument steht unter folgender Creative Commons-Lizenz



Sie dürfen das Werk bzw. den Inhalt unter folgenden Bedingungen vervielfältigen, verbreiten und öffentlich zugänglich machen: Sie müssen den Namen des Autors/Rechteinhabers in der von ihm festgelegten Weise nennen. Dieses Werk bzw. dieser Inhalt darf nicht für kommerzielle Zwecke verwendet werden und es darf nicht bearbeitet, abgewandelt oder in anderer Weise verändert werden.

Mit der Verwendung dieses Dokumentes erkennen Sie die Nutzungsbedingungen an.

Herausgeber und Verlag: :

Deutscher Wetterdienst
Frankfurter Straße 135
D- 63067 Offenbach am Main

Internet: www.dwd.de
Mail: bibliothek@dwd.de

INHALTSVERZEICHNIS

Seite

	Verzeichnis der Tabellen	V
	Verzeichnis der Abbildungen	VI
	Zusammenfassung	IX
	Abstract	IX
	Verzeichnis der verwendeten Symbole	X
1	EINLEITUNG	1
1.1	Klima - Definitionen und Darstellungen	1
1.2	Faktorenanalyse	1
1.3	Anwendung der Faktorenanalyse in der Klimatologie	2
2	DIE FAKTORENANALYSE	3
2.1	Mathematische Grundlagen	3
2.1.1	Ausgangsmatrix	3
2.1.2	Das Fundamentaltheorem der Faktorenanalyse	4
2.1.3	Mögliche Faktorenbezeichnungen	5
2.1.4	Die Kommunalität	5
2.1.5	Die Hauptkomponentenmethode	6
2.1.6	Geometrische Veranschaulichung	7
2.1.7	Darstellung von berechneten Faktoren	7
2.2	Durchführung der Faktorenanalyse mit einer elektronischen Datenverarbeitungsanlage	10
2.2.1	Allgemeines	10
2.2.2	Berechnung der Faktoren über die Hauptkomponentenmethode	10
2.2.3	Das Kommunalitätenproblem	11
2.2.4	Die Abschätzung der Kommunalitäten	12
2.2.5	Das Rotationsproblem	14
2.2.6	Die Durchführung der Rotation	17
2.2.7	Die Anzahl der Faktoren	18
2.2.8	Die Faktorenwertmatrix	18
2.2.9	Die Abschätzung der Faktorenwerte	19
2.2.10	Fehlerbetrachtungen	21
3	KLIMA DEUTSCHLANDS	22
3.1	Datenmaterial	22
3.2	Statistik der einzelnen Klimaelemente, monatsweise	23
3.2.1	Jahresgang	23
3.2.2	Häufigkeitsverteilung	24
3.2.3	Korrelationsmatrix	24
3.3	Faktorenanalyse des Kollektivs der Klimaelemente	26
3.3.1	Eine Station, ein Monat	26
3.3.1.1	FS "Borkumriff", Januar 1973	26
3.3.1.2	FS "Borkumriff", Mai 1973	32

	Seite	
3.3.2	Eine Station, alle Monate	35
3.3.2.1	Allgemeines	35
3.3.2.2	Definitionen des L-Faktors und N-Faktors	35
3.3.2.3	Jahresgang der Ladungen von L- und N-Faktor	37
3.3.2.4	Diskussion	40
3.3.3	15 deutsche Stationen, alle Monate	40
3.3.3.1	Allgemeines	40
3.3.3.2	Auswahl der L- und N-Faktoren	41
3.3.3.3	Jahresgänge der Faktorenladungen	44
3.4	Faktorenanalyse des Faktorenkollektives	46
3.4.1	Allgemeines	46
3.4.2	Häufigkeitsverteilung der Faktorenwerte	46
3.4.3	Die Komponentenmatrix des L-Faktors	48
3.4.3.1	Varianzanteile	48
3.4.3.2	Klimatologische Interpretation	49
3.4.4	Die Komponentenmatrix des N-Faktors	51
3.4.4.1	Varianzanteile	51
3.4.4.2	Klimatische Interpretation	52
3.4.5	Diskussion	54
3.5	Faktorenanalyse mit den Klimaelementen norddeutscher Stationen	55
3.5.1	Stationen	55
3.5.2	Ergebnisse	55
3.5.2.1	Varianzanteile	55
3.5.2.2	Klimatische Interpretation	56
3.5.3	Diskussion	58
4	ZUSAMMENFASSUNG UND SCHLUSSBETRACHTUNG	58
Literatur		61
ANHANG		69

VERZEICHNIS DER TABELLEN

	Seite		Seite
2.1 : Korrelationsmatrix R	8	3.7 : Varianzanteile der Faktoren	29
2.2 : Faktorenmatrix A	9	3.8 : Korrelationsmatrix R_h mit den	
2.3 : Aufteilung der Varianzen auf		geschätzten Kommunalitäten,	
die Faktoren	9	FS "Borkumriff" Monat Mai	32
2.4 : berechnete Eigenwerte	10	3.9 : Die Matrix A mit den Fak-	
2.5 : Faktorenmatrix nach ÜBERLA		torenladungen	32
und MODEL	11	3.10: Varianzanteile der Faktoren	32
2.6 : Faktorenmatrix nach RALSTON/		3.11: Ladungen der Faktoren Nr.1,	
WILF und MODEL	11	2 und 3 für die Monate	
2.7 : Korrelationsmatrix R ohne		April bis August und ihre	
Kommunalitäten aus HARMAN	13	Einordnung als L- bzw. N-	
2.8 : Kommunalitäten berechnet		Faktor	37
nach HARMAN, geschätzt		3.12: Stationsnamen und ihre Ab-	
(SMC) über MODEL	13	kürzungen	40
2.9 : Ladungen des 1. Faktors	13	3.13: Faktorenmatrix für die Sta-	
2.10: Ladungen des 2. Faktors	13	tionen Nürnberg, Klippeneck	
2.11: Korrelationsmatrix	13	und München für den Monat	
2.12: Test des Unterprogramms		Juni	42
VARMAX aus MODEL	16	3.14: Faktorenmatrix für die Sta-	
2.13: Test der Faktorenanalyse mit		tionen Emden, Essen, Klip-	
dem Programm MODEL einschl.		peneck für den Monat Juli	42
der Rotation	16	3.15: Zusammenstellung über die	
2.14: Korrelationsmatrix zwischen		Vorzeichenänderungen der	
10 Variablen	18	Ladungen	44
2.15: Vergleich der Regressions-		3.16: Mittel der Ladungen der U-	
koeffizienten	20	Komponente aus ver-	
2.16: Regressionskoeffizienten,		schiedenen Monaten	45
berechnet mit den Werten		3.17: Mittel der Ladungen der T-	
aus ÜBERLA	20	Komponente aus ver-	
2.17: Faktorenwerte, berechnet		schiedenen Monaten	45
mit den Werten aus ÜBERLA	21	3.18: Gesamtkommunalität (H) ab-	
3.1 : Korrelationsmatrix der		solut und in % der Ge-	
Station Schleswig für Mai	26	samtvarianz, Anteile der	
3.2 : Korrelationsmatrix der		einzelnen Komponenten an	
Station Schleswig für Mai		H (L-Faktor)	48
(Vierfelderkorrelations-		3.19: Zusammenstellung der Kom-	
koeffizient)	26	ponenten, deren Varianz-	
3.3 : Tagesmittelwerte der ver-		anteil über 9% liegt. (L-	
wendeten Klimaelemente,		Faktor)	49
FS "Borkumriff", Januar 1973	27	3.20: Gesamtkommunalität (H) ab-	
3.4 : Korrelationsmatrix,		solut und in % der Ge-	
FS "Borkumriff"	28	samtvarianz, Anteile der	
3.5 : Korrelationsmatrix R_h		einzelnen Komponenten an	
FS "Borkumriff"	28	H (N-Faktor)	51
3.6a: Faktorenmatrix ohne Rotation	28	3.21: Zusammenstellung der Kom-	
3.6b: Matrix A mit den Faktoren-		ponenten, deren Varianz-	
ladungen, Matrix A^2 mit den		anteil über 9% liegt (N-	
Kommunalitäten h_i^2	28	Faktor)	52
		3.22: Anteil der Komponenten an	
		der Gesamtkommunalität	
		(H) in % (L-Faktor)	56
		3.23: Anteil der Komponenten an	
		der Gesamtkommunalität	
		(H) in % (N-Faktor)	56

VERZEICHNIS DER ABBILDUNGEN

	Seite		Seite
2.1 : Aufteilung der Einheitsvarianz der Variablen auf die Faktoren	9	3.8 : dito, Mai 1973	31
2.2 : Aufteilung der Einheitsvarianz der Variablen auf die Faktoren	14	3.9 : Graphische Darstellung der Matrix A^2	33
2.3 : Aufteilung der Einheitsvarianz der Variablen auf die Faktoren	14	3.10 : Faktorenmuster der Faktoren aus den Versuchen Nr. 31 und 37	33
2.4 : Matrix A in einem orthogonalen Koordinatensystem	15	3.11 : Jahresgang der Faktorenladungen, getrennt für die einzelnen Klimaelemente, Faktoren in der Reihenfolge nach der Rotation, Lübeck	34
3.1 : Monatsmittelwerte für Lufttemperatur und Dampfdruck. 95% Summenhäufigkeitswert des Niederschlags. FS Elbe 1	23	3.12 : Faktorenmuster für die Faktoren der Station Lübeck	36
3.2 : Monatsmittelwerte der U- und V-Komponente. FS Elbe 1	23	3.13 : Jahresgänge der Ladungen des L- und N-Faktors, Lübeck	38
3.3a : Summenhäufigkeit der Tagesmittelwerte der U- und V-Komponente, List, Trier, München, Januar	71	3.14 : Die für die Faktorenanalyse verwendeten 15 deutschen synoptischen Stationen	41
3.3b : dito, September	71	3.15a: Jahresgang der Faktorenladungen für den L- und N-Faktor, Vorzeichen nicht berichtigt, Station Essen	43
3.3c : Summenhäufigkeit der Tagesmittelwerte der Lufttemperatur und des Dampfdruckes, List, Trier, München, Januar	71	3.15b: dito, Vorzeichen berichtigt, Station Essen	43
3.3d : dito, September	72	3.16a: dito, Vorzeichen nicht berichtigt, Station Klippeneck	43
3.3e : Summenhäufigkeit der Niederschlagssumme, List, Trier, München, Januar	72	3.16b: dito, Vorzeichen berichtigt, Station Klippeneck	43
3.3f : dito, September	72	3.17a: Jahresgang der Faktorenladungen, L- und N-Faktor, List	74
3.4a : Summenhäufigkeitsverteilung der Tagesmittelwerte der U-Komponente, FS Elbe 1 für verschiedene Monate	73	3.17b: dito, Kiel	74
3.4b : dito, Lufttemperatur	73	3.18a: dito, Cuxhaven	74
3.4c : dito, Niederschlag	73	3.18b: dito, Emden	74
3.5 : Vierfeldertafel zur Bestimmung des Quadrantenverhältnisses	25	3.19a: dito, Bremen	75
3.6 : Aufteilung der VARIANZ auf die Faktoren	29	3.19b: dito, Essen	75
3.7 : Tageswerte von U, V, T, E, und RR sowie die Faktorenwerte, FS Borkumriff, Januar 1973	30	3.20a: dito, Kassel	75
		3.20b: dito, Trier	75
		3.21a: dito, Mannheim	76
		3.21b: dito, Nürnberg	76
		3.22a: dito, Weiden	76
		3.22b: dito, Klippeneck	76
		3.23a: dito, Augsburg	77

	Seite		Seite
3.23b: dito, München	77	3.34d: dito, 4. Komponente, September	85
3.24a: dito, Passau	77	3.35a: dito, 1. Komponente, Dezember	85
3.25a: Summenhäufigkeit der Faktorenwerte, Januar und September, List	47	3.35b: dito, 2. Komponente, Dezember	86
3.25b: dito, Trier	47	3.35c: dito, 3. Komponente, Dezember	86
3.25c: dito, München	47	3.35d: dito, 4. Komponente, Dezember	86
3.26a: L-Faktor, Varianzanteile der Stationen, 1. Komponente, März	78	3.35e: dito, 5. Komponente, Dezember	86
3.26b: dito, 2. Komponente, März	78	3.36 : Das Untersuchungsgebiet und die verwendeten Stationen (Norddeutschland)	55
3.27a: dito, 1. Komponente, April	78	3.37a: L-Faktor, Varianzanteile der Stationen, 1. Komponente, März	87
3.27b: dito, 2. Komponente, April	78	3.37b: dito, 2. Komponente, März	87
3.27c: dito, 3. Komponente, April	79	3.37c: dito, 3. Komponente, März	87
3.28a: dito, 1. Komponente, August	79	3.38a: dito, 1. Komponente, April	87
3.28b: dito, 2. Komponente, August	79	3.38b: dito, 2. Komponente, April	87
3.28c: dito, 3. Komponente, August	79	3.38c: dito, 3. Komponente, April	87
3.29a: dito, 1. Komponente, Oktober	80	3.39a: dito, 1. Komponente, August	88
3.29b: dito, 2. Komponente, Oktober	80	3.39b: dito, 2. Komponente, August	88
3.29c: dito, 3. Komponente, Oktober	80	3.39c: dito, 3. Komponente, August	88
3.30a: dito, 1. Komponente, Dezember	80	3.40a: dito, 1. Komponente, Oktober	88
3.30b: dito, 2. Komponente, Dezember	81	3.40b: dito, 2. Komponente, Oktober	88
3.30c: dito, 3. Komponente, Dezember	81	3.40c: dito, 3. Komponente, Oktober	88
3.31a: N-Faktor, Varianzanteile der Stationen, 1. Komponente, März	82	3.41a: dito, 1. Komponente, Dezember	89
3.31b: dito, 2. Komponente, März	82	3.41b: dito, 2. Komponente, Dezember	89
3.31c: dito, 3. Komponente, März	82	3.41c: dito, 3. Komponente, Dezember	89
3.32a: dito, 1. Komponente, Juni	82	3.41d: dito, 4. Komponente, Dezember	89
3.32b: dito, 2. Komponente, Juni	83	3.42a: N-Faktor, Varianzanteile der Stationen, 1. Komponente, März	89
3.32c: dito, 3. Komponente, Juni	83	3.42b: dito, 2. Komponente, März	89
3.32d: dito, 4. Komponente, Juni	83	3.42c: dito, 3. Komponente, März	90
3.33a: dito, 1. Komponente, Juli	83	3.43a: dito, 1. Komponente, Juni	90
3.33b: dito, 2. Komponente, Juli	84	3.43b: dito, 2. Komponente, Juni	90
3.33c: dito, 3. Komponente, Juli	84	3.43c: dito, 3. Komponente, Juni	90
3.33d: dito, 4. Komponente, Juli	84	3.44a: dito, 1. Komponente, Juli	90
3.34a: dito, 1. Komponente, September	84		
3.34b: dito, 2. Komponente, September	85		
3.34c: dito, 3. Komponente, September	85		

	Seite
3.44b: dito, 2. Komponente, Juli	90
3.44c: dito, 3. Komponente, Juli	91
3.45a: dito, 1. Komponente, September	91
3.45b: dito, 2. Komponente, September	91
3.45c: dito, 3. Komponente, September	91
3.46a: dito, 1. Komponente, Dezember	91
3.46b: dito, 2. Komponente, Dezember	91
3.46c: dito, 3. Komponente, Dezember	92
3.46d: dito, 4. Komponente, Dezember	92

ZUSAMMENFASSUNG

In dieser Arbeit wird die Faktorenanalyse auf die Ergebnisse der 1. Analyse noch einmal angewendet. Tagesmittelwerte der Zonal- und Meridional-Komponente des Bodenwindes, der Temperatur und des Dampfdruckes sowie des Niederschlages ausgewählter Stationen der Bundesrepublik Deutschland von 1950 - 1960 bilden das Grundmaterial. Eine erste Bearbeitung mittels Faktorenanalyse erfolgt für jeden Monat und jede Station getrennt, und die jeweils gefundenen zwei Faktoren geben die Abhängigkeiten der Klimaelemente wieder. Der erste Faktor repräsentiert die Advektion von Luftkörpern und der zweite den advektiven Niederschlag.

Die zweite Anwendung der Faktorenanalyse untersucht den räumlichen klimatischen Zusammenhang der Station für jeden der beiden Faktoren aus der 1. Analyse. Das Klima Deutschlands kann im Falle des 1. Faktors mit drei Komponenten beschrieben werden, wobei ihre räumliche Ausdehnung in den einzelnen Monaten unterschiedlich ist. Die Komponenten des 2. Faktors teilen Deutschland in vier Klimagebiete auf, die ebenfalls meteorologisch sinnvoll sind, wie an Hand der klassischen Klimauntersuchungen nachgewiesen werden kann.

Die gesamte Prozedur wird mit den Stationen eines Teilgebietes (Norddeutschland) noch einmal durchgeführt, wobei das Verfahren auch bei kleineren Gebieten zu vernünftigen Klimaeinteilungen führt. Für Norddeutschland ergeben sich im wesentlichen drei Komponenten, die den Einfluß der Nord- und Ostsee sowie des Binnenlandes auf das Klima wiedergeben.

Die zweifache Anwendung der Faktorenanalyse reduziert die Ausgangsmenge auf sechs Zahlen pro Station. Sie erfordert aber, daß vor der zweiten Analyse die Faktoren sorgfältig aufgrund ihres meteorologischen Inhaltes sortiert werden.

ABSTRACT

The factor analysis is used twice successively in this study. Basic data are daily mean values of zonal and meridional component of the wind, temperature, water vapor pressure, and precipitation from selected stations of the Federal Republic of Germany from 1950 to 1960. In the first step two factors, summarizing the dependence of the climatic elements, are derived by factor analysis, separately for every month and every station. The first factor represents the advection of air masses, the second factor represents advective precipitation.

By a second application of factor analysis the spatial climatic connections between all stations are derived for each of the two factors from the first analysis. Regarding the first factor, the climate of Germany can be described by three components, the spatial extension of which varies in the different months. The components of the second factor display four climatic regions within Germany, which appears of meteorological significance, as can be shown by classic climatological surveys.

The whole procedure is additionally applicated to a set of stations from only the northern part of Germany, resulting again in a reasonable climatic subdivision, even for such a relative small area. Northern Germany is essentially influenced by three factors, which are the influences of the North Sea, the Baltic, and the Inland upon climate.

By applicating the factor analysis twice, the time series of each station are reduced to six numbers. Before the second application, however, a careful grouping of the factors according to their meteorological content is absolutely necessary.

VERZEICHNIS DER VERWENDETEN SYMBOLE

E	Dampfdruck
RR	Niederschlag
T	Temperatur
U	U-Komponente des Windes
V	V-Komponente des Windes
m	Zahl der Variablen
n	Zahl der Beobachtungen
o	Zahl der Faktoren
A	Faktorenmatrix (m x o)
P	Faktorenmatrix (o x n)
R	Korrelationsmatrix (m x n)
R_h	reduzierte Korrelationsmatrix (m x n)
Y	Datenmatrix (m x n)
Z	standardisierte Datenmatrix (m x n)
k_r	Vierfelderkorrelationskoeffizient
r	Korrelationskoeffizient
ρ	theoretischer Korrelationskoeffizient einer zweidimensionalen Normalverteilung
s_i^2	Einheitsvarianz der i. Variablen
S	Gesamtvarianz aller Variablen $(S = \sum_{i=1}^m s_i^2)$
a_{ij}	Faktorenladung (Korrelationskoeffizient der i. Variablen mit dem j. Faktor)
h_i^2	Kommunalität der i. Variablen $(h_i^2 = \sum_{j=1}^o a_{ij}^2)$ (i=1,...,m)
H	Gesamtkommunalität (gemeinsame Varianz aller Variabler mit den o Faktoren) $(H = \sum_{i=1}^m h_i^2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^o a_{ij}^2)$
In dieser Arbeit wurde die Faktorenanalyse mit folgenden Bedingungen durchgeführt:	
$m > o$;	$s_i^2 = 1$; $h_i^2 < 1$;
$S = m \cdot s_i^2$;	$H = m \cdot h_i^2$; $S > H$

1. EINLEITUNG

1.1 Klima - Definitionen und Darstellungen

In einer seiner Arbeiten schreibt GODSKE (1966): "Sprechen über Klima ist einfach, es zu definieren schwierig" und fügt gleich hinzu, daß es mehr "Definitionen als Klimatologen" gibt. Letzteres ist bestimmt übertrieben, aber die Klimadefinitionen sind schon zahlreich.

SCHNEIDER - CARIUS (1961) hat sich dem Komplex Klima - Definition, Darstellung - in einer Veröffentlichung angenommen, viele "Klimadefinitionen" zusammengestellt und untersucht. An den Anfang seiner Ausführungen stellt er die Klimadefinition von Alexander von Humboldt, die dieser 1831 gegeben hat. Dabei hebt er hervor, daß Humboldt das Klima durch geophysikalisch definierte Größen beschreiben will.

Außerdem führt SCHNEIDER - CARIUS u.a. HANN an, der ebenfalls fordert, "... alle klimatischen Elemente durch Zahlenwerte zum Ausdruck bringen zu können ...".

KÖPPEN (1931) sagt dazu: "Unter Klima verstehen wir den mittleren Zustand und gewöhnlichen Verlauf der Witterungen an einem gegebenen Ort."

Das Klima soll folglich durch Maßzahlen beschrieben werden. Ideal wäre eine einzige Zahl für jeden Ort! Dies wird sich nach den bisherigen Erkenntnissen wohl nicht verwirklichen lassen. In Anlehnung an die Definition von KÖPPEN (1931) wurde versucht, das "Klima" über die Mittelwerte der einzelnen meteorologischen Elemente zu beschreiben. Diese "Mittelwertklimatologie" beherrschte zunächst einmal das Feld, und es liegen zahllose Veröffentlichungen darüber vor. In neueren Arbeiten werden an Stelle der "Mittelwerte" Häufigkeitsverteilungen benutzt, womit man einen besseren Überblick über die Varianz der betreffenden Elemente erhält. Schon frühzeitig war zu erkennen, daß mit Mittelwerten allein das Klima nicht ausreichend zu beschreiben ist.

FEDOROW (1927) schreibt: "... mit Mittelwerten einzelner meteorologischer Elemente das Klimastudium zu betreiben, ist lebensfern" und weist darauf hin, daß Mensch und Natur dem "reellen Zustand" verbunden sind und dieser "physiologische Prozeß" durch das Zusammenwirken der meteorologischen Elemente bestimmt wird. Für seine Betrachtungen legt er den Tag als kleinste Zeiteinheit zu Grunde und verwendet 11 meteorologische Elemente, um jeden Tag zu charakterisieren. Die Häufigkeit gewisser Kombinationen soll das Klima beschreiben. Sein Schema war arbeitsaufwendig und auch wenig übersichtlich.

DAMMANN (1952) stellt fest "... man erlebt Witterung!", wobei das "Erleben" eine "wetterbedingte Kombination" von Temperatur, Feuchte, Bewölkung usw. bedeutet.

DIENES (1931) kommt zu ähnlichen Ansichten, wenn er schreibt, daß man die "Gesamtwirkung" der Parameter betrachten muß. Er ordnet die meteorologischen Elemente wegen ihres "inneren, aber wechselnden Zusammenhangs" bestimmten "wechselnden Trägern" zu, den "Luftkörpern".

Mit der Einführung dieser neuen Begriffe wurde der Versuch unternommen, über die Behandlung der Einzelelemente hinaus zu kommen und Faktoren zu finden, die mehrere meteorologische Parameter und ihren Zusammenhang umfassen.

KÖPPEN (1931) hat dieses Zusammenwirken der Elemente in seiner Klimaformel für Temperatur und Niederschlag erfaßt und berücksichtigt im gewissen Sinne bereits Varianzen der beiden Parameter und auch ihre Kovarianz.

GODSKE (1966) gibt eine statistische Definition des Klimas: "Climatology is the science devoted to the multivariate distributions of different meteorological elements, at different times and different localities".

Alle Messungen klimatischer Elemente können in einem dreidimensionalen Schema mit den Elementen

$$\{^e_{tij}\}$$

(t: Zeit; i: Klimaelement; j: Ort) dargestellt werden.

In solch einer Matrix ist die gesamte meteorologische Information enthalten. Auch wenn man sich nur auf wenige Elemente beschränkt und die Anzahl (Zeitdauer) der Beobachtungen nicht zu groß werden läßt, wird ein solches Datenkollektiv schnell unübersehbar.

Zur Gewinnung größerer Übersichtlichkeit wird auf eine Kovarianzmatrix reduziert und damit eine Forderung der Klimatologen erfüllt, denn in den Kovarianzen sind die "Zusammenhänge" der Variablen enthalten. Durch die Berechnung der Eigenwerte und Eigenvektoren werden die Strukturen dieser Kovarianzmatrix aufgedeckt.

1.2 Faktorenanalyse

Das o.a. mathematische Verfahren wird in der Meteorologie in unterschiedlicher Weise angewendet. Manche Autoren arbeiten mit den Eigenwerten und Eigenvektoren direkt (u.a. GRIMMER (1963), KNUTZBACH (1967), STIDD (1967), KIDSON (1975a, 1975b), MC DONALD (1975), BRIER/MELTESEN (1976), SMITH/WOOLF (1976), MANIER/GRIMM (1977)).

Andere Autoren, z.B. LORENZ (1956), FECHNER (1975a, 1975b), ERDMANN/FECHNER (1975), FORTUS (1975), KAMINSKI (1977) wenden "Orthogonale Funktionen" auf meteorologische Daten an.

Ein weiteres Verfahren in dieser Reihe ist die Faktorenanalyse, über die ÜBERLA (1971b) schreibt: "Das Hauptziel der Faktorenanalyse ist die Ableitung hypothetischer Größen oder Faktoren aus einer Menge beobachteter Variablen. Die Faktoren sollen möglichst einfach sein und die Beobachtungen hinreichend genau beschreiben und erklären." Der grundlegende Unterschied zu den Eigenwerten und den Orthogonalen Funktionen besteht darin, daß vor der Koordinatentransformation (Eigenwerte und -vektorenberechnung) abgeschätzt wird, wieviel ihrer Varianz jede Variable zur "erklärten" Varianz des Systems beiträgt (Kommunalitätenabschätzung), und die Faktoren werden vor der Interpretation rotiert.

Eine genaue Beschreibung folgt im Abschnitt 2. Bei Verzicht auf Kommunalitätenabschätzung und Rotation wird lediglich eine Datenreduktion durchgeführt, deren Ergebnisse aber schwer interpretierbar sind. ÜBERLA (1971b) macht deshalb darauf aufmerksam, daß solche Beschreibungsversuche von vornherein keinen Anspruch auf Interpretierbarkeit oder eine Entsprechung zur Realität haben.

1.3 Anwendung der Faktorenanalyse in der Klimatologie

Auf das im Teil 1.1 vorgestellte dreidimensionale Schema $\{e_{tij}\}$ mit den Zeitreihen der Klimaelemente aller Beobachtungsorte soll die Faktorenanalyse angewendet werden. Diese soll aber zunächst nur mit zweidimensionalen Matrizen arbeiten, um die vorgesehene meteorologische Interpretation zu erleichtern. Das obige Datenkollektiv wird folglich nicht mit einer Faktorenanalyse transformiert werden.

Bei Beschränkung auf einen Beobachtungsort ($j = \text{constant}$) steht eine zweidimensionale Matrix mit den Elementen $\{e_{ti}\}$ (t : Zeit; i : Klimaelement) zur Verfügung, die durch eine Faktorenanalyse reduziert wird. Die Korrelationen zwischen den Elementen enthalten eine Aussage über die Abhängigkeit der Klimaelemente untereinander an dem gewählten Ort (z.B. BUELL/BUNDGAARD (1971), KLAUS (1978)). Werden m Klimaelemente verwendet und k Faktoren gefunden mit $k < m$, so hat man die Variablenzahl an der Station reduziert.

Die zweidimensionale Matrix kann aber durch die Verwendung nur eines Klimaelementes ($i = \text{constant}$) erreicht werden, womit die Elemente die Form $\{e_{tj}\}$ haben

(t : Zeit; j : Ort). Aus dem Ergebnis der Faktorenanalyse können dann Schlüsse über die räumliche Verteilung des betreffenden Elementes gezogen werden, wenn die Stationen als Variable in die Analyse eingehen (z.B. HANNES, 1974).

In die Analyse sollen aber sowohl die Klimaelemente als auch die Orte eingehen, um eine Aussage über den Zusammenhang der Klimaelemente und dessen gebietsmäßige Verteilung zu gewinnen. Da mit einer zweidimensionalen Matrix gearbeitet wird, werden die Elemente der Ausgangsmatrix in der Form $\{e_{ij}\}$ (i : Klimaelement; j : Ort), d.h. $t = \text{constant}$ verwendet. Man benutzt für die als Funktion der Zeit vorliegenden meteorologischen Parameter Mittelwerte gewisser Zeiträume.

Stellvertretend sind als Beispiel die Variablen für eine Faktorenanalyse angeführt, die STELLMACHER (1971) durchgeführt hat:

Tabelle I aus STELLMACHER (1971)
Verzeichnis der ausgewählten Merkmale

- a) Durchschnittliches Jahresmittel der Lufttemperatur in $^{\circ}\text{C}$, 1881- 1930
- b) Mittleres monatliches Maximum der Lufttemperatur in $^{\circ}\text{C}$, Januar
- c) Mittleres monatliches Maximum der Lufttemperatur in $^{\circ}\text{C}$, Juli
- d) Mittleres monatliches Minimum der Lufttemperatur in $^{\circ}\text{C}$, Januar
- e) Mittleres monatliches Minimum der Lufttemperatur in $^{\circ}\text{C}$, Juli
- f) Mittlere Zahl der kalten Tage im Jahr ($\text{max} \leq -10^{\circ}\text{C}$)
- g) Mittlere Zahl der heißen Tage im Jahr ($\text{max} \geq 30^{\circ}\text{C}$)
- h) Mittlere Zahl der Sommertage im Jahr ($\text{max} \geq 25^{\circ}\text{C}$)
- i) Mittlere Dauer der frostfreien Zeit im Jahr in Tagen
- k) Durchschnittliches Monatsminimum der relativen Luftfeuchtigkeit in %, Januar
- l) Durchschnittliches Monatsminimum der relativen Luftfeuchtigkeit in %, Juli
- m) Mittlere tägliche Sonnenscheindauer in % der möglichen Dauer, Januar 1891 - 1930
- n) Mittlere tägliche Sonnenscheindauer in % der möglichen Dauer, Juli
- o) Mittlere tägliche Sonnenscheindauer in % der möglichen Dauer, Jahr 1891 - 1930
- p) Mittlere Summen des Niederschlages im Winter (XII, I, II) in mm, 1851 - 1930

- q) Mittlere Summen des Niederschlages im Frühjahr (III, IV, V) in mm, 1851 - 1930
- r) Mittlere Summen des Niederschlages im Sommer (VI, VII, VIII) in mm, 1851 - 1930
- s) Mittlere Summen des Niederschlages im Herbst (IX, X, XI) in mm, 1851 - 1930
- t) Mittlere Summen des Niederschlages im Jahr in mm, 1851 - 1930
- u) Jahresmittel des Luftdrucks in mm, 1881 - 1925

Ähnliche Mittel- bzw. Durchschnittswerte, wenn auch zum Teil anderer Klimaelemente, verwenden z.B. Auch Mc BOYLE (1972); OLBERG/SCHÖNERMARK (1977); OLBERG/WITSCHER (1975); HERMANN/REIMER (1973); HERMANN et al (1973); STEINER (1963) bei ihren Untersuchungen.

Wird die Matrix $\{e_{ij}\}$ nach den Elementen entwickelt und für jede Station und jeden Faktor die Faktorenwerte (Def. siehe Abschnitt 2) berechnet, so kann das Klima gebietsweise beschrieben werden.

Der Vorteil gegenüber der herkömmlichen "Mittelwertklimatologie" liegt auf der Hand, denn hier gehen die Abhängigkeiten der Klimaelemente in die Klimabeschreibung ein. Auf der anderen Seite wird aber die eigentlich zur Verfügung stehende Datenmenge auf einige im Vergleich dazu wenige Daten reduziert. Damit ist ein großer Informationsverlust eingetreten, denn der Mittelwert enthält im allgemeinen die gesamte Information über eine stochastische Variable. Selbst unter der Voraussetzung, daß die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion einer Gaußschen Normalverteilung folgt, muß zum Mittelwert noch die Varianz hinzugenommen werden. Die meisten Klimaelemente sind aber nicht normal verteilt. Einige Autoren versuchen, diesen Makel durch eine geeignete Koordinatentransformation auszugleichen u.a. (STEINER 1963), (BAHRENBURG/GIESE 1974)).

Die Faktorenanalyse geht von der Korrelationsmatrix aus. Die Abhängigkeiten der ausgewählten Varianzen werden durch Berechnungen des Korrelationskoeffizienten abgeschätzt. Dieser ist aber nur dann die bestmögliche Schätzung des wahren Korrelationskoeffizienten, wenn die beiden beteiligten Variablen normal verteilt sind. Damit wird der Faktorenanalyse bei obiger Verfahrensweise eine Ausgangsmatrix (z.B. Korrelationsmatrix) zu Grunde gelegt, die erhebliche Informationsverluste sowohl durch die Verwendung des Mittelwertes als auch durch die unzureichende Abschätzung des Korrelationskoeffizienten erlitten hat. Die Faktorenanalyse selbst ist ein algebraisches Verfahren, das eine Rangerniedrigung der Ausgangsmatrix durchführt.

Alle Informationsverluste, die bei der Aufstellung der Ausgangsmatrix eintreten sind, können durch die Anwendung der Faktorenanalyse auf diese Matrix nicht wettgemacht werden.

Die vorliegende Arbeit hat das Ziel, die in der Matrix $\{e_{tij}\}$ enthaltenen Informationen ohne Vernachlässigung der Zeitkoordinate geeignet zu reduzieren, was durch eine zweimalige Anwendung der Faktorenanalyse erfolgen soll. Die erste Anwendung geschieht für jeden der ausgewählten Orte getrennt ($j = \text{constant}$) mit der Matrix $\{e_{tij}\}$. Die Zahl der m Klimaelemente verkleinert sich dabei auf o Faktoren ($o < m$). Die Ergebnisse können für alle Orte in der Matrix $\{w_{tfj}\}$ zusammengefaßt werden. Ihre Elemente sind die Faktorenwerte w des Faktors f, zur Zeit t und für die Station j. Für jeden der gefundenen o Faktoren ($f = \text{constant}$) wird mit der Matrix $\{w_{tfj}\}$ erneut eine Faktorenanalyse durchgeführt. Anstelle der 1 verwendeten Stationen ergeben sich s Faktoren der zweiten Analyse mit $s < 1$. Um den Jahresgang der Elemente zu eliminieren, wird dieses Verfahren für jeden Monat angewendet. Die Korrelationskoeffizienten werden mit einer Methode abgeschätzt, die von der Form der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion unabhängig ist.

Ziel der Arbeit ist,

- den Aufbau der Faktoren, die sich nach der 1. Analyse ergeben, zu untersuchen und anhand der bisherigen Erkenntnisse zu interpretieren,
- zu prüfen, ob die Ergebnisse der 2. Faktorenanalyse für eine Beschreibung des Klimas eines Gebietes verwendet werden können.

Das Verfahren wird auf das Gebiet der Bundesrepublik Deutschland (15 Stationen) und auf ein Teilgebiet (Küste, Schleswig-Holstein) mit 10 Stationen angewendet.

2 FAKTORENANALYSE

2.1 Mathematische Grundlagen

2.1.1 Ausgangsmatrix

Die Faktorenanalyse ist ein Reduktionsverfahren für zweidimensionale Matrizen,

$$\text{z.B. } Y = \{e_{ti}\}$$

Die Variablen einer Zeile werden im folgenden Beobachtungsvektor genannt.

Die Realisationen der Variablen können u.a. direkt die Beobachtungswerte oder Mittelwerte über einen bestimmten Zeitraum (Tagesmittel, Wochenmittel usw.) sein. In der $m \times n$ Matrix Y sind n Beobachtungsvektoren miteinander verknüpft.

Die Matrix Y wird nach folgender Rechen-
vorschrift

$$z_{ij} = \frac{y_{ij} - \bar{y}_i}{s_i} \quad (2.1)$$

$$\begin{pmatrix} i = 1, 2, \dots, m \\ j = 1, 2, \dots, n \end{pmatrix}$$

in die Matrix Z transformiert.

$\bar{y}_i$: Mittelwert der i. Variablen

$$\bar{y}_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_{ij} \quad (2.2)$$

$i = 1, 2, \dots, m$

s_i : Streuung der i. Variablen

$$s_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 \quad (2.3)$$

$i = 1, 2, \dots, m$

Für die normierte Datenmatrix Z ist der
Mittelwert gleich 0 und die Varianz
gleich 1.

$$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n z_{ij} = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n z_{ij}^2 = 1 \quad (2.5)$$

Z ist die Ausgangsmatrix für das Modell.

$$Z = \begin{pmatrix} z_{11} & z_{12} & z_{13} & \dots & z_{1n} \\ z_{21} & z_{22} & & \dots & z_{2n} \\ & & z_{ij} & & \\ z_{m1} & z_{m2} & & & z_{mn} \end{pmatrix}$$

m: Variablenzahl

n: Anzahl der Beobachtungsvektoren

Jede Zeile kennzeichnet eine Variable,
jede Spalte eine Beobachtung.

Im weiteren Verlauf wird immer die-
jenige Größe der Ausgangsmatrix als
"Variable" bezeichnet, nach der diese
Matrix entwickelt wird, d.h., zwischen
denen die Korrelationen berechnet werden.
Bei der ersten Anwendung der Faktoren-
analyse sind die Klimaelemente die
Variablen, bei der zweiten sind es die
Stationen.

2.1.2 Das Fundamentaltheorem der Faktorenanalyse

Die in dieser Matrix Z vorhandene Infor-
mation wird durch die Faktorenanalyse in
eine andere, reduzierte Form gebracht.
Die Faktorenanalyse wurde von den Psycho-
logen entwickelt, um eine objektive Dar-
stellung der Intelligenz zu erhalten.
Die Ansätze gehen auf SPEARMAN (1904)
zurück.

Das Verfahren benutzt die Erkenntnis der
Transformationstheorie (siehe u.a. SMIRNOW
(1959)), daß man bei Matrizen den Rang er-
niedrigen kann, ohne wesentliche Infor-
mationen zu verlieren.

Es wird angenommen, daß die beobachteten
einzelnen Werte als lineare Kombinationen
von hypothetischen, nicht beobachteter
oder nicht beobachtbarer Größen, Faktoren
genannt, dargestellt werden können. Die
Ableitung des Modells folgt im wesent-
lichen ÜBERLA (1971).

Der grundsätzliche Modellansatz der
Faktorenanalyse lautet:

$$Z = A P \quad (2.6)$$

Z ist die Ausgangsmatrix mit den standard-
isierten Variablen als Elemente (m x n),

A ist die Faktorenmatrix, sie enthält die
Korrelationen der m Variablen (z.B. Klima-
elemente) mit den o Faktoren (m x o),
P ist die Faktorenwertmatrix, sie ver-
knüpft die Beobachtungsvektoren mit den
Faktoren (o x n).

Werden keine zusätzlichen Bedingungen ein-
geführt, dann ist die Matrixgleichung
(2.6) nicht eindeutig lösbar, weil mit A,
P auch AX, X^{-1} Lösungen sind. (X eine bel-
nicht sing. (o x o) - Matrix). In das
Modell sollen die physikalischen Abhängig-
keiten der Variablen aus Z eingehen, was
durch die Korrelationsmatrix R geschehen
kann:

$$R = \frac{1}{n-1} Z Z' \quad (2.7)$$

n: Gesamtzahl der Beobachtungsvektoren

Z': transponierte Matrix von Z

(Sie entsteht, wenn in Z die ent-
sprechenden Zeilen und Spalten durch
Spiegelung an der Hauptdiagonalen
vertauscht werden.)

R: ist eine symmetrische Matrix mit der
Dimension m x m.

Z ist in Gleichung (2.6) mit A und P ver-
knüpft. Aus Gleichung (2.6) kann auch Z'
bestimmt werden:

$$Z' = (AP) = P'A' \quad (2.8)$$

Die Gleichungen (2.6) und (2.8) in (2.7)
eingesetzt, führen zu folgender Umformung:

$$R = \frac{1}{n-1} \quad ZZ' = \frac{1}{n-1} \quad APP'A' =$$

$$A \frac{1}{n-1} \quad PP'A' \quad (2.9)$$

Der Ausdruck $\frac{1}{n-1} PP' = C$ ist analog zu (2.7) eine Korrelationsmatrix. Er enthält die Korrelationen zwischen den Faktoren (ÜBERLA, 1971,c).

$$R = A C A' \quad (2.10)$$

Unter der Voraussetzung, daß die Faktoren nicht korreliert sind gilt:

$$C = I$$

I: Einheitsmatrix

Die Gleichung (2.10) geht dann über in:

$$R = A A' \quad (2.11)$$

Den Zusammenhang in den Gleichungen (2.11) und (2.10) nennt man das

Fundamentaltheorem der Faktorenanalyse

2.1.3 Mögliche Faktorenbezeichnungen

Die Matrix $A = \{a_{ik}\}$ wird Faktorenmuster genannt.

Bei orthogonalen Faktoren gilt immer:

$$-1 \leq a_{ik} \leq +1$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1o} \\ a_{21} & & \dots & \\ & & a_{ik} & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mo} \end{pmatrix}$$

m: Anzahl der Variablen

o: Anzahl der Faktoren

Der Spaltenvektor kennzeichnet ein Faktor, jeder Zeilenvektor eine Variable (z.B. Klimaelement) der Ausgangsmatrix. Die Elemente von A sind die Korrelationskoeffizienten zwischen den Faktoren und den Variablen, sie tragen die Bezeichnung Faktorenloadungen.

Die Faktoren werden üblicherweise in zwei Klassen eingeteilt:

- 1) Gemeinsame Faktoren
(Mindestens zwei Ladungen unterscheiden sich "beträchtlich" von Null)
- 2) Einzelrestfaktoren
(Sie repräsentieren nur eine Variable d.h., nur eine Ladung ist "beträchtlich" von Null verschieden).

Eine Variable kann mehrere Faktoren hoch laden. Die Hauptaufgabe der Faktorenanalyse ist es, die gemeinsamen Faktoren zu bestimmen und zu interpretieren.

2.1.4 Die Kommunalität

Da die Matrix Z genormt ist, gilt für die Varianz der Variablen:

$$s_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n z_{ij}^2 = 1 \quad (2.12)$$

Diese normierte Varianz der Variablen steht mit den Faktorenloadungen in einem Zusammenhang, der über die Korrelationsmatrix R hergestellt wird.

Die Gleichungen (2.7) und (2.11) enthalten jeweils auf der rechten Seite ein Matrizenprodukt und können deshalb auch so dargestellt werden:

$$r_{ik} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n z_{ij} z_{kj} \quad (2.13)$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

$$k = 1, 2, \dots, m$$

und

$$r_{ik} = \sum_{j=1}^m a_{ij} a_{kj} \quad (2.14)$$

Für $i = k$ gilt:

$$r_{ii} = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n z_{ij}^2 \quad (2.15)$$

$$r_{ii} = \sum_{j=1}^m a_{ij}^2 \quad (2.16)$$

Aus (2.15) und (2.16) folgt bei Berücksichtigung von Gleichung (2.12):

$$s_i^2 = \sum_{j=1}^m a_{ij}^2 \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (2.17)$$

oder (2.17) ausführlich geschrieben:

$$s_i^2 = a_{i1}^2 + a_{i2}^2 + \dots + a_{im}^2 \quad (2.18)$$

Gleichung (2.18) zeigt die Aufteilung der normierten Varianz der i. Variablen auf die Faktorenloadungen. Aus den Gleichungen (2.16) und (2.18) folgt, daß die Glieder der Hauptdiagonalen der Korrelationsmatrix R festlegen, welche Teilbeträge der normierten Varianz der i. Variablen durch die gemeinsamen Faktoren ausgeschöpft werden. Im allgemeinen ist die Zahl o der gemeinsamen Faktoren kleiner als die Zahl der Variablen m.

$$o < m$$

Nach Gleichung (2.18) ist die Varianz aber die Summe über m Faktoren. Bei nur o Faktoren mit $o < m$ gilt:

$$\sum_{j=1}^o a_{ij}^2 < s_i^2 \quad (2.18a)$$

Dies bedeutet, die Varianz einer Variablen kann nicht mehr vollständig auf die o Faktoren aufgeteilt werden.

Die Einheitsvarianz s_i^2 wird damit aufgespalten in die Varianzen h_i^2 der gemeinsamen Faktoren und die der Einzelfaktoren:

$$s_i^2 = h_i^2 + u_i^2 = 1 \quad (2.19)$$

$$h_i^2 = a_{ij}^2 = a_{i1}^2 + a_{i2}^2 + \dots + a_{io}^2 \quad (2.20)$$

o: Anzahl der gemeinsamen Faktoren

h_i^2 : wird die Kommunalität der i-ten Variablen genannt.

Ist die Zahl der Faktoren kleiner als die Variablenzahl - und dies strebt man ja an - dann gilt auf jeden Fall nach Gleichung (2.18a) bzw. (2.19):

$$h_i^2 < 1 \quad (2.21)$$

Die Elemente der Hauptdiagonalen der Korrelationsmatrix R müssen deshalb kleiner als "1" sein.

$$r_{ii} < 1$$

Ist dagegen $r_{ii} = h_i^2 = 1$, so wird man als Lösung des Faktorenmodells nur gemeinsame Faktoren finden, denn die Zahl der Faktoren ist mit der Kommunalität

h_i^2 sehr eng verknüpft (HARMAN, 1960).

Bei Kenntnis der Faktorenzahl könnten die Kommunalitäten h_i^2 direkt aus den Korrelationskoeffizienten r_{ik} berechnet werden.

Das Problem ist aber, daß bei Beginn der Faktorenanalyse weder die Zahl der Faktoren noch die Kommunalitäten bekannt sind. Auf das Verfahren zur Abschätzung der Kommunalitäten wird später genauer eingegangen.

Die Elemente ($r_{ii} = 1$) der Hauptdiagonalen der Matrix R werden durch die geschätzten Kommunalitäten h_i^2 ersetzt, und die neu entstandene Matrix R_h anstelle von R in Gleichung (2.11) eingeführt.

$$R_h = A A' \quad (2.22)$$

In der vorliegenden Arbeit erfolgt die Abschätzung der Kommunalitäten vor Durchführung der Faktorenanalyse. Folglich wird immer von der Matrix R_h ausgegangen.

$$R_h = \begin{pmatrix} h_1^2 & r_{12} & \dots & r_{1m} \\ r_{21} & h_2^2 & \dots & r_{2m} \\ & & \dots & \\ r_{m1} & r_{m2} & \dots & h_m^2 \end{pmatrix}$$

r_{ij} : Korrelationskoeffizienten

h_i^2 : Kommunalität der i. Variablen

m: Anzahl der Variablen

2.1.5 Die Hauptkomponentenmethode

Um die Faktorenladung bestimmen zu können: muß die Matrixgleichung (2.22) bzw. (2.11) gelöst werden.

Dazu ist es notwendig, noch eine weitere Restriktion einzuführen: Die Ladungen des 1. Faktors sollen so gewählt werden, daß die Summe der Quadrate der Ladungen einen maximalen Anteil an der Gesamtvarianz erreicht, die des 2. Faktors einen maximalen Anteil der Restvarianz usw.

$$S_1 = \sum_{i=1}^m a_{i1}^2 \Rightarrow \text{Max} \quad (2.23)$$

Dabei gelten die Bedingungen:

$$r_{ik} = \sum_{j=1}^o a_{ij} a_{kj} \quad (2.24)$$

(i, k = 1, 2, ..., m) und i k und

$$r_{ii} = h_i^2 \quad (2.25)$$

Das Problem kann man folgendermaßen formulieren: Es muß das Maximum einer Funktion, deren Veränderlichen durch Nebenbedingungen miteinander verknüpft sind, gefunden werden. Diese Aufgabe ist durch das Verfahren der Lagrangeischen Multiplikatoren (u.a. SMIRNOW, 1959) zu lösen. Die Durchführung ist z.B. bei RALSTON/WILF (1972) beschrieben und die Bestimmung der Faktorenladungen auf das klassische Eigenwertproblem der Mathematik:

$$R_h \vec{\alpha}_l = \lambda_l \vec{\alpha}_l \quad (2.26)$$

zurückgeführt. λ_1 ist ein Eigenwert der Eigenwert der Matrix R_h und $\vec{\alpha}_1$ der dazu gehörende Eigenvektor.

Die zu maximierende Größe S_1 aus Gleichung (2.23) ist gleich dem größten Eigenwert. Sei z.B. λ_1 der größte Eigenvektor und α_{i1} die Elemente des Eigenvektors $\vec{\alpha}_1$, so errechnen sich die Ladungen a_{i1} des 1. Faktors nach folgender Formel:

2.1.6 Geometrische Veranschaulichung

$$a_{i1} = \alpha_{i1} \frac{\sqrt{\lambda_1}}{\sqrt{\sum_{l=1}^m \alpha_{il}^2}} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2.27)$$

Die Ladungen des 1. Faktors sind den Komponenten des Eigenvektors proportional, der zum größten Eigenwert gehört.

Nun muß ein zweiter Faktor F_2 bestimmt werden, dessen Ladungen ein Maximum der restlichen Kommunalität ausschöpfen. Dies könnte nach dem angeführten Verfahren geschehen, wobei anstelle von R_h die Matrix R_1^+ mit den Residualkorrelationen verwendet wird:

$$R_1^+ = R_h - \vec{a}_1 \vec{a}_1' \quad (2.28)$$

$\vec{a}_1$ ist dabei der Vektor des 1. Faktors mit den Komponenten $(a_{11}, a_{21}, a_{31}, \dots, a_{m1})$. $\vec{a}_1$ ist der transponierte Vektor.

Die nochmalige Anwendung ist aber nicht notwendig, denn es kann nachgewiesen werden, daß der größte Eigenwert der Matrix R_1^+ dem zweitgrößten Eigenwert der Matrix R_h entspricht (RALSTON/WILF, 1972) (HARMAN, 1960). Wenn man folglich alle Eigenwerte der Matrix R_h bestimmt und sie der Größe nach ordnet, dann lassen sich die gesuchten Faktorenladungen über die jeweils zugehörigen Eigenvektoren berechnen.

Die Zahl der zu extrahierenden Faktoren ist durch mathematische Beziehungen nicht eindeutig festzulegen und muß in der Regel durch andere Überlegungen geschehen.

Die sogenannte Hauptkomponentenmethode verzichtet auf die Abschätzung der Kommunalitäten und verwendet die Korrelationsmatrix R . Sie betrachtet die gesamte Varianz aller Variablen der Ausgangsmatrix als gemeinsame Varianz des Systems. Durch die Bestimmung der Kommunalitäten wird versucht, vor Durchführung der Faktorenanalyse die gemeinsame Varianz aller Variablen abzuschätzen.

Bei den meteorologischen Problemen ist es bestimmt sehr selten, daß die verwendeten Variablen nur gemeinsame Varianz miteinander haben. Die Hauptkomponentenmethode kann für eine Datenreduktion benutzt werden. Dabei ist die physikalische Interpretation der Hauptkomponenten nicht sehr zweckmäßig, da die o.a. Voraussetzung meistens nicht vorliegt. KUTZBACH (1967) und STIDD (1967) haben z.B. empirische Eigenvektoren zu klimatischen Untersuchungen herangezogen.

Eine Ausgangsmatrix aus n Beobachtungsvektoren und m Variablen kann z.B. in einem m -dimensionalen Raum dargestellt werden und ergibt dann eine Punktwolke, die eventuell eine bestimmte geometrische Form hat. Durch die beschriebene Methode wird eine Transformation des zunächst einmal willkürlich festgelegten orthogonalen Koordinatensystems vorgenommen. Das neue Koordinatensystem liegt mit seinem Ursprung im Schwerpunkt der Punktwolke, und seine Achsen sind so angeordnet, daß die Achse λ_1 in die Richtung größter Ausdehnung zeigt. Die weiteren Achsen $\lambda_2, \lambda_3, \dots, \lambda_m$ folgen sukzessive den Richtungen der jeweils nächstgrößten Ausdehnung.

Dieses Koordinatensystem hat in bezug auf die Punktwolke eine ausgezeichnete Lage und, da gefordert wird, daß die Faktoren untereinander nicht korreliert sind, ist es wieder orthogonal. Damit wird aber auch klar, daß von diesem System die Forderung, die neuen Achsen nach den jeweils größten Ausdehnungen der Punktwolke auszurichten, nicht immer erfüllt wird. Wenn aber die Punktwolke eine systematische Form aufweist, dann kann die Dimension des neuen Koordinatensystems kleiner sein als die des ursprünglich vorgegebenen.

Die Längen der neuen Hauptachsen sind proportional zu den Varianzen in Richtung der Achsen. Sinken diese unter eine gewisse Schranke, werden solche Koordinatenachsen nicht weiter benutzt. Je nach Form ist die Punktwolke statt z.B. im fünf-dimensionalen Raum mittels des transformierten Koordinatensystems in einem zwei- oder dreidimensionalen Raum zu beschreiben.

2.1.7 Darstellung von berechneten Faktoren

Das Ergebnis der Rechnung ist zunächst die sogenannte Faktorenmatrix $A = \{a_{ij}\}$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2m} \\ & & a_{ij} & \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mo} \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

a_{ij} ist die Korrelation der i -ten Variablen mit j -ten Faktor. Diese Matrix enthält die in der Ausgangsmatrix Y vorhandenen Informationen in einer reduzierten Form. Zur Unterstützung der Interpretation ist es zweckmäßig, die

Faktorenmatrix in einer geeigneten Weise graphisch darzustellen.

Nach der Beziehung (2.20) sind die Quadrate der Faktorenladungen einer Zeile (bzw. für eine Variable) miteinander verknüpft:

$$h_i^2 = \sum_{j=1}^m a_{ij}^2$$

Außerdem gilt nach Glch. (2.19) und, da die Variablen standardisiert sind,

$$h_i^2 = 1 - u_i^2 \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

u_i^2 ist die Einzelrestvarianz.

Für die graphische Darstellung der Faktoren eignet sich gut die Matrix $A^2 = \{a_{ij}^2\}$

wobei für jede Variable (Zeile) die Kommunalitäten berechnet und mit angegeben werden sollten.

Aus der Matrix A^2 kann die Aufteilung der Einheitsvarianz der Variablen auf die Faktoren gut erkannt werden. Außerdem ist es zweckmäßig, die Varianzanteile eines Faktors in bezug auf die Gesamtkommunalität (in Prozent) zu bestimmen.

Das Ganze wird hier an einem Beispiel erläutert:

Versuch Nr. 39 (jede Faktorenanalyse mit anderen Ausgangsdaten erhält eine Nummer).

Verwendet werden die 31 Tagesmittelwerte der U- und V-Komponente des Windes, der Temperatur (T) und des Dampfdruckes (E) sowie die Tagessumme des Niederschlages (RR) der Station Borkumriff vom Juli 1973. Es ergibt sich die in Tabelle 2.1. zusammengestellte Korrelationsmatrix R_h :

Tab. 2.1 Korrelationsmatrix R (Variablen siehe Text)

	U	V	T	E	RR
U	(0,56)	-0,26	-0,74	-0,60	0,35
V		(0,33)	0,45	0,26	-0,01
T			(0,85)	0,78	-0,54
E				(0,66)	-0,28
RR					(0,44)

Die Werte in Klammern sind dabei die geschätzten Kommunalitäten (Erläuterung des Verfahrens im Abschnitt 2.2.4).

Aus R_h wurde die in Tabelle 2.2 wieder gegebene Faktorenmatrix A berechnet:

Die Darstellungsweise der Tabelle 2.2 und 2.3 sowie der Abbildung 2.1 gibt einen schnellen Überblick über die Ergebnisse einer Faktorenanalyse.

Bemerkenswert ist, daß der Faktor Nr. 1 mit etwa 50% Anteil an der Kommunalität fast die Hälfte der gemeinsamen Varianz der Variablen erfaßt. Aus der graphischen Darstellung läßt sich erkennen, von welchen Variablen die Faktoren Ladungen erhalten:

- Faktor Nr. 1 von den Variablen U,T,E
- Faktor Nr. 2 von den Variablen R,T,U
- Faktor Nr. 3 von den Variablen V,T

Außerdem sieht man sofort, wie groß der Teil der Gesamtvarianz ist, der als Restvarianz dem Einzelrestfaktor jeder einzelnen Variablen zukommt.

Nach Gleichung 2.19 gilt:

$$s_i^2 = h_i^2 + u_i^2 \quad \text{oder}$$

$$S = H + U \quad \text{mit}$$

$$S = \sum_{i=1}^m s_i^2$$

$$H = \sum_{i=1}^m h_i^2$$

$$5,0 = 3,02 + U$$

$$U = 1,98$$

Von der Gesamtvarianz (5,00) gehen rund 60% (3,02) als gemeinsame Varianz aller Variablen in die Analyse ein.

In Abbildung 2.1 sind die Einzelrestfaktoren nicht angelegt, denn die Kommunalität gibt ja für jede Variable an, welcher Anteil als gemeinsame Varianz überhaupt erfaßt werden kann.

Durch die Darstellung in Abbildung 2.1 wird auch anschaulich, welche Variable mit welchen Faktoren zusammenhängen. Sie erlaubt einen guten Überblick über das Ergebnis der Faktorenanalyse und ist ein Hilfsmittel bei der versuchten physikalischen Interpretation der Faktoren und ihrer Verbindung mit den Variablen.

In unserem Beispiel können die fünf Ausgangsvariablen durch zwei evtl. drei Faktoren beschrieben werden. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird immer, wenn es notwendig erscheint, auf die gezeigte Darstellungsweise oder Teile davon zurückgegriffen.

Tab. 2.2

Faktorenmatrix A

$A = \{a_{ij}\}$			$A^2 = \{a_{ij}^2\}$			h_{ij}^2
-0,61	0,36	-0,26	0,38	0,13	0,07	0,58
0,20	-0,01	0,56	0,04	0,00	0,32	0,36
0,66	-0,53	0,46	0,44	0,29	0,21	0,94
0,74	-0,22	0,27	0,55	0,05	0,07	0,67
-0,22	0,64	0,01	0,05	0,42	0,00	0,47

$$\text{Gesamtvarianz: } S = \sum_{i=1}^m s_i = 5,00$$

$$\text{Gesamtkommunalität: } H = \sum_{i=1}^m h_i^2 = 3,02$$

-Varianzanteil des 1. Faktors:	1,46
bezogen auf die Gesamtvarianz:	29,1% (S)
bezogen auf die Gesamtkommunalität:	48,2% (H)
-Varianzanzahl des 2. Faktors:	0,89
dito	17,8% (S)
dito	29,4% (H)
-Varianzanteil des 3. Faktors:	0,67
dito	13,5% (S)
dito	22,3% (H)

In einer Tabelle zusammengefaßt:

Tab. 2.3

Faktor Nr	Varianz-anteil	% von S	% von H
1	1,46	29,1 %	48,2 %
2	0,89	17,8 %	29,4 %
3	0,67	13,5 %	22,3 %

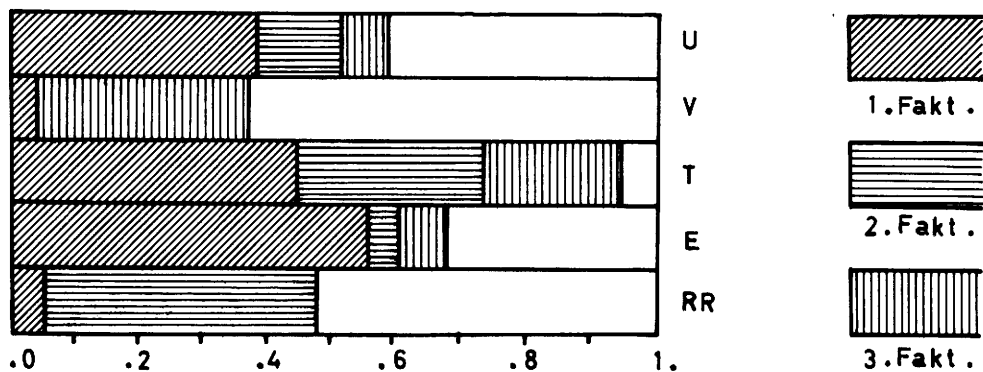


Abb. 2.1 Aufteilung der Einheitsvarianz der Variablen auf die Faktoren (A^2)

2.2 Durchführung der Faktorenanalyse mit einer elektronischen Datenverarbeitungsanlage (EDVA)

2.2.1 Allgemeines

Die Methode der Faktorenanalyse unterliegt nach ihrer Einführung durch SPEARMAN (1904) stets einer Weiterentwicklung. Sie spielt in der Psychologie eine herausragende Rolle und hilft als mathematisches Modell bei der Verdeutlichung von psychologischen Theorien. Lange Zeit litt sie aber unter dem Handicap, daß die Bestimmung der Faktorenladungen in der Praxis über Tischrechenmaschinen sehr umständlich und langwierig war. Man begnügte sich meistens mit Schätzungen wie die der Uni-Faktor-Methode, Two-Faktor-Methode, Bi-Faktor-Methode (siehe u.a. RALSTON/WILF, 1972). Auch die Zentroid-Methode von THURSTONE (RALSTON/WILF, 1972) wird verwendet, wenn keine EDVA zur Verfügung steht.

Die modernen Computer können für die im Abschnitt 2.1.5 aufgezeigte Methode die Eigenwerte und Eigenvektoren schnell berechnen und gewisse notwendige Matrizenmultiplikationen und -inversionen problemlos abwickeln.

Der folgende Abschnitt geht auf das EDV-Programm zur Bestimmung der Faktoren- und Faktorenwertmatrix ein und behandelt die Probleme der Kommunalitätenabschätzung und der Rotation sowie die gewählten Lösungswege.

2.2.2 Berechnung der Faktoren über die Hauptkomponentenmethode

Nach den Erörterungen im Kapitel 2.1.5 enthält die Matrix R bzw. R_h die Ausgangsdaten für die Faktorenanalyse. Das Kommunalitätenproblem wird erst im nächsten Abschnitt näher behandelt und daher im Folgenden zur Darstellung die Matrix R verwendet. Wie in 2.1.5 dargelegt, sind die Eigenwerte und die zugehörigen Eigenvektoren der Matrix R zu berechnen. Die numerische Lösung ist in geschlossener Form nur bei kleinen Matrizen gut möglich, weshalb in der Praxis Iterationsverfahren zur Anwendung kommen. Bereits 1846 veröffentlichte JAKOBI (1846) ein solches Verfahren für reelle symmetrische Matrizen, das v. NEUMANN für elektronische Datenverarbeitung aufbereitet hat.

Die mathematische Ableitung ist in Kapitel 7 (GREENSTEDT, 1972) von RALSTON/WILF (1972) veröffentlicht. Hier wird nur kurz die Methode beschrieben: Gesucht ist eine orthogonale Matrix S , die die reelle und symmetrische Matrix R in eine Diagonalmatrix D transformiert. Die Diagonalelemente von D sind dann die Eigenwerte, und die Matrix S enthält die zugehörigen Eigenvektoren. Durch eine Reihe von "elemen-

teren" Orthogonaltransformationen werden ausgewählte, außerhalb der Diagonalen liegende Elemente der Matrix R zu Null gemacht. Man sucht folglich den Winkel θ der das Koordinatensystem so in eine neue Lage dreht, daß das ausgewählte Element Null wird. Die nacheinander durchgeführten Transformationen sorgen dafür, daß alle außerhalb der Diagonalen stehenden Elemente "Null" werden. Der Jakobi-Iterationsprozeß konvergiert (GREENSTEDT, 1972), aber in der Praxis rechnet das Verfahren nur so lange, bis alle außerhalb der Diagonalen stehenden Elemente der Matrix R kleiner als eine vorgegebene Schranke ϵ sind. ϵ hängt von der Rechengenauigkeit des verwendeten Computers ab. Von Vorteil für die Anwendung auf der EDV ist die Stabilität der Jakobi-Methode gegen Rundungsfehler. Der Computer muß aber die Quadratwurzel möglichst genau berechnen, denn die Orthogonalität der Matrix hängt von der Exaktheit der Berechnung der Beziehung

$$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$$

ab.

Eigenwerte und -vektoren werden nach diesem Verfahren auf einer CD 1700 (10 signifikante Stellen) mit genügender Sicherheit berechnet, wie ein Vergleich mit den Ergebnissen einer IBM 704 (18 Stellen) zeigt.

TEST:

Ausgangsmatrix aus RALSTON/WILF (1972), Kap. 7

$$\begin{pmatrix} 1,00 & 1,00 & 0,50 \\ 1,00 & 1,00 & 0,25 \\ 0,50 & 0,25 & 2,00 \end{pmatrix}$$

Tab. 2.4 berechnete Eigenwerte

Lf Nr.	IBM	CDC
1	2,53652582	2,53653
2	-0,01664729	-0,01664
3	1,48012146	1,48012

Bei den Eigenvektoren sieht das Ergebnis ähnlich gut aus.

Nach Kenntnis der Eigenwerte/-vektoren lassen sich die Faktorenladungen über Gleichung 2.27 berechnen, wobei die gefundenen Eigenwerte vorher der Größe nach zu ordnen sind.

Das Programmsystem zum Berechnen der Faktoren wurde an Hand von Literaturbeispielen geprüft:

1) aus ÜBERLA (1971), Seite 102 - 106.

Gegeben sind zwei mit einer Tischrechen-

maschine bestimmten Faktoren einer Matrix R_h aus 6 Variablen. Das Programm MODEL berechnete auf einer CD 1700 aus dieser Matrix R_h ebenfalls zwei Faktoren. In Tabelle 2.5 sind die Faktorenladungen gegenübergestellt:

Tab. 2.5 Faktorenmatrix nach ÜBERLA und MODEL

Var	nach ÜBERLA		nach MODEL	
	Fak. 1	Fak. 2	Fak. 1	Fak. 2
1	0,8619	-0,2703	0,8619	-0,2703
2	0,7448	-0,3051	0,7448	-0,3051
3	0,6815	-0,1782	0,6816	-0,1782
4	0,3477	0,7246	0,3476	0,7246
5	0,3785	0,5971	0,3785	0,5972
6	0,2339	0,4435	0,2339	0,4434
Eigenwert Nr. 1	2,0809 (ÜBERLA)		2,0810 (MODEL)	
Eigenwert Nr. 2	1,2763 (ÜBERLA)		1,2762 (MODEL)	

Die mit dem Programm MODEL erzielten Ergebnisse stimmen mit den von ÜBERLA (1971) sehr gut überein.

2) aus RALSTON/WILF (1972), Seite 373/374:

In Tab. 2.6 sind die Faktoren einer Matrix R_h , gewonnen auf einer IBM 704, den Ergebnissen des Programms MODEL gegenübergestellt.

Tab. 2.6 Faktorenmatrix nach RALSTON/WILF und MODEL

Var	n. RALSTON/WILF		nach MODEL	
	Fak. 1	Fak. 2	Fak. 1	Fak. 2
1	0,8600	-0,0169	0,8601	-0,0169
2	0,8341	-0,1559	0,8341	-0,1559
3	0,8646	-0,3773	0,8646	-0,3774
4	0,5776	0,3956	0,5775	0,3956
5	0,4950	0,3391	0,4950	0,3391
6	0,3300	0,2261	0,3300	0,2260
Eigenwert Nr. 1	2,87038 (RALSTON/WILF)		2,8704 (MODEL)	
Eigenwert Nr. 2	0,48962 (RALSTON/WILF)		0,4896 (MODEL)	

Der Vergleich zeigt, daß im Programmsystem MODEL keine systematischen Fehler vorhanden sind, und es zur Berechnung von Faktoren verwendet werden kann.

2.2.3 Das Kommunalitätenproblem

Auf die Bedeutung der Kommunalitäten bei der Berechnung der Faktoren wurde schon im Abschnitt 2.1.4 hingewiesen. Die Zahl der Faktoren soll ja kleiner sein als die Variablenzahl. Daraus folgt nach den Gleichungen (2.18a) bzw. (2.19), daß nicht mehr die gesamte normierte Varianz einer Variablen auf die Faktoren verteilt wird. Vor der Bestimmung der Faktorenladungen sollte man folglich die Kommunalitäten berechnen bzw. abschätzen.

Die Anzahl der Faktoren ist aber vor Durchführung der Analyse nicht bekannt, und damit entfällt die Möglichkeit einer Berechnung der Kommunalitäten.

Die Überführung der Korrelationsmatrix R in eine Faktorenmatrix A ist gleichbedeutend mit einer Rangerniedrigung von R (HARMAN (1960)). Die Kommunalität einer Variablen hängt von den übrigen Korrelationskoeffizienten der Matrix R ab, wie dies an einem Beispiel aus HARMAN (1960) deutlich wird:

Gegeben ist die Matrix:

$$R_h = \begin{pmatrix} h_1^2 & r_{12} & r_{13} & r_{14} \\ r_{21} & h_2^2 & r_{23} & r_{24} \\ r_{31} & r_{32} & h_3^2 & r_{34} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} & h_4^2 \end{pmatrix}$$

Diese hat den Rang $\rho = 1$, wenn alle möglichen Unterdeterminanten 2. Grades gleich Null sind, z.B. auch:

$$\begin{vmatrix} h_1^2 & r_{13} \\ r_{21} & r_{23} \end{vmatrix} = 0$$

$$\begin{vmatrix} h_1^2 & r_{14} \\ r_{21} & r_{24} \end{vmatrix} = 0 \quad (2.30)$$

$$\begin{vmatrix} h_1^2 & r_{14} \\ r_{31} & r_{34} \end{vmatrix} = 0$$

oder nach h_1^2 aufgelöst:

$$h_1^2 = \frac{r_{21} \cdot r_{13}}{r_{23}} =$$

$$\frac{r_{21} \cdot r_{14}}{r_{24}} = \quad (2.31)$$

$$\frac{r_{14} \cdot r_{31}}{r_{34}}$$

Die vier Variablen können durch einen Faktor beschrieben werden, wenn man aus (2.31) h_1^2 bestimmt. Für die Kommunalitäten der anderen Variablen gilt Entsprechendes.

Existiert für eine Matrix mehr als ein Faktor, dann können ähnliche Bedingungen abgeleitet werden (siehe u.a. HARMAN (1960)). Bei höherer Variablen- und Faktorenzahl sind die Beziehungen zwischen h_1^2 und den r_{ij} aber nicht mehr praktikabel für eine Berechnung der Kommunalitäten. Aus (2.31) folgt, daß es für h_1^2 immer mehrere Bestimmungsgleichungen gibt, die alle ein anderes Ergebnis für h_1^2 liefern. Liegen sie nicht allzu weit auseinander, ist es möglich, ihren Mittelwert für h_1^2 einzusetzen. Fällt aber ein oder fallen mehrere Ergebnisse heraus, dann ist dies ein Hinweis darauf, daß der gewählte Rang (bzw. die Faktorenzahl) zu niedrig angesetzt war (HARMAN (1960)).

Daher ist es nicht erreichbar, eine Korrelationsmatrix einfach durch Berechnung der Kommunalitäten auf einen beliebig kleinen Rang zu bringen.

Das Kommunalitätenproblem kann man nach HARMAN (1960) so formulieren:

"Bestimme die Kommunalitäten so, daß die Matrix R den kleinsten möglichen Rang bekommt."

Eine Rangerniedrigung ist nur so weit angängig, wie dies ohne zu großen Informationsverlust geschehen kann. Wenn der Rang der reduzierten Korrelationsmatrix ist, dann ist auch die kleinste Anzahl von gemeinsamen Faktoren, um das System darzustellen.

Als Lösungsweg bietet sich an, die einzelnen Kommunalitäten über Gleichungen ähnlich (2.31) zu berechnen. Mit Hilfe statistischer Verfahren (u.a. Standardabweichung) ist dann nachzuprüfen, ob die gefundenen Mittelwerte sinnvoll sind (Ausreißer). Das Verfahren ist bei mehr als zwei Faktoren und höherer Variablenzahl auch im Zeitalter von schnellen

Computer nicht sehr ökonomisch. Die Zahl der Gleichungen steigt mit Zunahme der Variablenzahl stark an. Dabei laufen die Berechnungen auf die Bestimmungen einer großen Zahl von Determinanten hinaus.

Man schätzt deshalb die Kommunalitäten vor jeder Faktorenberechnung nach einfacheren Verfahren ab.

DWYER (1939) hat nachgewiesen, daß es eine untere Grenze für die Kommunalität gibt:

$$c_{i,1,2,\dots,i}^2 \leq h_i^2 \quad (2.33)$$

$$c_{i,1,2,\dots,i}^2$$

ist der multiple Regressionskoeffizient der Variablen i mit den (m-1) restlichen Variablen.

Der multiple Regressionskoeffizient (engl. squared multiple correlation: SMC) repräsentiert die gemeinsame Varianz der Variablen i mit den anderen Variablen der untersuchten Menge. Die SMCs sind folglich eine sehr sinnvolle Größe für die Abschätzung der Kommunalitäten, denn diese sollen dafür sorgen, daß eine minimale Zahl von gemeinsamen Faktoren gefunden wird.

2.2.4 Die Abschätzung der Kommunalitäten

Die verschiedenen Methoden zur Abschätzung sind z.B. in HARMAN (1960) zusammengestellt und kommentiert.

Grundsätzlich lassen sich zwei Arten unterscheiden:

- 1) Verfahren, die für die Abschätzung der Kommunalität einer Variablen nur einige Korrelationskoeffizienten berücksichtigen,
- 2) Verfahren, bei denen die Abschätzung auf allen Korrelationskoeffizienten beruht, in der engl. Literatur "complete approximation" genannt.

Alle Verfahren liefern unterschiedliche Ergebnisse. Für das Programmsystem MODEL wurde eine Methode benutzt, die auf die Beziehung (2.33) zurückgeht und zur Kategorie 2 gehört.

Die für die Abschätzung der Kommunalitäten zu verwendenden SMCs können aus der inversen Korrelationsmatrix R berechnet werden (ÜBERLA (1971)):

$$SMC_i = 1 - \frac{1}{r_{ii}} \quad (2.34)$$

r_{ii} ist das Diagonalelement aus R^{-1} für die i. Variable.

Bei Abschätzung der Kommunalitäten nach Gleichung (2.34) ist es sicher, daß die "wahren" Kommunalitäten nicht kleiner als die geschätzten sind.

HARMAN (1960) hat ein Beispiel mit sehr genau berechneten Kommunalitäten angegeben. Für diese Korrelationsmatrix aus HARMAN hat das Programm MODEL die Kommunalitäten sowie die Faktoren berechnet. Die Ergebnisse sind mit denen von HARMAN in den Tabellen 2.7 bis 2.10 zusammengestellt.

Tab. 2.7 Korrelationsmatrix R ohne Kommunalitäten aus HARMAN (1960), Ka. 5.10, Tab. 5.6, Seite 91

Var	1	2	3	4	5	6
1						
2	0,72					
3	0,75	0,78				
4	0,49	0,42	0,35			
5	0,42	0,36	0,30	0,42		
6	0,28	0,24	0,20	0,28	0,24	

Tab. 2.8 Kommunalitäten
a) berechnet nach HARMAN
b) geschätzt (SMC) über MODEL

Var	a)	b)	Differenz a) - b)
1	0,74	0,66	0,08
2	0,72	0,66	0,06
3	0,89	0,69	0,20
4	0,49	0,32	0,17
5	0,36	0,25	0,11
6	0,16	0,11	0,05

Tab. 2.9 Ladungen des 1. Faktors
a) mit berechneten Kommunalitäten nach HARMAN
b) mit geschätzten Kommunalitäten über SMC (MODEL)

Var	a)	b)	Differenz a) - b)
1	0,860	0,853	0,007
2	0,834	0,833	0,001
3	0,865	0,821	0,044
4	0,577	0,556	0,021
5	0,495	0,486	0,009
6	0,330	0,332	-0,002

Tab. 2.10 Ladungen des 2. Faktors
a) wie oben
b) wie oben

Var	a)	b)	Differenz a) - b)
1	-0,017	-0,024	0,007
2	-0,156	-0,165	0,009
3	-0,377	-0,287	-0,090
4	0,396	0,308	0,088
5	0,339	0,299	0,040
6	0,226	0,233	-0,007

Liegen bei den Kommunalitäten in Tabelle 2.8 die Abweichungen noch in der Größenordnung $2 \cdot 10^{-1}$, so sind die Differenzen bei den Faktorenladungen kleiner als $9 \cdot 10^{-2}$ (siehe Tab. 2.9/10). Die Übereinstimmung der Faktorenladungen ist gut, wenn berücksichtigt wird, daß bei der Berechnung der Eigenwerte/-vektoren, bedingt durch das Verfahren und die Rechengenauigkeit des Computers ebenfalls schon Genauigkeitsfehler vorkommen.

Bei der Durchführung der Faktorenanalyse werden die Kommunalitäten nach dem oben angeführten Verfahren abgeschätzt. Wie schon in den Abschnitten 2.1.4 und 2.2.3 ausführlich erläutert, hängt die Kommunalität mit der Faktorenzahl zusammen. Schätzt man vor einer Faktorenanalyse die Kommunalitäten nicht ab - geht also von R statt von R_h aus - dann ergeben sich bei den letzten Faktoren "unregelmäßige" und nicht interpretierbare Ladungen. Die Kommunalität ist ein Maß dafür, wie gut eine Variable mit den anderen verknüpft ist (gemeinsame Varianz) und bei Verwendung von R wird davon ausgegangen, daß die gesamte Varianz aller Variablen gemeinsame Varianz ist, was aus physikalischer Sicht bestimmt nur selten vorkommt. Die Wirkung der Kommunalitätenabschätzung soll an einem Beispiel verdeutlicht werden. Im Versuch Nr. 10 ist eine Korrelationsmatrix R mit folgendem Aufbau vorgegeben:

Tab. 2.11 Korrelationsmatrix

	U	V	T	E	RR
U					
V	0,15				
T	0,90	0,15			
E	0,15	0,15	0,15		
RR	0,15	0,15	0,15	0,15	

Die Variablen 1 und 3 sind hoch miteinander

der korreliert, alle anderen Variablen aber kaum ($r_{ij} = 0,15$).

Die in der Korrelationsmatrix vorhandene hohe Korrelations zwischen den Variablen U und T wird durch den 1. Faktor repräsentiert andere Faktoren sind praktisch nicht vorhanden.

Dieses Beispiel illustriert die Bedeutung der Kommunalitäten, denn sie sorgen dafür,

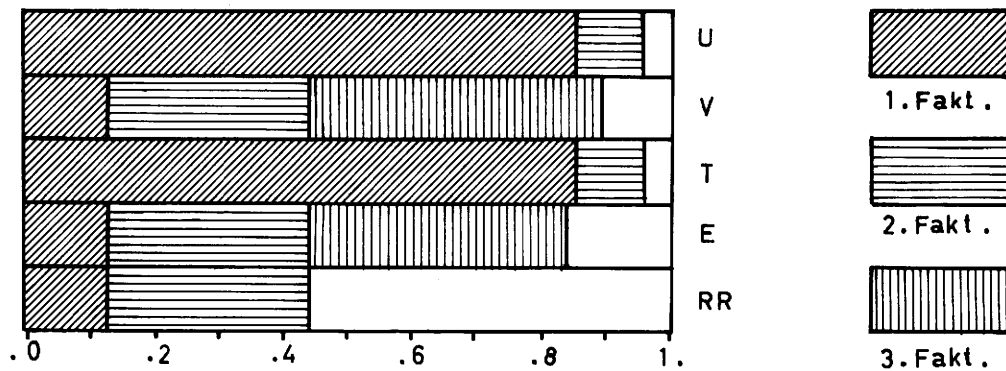


Abb. 2.2 Aufteilung der Einheitsvarianz der Variablen auf die Faktoren.
Versuch Nr. 10 ohne Abschätzung der Kommunalitäten

Im 1. Faktor werden zwar die in der Matrix R vorhandenen Strukturen wiedergegeben, aber die weiteren Faktoren sind nicht mehr zu interpretieren, denn sie sind in der Ausgangsmatrix nicht vorgegeben. Nach Abschätzung der Kommunalitäten vor der Faktorenberechnung ergibt sich folgendes Bild:

daß die Korrelationen der Variablen interpretierbar in das Faktorenmodell eingehen.

2.2.5 Das Rotationsproblem

Die Faktorenmatrix A kann mit dem bisher beschriebenen Verfahren berechnet werden. Nun erhebt sich die Frage: ist A die einzig mögliche Lösung? A ist mit der

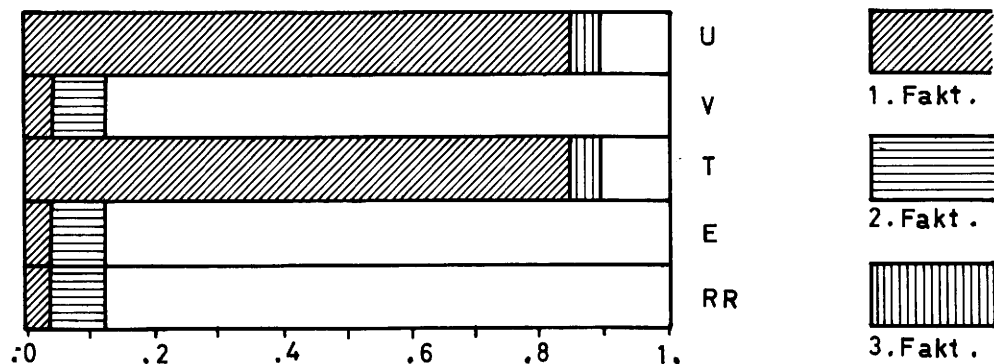


Abb. 2.3 Aufteilung der Einheitsvarianz der Variablen auf die Faktoren
Versuch Nr. 10 mit abgeschätzten Kommunalitäten

Korrelationsmatrix R_h über die Gleichung (2.22) verbunden

$$R_h = AA'$$

A' : transponierte Matrix von A .

Es gibt dann unendlich viele A' , die sich durch Transformationen T in A überführen lassen:

$$A' = AT \quad (2.35)$$

mit

$$R_h = AA' = A'A' \quad (2.36)$$

Damit kann das Rotationsproblem folgendermaßen formuliert werden:

Gesucht ist eine Transformation T , die A in A' so überführt, so daß A' gewisse Bedingungen erfüllt.

Das Problem läßt sich nicht ohne weiteres analytisch lösen, denn in Gleichung (2.35) ist nur A bekannt und über A' gibt es gewisse Vorstellungen.

Beispiel: Gegeben ist eine Matrix A aus 2 Faktoren. Man kann A dann in einem ebenen, orthogonalen Koordinatensystem darstellen, wobei die Achsen den Faktoren F_1 und F_2 entsprechen (Faktorenräume genannt).

P_1 hat im ursprünglichen Koordinatensystem F_1F_2 die Koordinaten (a_1, a_2) und im neuen Koordinatensystem $F_1'F_2'$ die Koordinaten (a_1', a_2') . ϑ ist der Drehwinkel.

Das neue Koordinatensystem zeichnet sich gegenüber dem alten System dadurch aus, daß die Summe der Quadrate der Abstände der Punkte zu den Koordinatenachsen jeweils zu ein Minimum wird. Das rotierte Koordinatensystem ist im gezeichneten Falle wieder orthogonal. In vielen Konstellationen der Punktwolken wird es nicht möglich sein, mit orthogonalen Achsen die obige Forderung hinreichend gut zu erfüllen. Bei schiefwinkligen Lösungen sind die Faktoren miteinander korreliert, und es gilt dann nicht mehr die Gleichung (2.11), sondern (2.10).

Die Faktorenladungen repräsentieren im schiefwinkligen Fall nicht mehr die Korrelationen der Faktoren mit den Variablen, sondern jene sind in der sogenannten Faktorenstrukturmatrix V_{fs} enthalten.

$$V_{fs} = AC \quad (2.37)$$

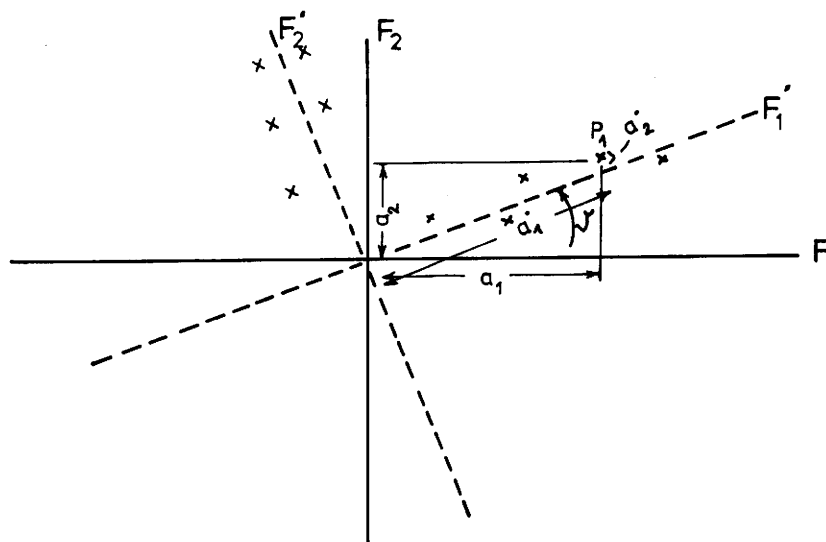


Abb. 2.4 Matrix A (2 Faktoren) in einem orthogonalen Koordinatensystem dargestellt (F_1F_2)
(weitere Bezeichnungen siehe Text)

Tab. 2.12 Test des Unterprogramms VARMAX aus MODEL.
Vergleich mit einer Berechnung von ÜBERLA (1971).
Ausgang: die von ÜBERLA (1971) nach der Haupt-
achsenmethode berechneten Faktorenladungen
(S. 276, Tab. 7.5)

vorgegebene Fak- torenladungen aus Überla		Rotation mit VARIMAX aus ÜBERLA		Rotation mit VARMAX und MODEL	
Fkt. 1	Fkt. 2	Fkt. 1	Fkt. 2	Fkt. 1	Fkt. 2
0,63	0,38	0,74	0,01	0,74	-0,01
-0,69	-0,31	-0,73	0,08	-0,75	0,10
0,64	0,36	0,74	-0,03	0,73	-0,03
-0,64	-0,35	-0,73	0,04	-0,73	0,04
0,60	0,39	0,71	0,02	0,72	0,02
-0,48	0,57	-0,10	0,74	-0,11	0,74
0,41	-0,60	0,03	-0,72	0,03	-0,73
-0,26	0,61	0,10	0,65	0,10	0,66
0,39	-0,53	0,05	-0,66	0,05	-0,66
-0,42	0,59	-0,05	0,73	-0,05	0,72

Tab. 2.13 Test der Faktorenanalyse mit dem Programm MODEL
einschließlich der Rotation.
Ausgang: Korrelationsmatrix aus 10 Variablen
entnommen aus ÜBERLA (1971) S. 276 Tab. 7.6
(siehe Tab. 2.14)

Ergebnisse nach ÜBERLA S. 276, Tab. 7.5		Ergebnisse mit MODEL einschl. Rotation	
Fkt. 1	Fkt. 2	Fkt. 1	Fkt. 2
0,74	-0,01	0,72	-0,01
-0,73	0,08	-0,71	0,07
0,74	-0,03	0,72	-0,02
-0,73	0,04	-0,72	0,04
0,71	0,02	0,69	0,01
-0,10	0,74	-0,10	0,73
0,03	-0,72	0,03	-0,71
0,10	0,65	0,09	0,63
0,05	-0,66	0,06	-0,64
-0,05	0,73	-0,05	0,71

A: Faktorenmatrix

C: Korrelationsmatrix (Korr. zwischen den Faktoren)

Wegen der besseren analytischen Behandlung wird die Rotation in vielen Faktorenanalysen mit orthogonalen Koordinatensystemen durchgeführt, wenn sie auch nicht immer die bestmögliche Lösung ergeben.

Das neue gesuchte Koordinatensystem ist dadurch gekennzeichnet, daß seine Achsen durch den Schwerpunkt des Punktschwarms geht und die Faktoren andere Ladungen haben, die entweder sehr hoch sind oder nahe Null liegen (siehe z.B. a_2^* in Abb.

2.4.). Über das "nahe Null" stellen ÜBERLA (1971) und BARGMANN (1954, 1955) fest: Faktorenladungen kleiner 0,10 liegen in einer Hyperebene. Mit dieser Definition ist auch der im Abschnitt 2.2.10 näher behandelte Fehler einer Faktorenladung angesprochen worden.

2.2.6 Die Durchführung der Rotation

Von der Anschauung her bietet sich für die Durchführung der Rotation ein graphisches Verfahren an. Die neue Lage des Koordinatensystems wird dabei per Augenmaß festgelegt und der Drehwinkel bestimmt. Damit ist die Transformationsmatrix bekannt.

Wenn aber mehr als zwei Faktoren vorhanden sind, muß in einem iterativen Verfahren in jeweils einer Ebene gedreht und die Transformationsmatrix zusammengesetzt werden. Das ROTOPLLOT Programm nach CATTEL (siehe u.a. ÜBERLA, 1971) führt das Zeichnen und die Matrizenmultiplikation mittels Computer durch, und nach jeder Rotation ist über den Bargmann Test zu prüfen, ob eine optimale Einfachstruktur erreicht wurde. Für die Faktorenanalyse dieser Arbeit wird ein rein analytisches Verfahren verwendet. Diese nach Konstellation des Koordinatensystems orthogonal schiefwinklig benannten Verfahren versuchen ein vorgegebenes Kriterium zu maximieren. Die einzelnen Methoden sind in der Literatur beschrieben (u.a. ÜBERLA (1971) HARMAN (1960)) und ihre Vor- bzw. Nachteile diskutiert.

Hier wird das VARIMAX Kriterium von KAISER (ÜBERLA (1971)) verwendet. Er definiert die Einfachheit eines Faktors über die Varianz der quadrierten Faktorenladungen (Spalten der Faktorenmatrix A). Wenn die Varianz ein Maximum ist, liegen die Ladungen möglichst nahe bei "1" bzw. "0", so daß der Faktor einfach ist und interpretiert werden kann. Bei diesem Verfahren bleibt das Koordinatensystem nach der Rotation orthogonal.

Als Ausgang wird die $(m \times o)$ Faktorenmatrix A verwendet, ihre Ladungen auf die entsprechende Kommunalität normiert und

anschließend über die gesamte Matrix summiert:

$$\sum_{j=1}^o \left[m \sum_{i=1}^m \left(\frac{a_{ij}^2}{h_i^2} \right)^2 - \sum_{i=1}^m \left(\frac{a_{ij}^2}{h_i^2} \right)^2 \right] = \text{Max} \quad (2.38)$$

Als Maßzahl dient, wie oft in der Statistik und auch in der Physik, die Differenz zwischen der Summe des Quadrates und dem Quadrat der Summe.

Das Verfahren liegt als Computerprogramm vor und ist für das Programmsystem MODEL aus IBM Application Program entnommen. MODEL, das die vorher berechnete Faktorenmatrix benutzt und die Rotation durchführt, wurde mit einem Beispiel aus ÜBERLA (1971) getestet. Einmal rotierte MODEL eine im ÜBERLA (1971) angegebene Faktorenmatrix A. Im zweiten Falle berechnete MODEL, von der Korrelationsmatrix R ausgehend, die Faktoren einschließlich Kommunalitätenabschätzung und Rotation. Die Ergebnisse sind mit denen von ÜBERLA (1971) gefundenen in den Tabellen 2.12 und 2.13 gegenübergestellt.

Die Abweichungen liegen in der Größenordnung von 10^{-2} und dürften von der Rechengenauigkeit herrühren. Das Programmsystem MODEL einschließlich des Unterprogramms VARMAX liefert eine Faktorenanalyse mit befriedigenden Ergebnissen.

In der Tabelle 2.12 kann man auch die Wirkung der Rotation auf die nichtrotierte Faktorenmatrix gut erkennen. Die Rotation, die durch eine eindeutige Festlegung des Koordinatensystems für eine Reproduzierbarkeit der Ergebnisse sorgt, läßt die in der Korrelationsmatrix (siehe Tabelle 2.14) enthaltenen Strukturen in der rotierten Faktorenmatrix klar hervortreten:

- die ersten fünf Variablen sind mit dem Faktor Nr. 1 hoch korreliert, während die Variablen Nr. 6 bis 10 den zweiten Faktor laden.

Diese Tatsache war in den Ladungen der unrotierten Faktorenmatrix (siehe Tabelle 2.12, Spalte 1 und 2) nur undeutlich zu erkennen.

Tab. 2.14 Korrelationsmatrix zwischen 10 Variablen
(aus ÜBERLA, 1971, S. 276, Tab. 7.6).

Var	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1										
2	-0.53									
3	0.56	-0.55								
4	-0.53	0.52	-0.50							
5	0.48	-0.51	0.51	-0.55						
6	-0.13	0.12	-0.16	0.06	-0.03					
7	0.09	0.05	-0.00	-0.08	-0.01	-0.54				
8	0.11	0.00	0.05	-0.08	0.02	0.50	-0.42			
9	0.02	-0.12	0.01	-0.12	0.02	-0.44	-0.48	-0.45		
10	0.00	0.08	-0.07	0.07	-0.02	0.57	-0.54	0.42	-0.45	

In dieser Korrelationsmatrix sind die Variablen Nr. 1 bis 5 gut miteinander korreliert, und die Variablen Nr. 6 bis 10 bilden ebenfalls eine Gruppe mit hohen Korrelationskoeffizienten.

2.2.7 Die Anzahl der Faktoren

In den Abschnitten 2.1.4 und 2.2.3 wurde auf die Bedeutung der Anzahl der Faktoren hingewiesen. Diese Faktorenzahl soll kleiner sein als die Anzahl m der Variablen in der Ausgangsmatrix. Die Zahl der Faktoren ist zu Beginn der Analyse noch nicht bekannt. Sie muß über irgend ein Kriterium abgeschätzt werden. Nach Gleichung (2.32) gilt.

$$o < \frac{m}{2}$$

Diese Beziehung hat sich als erste Näherung zur Abschätzung der Faktorenanzahl gut bewährt (ÜBERLA, 1971). Die amerikanischen Autoren CHRISTENSEN/BRYSON (1966) und auch ROPPERT (1965) schlagen vor, nur Faktoren zu verwenden, deren Eigenwerte $\lambda_i \geq 1$ sind. Dabei werden

die Eigenwerte aus der Matrix R bestimmt, die "1" in der Hauptdiagonalen enthält. Dieses Kriterium hat keinen mathematischen Hintergrund, sondern stammt aus der Praxis. Der von einem Faktor erfaßte Anteil an der Gesamtkommunalität ist ein gutes Maß für seine weitere Verwendbarkeit, weshalb er immer mit berechnet und bei der Darstellung der Ergebnisse mit angegeben wird (siehe Abschnitt 2.1.7).

2.2.8 Die Faktorenwertmatrix

Nach Gleichung 2.6 lautet der Modellansatz:

$$Z = A P$$

Die Matrizen Z und A sind bekannt und damit könnte P aus

$$P = A^{-1} Z \quad (2.39)$$

bestimmt werden.

Dieser Weg kann nicht eingeschlagen werden, denn die Faktorenmatrix $A = \{a_{ij}\}$ ($i = 1, 2 \dots m$), ($j = 1, 2 \dots o$) ist mit $m > o$ nicht quadratisch. Weil ja die Zahl der Faktoren immer kleiner sein soll als die der Variablen, existiert A^{-1} folglich nicht. P muß über ein Schätzverfahren berechnet werden.

In der Faktorenanalyse gibt es zwei Matrizen A und P . Die Elemente von A sind die Korrelationen der Variablen mit den einzelnen Faktoren, d.h., diese Matrix beinhaltet die Beziehungen der Variablen untereinander. Die Faktorenwertmatrix P dagegen enthält die Zusammenhänge der Faktoren mit den Beobachtungsvektoren. P ist eine ($o \times n$) Matrix für die o Faktoren und die n Beobachtungsvektoren. Enthielt die Ausgangsmatrix $m \times n$ Elemente, so wurde sie unter möglichst geringem Verlust an Information auf die Matrix P mit $o \times n$ Elemente reduziert ($o < m$). Dabei können im Datenmaterial vorhandene Strukturen hervortreten und physikalische Zusammenhänge erkannt werden. Welche der beiden Matrizen A oder P für eine Interpretation, bzw. Untersuchung der Abhängigkeit der Variablen verwendet wird, hängt vom Problem oder der Zielsetzung ab.

2.2.9 Die Abschätzung der Faktorenwerte

Die multiple Regressionsrechnung wird für die Abschätzung der Faktorenwerte benutzt. Ihre mathematische Bedeutung und Darstellung ist in der Literatur eingehend behandelt (u.a. ÜBERLA (1971); WEBER (1965)). ÜBERLA (1971) hat auf die enge Verbindung von Faktorenanalyse und multipler Regression hingewiesen.

Hier die grundlegende Idee der Regressionsrechnung: Gesucht ist die statistische Gesetzmäßigkeit eines Zusammenhangs mehrerer Variablen mit einer sogenannten Zielgröße. Sowohl von den Variablen als auch von der Zielgröße liegen Meßwerte vor.

Beispiel: Der Einfluß der Variablen: Niederschlag, Strahlung, Temperatur und Bodenfeuchte auf die Zielgröße: Wachstum einer Pflanze soll untersucht werden. Alle Größen werden über einen bestimmten Zeitraum gemessen.

Die Regressionsrechnung beschreibt die Abhängigkeit der Zielgröße - Wachstum - von den anderen Variablen mit Hilfe des Regressionsvektors. Die Berechnung verknüpft die Korrelationsmatrix der unabhängigen Variablen und den Spaltenvektor der Korrelationen der Zielgröße mit den Ausgangsvariablen. Der entsprechende Ansatz lautet:

$$R \vec{\beta} = \vec{v} \quad (2.40)$$

R: Korrelationsmatrix der Ausgangsvariablen untereinander

$\vec{\beta}$: Spaltenvektor der geschätzten Regressionskoeffizienten

$\vec{v}$: Spaltenvektor der Korrelationen der Ausgangsvariablen mit der Zielgröße

Der Vektor $\vec{\beta}$ kann aus dem linearen

Gleichungssystem (2.40) bestimmt werden. Sind später nur die Meßwerte der Variablen (Matrix Z) bekannt, so lassen sich die Werte $\hat{p}_0$ der Zielgröße mittels

$$\hat{p}_0 = \vec{\beta}' Z \quad (2.41)$$

berechnen.

Im Gleichungssystem (2.40) sind folglich die physikalischen Gesetzmäßigkeiten, die zwischen den Ausgangsvariablen und der Zielgröße bestehen, in einer mathematischen Form fixiert. Bei der Anwendung des Verfahrens in der Faktorenanalyse muß ein wesentlicher Punkt beachtet werden:

Die multiple Regressionsrechnung geht davon aus, daß die MEßWERTE der Zielgröße vorliegen und berechnet über (2.41) die Regressionskoeffizienten.

Beim faktoranalytischen Ansatz sind die Meßwerte der Zielgröße nicht bekannt. Die Faktoren, auf einem anderen Wege bestimmt, enthalten aber die Korrelationen zwischen den Ausgangsvariablen und den Faktoren (Zielgröße).

Die Spalten der Matrix A entsprechen nacheinander dem Spaltenvektor $\vec{v}$ in (2.40). Man kennt zwar nicht die Meßwerte der Zielgröße, aber über die Faktorenmatrix ihre Korrelationen mit den Ausgangsvariablen. Wird berücksichtigt, daß es mehrere Faktoren gibt, so läßt sich analog Gleichung (2.40) folgende Matrixgleichung ansetzen:

$$R \cdot B = A \quad (2.42)$$

R ist die Korrelationsmatrix der Ausgangsvariablen untereinander

B ist die gesuchte Regressionsmatrix

A ist die Faktorenmatrix. Ihre Spalten enthalten die Korrelationen der Faktoren (Zielgröße) mit den Ausgangsvariablen

Da in (2.42) R und A bekannt sind, kann die Regressionsmatrix B berechnet werden. Dies geschieht im Programmsystem MODEL mit einem von ORDEN (1972) angegebenen direkten Verfahren, das auf GAUß zurückgeht.

Der analoge Ansatz zu Gleichung (2.40) lautet dann:

$$\hat{p} = B' \cdot Z$$

$\hat{p}$ ist eine Schätzung für die gesuchte Faktorenwertmatrix P

B' ist die transponierte Matrix von B

Damit wird auch klar, was die Faktorenwerte darstellen:

Sie sind quasi die "Meßwerte" der "Zielgrößen" (Faktoren). Die physikalische Interpretation kann mit den Faktoren oder mit den Faktorenwerten geschehen. Welche von den beiden Matrizen zu verwenden ist, hängt von der Aufgabenstellung ab und kann nicht allgemein

verbindlich festgelegt werden.

Der Programmteil zur Berechnung der Faktorenwerte ist mit Zahlen aus ÜBERLA (1971) getestet. Die Ergebnisse sind in den Tabellen 2.15 bis 2.17 zusammengestellt.

Tab. 2.15 Vergleich der Regressionskoeffizienten
a) aus ÜBERLA, 1971, S. 276, Tab. 7.5.
und
b) ausgehend von der Korrelationsmatrix
berechnet mit MODEL

Var	Faktor Nr. 1		Faktor Nr. 2	
	ÜBERLA	MODEL	ÜBERLA	MODEL
1	0,24	0,26	0,01	0,02
2	-0,23	-0,22	0,01	0,01
3	0,24	0,23	0,01	0,02
4	-0,23	-0,24	0,00	0,00
5	0,22	0,20	0,02	0,01
6	-0,01	-0,01	0,27	0,28
7	-0,01	-0,01	-0,25	-0,25
8	0,04	0,03	0,21	0,20
9	0,00	0,01	-0,20	-0,20
10	-0,00	0,00	0,26	0,24

Tab. 2.16 Regressionskoeffizienten berechnet mit den
Werten aus ÜBERLA, 1971; S. 248, Tab. 6.3

Var	für Faktor Nr. 1		für Faktor Nr. 2	
	ÜBERLA	MODEL	ÜBERLA	MODEL
1	0.6055	0.6055	-0,0698	-0,0700
2	0.2717	0.2716	0.0509	0.0509
3	0.1677	0,1677	-0,0086	-0,0086
4	-0,0201	-0.0207	0.5546	0.5545
5	-0,0343	-0,0330	0.4356	0,3358
6	-0,0192	-0.0194	0.1617	0.1616

Tab. 2.17 Faktorenwerte berechnet mit Werten aus ÜBERLA (1971), S. 24R; Tab. 6.3

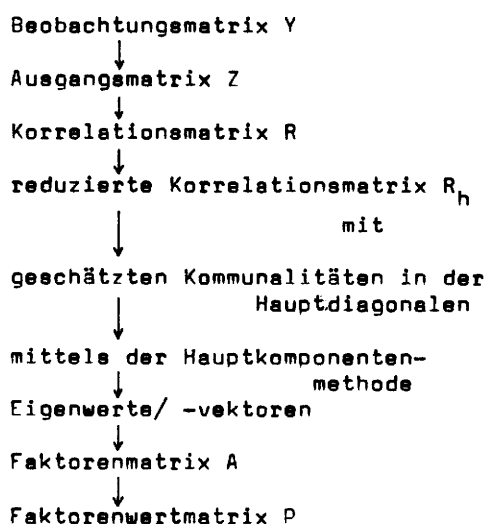
Var	Faktor Nr. 1		Faktor Nr. 2	
	ÜBERLA	MODEL	ÜBERLA	MODEL
1	0.07	0.04	0,82	0,75
2	-0.87	-0.87	-0,05	-0,04
3	0,00	0,00	0,00	0,00
4	-0,07	-0,04	-0,82	-0,75
5	-1,75	-1,75	-0,10	0,08
6	0,79	0,82	-0,70	-0,64
7	0,00	0,00	0,00	0,00
8	0,15	0,08	1,65	1,51
9	0,00	0,00	0,00	0,00
10	1,75	1,75	0,10	0,08

Im Rahmen der Rechengenauigkeit ist die Übereinstimmung befriedigend. Das Programmsystem MODEL kann folglich verwendet werden, um eine Faktorenanalyse, beginnend mit der Korrelationsmatrix R bis zur Berechnung der Faktorenwertmatrix P, durchzuführen.

Der Ablauf geschieht nach folgendem

Schema:

Aufbauplan zur Faktorenberechnung



2.2.10 Fehlerbetrachtungen

Bei der Berechnung der Faktorenladungen bewegt man sich vorwiegend in den Bahnen der klassischen Algebra; d.h., die in der Matrix R enthaltenen Stichprobenfehler der Korrelationskoeffizienten werden nicht

berücksichtigt. Die Ausgangsdaten sind aber Meßwerte und damit mit Fehlern behaftet. Diese Meßfehler machen die Faktorenladungen zu stochastischen Variablen. ROBERT/FISCHER (1965) sind der Frage nachgegangen, inwieweit die Ergebnisse der Faktorenanalyse von den vorhandenen Meßfehlern beeinflusst werden. Die Untersuchung zeigt, daß die Fehler in den Daten die Ladung der Faktoren verkleinern, ohne aber ihre Relationen untereinander zu verlängern. Selbst bei einer sehr hohen Fehlerüberlagerung (90% Fehlerstreuung bei allen Variablen) werden die wesentlichen Eigenschaften der Struktur noch wiedergegeben.

Es erhebt sich aber die Frage, wie weit sind die Faktorenladungen signifikant? Bis heute gibt es noch kein eindeutiges und allgemein anerkanntes Verfahren, um die Signifikanz von Faktoren zu prüfen (ÜBERLA (1971)), denn das Transformationsverfahren betrachtet die Ladungen als feste Größe statt als Schätzungen. Eine Hilfe ist es, bei der Interpretation nur die jeweils höchsten Ladungen zu verwenden. Was heißt aber "höchsten" Ladungen? In der Ausgangsmatrix R können für die Korrelationskoeffizienten sogenannte Signifikanzschwellen in Abhängigkeit von der Zahl der Fälle berechnet werden. Dies ist für die Faktorenladungen nicht möglich. BARGMANN (1955) gibt eine untere Schranke an, aber diese gilt nur für schiefwinklige Rotation. Bei Durchführung der Rotation mit einem orthogonalen Koordinatensystem wird eine für das Verfahren bestmögliche Lage erreicht. Das bedeutet: auch die nochmalige Anwendung einer orthogonalen Rotation auf eine schon orthogonal rotierte Faktorenmatrix

führt zu keinem neuen Ergebnis. Mit Veränderung des Winkels für die Koordinatenachsen (schiefwinklige Rotation) tritt evtl. eine optimalere Lage der Achsen ein. Dieses iterative Verfahren benötigt die von BARGMANN (1955) angegebenen Grenzen für die Faktorenladungen und die Zahl der sogenannten Nullladungen. In der vorliegenden Arbeit wird eine orthogonale Rotation durchgeführt. Es muß aber aufgrund von bekannten meteorologischen Zusammenhängen versucht werden, die Faktoren und ihre Ladungen zu beurteilen und zu werten. Ein Anhaltspunkt dürfte dabei die Signifikanzgrenze der Korrelationskoeffizienten sein, die bei der hier vorgegebenen Anzahl der Fälle bei

$$|k_r \text{ (krit)}| = 0.25 \text{ liegt.}$$

Faktorenladungen unter 0,25 werden, wenn es notwendig ist, nicht mehr als signifikant angesehen.

3. KLIMA DEUTSCHLANDS

3.1. Datenmaterial

Als Ausgangsmaterial für die Faktorenanalyse stehen die Klimaelemente zur Verfügung, die in einem dreidimensionalen Schema angeordnet sind:

$$\{e_{tij}\}.$$

e_{tij} : Meßwert des Klimaelementes i zum Zeitpunkt t , am Ort j .

Die geplante Untersuchung soll sich auf das Klima der Bundesrepublik Deutschland beschränken, womit die Auswahl der Beobachtungsorte auf dieses Gebiet festgelegt ist.

Diese Matrix $\{e_{tij}\}$ enthält die gesamte Information über die nicht meßbare Größe "Klima", wenn auch in einer sehr unübersichtlichen Form. Durch die Anwendung verschiedener statistischer Verfahren wird versucht, die große Datenmenge zu verkleinern und die vorhandenen Zusammenhänge in anderer Form darzustellen. Sehr bekannt sind die Mittelwerte einzelner Elemente für ausgewählte Meßorte über bestimmte Zeitabschnitte. Die Mittelwertbildung ist mit einem erheblichen Informationsverlust verbunden, besonders, wenn lange Zeiträume zu Grunde gelegt werden. Außerdem erfassen sie - da Kovarianzrechnungen fehlen - die stochastischen Abhängigkeiten der Klimaelemente überhaupt nicht.

Mit der Faktorenanalyse, die ein sogenanntes multivariates Analyseverfahren ist, steht ein Mittel zu Verfügung, über die

Kovarianzen die klimatischen Zusammenhänge der Klimaelemente zu untersuchen und zu beschreiben.

Die Ausgangsmatrix für eine Faktorenanalyse ist immer zweidimensional, und das eingangs vorgestellte Schema muß folglich in zweidimensionale Matrizen aufgelöst werden, was durch die Beschränkung auf zunächst einen Ort ($j = \text{constant}$) geschieht. Die zu untersuchende Matrix hat jetzt die Form $\{e_{ti}\}$ und enthält die Klimaelemente eines Ortes in ihrer zeitlichen Folge. Ihre Zahl wird in dieser Arbeit aus zwei Gründen auf fünf beschränkt:

- 1) Die Ergebnisse sollten für eine Interpretation übersichtlich bleiben und
- 2) die relativ kleine Kapazität des verwendeten Computers zwang für alle drei Komponenten: Zeitraum, Zahl der Stationen und Zahl der Klimaelemente zu Kompromissen.

Im Abschnitt 3.3.3 wird darauf noch näher eingegangen.

Neben den schon in vielen klimatologischen Arbeiten (u.a. BAHRENBURG/GIESE (1974); KOPROVA/MULKEVICH (1965); MC BOYLE (1972); OLBERG/SCHÖNERMARK (1977); STELLMACHER (1971)) verwendeten Elementen:

- Lufttemperatur ($^{\circ}\text{C}$) (in der Hütte gemessen)
- Dampfdruck (mb)
- Niederschlag (mm)

werden die für unser Klima wichtigen

- Komponenten des Windes (kn)

hinzugenommen, berechnet in einem meteorologisch-orientierten Koordinatensystem. Der Niederschlag ist nur als Tagessumme vorhanden, und deswegen wurden aus den alle drei Stunden vorliegenden synoptischen Beobachtungen für die anderen vier Klimaelemente Tagesmittelwerte berechnet.

Für die geplante Analyse bilden jeweils die Tagesmittelwerte bzw. die Tagessumme dieser fünf Elemente

- U - Komponente U
- V - Komponente des Bodenwindes V
- Lufttemperatur (Hütte) T
- Dampfdruck E
- Niederschlagsmenge RR

den im Abschnitt 2.1.1 definierten Beobachtungsvektor.

Während bei vielen Autoren (siehe z.B. oben) langjährige Monatsmittel der Klimaelemente als Ausgangsmaterial für die Faktorenanalyse benutzt wurden, ist im vorliegenden Fall auf eine weitergehende Mittelbildung bewußt verzichtet worden.

3.2 Statistik der einzelnen Klimaelemente, monatsweise

3.2.1 Jahresgang

Vor einer Faktorenanalyse der Zeitreihen von Beobachtungsvektoren sollen die beteiligten Klimaelemente mittels herkömmlicher statistischer Verfahren (Mittelwerte, Häufigkeitsverteilungen u.a.) kurz

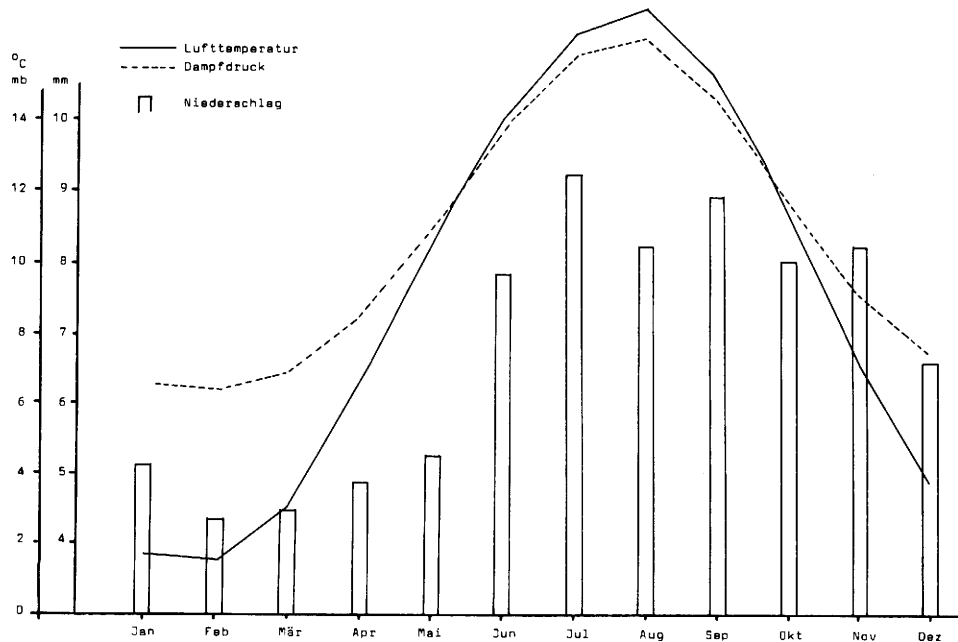


Abb. 3.1 Monatsmittelwerte für Lufttemperatur und Dampfdruck. 95% Summenhäufigkeitswert der monatlichen Häufigkeitsverteilung des Niederschlages. FS Elbe 1 (1950-1972)

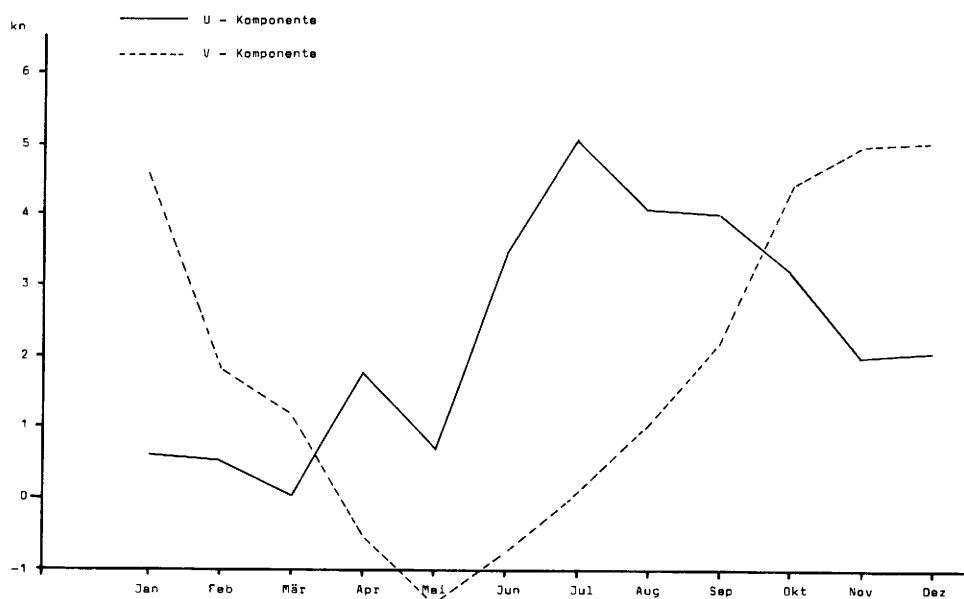


Abb. 3.2 Monatsmittelwerte der U- und V-Komponenten des Bodenvindes. Station FS Elbe 1 (1950-1972)

untersucht werden. Man erhält dann einen guten Einblick in das verwendete Datenmaterial und kann die so gewonnenen Erkenntnisse bei den weiteren Untersuchungen verwenden.

In den Abbildungen 3.1 und 3.2 sind für das Feuerschiff Elbe 1 die Monatsmittel (aus den Tagesmittelwerten 1939 - 1970 berechnet) von U, V, T und E sowie der jeweilige 95% Summenwert aus der monatlichen Häufigkeitsverteilung der Tagessumme des Niederschlages eingetragen. Der erwähnte Jahresgang, für meteorologische Elemente an deutschen Stationen typisch (u.a. HEYER, (1963)), ist deutlich zu erkennen. Das Minimum des Niederschlages z.B. liegt in den Monaten Februar/März, wie das DAMMANN (1950) für norddeutsche Küstenstationen beschreibt.

Wenn durch eine Faktorenanalyse ein Zusammenhang der Klimaelemente deutlich gemacht werden soll, muß dies für die einzelnen Monate getrennt geschehen. Es wird dann ein hinreichend kurzer Zeitraum betrachtet, so daß die Variationen der Elemente, bedingt durch den Jahresgang, kleiner als die witterungsbedingten Variationen sind.

3.2.2 Häufigkeitsverteilung

Für die statistische Beschreibung von Merkmalen, die einem stochastischen Prozeß entstammen, sind Häufigkeitsverteilungen (Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen) gut geeignet. Sie allein genügen vom Standpunkt der Klimatologie aus gesehen nicht, es müssen auch die Untersuchungen über die Andauerzeiten (Erhaltungseigungen) hinzukommen, die jedoch nicht Gegenstand der Arbeit sind.

Besonders graphische Darstellungen der gewonnenen empirischen Häufigkeitsverteilungen ergeben einen schnellen Überblick über das Verhalten der stochastischen Veränderlichen.

In den Abb. 3.3 a - f (siehe Anhang) sind relative Summenhäufigkeiten der fünf o.a. Elemente im Gaußschen Wahrscheinlichkeitsnetz eingezeichnet. Als Beispiel werden die Werte der Stationen München, Trier und List aus den Monaten Januar und September verwendet. Einige Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen von Temperatur (T), Feuchte (E) sowie von U- und V-Komponente des Windes können durch Normalverteilungen beschrieben werden. Andere weichen aber erheblich von der Normalform ab, wobei eine Systematik nicht zu erkennen ist. Der Niederschlag hingegen kann überhaupt nicht als normal verteilt bezeichnet werden, was schon dadurch zum Ausdruck kommt, daß in der kleinsten Klasse (0 - 0,4) mehr als 50% aller Fälle liegen.

Bei der Auswahl des Verfahrens für die Abschätzung der Korrelationskoeffizienten ist diese Tatsache zu beachten. In den Darstellungen werden aber auch die Unterschiede der Häufigkeitsverteilungen der einzelnen Stationen deutlich.

In den Abb. 3.4 a - c (siehe Anhang) sind vom Feuerschiff (FS) Elbe 1 Summenhäufigkeiten für verschiedene Monate der U-Komponente, der Lufttemperatur und des Niederschlages aufgetragen. Der Niederschlag ist in keiner Weise normal verteilt, es wird aber deutlich, wie wenig sich die Häufigkeitsverteilungen der U-Komponente in den einzelnen Monaten, besonders in den oberen Geschwindigkeitsklassen, unterscheiden.

3.2.3 Korrelationsmatrix

Die Faktorenanalyse gibt die im Datenkollektiv vorhandenen Strukturen über eine Korrelationsmatrix wieder. Die Korrelationskoeffizienten sind folglich das Bindeglied zwischen den Ausgangsdaten und den Faktoren. Jede Information, die bei der Berechnung der Korrelationsmatrix verloren geht oder nur noch ungenau wiedergegeben wird, kann durch die anschließende Faktorenanalyse nicht mehr ausgeglichen werden.

In der Statistik ist der Korrelationskoeffizient ρ nur für zwei Gaußverteilungen definiert. Folgen die Grundgesamtheiten der Parameter Gaußschen Normalverteilungen, so ist der Korrelationskoeffizient zwischen den Variablen x und y

$$r_{xy} = \frac{s_{xy}}{\sqrt{s_{xx} s_{yy}}} \quad (3.1)$$

mit

$$\begin{aligned} s_{xy} &= \sum_j (x_j - \bar{x})(y_j - \bar{y}) \\ s_{xx} &= \sum_j (x_j - \bar{x})^2, \\ s_{yy} &= \sum_j (y_j - \bar{y})^2 \\ \bar{x} &= \frac{1}{n} \sum_j x_j, \\ \bar{y} &= \frac{1}{n} \sum_j y_j \end{aligned}$$

nach dem bekannten Verfahren berechnet, eine konsistente und biasfreie Schätzung von ρ . (s.u.a. TAUBENHEIM (1969)).

Ist aber die Grundgesamtheit eines Datenkollektives nicht normal verteilt, ergibt diese Berechnung eine schlechte Schätzung des Korrelationskoeffizienten ρ . Die für

die Faktorenanalyse wichtige Matrix R enthält in diesem Falle, durch das Schätzverfahren bedingt, nicht den bestmöglichen Informationsstand.

TAUBENHEIM (1958) hat eine Korrelationskennzahl k_r eingeführt, die auch bei nicht vorhandener Normalverteilung der Grundgesamtheit eine konsistente und biasfreie Schätzung von r und damit dem konventionellen Korrelationskoeffizienten r überlegen ist.

Für ihre Berechnung wird vom sogenannten Quadrantenverhältnis q ausgegangen, das über die Mediane der Variablen bestimmt wird. Hier ist das Verfahren kurz skizziert: Es liegen N Wertepaare (x_i, y_i) , $i = 1, 2 \dots N$ vor. Um die Mediane MX bzw. MY festzulegen, werden die Variablen x_i und y_i getrennt nach ihrer Größe geordnet, so daß eine Rangordnung der N Werte entsteht, z.B. (o.B.d.A.)

$$x_1 < x_2 < x_3 < \dots < x_i < \dots < x_N \quad (3.2)$$

Je nachdem, ob N gerade oder ungerade ist, findet man den Median:

$$MX = x_{\frac{N+1}{2}} \quad (N \text{ ungerade})$$

$$MX = \left(x_{\frac{N}{2}} + x_{\frac{N}{2} + 1} \right) \cdot \frac{1}{2} \quad (N \text{ gerade})$$

Über die Mediane lassen sich die N Wertepaare (x_i, y_i) in vier Klassen einteilen:

$$\begin{aligned} \text{Klasse A} &: x_i < MX \text{ und } y_i > MY \\ \text{Klasse B} &: x_i < MX \text{ und } y_i < MY \\ \text{Klasse C} &: x_i > MX \text{ und } y_i > MY \\ \text{Klasse D} &: x_i > MX \text{ und } y_i < MY \end{aligned} \quad (3.4)$$

In Abbildung 3.5 ist das Verfahren (Vierfeldertafel genannt) graphisch dargestellt. Sind a, b, c, d die Anzahl in den einzelnen Feldern, so gilt wegen der Definition des Medians:

$$(a + b) = (a + c) = (b + d) = (c + d) = \frac{N}{2} \quad (3.5)$$

und

$$a = d \text{ bzw. } b = c \quad (3.6)$$

Aus der Theorie zur Vierfeldertafel leitet sich folgende Formel für den

χ^2 -Test (TAUBENHEIM, 1969a) ab:

$$\chi^2 = \frac{(bc - ad)^2 N}{(a+b)(a+c)(b+d)(c+d)} \quad (3.7)$$

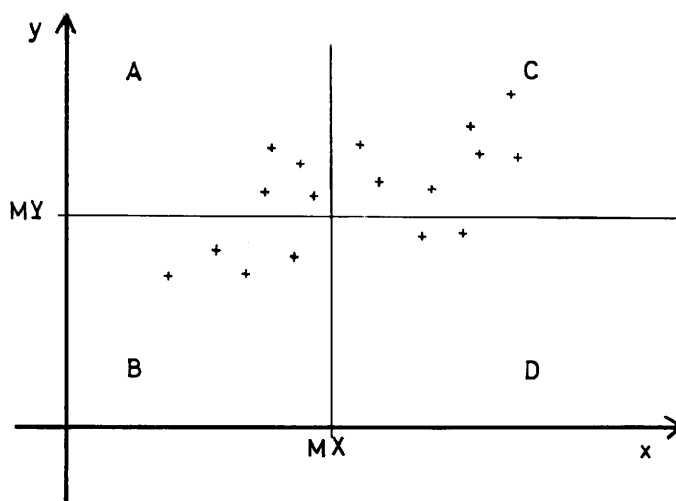


Abb. 3.5 Vierfeldertafel zur Bestimmung des Quadrantenverhältnisses

Mit der Beziehung (3.6) vereinfacht sich die Gleichung

$$\chi^2 = q^2 N \quad (3.8)$$

mit

$$q = \frac{4b}{N} - 1 \quad (3.9)$$

oder

$$q = \frac{4c}{N} - 1$$

oder

$$q = 1 - \frac{4d}{N}$$

$$q = 1 - \frac{4a}{N}$$

Das gesamte Quadrantenverhältnis q ist keine biasfreie Abschätzung für den Korrelationskoeffizienten ρ , denn für $N \rightarrow \infty$ folgt nicht $q \rightarrow \rho$. (u.a. ESSEN-WANGER, 1976).

Mit Hilfe von q wird die Korrelationskennzahl k_r berechnet (TAUBENHEIM, 1958):

$$k_r = \sin \left(q \frac{\pi}{2} \right) \quad (3.10)$$

k_r ist, wie TAUBENHEIM(1958) nachgewiesen hat, eine biasfreie, konsistente Schätzung von ρ und von der Verteilungsfunktion der Grundgesamtheiten der Variablen völlig unabhängig. k_r ist der Vierfelderkorrelationskoeffizient oder tetrachorischer Korrelationskoeffizient, und mit den Gleichungen (3.8) und (3.10) können seine Signifikanzgrenzen angegeben werden.

Dieses vorgestellte Verfahren wird in dieser Arbeit für die Schätzung der Korrelationskoeffizienten ρ angewendet.

Nach Abschnitt 3.1.4 ist die Grundgesamtheit für den Niederschlag (Tagessummen) an den deutschen Stationen nicht normal verteilt. Gerade hier müßte der Vierfelderkorrelationskoeffizient eine bessere Schätzung von ρ als das her-

kömmliche Verfahren ergeben.

Als Beispiel sind die Korrelationsmatrizen der Station Schleswig für den Monat Mai (1952 - 1960) gegenüber gestellt.

Tab. 3.1 Korrelationsmatrix der Station Schleswig für Mai (1952 - 1960). Korrelationskoeffizienten nach Gleichung (3.1) abgeschätzt (Versuch Nr. 142).

	U	V	T	E	RR
U	1,00	-0,06	-0,32	-0,09	0,12
V		1,00	0,22	0,26	0,12
T			1,00	0,80	-0,01
E				1,00	0,25
R					1,00

Tab. 3.2 Korrelationsmatrix der Station Schleswig für Mai (1952 - 1960). Korrelationskoeffizienten mittels Vierfelderkorrelationskoeffizienten abgeschätzt (Versuch Nr. 142/V).

	U	V	T	E	RR
U	1,00	0,05	-0,43	-0,07	0,37
V		1,00	0,13	0,25	0,06
T			1,00	0,72	-0,33
E				1,00	0,09
R					1,00

Abkürzungen der Variablen siehe Symbolliste, Abschnitt 3.1.

Die Unterschiede beim Niederschlag sind deutlich zu erkennen, wobei aber nicht generell nur eine Vergrößerung der Korrelationskoeffizienten eingetreten ist.

3.3 Faktorenanalyse des Kollektive der Klimaelemente

3.3.1 Eine Station, ein Monat

3.3.1.1 FS "Borkumriff". Januar 1973 (Versuch Nr. 31).

Für den Einstieg in die Untersuchung bietet sich an, in der Ausgangsmatrix $Y = \{e_{ti}\}$ ($i = 5$ Klimaelemente) die überschaubare Zeitdauer von einem Monat zu wählen. Verwendet werden die Daten des Feuerschiffes "Borkumriff", Januar 1973. Diese Datenmatrix umfaßt 31 Beobachtungsvektoren aus den Tagesmittelwerten der 5 Klimaelemente und ist in Tabelle 3.3 vorgestellt.

Tab. 3.3 Tagesmittelwerte bzw. Tagessumme der verwendeten Klimaelemente, FS "Borkumriff", Januar 1973 (Abkürzungen siehe Symboltafel).

Tag n	U (kn)	V (kn)	T (°C)	E (mb)	RR (mm)
m	1	2	3	4	5
1	1.1	12.0	2.4	6.8	0
2	5.1	12.0	3.8	7.5	0
3	5.1	1.9	5.6	8.7	0
4	1.6	0.7	5.8	9.0	0
5	5.9	- 5.1	5.6	8.9	0
6	- 2.8	- 9.3	5.8	9.0	0.3
7	2.2	- 5.5	6.0	9.1	0
8	5.0	-10.5	6.6	9.2	0
9	5.6	- 6.5	5.7	8.9	3.0
10	5.7	- 3.4	6.5	9.3	0
11	9.9	3.1	6.1	9.1	0
12	1.1	6.0	4.6	8.0	0
13	-10.3	9.8	3.0	7.2	0
14	- 5.8	13.7	2.7	7.1	0
15	- 4.5	18.1	5.3	8.5	0
16	4.5	11.6	4.3	7.9	0
17	- 4.3	0.3	3.6	7.5	0
18	-11.5	- 3.7	3.8	7.4	0
19	-13.8	3.6	3.1	7.1	0
20	-16.9	11.5	0.5	5.7	0
21	- 2.4	18.2	3.7	7.5	0.7
22	13.3	9.5	4.4	7.8	2.8
23	9.5	6.2	4.8	8.0	0
24	- 3.0	15.6	4.1	7.7	0
25	1.8	18.2	3.4	7.1	0
26	12.8	15.0	5.1	8.3	0.6
27	17.7	- 7.6	6.1	8.8	4.6
28	7.3	-12.0	5.6	8.3	1.9
29	15.2	1.6	6.0	8.7	0.5
30	8.8	4.1	6.1	9.0	0
31	8.1	- 1.9	5.7	8.8	0.4

Aus Y wird die Korrelationsmatrix R (5 x 5) berechnet, welche die Korrelationskoeffizienten zwischen den Klimaelementen enthält (siehe Tabelle 3.4).

Bei einer Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 0.01$ ergibt sich ein kritischer

Korrelationskoeffizient von

$$k_r(\text{krit}) = 0,44$$

(N=31 Fälle) (TAUBENHEIM, 1969, Tabelle F)

Tab. 3.4 Korrelationsmatrix, berechnet aus der Matrix Y (siehe Tabelle 3.3) FS Borkumriff, Januar 1973

	U	V	T	E	RR
U	1,00	-0,25	0,69	0,63	0,47
V		1,00	-0,60	-0,61	-0,31
T			1,00	0,98	0,23
E				1,00	0,18
RR					1,00

Damit können die Korrelationen

- von U mit T, E und RR,
- von V mit T und E und
- von T und E

als gesichert angesehen werden.

Mit dem im Abschnitt 2.2.4 vorgeschlagenen Verfahren werden die Kommunalitäten abgeschätzt. In Tabelle 3.5 ist die Matrix R_h mit den Kommunalitäten in der Hauptdiagonalen wiedergegeben.

Tab. 3.5 Korrelationsmatrix R_h mit den geschätzten Kommunalitäten in der Hauptdiagonalen. (Die untere Dreiecksmatrix ist symmetrisch zur oberen und wurde hier zur besseren Übersicht weggelassen). FS "Borkumriff", Januar 1973

	U	V	T	E	RR
U	(0,68)	-0,25	0,69	0,63	0,47
V		(0,51)	-0,60	-0,61	-0,31
T			(0,98)	0,98	0,23
E				(0,97)	0,18
RR					(0,39)

Tab. 3.6a Faktorenmatrix ohne Rotation

	Faktor Nr. 1	Faktor Nr. 2	Faktor Nr. 3
U	0,72	0,40	0,24
V	-0,61	0,11	0,42
T	0,98	-0,16	0,09
E	0,96	-0,26	0,07
RR	0,37	0,51	-0,21

Die Variable V hat mit den übrigen Elementen nur die Hälfte ihrer Varianz gemeinsam, während T und E fast mit ihrer gesamten Varianz in die Faktorenanalyse eingehen. In Tabelle 3.6a ist die Faktorenmatrix A vor der Rotation wiedergegeben:

Die Faktorenmatrix A nach der Rotation ist zusammen mit der Matrix A^2 und den Kommunalitäten h_i^2 in Tabelle 3.6b zusammengestellt.

Drei Faktoren werden von der Analyse berechnet. Die Elemente der Matrix A sind die Korrelationen der Variablen (U, V, T usw.) mit den Faktoren, und $A^2 = \{a_{ij}^2\}$ enthält in jeder Reihe die Aufteilung der Varianz einer Variablen auf die einzelnen Faktoren. Die Kommunalität h_i^2 ist der Anteil, den jede Variable mit den anderen als gemeinsame Varianz hat.

Eine Übersicht über die Aufteilung der gemeinsamen Varianz auf die Faktoren gibt die Tabelle 3.7

Tab. 3.6b Matrix A mit den Faktorenladungen Matrix A^2 und die Kommunalitäten h_i^2 (FS "Borkumriff", Januar 1973)

$$A = \{a_{ij}\} \quad A^2 = \{a_{ij}^2\} \quad h_i^2$$

i \ j	Faktor Nr. 1	Faktor Nr. 2	Faktor Nr. 3	Faktor Nr. 1	Faktor Nr. 2	Faktor Nr. 3	
U	0,62	0,59	0,01	0,39	0,35	0,00	0,71
V	-0,30	-0,19	0,66	0,09	0,04	0,43	0,56
T	0,88	0,19	-0,42	0,78	0,04	0,17	0,99
E	0,88	0,10	-0,46	0,77	0,01	0,21	0,99
RR	0,07	0,64	-0,17	0,01	0,40	0,03	0,44

Tab. 3.7 Varianzanteile der Faktoren absolut und prozentual in bezug auf die Gesamtvarianz S und die Gesamtkommunalität H (FS "Borkumriff", Januar 1973).

	Varianz- anteil (absolut)	in % von S = 5,00	in % von H = 3,72
Faktor Nr. 1	2,04	40,8	54,8
Faktor Nr. 2	0,84	16,8	22,6
Faktor Nr. 3	0,84	16,8	22,6

In Abbildung 3.6 ist die Matrix A^2 graphisch dargestellt (siehe Abschnitt 2.1.7). Jeder Balken in dem Diagramm entspricht einer Variablen. Er enthält ihren Varianzanteil an jedem Faktor in einer unterschiedlichen Rasterung. Dieses Diagramm ist ein gutes Hilfsmittel für die Interpretation der Faktoren.

(T) und Feuchte (E) werden im Januar stark durch die zonale Komponente (U) des Windes beeinflusst: Bei Westwind höhere Temperaturen und Luftfeuchte als im Mittel und bei Ostwind Temperaturrückgang und abnehmender Feuchtegehalt der Luft.

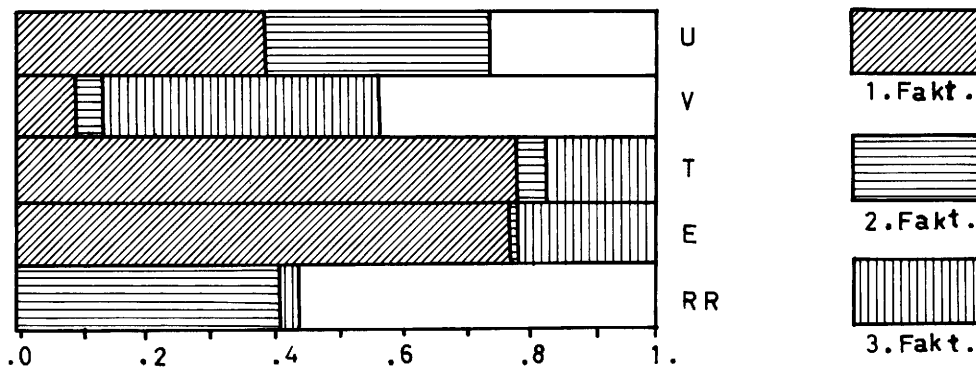


Abb. 3.6 Aufteilung der VARIANZ auf die FAKTOREN
Graphische Darstellung der Matrix A^2
(Versuch Nr. 31)

Der 1. Faktor erhält seine Ladungen von den Variablen T und E sowie von U. Die Variablen RR und U erklären den 2. Faktor. Faktor 3 hingegen ist hauptsächlich mit der Variablen V korreliert und etwas mit T und E.

Alle drei Faktoren zusammen haben eine Gesamtkommunalität von 3,72, was 74,4% der Gesamtvarianz von 5,00 (5 Variablen mit $s_i = 1$) entspricht. Gleichzeitig heißt dies aber, daß ein Anteil von ca. 25% keine gemeinsame Varianz der Analyse ist, sondern als Restvarianz jeder Variablen zukommt.

Die Variablen T, E und U sind mit dem 1. Faktor hoch korreliert. Er beinhaltet ca. 41% der Gesamtvarianz (siehe Tabelle 3.7). Dies ist ein meteorologisch sinnvoll interpretierbares Ergebnis, denn die beiden Luftmasseneigenschaften Temperatur

Faktor Nr. 2 erhält seine Ladungen von der Zonalkomponente (U) und dem Niederschlag (RR), (siehe Abbildung 3.6): Der Niederschlag im Januar fällt in den meisten Fällen bei zyklonalen Westlagen (FLOHN, 1954a). In Faktor Nr. 2 werden lt. Tabelle 3.7 ca. 17% der gesamten Varianz erfaßt, womit er nicht so dominierend wie Faktor Nr. 1 ist.

Die Meridional Komponente (V) des Windes, die Temperatur (T) und die Feuchte (E) laden den Faktor Nr. 3, der ebenfalls mit 17% an der Gesamtvarianz beteiligt ist. Seine Komponenten geben den Zusammenhang zwischen Temperatur und Feuchte mit Nord- (kalt/trocken) bzw. Südwinden (warm/feucht) wieder.

Ein Vergleich zwischen den berechneten Kommunalitäten h_i^2 mit den vor der Analyse abgeschätzten (Tabelle 3.3) zeigt, daß der Schätzwert immer niedriger ist, denn er bedeutet, durch das Verfahren bedingt, die mögliche untere Grenze.

Neben der vorgestellten Faktorenmatrix A werden auch die Faktorenwerte berechnet und in der Matrix $P = w_{tf}$ (t: 31 Tage;

f: Faktoren) zusammengestellt. In Abbildung 3.7 ist P zusammen mit den Tageswerten der Klimaelemente (U, V, T, E und RR) eingezeichnet.

Bei den Faktoren hatte sich - schematisiert - folgendes Faktorenmuster ergeben: (x: $|a_{ij}| > 0.41$).

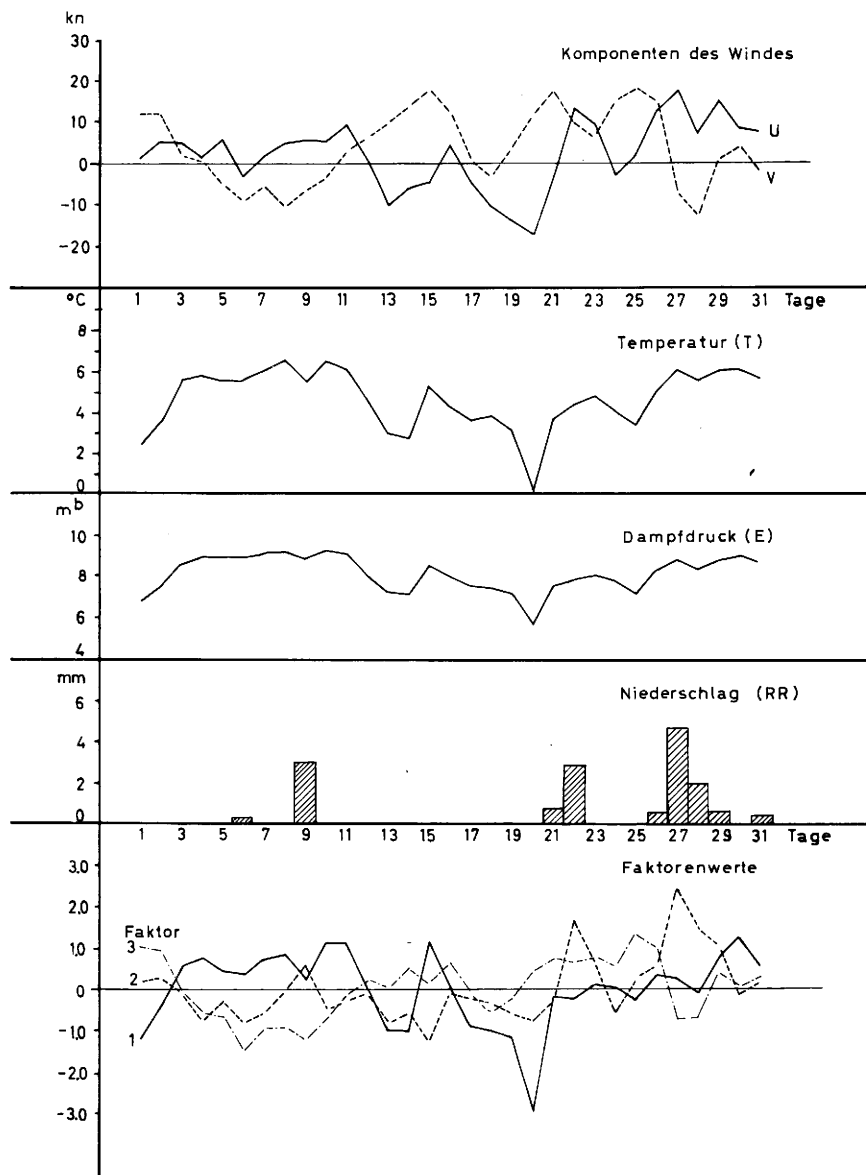


Abb. 3.7 Tageswerte von U, V, T, E und RR sowie die Faktorenwerte der Faktoren Nr. 1 bis 3. FS "Borkumriff". Januar 1973

	Faktor Nr. 1	Faktor Nr. 2	Faktor Nr. 3
U	x	x	
V			x
T	x		x
E	x		x
RR		x	

Enthalten die Faktoren die Beziehungen der Variablen, so geben die Faktorenwerte an, wie die Meßwerte der Klimaelemente mit den einzelnen Faktoren zusammenhängen.

In Abbildung 3.7 wird diese Tatsache deutlich: Die Faktorenwerte für Faktor Nr.1 folgen etwa dem zeitlichen Verlauf der Variablen U, T und E; gut erkennbar z.B. am 11. bis 15. Tag oder am 19. bis 21. Tag. Auch die Faktorenwerte der Faktoren Nr. 2 und Nr. 3 folgen dem zeitlichen

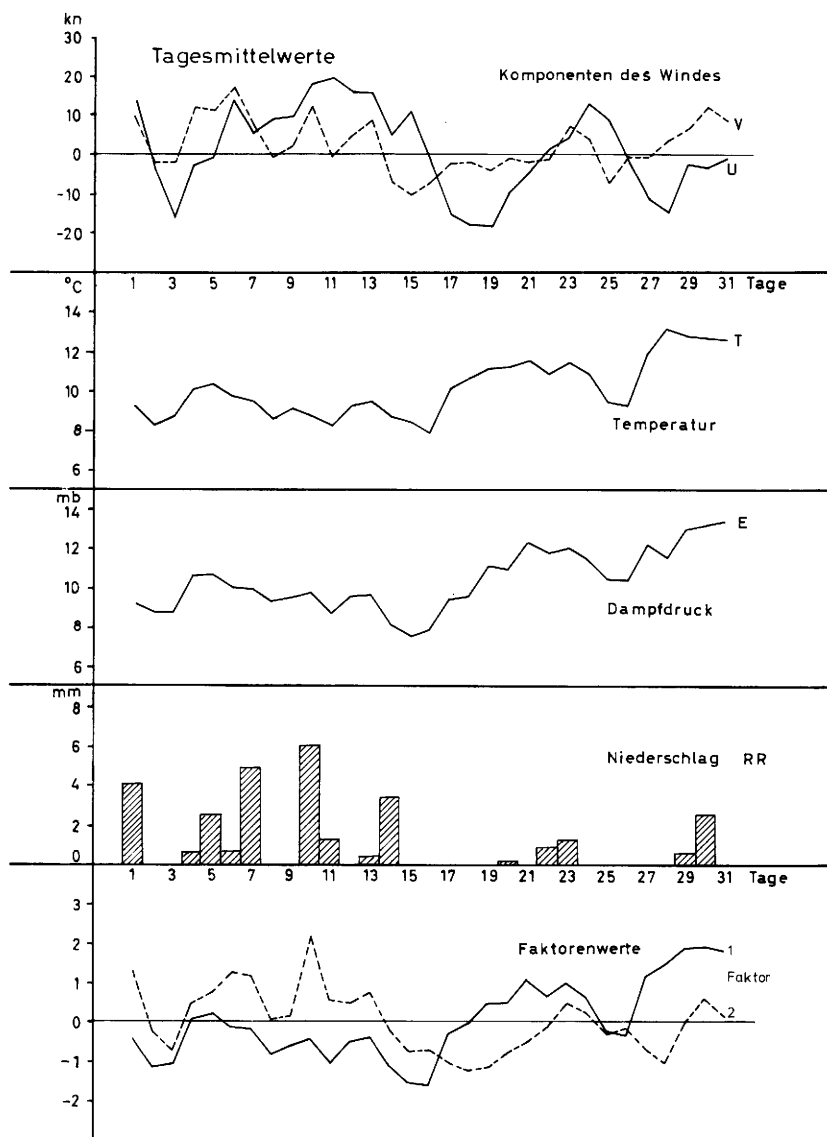


Abb. 3.8 Tageswerte von U, V, T, E und RR sowie die Faktorenwerte der Faktoren Nr. 1 und 2, FS "Borkumriff" Mai 1973

Ablauf der Einzelwerte derjenigen Variablen, die im Faktorenmuster mit hohen Ladungen den Faktor bilden. z.B. bei Faktoren Nr. 2 Tag 9, Tag 16 bis 24 sowie 25. bis 29. Tag. 15. bis 18. Tag und die Tage 26 bis 29 sind Beispiele für den Faktor Nr. 3.

Die Faktorenanalyse hat die in diesem Beispiel vorgegebene (31•5) Matrix $Y = \{e_{ti}\}$ auf eine (31•3) Matrix $P = \{w_{tf}\}$ reduziert, und die dazugehörigen Faktoren konnten meteorologisch interpretiert werden.

3.3.1.2 "Borkumriff", Mai 1973 - Versuch Nr. 37

Als zweites Beispiel mit einem überschaubaren Kollektiv werden die Daten des Monats Mai 1973 vom FS "Borkumriff" verwendet (Versuch Nr. 37).

Die Matrix Y ist nicht mehr tabellarisch wiedergegeben, sondern der zeitliche Verlauf der Klimaelemente kann aus Abbildung 3.8 entnommen werden. Die berechneten Korrelationskoeffizienten sowie die geschätzten Kommunalitäten (in der Hauptdiagonalen der Matrix) sind in Tabelle 3.8 zusammengestellt.

Tab. 3.8 Korrelationsmatrix R_h mit den geschätzten Kommunalitäten in der Hauptdiagonalen (FS "Borkumriff", Mai 1973).

	U	V	T	E	RR
U	(0,49)	0,29	-0,47	-0,28	0,37
V		(0,48)	0,32	0,43	0,42
T			(0,89)	0,92	-0,17
E				(0,88)	0,01
RR					(0,29)

Bei $N = 31$ Fällen und einer angenommenen Irrtumswahrscheinlichkeit von $\alpha = 0,01$ errechnet sich ein kritischer Korrelationskoeffizient

$$k_r(\text{krit}) = 0,44$$

womit die Korrelation von

U mit T,

V mit E und (RR)

sowie T mit E

gesichert sind.

Die Analyse ergibt nur zwei Faktoren, denn ein dritter kann mit einem Anteil von 0,9% an der Gesamtvarianz vernachlässigt werden. In Tabelle 3.9 sind ihre Ladungen zusammengestellt.

Der 1. Faktor erhält seine Ladungen von den Variablen U, V, T und E und der 2. Faktor von den Variablen U, V und RR.

Tabelle 3.10 gibt zur Übersicht die Anteile der beiden Faktoren (absolut und prozentual an Gesamtvarianz und Gesamtkommunalität an.

Tab. 3.10 Varianzanteile der Faktoren absolut und prozentual in bezug auf die Gesamtvarianz S und Gesamtkommunalität H (FS "Borkumriff", Mai 1973).

	Varianz- anteil absolut	in % von $S = 5,00$	in % von $H = 3,27$
Faktor Nr.1	2,10	41,8	64,2
Faktor Nr.2	1,17	23,4	35,8

Etwa 66% der Gesamtvarianz geht in die Analyse ein, wobei der Faktor Nr. 1 mit einem Anteil von ca. 66% an der Gesamt-

Tab. 3.9 Die Matrix A mit den Faktorenladungen, A^2 und die Kommunalitäten h_i^2 (FS "Borkumriff", Mai 1973).

	Matrix A		Matrix A^2		h_i^2
	Faktor Nr. 1	Faktor Nr. 2	Faktor Nr. 1	Faktor Nr. 2	
U	-0,32	0,62	0,10	0,39	0,49
V	0,41	0,63	0,17	0,40	0,57
T	0,95	-0,16	0,91	0,03	0,94
E	0,95	0,02	0,91	0,00	0,91
RR	-0,07	0,59	0,01	0,35	0,36

kommunalität domiert. Der Aufbau der beiden Faktoren ist in Abbildung 3.9 gut zu erkennen.

nicht jede Wetterlage mit Wind aus östlichen Richtungen zu einer Erwärmung führt. Dies hängt davon ab, welche Luftmassen im

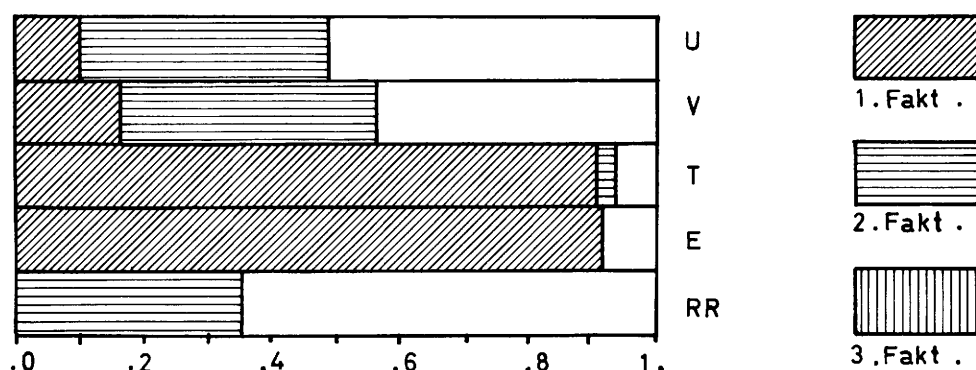


Abb. 3.9 Graphische Darstellung der Matrix A^2 , Aufteilung, der Varianz auf die Faktoren (Versuch Nr. 37).

Am Faktor Nr. 1 sind Temperatur (T) und Feuchte (E) mit hohen und Meridional- (V) sowie Zonalkomponente (U) des Windes mit weniger hohen Ladungen beteiligt. Wie im vorigen Beispiel (Versuch Nr. 31) sind auch in diesem Faktor die Luftmasseneigenschaften (Temperatur und Feuchte) mit dem Wind verknüpft, er charakterisiert damit advektive Vorgänge, die unser Klima beeinflussen. Im Versuch Nr. 31 waren dies die Faktoren Nr. 1 und 3.

Im Faktor Nr. 2 wird ein Zusammenhang zwischen dem Niederschlag und Komponenten des Windes hergestellt. Auch hier hat, wie bei Versuch Nr. 31 der Niederschlag seine Varianz nicht auf mehrere Faktoren aufgeteilt.

Aber Unterschiede zwischen den Ergebnissen der beiden Versuche (Nr. 31 und Nr. 37) sind zu erkennen, wie schon z.B. die Gegenüberstellung der Faktorenmuster in Abbildung 3.10 zeigt.

Die Abhängigkeit der Luftmasseneigenschaften (T, E) von den Komponenten des Windes (U, V) ist im Gegensatz zu den Ergebnissen des Versuches Nr. 31 jetzt in einem Faktor zusammengefaßt. Die Korrelationen der Zonalkomponente (U) des Windes mit dem Faktor Nr. 1 unterscheiden sich neben ihrer Höhe (0,62 zu -0,32) auch durch ihr Vorzeichen. Dies ist aber meteorologisch zu erklären, denn im Mai wird bei Westwind kühle und bei Ostwindlagen wärmere Luft in unseren Raum geführt. Die Korrelation der Zonalkomponente mit dem Faktor ist im Mai nicht so hoch wie im Januar, was die meteorologische Tatsache zum Ausdruck bringt, daß dann

	Versuch Nr.31		Versuch Nr.37	
	Faktor Nr. 1	Faktor Nr. 2	Faktor Nr. 3	Faktor Nr. 1
U	x	x		x
V			x	x
T	x		x	x
E	x		x	x
RR		x		x

Abb. 3.10 Faktorenmuster (hohe Ladungen $a_{ij} > 0,41$) der Faktoren aus den Versuchen Nr. 31 und Nr. 37)

osteuropäischen Raum zur Verfügung stehen (siehe u.a. DAMMANN, 1941).

Bei den Ladungen der Meridionalkomponente (V) hat kein Vorzeichenwechsel stattgefunden, denn sowohl im Januar als auch im Mai ist in der Regel Luft, die aus Süden in unser Gebiet kommt, wärmer und trockener als Luft aus nördlichen Richtungen.

Die meteorologischen Tatsachen werden folglich von den bis jetzt gefundenen Faktoren richtig wiedergegeben. Nach der Auswertung der beiden Versuche scheint es so zu sein, daß T, E-Faktoren und RR-Faktoren vorhanden sind, während die Komponenten des Windes an den genannten Faktoren mit unterschiedlichen Ladungen beteiligt sind.

Es erhebt sich die Frage, haben die Ladungen der einzelnen Faktoren einen Jahresgang? Dies soll im nächsten Abschnitt untersucht werden, denn vorher wird noch auf die Faktorenwerte (Matrix P) eingegangen.

In Abbildung 3.7 ist der zeitliche Verlauf der fünf Klimaelemente und der Faktorenwerte des 1. und 2. Faktors dargestellt. Getreu dem Faktorenmuster in Abbildung 3.10 folgen die Faktorenwerte den Variablen, die ihre Faktoren hoch laden. Für Faktor Nr.1 gut zu beobachten von Tag 15 bis 25 (U, V, T, E): Die Zonalkomponente des Windes geht von positiven Werten zu negativen (Westwind dreht auf Ostwind) bei gleichzeitig steigender Temperatur und Feuchte über. Die Faktorenwerte

folgen dabei in ihrem zeitlichen Verlauf den Werten der Variablen T und E. Dieses umgekehrte Verhalten der Variablen T, E und U kommt in den Faktoren durch die gegensätzlichen Vorzeichen der Ladungen zum Ausdruck (siehe Tabelle 3.9). Der 4. bis 14. Tag ist ein gutes Beispiel für den Zusammenhang der Faktorenwerte des 2. Faktors mit den entsprechenden Variablen U, V und R, die mit diesem korreliert sind.

In diesem Versuch konnte die Ausgangsmatrix Y, aus 5 Spalten und 31 Zeilen, in eine Matrix P (Faktorenwerte) reduziert werden, die nur noch 2 Spalten mit 31 Zeilen umfaßt. Die in Y enthaltenen Informationen sind auch im wesentlichen in P enthalten.

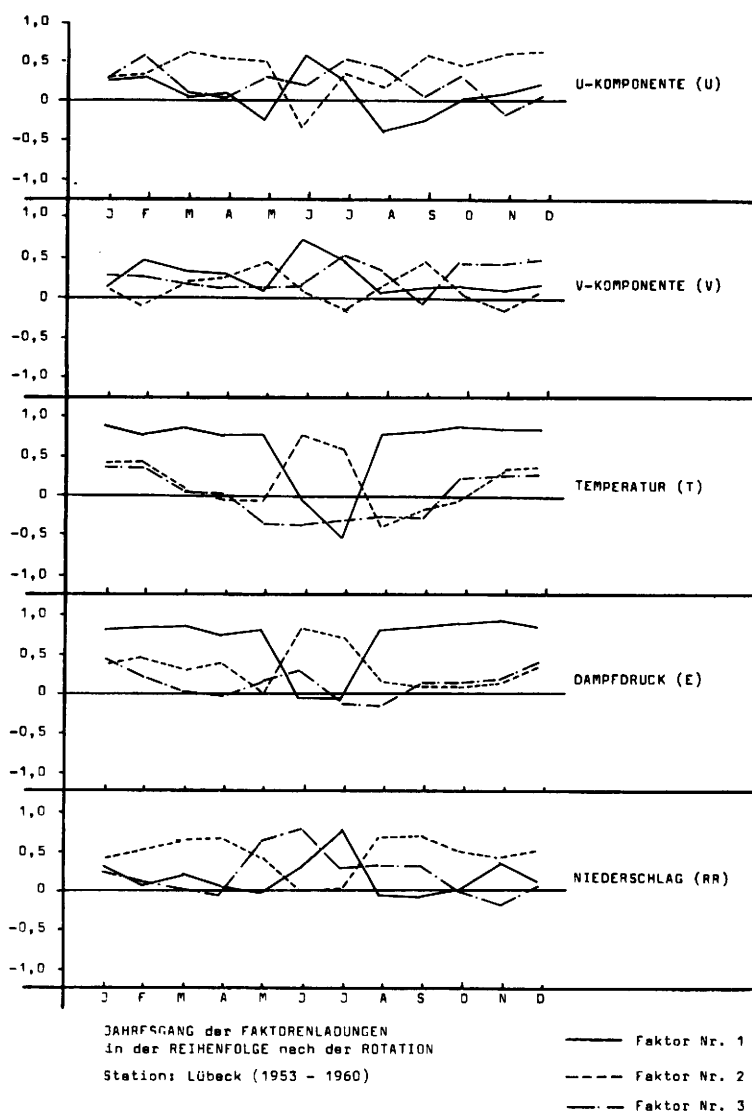


Abb. 3.11 Jahresgang der Faktorenladungen, getrennt für die einzelnen Klimaelemente. Die Faktoren sind in der Reihenfolge nach der Rotation belassen. Lübeck (1953 - 1960).

3.3.2 Eine Station, alle Monate

3.3.2.1 Allgemeines

Die Ergebnisse des vorigen Abschnittes haben gezeigt, daß sich bei der Analyse meteorologisch sinnvoll interpretierbare Faktoren ergeben. Die Klimaelemente -U, V, T, E, RR-sind aber im Januar durch andere Ladungen mit den Faktoren korreliert als im Mai. In diesem Abschnitt soll untersucht werden, ob die Faktorenladungen einen Jahrgang haben.

Die Ausgangsmatrizen der einzelnen Monate enthalten die Tagesmittelwerte bzw. Tagessumme der fünf Klimaelemente der Station Lübeck. Es werden nun die Monate aus einem Zeitraum von acht Jahren (1953 -

1960) benutzt, so daß die Matrix $Y = \{e_{ti}\}$ eines Monats neben 5 Spalten jetzt zwischen 224 und 248 Zeilen umfaßt. Die Signifikanzschwelle für den Korrelationskoeffizienten liegt für eine Irrtumswahrscheinlichkeit $\alpha = 0,01$ bei

$$|k_r(\text{krit})| = 0,25$$

In Abbildung 3.11 sind die Ladungen der Faktoren für jede meteorologische Variable in Abhängigkeit vom Monat graphisch dargestellt, wobei die Reihenfolge, wie sich nach der Rotation ergibt, beibehalten und die Faktoren mit Nummern 1, 2 und 3 versehen werden. In den beiden ausgewerten Versuchen sind grundsätzlich zwei Arten von Faktoren zu unterscheiden:

- T/E-Faktor mit hohen Ladungen der Variablen T und E,
- RR-Faktor mit hohen Ladungen der Variablen RR.

Die Faktorenladungen der anderen Elemente waren in den beiden Monaten verschieden.

Faktor Nr. 1 paßt in den Monaten Januar bis Mai ganz gut in das gefundene Schema (siehe Abbildung 3.11):

- T, E laden den Faktor hoch und U- bzw. V - Komponente des Windes sind ebenfalls mit Ladungen beteiligt.

Dabei nimmt die Korrelation der Zonal-komponente mit dem Faktor Nr. 1 ab und kehrt im Mai auch das Vorzeichen um. In den beiden folgenden Monaten lassen sich die Korrelationen der Variablen mit dem Faktor Nr. 1 nicht mehr in ein meteorologisch sinnvolles Schema einpassen, welches das oben beschriebene für die Monate Juni, Juli logisch fortführt.

Für den Faktor Nr. 2 hatte sich im letzten Abschnitt folgende Anordnung herausgestellt:

- RR lädt den Faktor hoch, U - und evtl. V-Komponente sind ebenfalls mit ihm korreliert.

Diese Aufteilung der Ladungen des Faktors wird in den Monaten Januar bis Mai wieder

getroffen, wobei auffällt, daß die Temperatur (T) im Januar und Februar ebenfalls mit dem Faktor korreliert ist. Aber die gefundene Systematik in den Monaten Juni und Juli nicht weiter fortgeführt werden.

3.3.2.2 Definition des L- Faktors und N- Faktors.

Wie aus der Abbildung 3.11 hervorgeht, gibt es auch im Juni und Juli Faktoren, die von Temperatur und Feuchte hoch geladen werden. Die Faktoren sind nach der Hauptkomponentenanalyse und vor der Rotation nach der Größe der Eigenwerte sortiert (siehe Abschnitt 2.2.2). Nach der Rotation muß dies nicht mehr der Fall sein, denn die Zuordnung der Achsen im neuen Koordinatensystem ist frei und wird durch das mathematische Verfahren bei der Durchführung der Rotation nicht festgelegt.

Wenn die Faktoren sinnvoll geordnet werden sollen, kann dies über die meteorologischen Abhängigkeiten der beteiligten Variablen geschehen, denn eine Reihenfolge nach der Rotation ist für eine Systematik nicht zu verwenden. Reproduzierbare Ergebnisse lassen sich nur mit Hilfe von objektiven und festen Vereinbarungen erzielen, die über einen klaren und bekannten Zusammenhang erfolgen, wie er z.B. zwischen Temperatur und Feuchtegehalt der Luft besteht.

Die Luft kann je nach ihrer Temperatur nur eine bestimmte Menge an Wasserdampf aufnehmen (Sättigungsdampfdruck, Formel von Magnus). Warmluftmassen sind wasserdampfreicher als Kaltluftmassen, und Änderungen der Lufttemperatur sind damit auch mit einer Änderung des Dampfdruckes verbunden (siehe u.a. KRAUS/MELDAU, 1973; HEYER, 1963), wobei diese immer gleichsinnig verläuft. Diese meteorologische Tatsache muß in den Faktoren zum Ausdruck kommen, indem sie die zwischen den beiden Größen vorhandene Kovarianz sichtbar machen.

Davon ausgehend, wird ein Luftmassenfaktor mit dem zukünftigen Namen: L-Faktor folgendermaßen definiert:

- T und E haben gleichzeitig mit diesem Faktor ihre höchsten Korrelationen.
- die anderen Variablen U, V und RR können an diesem Faktor mit beliebigen Ladungen beteiligt sein.

Aus Abbildung 3.11 läßt sich aber auch erkennen, daß es in den einzelnen Monaten Faktoren gibt, bei denen der Niederschlag eine hohe Ladung ($> 0,25$) aufweist und die anderen nicht mit dem L-Faktor zusammenfallen. Daher wird noch ein Niederschlagsfaktor definiert, der für die

in der Reihenfolge nach Rotation																
Faktor Nr. 1					Faktor Nr. 2					Faktor Nr. 3						
U	V	T	E	RR	U	V	T	E	RR	U	V	T	E	RR		
Jan	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x	x		
Feb	x	x	x	x	x		x	x	x	x	x	x				
Mär		x	x	x	x			x	x							
Apr		x	x	x	x	x		x	x							
Mai			x	x	x	x				x		$\bar{x}$		x		
Jun	x	x			x		x	x				$\bar{x}$	x	x		
Jul	x	x	$\bar{x}$		x		x	x		x	x	$\bar{x}$			x	
Aug	$\bar{x}$		x	x			$\bar{x}$	x		x	x	$\bar{x}$			x	
Sep	$\bar{x}$		x	x	x	x		x				$\bar{x}$			x	
Okt			x	x	x			x		x	x					
Nov			x	x	x	x		x	x		x	x				
Dez	x		x	x	x	x	x	x	x	x	x	x				

sortiert nach Definition (siehe Text)												
	L-Faktor					N-Faktor					H	%
	U	V	T	E	RR	U	V	T	E	RR		
Jan	x		x	x	x	x		x	x	x	2,63	78
Feb	x	x	x	x		x		x	x	x	3,15	79
Mär		x	x	x		x			x	x	2,74	97
Apr		x	x	x		x	x		x	x	2,32	98
Mai			x	x		x		$\bar{x}$		x	2,95	73
Jun	$\bar{x}$		x	x				$\bar{x}$	x	x	3,47	68
Jul	$\bar{x}$		x	x		x	x	$\bar{x}$		x	3,20	76
Aug	$\bar{x}$		x	x				$\bar{x}$		x	2,91	81
Sep	$\bar{x}$		x	x		x	x			x	2,97	92
Okt			x	x		x				x	2,65	83
Nov			x	x	x	x		x		x	3,06	87
Dez	x		x	x		x		x	x	x	3,13	82

Abb. 3.12 Faktorenmuster für die Faktoren der Station Lübeck (1953 - 1960).

x: Ladung $\geq 0,25$ $\bar{x}$: Ladung $\leq -0,25$
x x: L-Faktor x x: N-Faktor
 H: Gesamtkommunalität %: L+N-Faktor in Prozent von H
 S= 5,0 (Gesamtvarianz)

weiteren Untersuchungen die Bezeichnung N-Faktor bekommt.

Definition des N-Faktors:

- RR hat mit diesem Faktor seine höchsten Korrelationen, und es ist nicht der L-Faktor.
- Die anderen Variablen U, V, T und E können an diesem Faktor mit beliebigen Ladungen beteiligt sein.

Mit Hilfe der obigen Definition wird versucht, die gefundenen Faktoren für die einzelnen Monate zu sortieren. Der evtl. auftretende 3. Faktor wird in dieser Arbeit nicht mehr untersucht. Solche Vereinbarung ist möglich, denn, wie schon im Abschnitt 2.2.7 näher erläutert, gibt es kein Verfahren, um die Zahl der Faktoren eindeutig festzulegen. Ein Vorschlag (u.a. ROPPERT/FISCHER(1965)) ist es, die Zahl der Faktoren kleiner zu halten als die Hälfte der Variablenzahl

$$o \leq \frac{m}{2}$$

was sich bei kleineren Variablenzahlen (5 - 7 Variable) bewährt hat (ÜBERLA, 1971a). Außerdem macht ÜBERLA (1971a) darauf aufmerksam, nur so viele Faktoren zu berücksichtigen, wie sich physikalisch interpretieren lassen. Daher werden zwei Faktoren ausgewählt und diese für jeden einzelnen Monat nach ihrem meteorologischen Inhalt interpretiert, womit auch bei 5 Variablen und 2 Faktoren das o.a. Kriterium eingehalten ist.

3.3.2.3 Jahresgang der Ladungen von L- und N-Faktor

Mit Hilfe der beiden Definitionen lassen sich die für die Station Lübeck gefundenen Faktoren für jeden Monat sortieren. In Abbildung 3.12 sind die Faktorenmuster in der Reihenfolge nach der Rotation (bezeichnet mit Faktor Nr. 1, 2 und 3) und darunter für L- bzw. N-Faktor nach Definition für jeden Monat zusammengestellt. Außerdem ist die Gesamtkommunalität H und der Anteil des L- plus N-Faktors an H (in %) angegeben.

In den Monaten Mai, Juni und Juli stehen die L- bzw. N-Faktoren nicht als Faktor Nr. 1 bzw. 2, wie dies auch schon in Abbildung 3.11 zu sehen ist.

In Tabelle 3.11 ist dieses Zuordnen der Faktoren für fünf Monate gezeigt.

Es würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen, für alle untersuchten Stationen und Monate die Tabellen mit den Ladungen der L- und N-Faktoren beizufügen. Sie sind als Jahresgang für alle verwendeten Orte graphisch dargestellt.

Interessant ist die in Abbildung 3.12 angegebene Gesamtkommunalität und der Anteil, der vom L- und N-Faktor repräsentiert wird. Von der Gesamtvarianz $S = 5,00$ sind zwischen 2,32 und 3,15 gemeinsame Varianz (Gesamtkommunalität) aller Variablen, und durch die beiden Faktoren (L- und N-Faktor) werden (lt. Abbildung 3.12 letzte Spalte) wiederum

Tab. 3.11 Ladungen der Faktoren Nr. 1, 2 und 3 für die Monate April bis August und ihre Einordnung als L- bzw. N-Faktor. Station Lübeck (1953 - 1960)
Die Ladungen, die zur Festlegung laut Definition führen, sind bei L-Faktor einmal, beim N-Faktor zweimal unterstrichen.

	April			Mai			Juni			Juli			August		
	F1	F2	F3	F1	F2	F3	F1	F2	F3	F1	F2	F3	F1	F2	F3
U	0,11	0,52	0,10	-0,24	0,56	0,33	0,65	-0,39	0,23	0,27	-0,35	0,55	-0,39	0,18	0,45
V	0,33	0,31	0,16	0,10	0,54	0,12	0,77	0,10	0,17	0,50	-0,15	0,53	-0,08	0,17	0,39
T	<u>0,79</u>	-0,04	0,06	<u>0,81</u>	-0,07	-0,37	-0,06	<u>0,83</u>	-0,38	-0,52	<u>0,66</u>	-0,32	<u>0,82</u>	-0,35	-0,25
E	<u>0,75</u>	0,38	-0,03	<u>0,84</u>	0,06	0,14	-0,02	<u>0,75</u>	0,34	0,06	<u>0,75</u>	-0,15	<u>0,90</u>	0,16	-0,13
RR	0,06	<u>0,66</u>	-0,05	-0,02	0,43	<u>0,66</u>	0,31	-0,01	<u>0,77</u>	<u>0,83</u>	0,01	0,26	-0,02	<u>0,71</u>	0,32

F1: Faktor Nr. 1 F2: Faktor Nr. 2 F3: Faktor Nr. 3

L: L - Faktor N: N - Faktor

zwischen 68% im ungünstigsten Fall (Juni) und 98% (April) dieser Gesamtkommunalität erfaßt. Bei der Station Lübeck ist folglich sicher, daß durch den L- und N-Faktor mindestens 2/3 der gemeinsamen Varianz der fünf Klimaelemente für die weitergehenden Untersuchungen zur Verfügung stehen.

Die Jahresgänge der Ladungen der beiden Faktoren, in Abbildung 3.13 eingezeichnet, bieten im Gegensatz zu denen in Abbildung 3.11 ein ausgeglichenes Bild.

Die Variablen T und E sind, wie es der Definition entspricht, jeden Monat mit Werten zwischen 0,70 und 0,95 sehr gut

mit dem L-Faktor korreliert. Die Ladungen (L-Faktor) der U-Komponente haben dagegen einen ausgeprägten Jahresgang mit positiven Werten im Winter und negativen im Sommer. Die V-Komponente zeigt nur im Februar, April und Mai eine Korrelation mit dem L-Faktor, dann ist sie mit Ladungen kleiner 0,25 nicht mehr an dem Faktor beteiligt. Ab September ist ein Anstieg ihrer Ladungen zu beobachten, der aber nur an die Schwelle von 0,25 herankommt.

Die Variable RR (Niederschlag) ist bis auf die Monate Januar und November nicht an dem Luftmassenfaktor (L-Faktor) beteiligt.

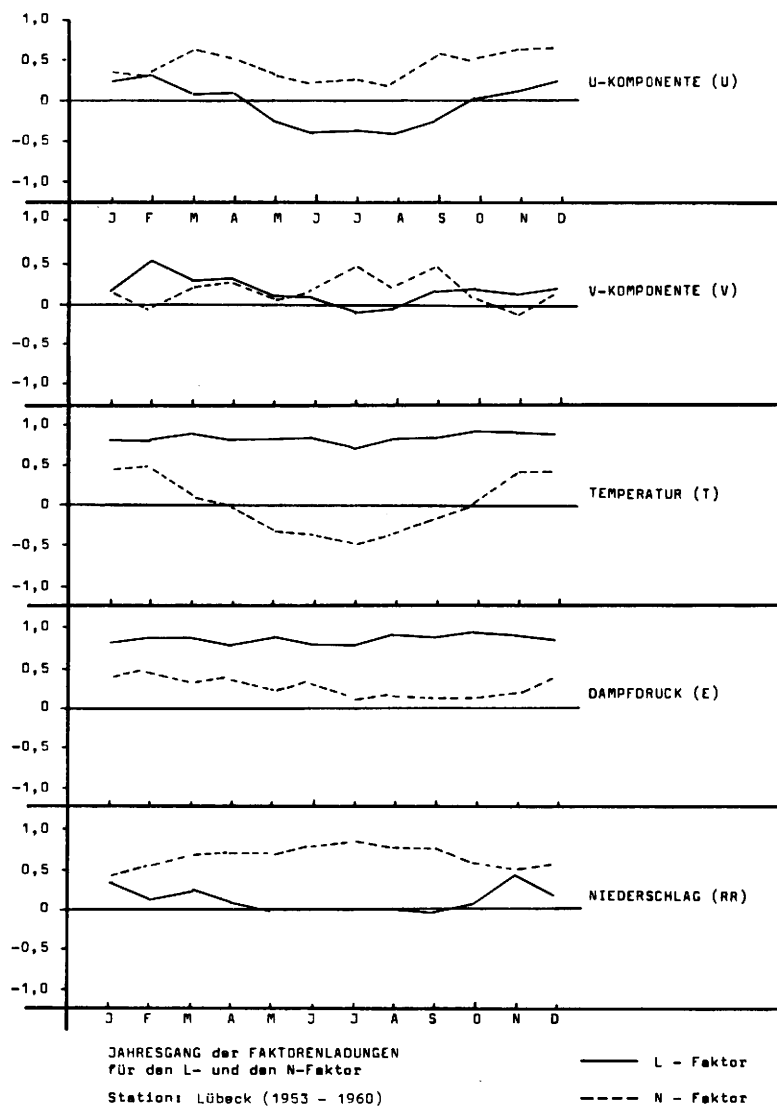


Abb. 3.13 Jahresgänge der Ladungen des L- und N-Faktors an der Station Lübeck (1952 - 1960).

Wenn die Faktorenanalyse die in den meteorologischen Meßreihen vorhandenen Zusammenhänge der einzelnen Parameter wiedergibt, so müssen sich diese Ladungen des L-Faktors für die einzelnen Monate anhand des Wetterablaufes in Norddeutschland (Station Lübeck) erklären lassen.

Unsere Witterung wird von zyklonalem Wettergeschehen mit advektiven Einflüssen und antizyklonalen Wetterlagen mit Absinkvorgängen geprägt (FLOHN, 1954b). Der Luftmassencharakter (Temperatur und Feuchte) hängt deshalb u.a. von der Zonal- bzw. Meridional Komponente des Windes ab. Aber die gemeinsame Varianz der Variablen U- mit dem L-Faktor ist mit einem Betrag von Maximal 0,39 nicht sehr hoch. DAMMANN (1943) spricht in diesem Zusammenhang von der statischen Komponente in der Klimatologie und meint damit, daß bei der Advektion von Luftmassen der Untergrund zu einer Umwandlung führt, so daß das Klima von advektiven und statischen (u.a. Strahlungsverhältnisse) Komponenten geprägt wird. Durch die Auswahl der Variablen bedingt, erfaßt die Faktorenanalyse solche statischen Einflüsse auf die Temperatur und Feuchte nicht. Der Wind verursacht folglich nur einen Teil der Temperatur- und Feuchteänderungen, was in dem relativ niedrigen Varianzanteil am L-Faktor zum Ausdruck kommt.

Die Ladungen der Variablen U, T und E haben in den Monaten Dezember, Januar und Februar gleiches Vorzeichen, d.h., es liegt eine gleichsinnige Änderung der drei Größen vor. Die Komponenten des Windes werden im meteorologischen Koordinatensystem berechnet, und deshalb bedeutet eine Änderung von $U < 0$ auf Werte von $U > 0$, daß der Wind von Ost auf West dreht. Eine Umkehrung der Zonalkomponente von östlicher Richtung auf eine westliche ist folglich mit einer Zunahme von Temperatur und Feuchte verbunden.

Im März und April ist die U-Komponente nicht mit dem L-Faktor korreliert (Ladungen $< 0,25$). In den Sommermonaten liegt eine Korrelation vor, aber im Gegensatz zum Winter mit negativem Vorzeichen. Nach dem vorher Gesagten sinken Temperatur und Feuchte, wenn der Wind von östlichen Richtungen ($U < 0$) auf westliche dreht ($U > 0$). Ab Monat Oktober ist die Korrelation der U-Komponente mit dem L-Faktor wieder positiv und nimmt zu.

DIENES (1931) ordnet die Elemente wegen ihres inneren, aber wechselnden Zusammenhangs bestimmten und ebenfalls wechselnden Trägern, den "Luftkörpern", zu. In der Hauptsache unterscheidet er zwischen maritimen und kontinentalen Luftmassen. Durch ihre Herkunft sind solche Luftkörper, die ein bestimmtes Temperatur- und Feuchteniveau mitbringen, immer mit den entsprechenden Richtungen des Windes

verbunden. Die mit westlichem Wind kommende maritime Luft wirkt sich im Sommer kühl aus und bringt im Winter eine Erwärmung. Bei kontinentaler Luft aus dem Osten ist der Effekt genau umgekehrt mit Temperaturanstieg im Sommer und Temperaturrückgang im Winter (DIENES, 1933). Diesen Zusammenhang von U, T und E gibt der L-Faktor durch die unterschiedlichen Vorzeichen der Ladungen der Zonalkomponente in den Sommer- und Wintermonaten wieder.

ELGER (1940) hat für Magdeburg und Brocken die "wärmebringenden" Windrichtungen untersucht und findet einen Jahresgang. Der Wind, der wärmere Luft bringt, weht im Sommer aus östlicher Richtung und im Winter aus westlicher. In den Monaten März/April und September/Okttober, von ELGER (1940) Übergangsmonate genannt, wird es wärmer bei Wind aus SSW bis SSE, während zwischen West- bzw. Ostwind und einer Temperaturerhöhung kein Zusammenhang besteht. In diesen Monaten hat auch die U-Komponente im Gegensatz zur V-Komponente mit Temperatur und Feuchte innerhalb des L-Faktors keine gemeinsame Varianz.

Beim N-Faktor dagegen ist die Zonalkomponente (U) stets positiv korreliert, wobei in den Sommermonaten mit Ladungen um 0,25 die Korrelationen nur schwach ausgeprägt sind.

Die Niederschlagshöhe hat eine enge Beziehung zur Herkunft eines "Luftkörpers" (DAMMANN, 1950). Im Winter und Herbst bringen in der Hauptsache die maritimen Luftmassen (advektiv) den Regen, während im Sommer labile Umlagerungen stark an der Niederschlagsbildung beteiligt sind und das sommerliche Maximum im Jahresgang des Niederschlags verursachen. Konvektive Vorgänge bei der Niederschlagsbildung werden, durch die Variablenauswahl bedingt, von der Faktorenanalyse nicht erfaßt. Das gleiche Vorzeichen der Ladungen von U und RR zeigt, daß hier Niederschlag und Westwind verbunden sind und der geringere advektive Anteil an den Sommerniederschlagshöhen sich durch die niedrigen Ladungen der Variablen U bemerkbar macht. Dagegen haben die Ladungen der Temperatur mit dem N-Faktor einen Jahresgang im Winter positiv und im Sommer negativ -, der dem der Variablen U beim L-Faktor ähnlich ist. Winterniederschläge müssen demnach mit einer Temperaturerhöhung und Regen im Sommer mit einer Abkühlung verbunden sein.

DIENES (1931) konnte bei seiner Zusammenstellung von Temperatur und Feuchtigkeit der Luftkörper nachweisen, daß diese, verbunden mit Niederschlag, gegenüber den Normalwerten im Winter zu warm und im Sommer zu kühl sind. Auch DAMMANN (1950),

HENZE (1929), MEIGNER (1941) u.a. weisen auf diese Beziehung zwischen Temperaturverlauf und Niederschlagshöhe hin.

Neben der Temperatur ist auch der Dampfdruck (E), ausgenommen die Monate Juli bis November, mit dem N-Faktor korreliert. Seine Ladungen sind stets positiv, d.h., bei Niederschlag steigt die Feuchte an. Bei der folgenden Untersuchung dieses Zusammenhangs wird auch die Temperatur mit einbezogen. Werden Niederschläge advektiv verursacht, so ist damit ein Wechsel der Luftmasse verbunden. Es tritt neben einer Änderung der Temperatur, besonders im Winter, auch die der absoluten Feuchte ein, d.h., Niederschlag ist dann über die Luftmasse auch mit der Feuchte korreliert. Bei konvektiven Niederschlägen ohne Luftmassenwechsel (ausgeprägt in den Sommermonaten) (siehe u.a. DAMMANN, 1950), ist in den meisten Fällen mit einer Abkühlung zu rechnen, weniger hingegen mit einer Änderung im Tagesmittel der absoluten Feuchte. Die sommerlichen Regenfälle, ob advektiv oder konvektiv (ohne Luftmassenwechsel) verursacht, bringen einen Temperaturrückgang, aber eine Änderung der absoluten Feuchte ist nicht eindeutig mit ihnen gekoppelt.

Diese Tatsache kommt beim N-Faktor in den im Sommer negativen Korrelationen der Variablen T und den geringen Ladungen von E zum Ausdruck.

3.3.2.4 Diskussion

Der L- und auch der N-Faktor haben einen von Monat zu Monat unterschiedlichen Aufbau. Die in ihren Ladungen vorhandenen Zusammenhänge der Klimaelemente lassen sich meteorologisch erklären. Mit Hilfe der in der Matrix A^2 enthaltenen Varianzen läßt sich folglich objektiv festlegen, wie die für die Faktorenanalyse verwendeten Elemente in Lübeck voneinander abhängen. Damit kann eine Charakterisierung der Station vorgenommen werden.

Zur Interpretation der Faktoren werden neben allgemeinen klimatologischen Untersuchungen auch Arbeiten über das Klima von einzelnen Orten, hauptsächlich aus Nord- und Mitteldeutschland, herangezogen. Nun erhebt sich die Frage, sind ähnliche Ergebnisse mit den Daten anderer Beobachtungsstationen Deutschland zu finden? Wenn dies der Fall ist, schließt sich die Frage an, ob mit einer noch einmal angewendeten Faktorenanalyse einzelne Klimagebiete zu unterscheiden sind.

3.3.3 15 deutsche Stationen, alle Monate

3.3.3.1 Allgemeines

Zur Untersuchung werden folgende 15 synoptische Stationen ausgewählt, die die Bundesrepublik Deutschland in etwa gleichmäßig abdecken (siehe Abbildung 3.14).

Tab. 3.12 Stationsnamen und ihre Abkürzungen.

Nr.	Name	Abkürzung
1	List	LIS
2	Kiel	KIL
3	Cuxhaven	CUX
4	Emden	EMD
5	Bremen	BRM
6	Essen	ESS
7	Kassel	KAS
8	Trier	TRI
9	Mannheim	MAN
10	Nürnberg	NBG
11	Weiden	WEI
12	Klippeneck	KLI
13	Augsburg	AUG
14	München	MCH
15	Passau	PAS

Verwendet werden die aus den 3-stündigen Beobachtungen berechneten Tagesmittelswerte bzw. die Tagessumme der im Abschnitt 3.1 aufgeführten meteorologischen Elemente aus dem Zeitraum 1.1.1950 bis 31.12.1960.

Die Beschränkung auf 15 Stationen und 11 Jahre erfolgt aus zwei Gründen:

- 1) Wahrung der Übersichtlichkeit für die Interpretation der Ergebnisse,
- 2) Beschränkung der Datenmenge für die Berechnung auf relativ kleinem Computer.



Abb. 3.14 Die für die Faktorenanalyse verwendeten 15 deutschen synoptischen Stationen.

Der Computer hat 32 K à 16 Bit Worte (32 767 Speicherplätze) und benötigt zur Darstellung einer einfach-genauen Gleitkommazahl (6 Ziffern) zwei Kernspeicherworte und einer doppelt-genauen Gleitkommazahl (11 Ziffern) drei Kernspeicherworte. Von den vorhandenen 32 K Worte Kernspeicher werden etwa 12 K für das Betriebssystem benötigt. 15 Stationen,

11 Jahre und 5 Parameter ergeben rund 300 000 Tagesmittelwerte.

Um die Faktorenanalyse auf der CD 1700 zu rechnen, wird das Datenmaterial auf dem Plattenspeicher binär gespeichert.

Die Analyse benötigt für jeden Monat:

1. die Tagesmittelwertmatrix,
2. die normierte Tagesmittelwertmatrix,
3. die Faktorenwertmatrix,
4. die Korrelationsmatrix,
5. die Faktorenmatrix.

Auf einer Platte sind 32 767 Sektoren vorhanden. Davon werden für die Speicherung der Matrizen 1 bis 5 und weiterer notwendiger Organisationsdaten 29 521 Sektoren benutzt. Während des Programmlaufes werden kleinere Datenmengen von der Platte in den Kernspeicher geladen, die notwendigen Rechnungen durchgeführt, und die Ergebnisse wieder auf der Platte abgespeichert. Da das Gesamtprogramm nicht in den Kernspeicher paßt, wird es in zwei Programme zerlegt und nacheinander gefahren. Die Platte als Gesamtdatenspeicher ist hierfür sehr vorteilhaft.

3.3.3.2 Auswahl der L- und N-Faktoren

Das Ergebnis der Analyse ist für jede der 15 Stationen und für jeden Monat die Matrix A, welche die Ladungen der Faktoren enthält. Insgesamt liegen damit 180 Matrizen mit zunächst drei berechneten Faktoren vor. Nach der Definition in Abschnitt 3.3.2 werden für jede Station und jeden Monat der L-Faktor und der N-Faktor herausgesucht.

Als Beispiel sind für den Monat Juni die Faktorenmatrix der Stationen Nürnberg, Klippeneck und München in Tabelle 3.13 und für Juli die der Stationen Emden, Essen und Klippeneck in Tabelle 3.14 so zusammengestellt, wie sie sich bei der Berechnung ergeben haben. Die Merkmale, die lt. Definition zur Festlegung des L- bzw. N-Faktors führen, sind entsprechend gekennzeichnet.

Tab. 3.13 Faktorenmatrix für die Stationen Nürnberg, Klippeneck und München für den Monat Juni (Versuche Nr. 385, 387, 389). Die Ladungen, die lt. Definition zur Festlegung des L- bzw. N-Faktors führen, sind einmal bzw. zweimal unterstrichen.

	Nürnberg			Klippeneck			München		
	L		N	N		L	N		L
	F1	F2	F3	F1	F2	F3	F1	F2	F3
U	-0,02	0,58	-0,07	-0,26	-0,26	-0,71	-0,62	-0,18	-0,06
V	0,07	0,02	0,36	-0,04	0,11	-0,72	-0,38	0,13	0,19
T	<u>0,81</u>	-0,49	0,18	0,59	<u>0,75</u>	0,08	0,43	<u>0,76</u>	0,08
E	<u>0,91</u>	0,22	0,12	-0,16	<u>0,91</u>	0,01	0,19	<u>0,81</u>	0,04
RR	0,01	<u>0,84</u>	0,20	<u>-0,88</u>	0,06	-0,19	<u>-0,86</u>	-0,00	0,05

F1: Faktor Nr. 1
F2: Faktor Nr. 2
F3: Faktor Nr. 3

L: L-Faktor
N: N-Faktor

Nach der Bestimmung der L- bzw. N-Faktoren fällt auf, daß bei manchen Faktoren die Vorzeichen einiger Variablen nicht übereinstimmen. Im Juni (Tabelle 3.13) ist die Ladung der Variablen T des N-Faktors für Nürnberg negativ, für die Stationen Klippeneck und München hingegen positiv, während es sich bei den Vorzeichen der anderen Klimaelemente (U, V, E, RR) an den genannten Stationen umgekehrt verhält.

In Tabelle 3.14 finden sich positive Ladungen der Variablen T und E beim L-Faktor auch an den Stationen Emden und Klippeneck und negative an der Station Essen. Bei den Ladungen U und RR verhält es sich genau umgekehrt. Auch beim

N-Faktor der Station Essen haben die Ladungen der meteorologischen Parameter ein anderes Vorzeichen als diejenigen der Stationen Emden und Klippeneck (Tabelle 3.14).

Die Beziehungen der einzelnen Parameter untereinander haben sich aber in jedem Falle nicht geändert, denn z.B. besitzen die Ladungen der Variablen U, V, E und RR beim N-Faktor immer ein anderes Vorzeichen als das Element T.

Zur Untersuchung dieser Vorzeichenänderungen sind für Klippeneck und Essen in Abbildung 3.15a und 3.16a der Jahresgang der Ladungen des L- und N-Faktors gezeichnet. Bei Essen fallen die Vorzeichenunregelmäßigkeiten im Juli für den

Tab. 3.14 Faktorenmatrix für die Stationen Emden, Essen, Klippeneck für den Monat Juli (Versuche Nr. 394, 396, 402). Weitere Legende wie Tabelle 3.13

	Emden			Essen			Klippeneck		
	L		N	L		N	L		N
	F1	F2	F3	F1	F2	F3	F1	F2	F3
U	-0,43	0,39	-0,22	0,34	0,56	-0,36	-0,37	0,63	0,29
V	0,06	0,64	-0,21	0,01	0,66	-0,17	0,12	0,70	0,07
T	<u>0,89</u>	0,06	0,31	<u>-0,80</u>	0,09	0,42	<u>0,84</u>	0,00	-0,46
E	<u>0,88</u>	0,01	-0,14	<u>-0,84</u>	-0,08	-0,12	<u>0,90</u>	-0,02	0,08
RR	-0,08	0,34	<u>-0,67</u>	0,03	0,39	<u>-0,68</u>	-0,06	0,19	<u>0,77</u>

F1: Faktor Nr. 1
F2: Faktor Nr. 2
F3: Faktor Nr. 3

L: L-Faktor
N: N-Faktor

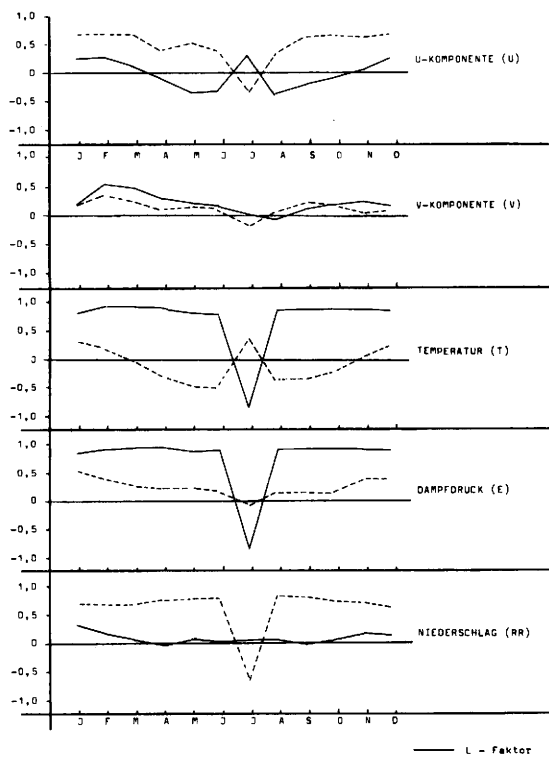


Abb. 3.15 a
Jahresgang der Faktorenloadungen
L-Faktor und N-Faktor
E s s e n (1950-1960)
Vorzeichen n i c h t berichtigt

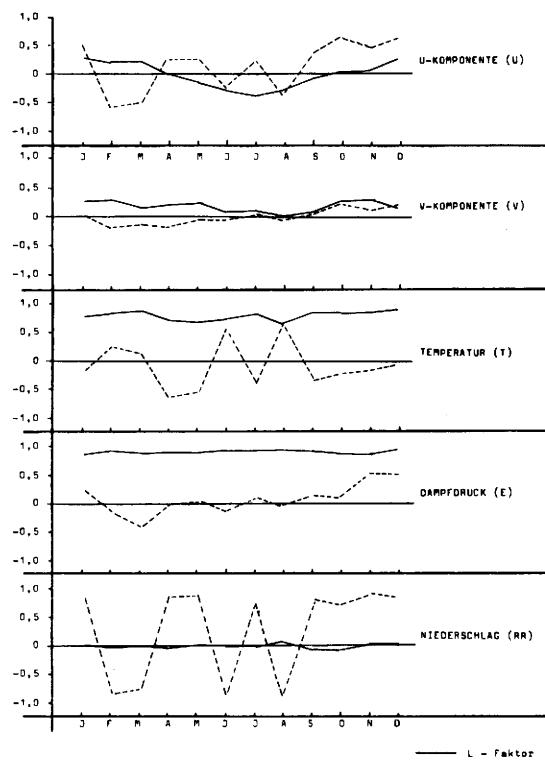


Abb. 3.16 a
Jahresgang der Faktorenloadungen
L-Faktor und N-Faktor
K l i p p e n e c k (1950-1960)
Vorzeichen n i c h t berichtigt

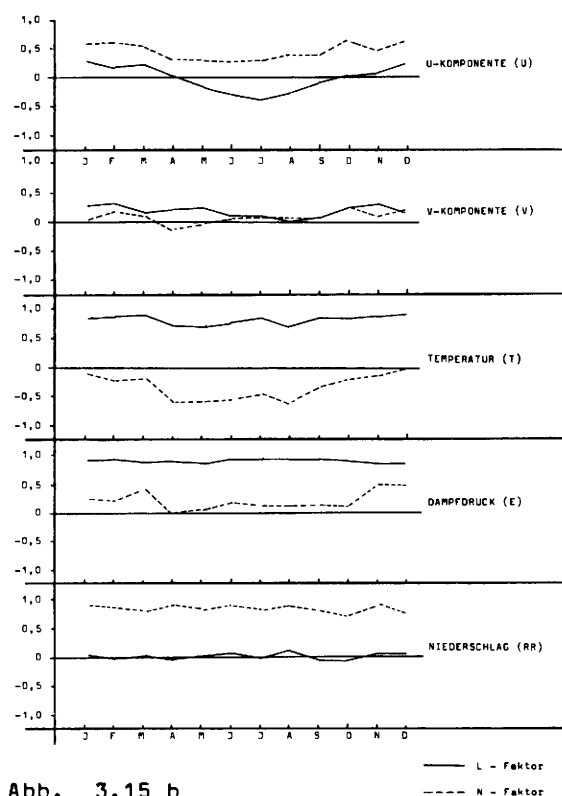


Abb. 3.15 b
Jahresgang der Faktorenloadungen
L-Faktor und N-Faktor
E s s e n (1950-1960)
Vorzeichen berichtigt

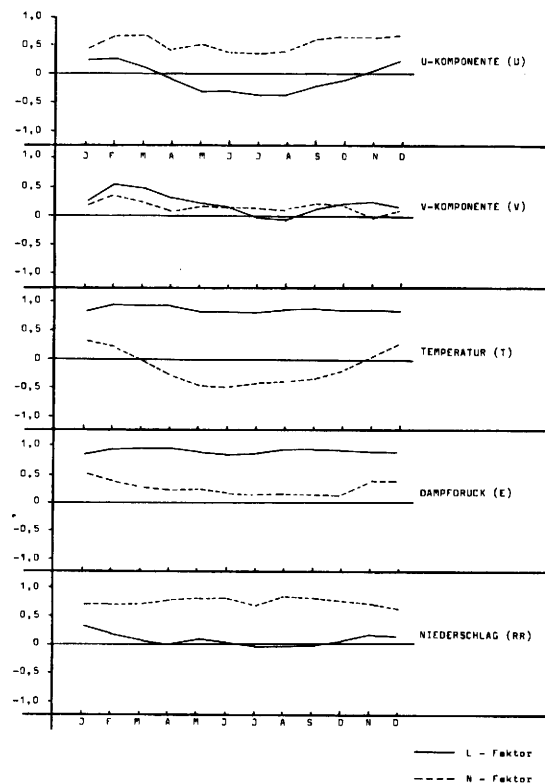


Abb. 3.16 b
Jahresgang der Faktorenloadungen
K l i p p e n e c k (1950-1960)
Vorzeichen berichtigt

L- und N-Faktor an, und bei Klippeneck ist der N-Faktor in den Monaten Februar, März, Juni und August betroffen.

Das geschilderte Problem hängt mit der Orientierung der Koordinatenachsen nach der Faktorenanalyse zusammen. Die Bestimmung der Faktoren ist im Grunde genommen eine Transformation des Koordinatensystems mit gewissen vorgegebenen Bedingungen (siehe u.a. Abschnitt 2.1.6 und 2.2.5). Die Orientierung der Koordinatenachsen wird bei der Durchführung der Analyse nicht festgelegt. So kann es vorkommen, daß sich diese Vorzeichenunterschiede ergeben, wobei die Beziehungen der Variablen innerhalb eines Faktors erhalten bleiben, wie dies in den Tabellen 3.13 und 3.14 sowie in den Abbildungen 3.15a, 3.16a zu sehen ist.

Um die Interpretation der Ergebnisse der Faktorenanalyse nicht unnötig zu erschweren, ist eine Erweiterung der Definition des L- bzw. N-Faktors (siehe Abschnitt 3.3.2) sinnvoll:

- Die Ladungen der Variablen T und E sollen im L-Faktor
- und die Ladungen der Variablen RR soll im N-Faktor immer positiv sein bzw. durch Multiplikation der Ladungen aller Variablen des L- oder N-Faktors mit (-1) positiv gemacht werden.

Die Jahresgänge der Faktorenladungen der Stationen sind in den Abbildungen 3.15b und 3.16b unter Beachtung des obigen Zusatzes neu gezeichnet. Die sprunghaften Änderungen sind verschwunden, und der Verlauf der Ladungen in den Abbildungen 3.15a und 3.16a ähnelt denen von Abbildung 3.13.

In Tabelle 3.15 ist übersichtlich zusammengestellt, für welche Stationen und Faktoren eine Multiplikation mit (-1) vorgenommen werden muß. Das Ergebnis tritt beim L-Faktor 6 mal (3,3%) und beim N-Faktor 21 mal (11,7%) von je 180 Faktoren auf.

3.3.3.3 Jahresgänge der Faktorenladungen

Die Jahresgänge der Ladungen für die L- bzw. N-Faktoren sind für alle 15 Stationen in den Abbildungen 3.17 - 3.24 (Anhang) gezeichnet. In einem ersten Überblick können die für die Station Lübeck beschriebenen Abhängigkeiten der Variablen wiedergefunden werden:

Beim L-Faktor

- unterliegt die Korrelation der U-Komponente einem Jahreswechsel mit Vorzeichenwechsel und
- ist die Meridional (V)-Komponente nur an einigen Monaten korreliert.

Tab. 3.15 Zusammenstellung, bei welchen Stationen und Faktoren die Vorzeichen der Ladungen gemäß der erweiterten Definition geändert werden müssen.

DEUTSCHE SYNOPSTATIONEN

Übersicht über die Faktoren, bei denen das Vorzeichen der Ladungen (-1) geändert wurde (siehe Text)

Stationen	JAN		FEB		MAR		APR		MAI		JUN		JUL		AUG		SEP		OKT		NOV		DEZ	
	L	N	L	N	L	N	L	N	L	N	L	N	L	N	L	N	L	N	L	N	L	N	L	N
List																			-1	-1				
Kiel			-1	-1				-1																
Cuxhaven								-1																
Emden													-1										-1	
Bremen																								
Essen												-1	-1											
Kassel																								
Trier																								
Mannheim				-1								-1	-1	-1										
Nürnberg																								
Weiden																								
Klippeneck				-1		-1						-1			-1									
Augsburg				-1					-1				-1		-1									
München												-1			-1									
Passau												-1		-1	-1									

leer: keine Vorzeichenänderung

-1: Vorzeichenänderung

L: L-Faktor

N: N-Faktor

Beim N-Faktor

- zeigt die Ladung der Temperatur (T) einen ausgeprägten Jahresgang mit Vorzeichenwechsel,
- ist die Zonalkomponente (U) an fast allen Monaten positiv korreliert,
- und der Dampfdruck (E) in den Wintermonaten mit Ladungen größer 0,25 beteiligt.

Neben den o.a. Gemeinsamkeiten genereller Art lassen sich auch Abweichungen in den Jahresgängen der Ladungen der einzelnen Stationen erkennen, denn sonst könnte vermutet werden, daß die Methode die in Deutschland vorhandenen klimatischen Unterschiede (siehe u.a. WEGNER, 1923; RIDDER, 1935; HOFFMEISTER, 1930) nicht oder nur gering erfaßt.

Die Ladungen der Variablen U des L-Faktors und die der Variablen T des N-Faktors sollen die vorhandenen Verschiedenheiten als Beispiel verdeutlichen.

In Tabelle 3.16 ist jeweils die mittlere Ladung der U-Komponente (L-Faktor) aus den Monaten Dezember, Januar und Februar sowie aus den Monaten Juni, Juli und August und außerdem die Differenz aus beiden Mitteln für alle Stationen zusammengestellt.

Tab. 3.16 Mittel der Ladungen der U-Komponente (L-Faktor) aus den Monaten
A: Dezember, Januar, Februar,
B: Juni, Juli, August,
C: A - B für die Stationen aus Deutschland

Stationen ⁺	A	B	C = A-B
LIS	0,78	-0,47	1,25
KIL	0,43	-0,41	0,84
CUX	0,32	-0,53	0,85
EMD	0,37	-0,34	0,71
BRM	0,35	-0,39	0,74
ESS	0,26	-0,32	0,58
KAS	0,26	-0,23	0,49
TRI	0,33	-0,15	0,48
MAN	0,28	-0,21	0,49
NBG	0,22	-0,24	0,46
WEI	0,27	-0,29	0,56
KLI	0,23	-0,31	0,54
AUG	0,28	-0,24	0,52
MCH	0,26	-0,24	0,50
PAS	0,14	-0,15	0,29

⁺ volle Namen in Tabelle 3.12

Man überzeugt sich leicht in den Abbildungen 3.17 - 3.24 (Anhang), daß im Winter das Maximum bzw. im Sommer das Minimum der benutzten Kurven liegt. In den Winter- und Sommermonaten nimmt die durchschnittliche Ladung der Variablen U von Norden nach Süden ab. Die Werte in Spalte C, ein Maß für die Amplitude der Jahresgänge, werden auch von Norden nach Süden kleiner. Die Beträge der Korrelationen der U-Komponente mit dem L-Faktor sind folglich im Winter und Sommer an nördlichen Stationen höher als an Stationen in Süddeutschland.

Das bedeutet, daß die Zonalkomponente des Windes für die Temperatur und Feuchte im Süden nicht so eine Rolle spielt wie im Norden Deutschlands. Als einer der Gründe ist hier u.a. die Orographie anzuführen, die dafür sorgt, daß nicht mehr so eindeutig Luftmassen bestimmten Windrichtungen zuzuordnen sind (LAUSCHER, 1949). Zum anderen verliert maritime Luft ihre Eigenschaften in Bodennähe umso mehr, je weiter sie auf dem Land vordringt. Bei kontinentalen Luftkörpern hingegen ist dieser Umwandlungsprozeß nicht so ausgeprägt (DAMMANN, 1943).

In Tabelle 3.17 sind mittlere Ladungen der T-Komponente (N-Faktor) für die gleichen Monate zusammengestellt wie in Tabelle 3.16.

Tab. 3.17 Mittel der Ladungen der T-Komponente (N-Faktor) aus den Monaten
A: Dezember, Januar, Februar
B: Juni, Juli, August,
C: A - B

Stationen ⁺	A	B	C
LIS	0,23	-0,28	0,51
KIL	0,35	-0,37	0,72
CUX	0,57	-0,25	0,82
EMD	0,43	-0,37	0,80
BRM	0,47	-0,45	0,92
ESS	0,27	-0,44	0,71
KAS	0,32	-0,50	0,82
TRI	0,31	-0,41	0,72
MAN	0,23	-0,46	0,69
NBG	0,39	-0,50	0,89
WEI	0,29	-0,48	0,77
KLI	-0,17	-0,57	0,40
AUG	0,17	-0,43	0,60
MCH	0,24	-0,40	0,64
PAS	0,13	-0,65	0,78

⁺ volle Namen in Tabelle 3.12

In den Wintermonaten fallen die Korrelationen der Temperatur mit dem N-Faktor an den meisten Stationen geringer aus als in den Sommermonaten. Außerdem nimmt im Sommer die Korrelation von Norden nach Süden hin zu.

In diesen Unterschieden der Abhängigkeiten von T und RR kommt zum Ausdruck, daß bei Niederschlag im Winter die Milderung im Mittel nicht so ausgeprägt ist wie der sommerliche Temperaturrückgang. Im Sommer kommt zur Advektion noch die Verringerung der Einstrahlung durch die Bewölkung hinzu, die sonst für hohe Tagesmittelwerte der Temperatur sorgt. (DAMMANN, 1938). Außerdem ist das mittlere sommerliche Temperaturniveau im Süden höher (HELLMANN, 1922), und daher macht sich hier der mit dem Regen zusammenhängende Temperaturrückgang stärker bemerkbar als in Norden.

Diese beiden Beispiele machen deutlich, daß es nun an den 15 Stationen Unterschiede in bezug auf die Ladungen der beiden Faktoren gibt.

Die daraus resultierende Frage, sind auf der Basis der jetzt vorliegenden Faktoren mittels einer objektiven Methode ähnliche Stationen zu finden und Klimagebiete abzugrenzen, soll im nächsten Abschnitt untersucht werden.

3.4. Faktorenanalyse des Faktorenkollektives

3.4.1 Allgemeines

Das in den Abschnitten 1 und 3.1 vorgestellte Schema

$$\{e_{tij}\}$$

(t: Zeit; i: Klimaelement; j: Ort)
wird durch die Forderung: $j = \text{constant}$ in die Matrizen

$$Y = \{e_{ti}\}$$

zerlegt.

Y war für jede der 15 ausgewählten Stationen die Ausgangsmatrix einer Faktorenanalyse, die über die gefundenen zwei Faktoren nach dem im Abschnitt 2.2.8 beschriebenen Verfahren die Faktorenwertmatrix

$$P = \{w_{tf}\}$$

berechnet.

w_{tf} ist der Faktorenwert w zur Zeit t und für den Faktor f. Diese Matrizen P können für alle Stationen in dem folgenden Schema zusammengefaßt werden:

$$\{w_{tfj}\}$$

(t: Zeit; f: Faktor; j: Ort).

Die Faktorenanalysen überführen $\{e_{tij}\}$ in eine neue Matrix $\{w_{tfj}\}$ und reduzieren dabei die Datenmenge, denn zwei Faktoren f ersetzen die ursprünglich vorgegebenen fünf Klimaelemente i. Außerdem treten an Stelle der Maßwerte e die Faktorenwerte w, die über die Faktoren die Abhängigkeiten der Klimaelemente enthalten.

Die Datenmenge in $\{w_{tfj}\}$ ist zwar kleiner als die ursprüngliche, aber mit etwa 11000 Werten (365 Tage, 2 Faktoren und 15 Stationen) immer noch zu unübersichtlich und in dieser Form nicht für eine Klimaklassifikation geeignet. Es liegt also nahe, wiederum die Faktorenanalyse als Reduktionsverfahren einzusetzen. Um die klimatische Interpretation zu erleichtern, wird die Untersuchung für jeden Faktor getrennt durchgeführt ($f = \text{constant}$), so daß folgende Ausgangsmatrix vorliegt:

$$P = \{w_{tj}\}$$

Variable in dieser zweiten Anwendung der Faktorenanalyse sind die Stationen, so daß versucht wird, über deren Abhängigkeiten das Klima zu beschreiben. Die Einteilung der Zeitkoordinate in die einzelnen Monate wird beibehalten, und somit stehen sowohl für den L- als auch für den N-Faktor jeweils 12 Faktorenwertmatrizen $\bar{P}$ für die zweite Analyse zur Verfügung.

STELLMACHER (1971) hat auf die Möglichkeit, die Ergebnisse einer Faktorenanalyse nochmal einer Faktorenanalyse zu unterziehen, hingewiesen. In ihrer Arbeit hat sie die verschiedenen Kombinationen von Klimaelementen und Stationen sowie deren Behandlung mittels Faktorenanalyse ausführlich zusammengestellt.

Die Ergebnisse der 1. Analyse tragen die Bezeichnung: "F a k t o r", zur Unterscheidung wird an ihrer Stelle bei der 2. Analyse der Begriff: "K o m p o n e n t e" eingeführt.

3.4.2 Häufigkeitsverteilung der Faktorenwerte

Als Beispiel sind für die Monate Januar und September die Häufigkeitsverteilungen der Stationen List, Trier, München in den Abbildungen 3.25 a - c in das Gaußsche Wahrscheinlichkeitsnetz eingezeichnet.

Diese Stichproben zeigen, daß die Grundgesamtheiten der Faktorenwerte nicht normal verteilt sind. Die Korrelationsmatrix R wird deshalb über den tetrachorischen Korrelationskoeffizienten (Vierfelder-

Abb. 3.25 a
Summenhäufigkeiten
der Faktorenwerte
L i s t (1950-1960)

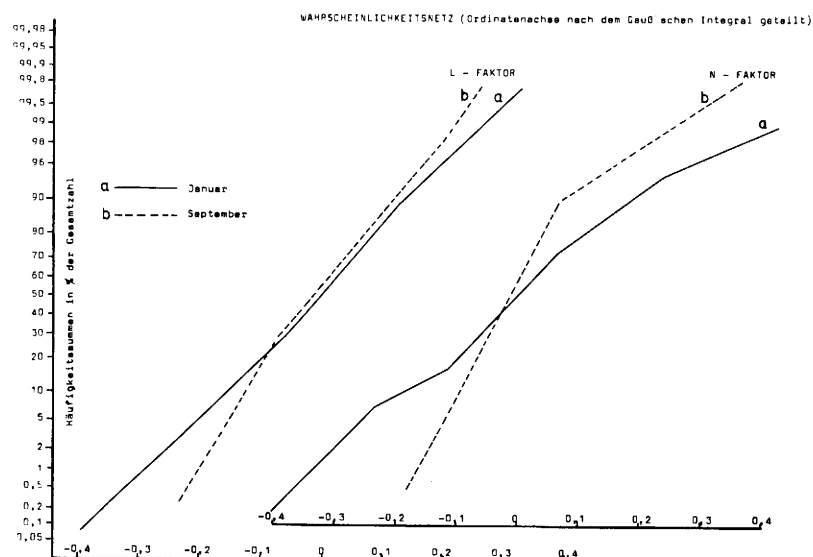


Abb. 3.25 b
Summenhäufigkeiten
der Faktorenwerte
T r i e r (1950-1960)

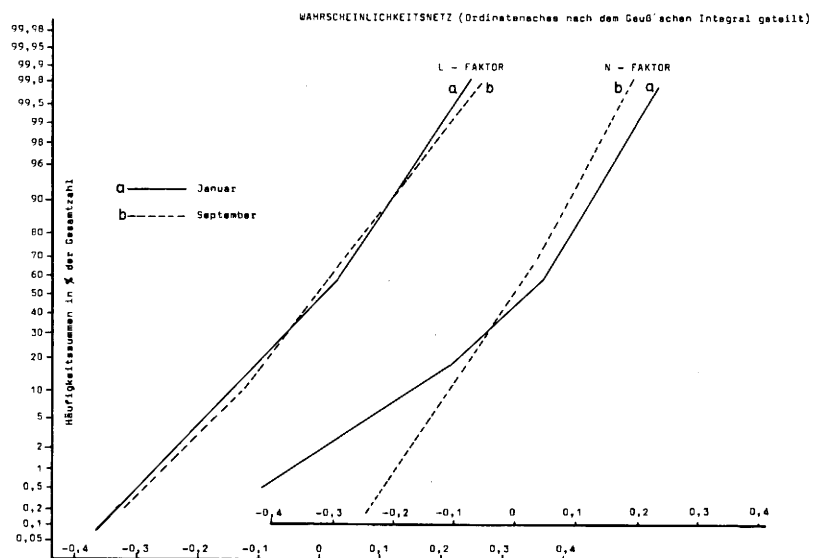
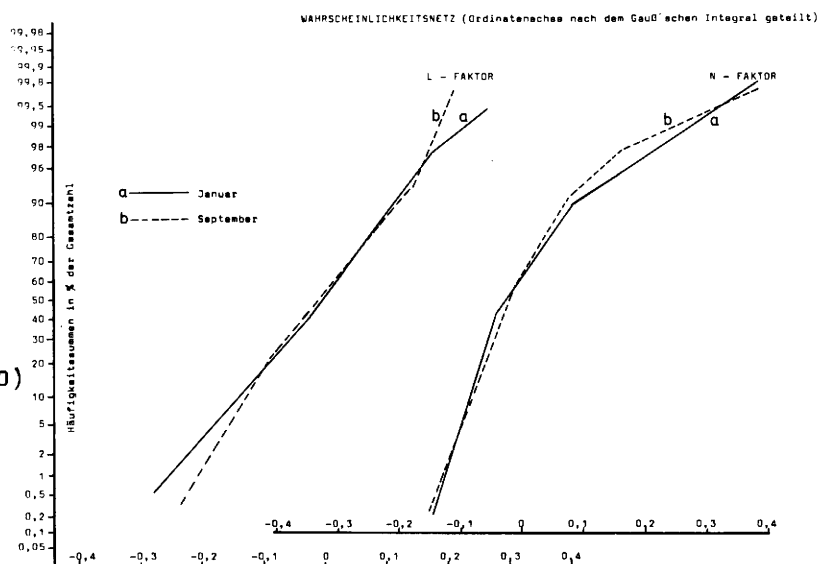


Abb. 3.25 c
Summenhäufigkeiten
der Faktorenwerte
M ü n c h e n (1950-1960)



korrelationskoeffizienten) berechnet.

3.4.3 Die Komponentenmatrix des L-Faktors

3.4.3.1 Varianzanteile

Die Matrix $\{w_{tj}\}$ aus dem Abschnitt 3.4.1 geht bei Beschränkung auf die Faktorenwerte des L-Faktors ($f = \text{constant}$) in die zweidimensionale Matrix

$$\bar{P}_L = \{w_{tj}\} \quad f = \text{L-Faktor}$$

Über $\bar{P}_L$ wird nach den Orten j entwickelt, d.h., die Matrix R_h enthält die Korrelationen zwischen den Stationen. Das Ergebnis der Faktorenanalyse ist für jeden Monat die Komponentenmatrix

$$\bar{A} = \{\bar{a}_{1k}\}$$

($1 = 1, 2 \dots 15$ (Station); $k = 1, 2 \dots \bar{o}$ (Komponente)).

Die Ladungen von $\bar{A}$ geben die Korrelationen zwischen den Stationen und den Komponenten wieder.

Reihenfolge, wie sie nach der Rotation vorliegt.

Man erkennt, daß mehr als 85% der Gesamtvarianz der 15 Variablen gemeinsame Varianz ist. Dies deutet einen engen klimatischen Zusammenhang der Stationen an.

Für die weitere Auswertung werden nur Komponenten verwendet, deren Anteil an der Gesamtkommunalität (H) mindestens 9% beträgt, denn sie haben damit einen absoluten Varianzanteil von etwa 1,0, was der normierten Varianz einer Station entspricht.

Mit diesem Kriterium bleiben 2 bzw. 3 Komponenten pro Monat übrig, die in Tabelle 3.19, der Größe ihres Anteils an H nach geordnet, zusammengestellt sind. Außerdem ist angegeben, wie hoch, zusammengekommen, der Anteil ihrer Varianz an der Gesamtkommunalität (H) und Gesamtvarianz (S) ist.

Danach erfassen die 3 bzw. im März 2 Komponenten zwischen 77% und 92% der Gesamtvarianz von $S = 15,0$ (15 Stationen mit normierter Varianz). Bezogen auf die gemeinsame Varianz der Analysen (Gesamtkommunalität) liegen die Anteile der ausgewählten Komponenten zwischen 84% und 98%.

Tab. 3.18 Gesamtkommunalität (H) absolut und in % der Gesamtvarianz ($S = 15,0$), Anteile der einzelnen Komponenten an H in %, getrennt für die einzelnen Monate.

Mon	H absolut	H in % von S	1. Komp. % von H	2. Komp. % von H	3. Komp. % von H	4. Komp. % von H	5. Komp. % von H	6. Komp. % von H
Jan	13,76	91,7	30,3	34,9	8,5	19,1	1,4	5,9
Feb	13,23	88,2	49,0	28,2	18,3	2,4	1,4	0,7
Mär	14,19	94,6	54,3	40,9	3,7	0,6	0,4	0,1
Apr	14,25	95,0	44,7	42,8	9,5	1,9	0,8	0,4
Mai	13,87	92,5	45,5	36,1	15,2	1,3	1,5	0,4
Jun	13,68	91,2	45,4	42,5	10,4	1,4	0,1	0,2
Jul	13,77	91,8	43,4	38,2	15,1	1,6	1,6	0,2
Aug	14,44	96,3	4,3	37,8	14,1	42,4	0,8	0,6
Sep	14,41	96,1	7,6	39,1	41,6	10,3	1,0	0,4
Okt	14,67	97,8	41,5	40,9	12,2	3,2	1,5	0,6
Nov	13,27	88,5	48,6	35,5	14,0	1,1	0,5	0,3
Dez	12,78	85,2	44,6	39,2	11,4	2,5	1,1	1,2

Für die Matrizen $\bar{A}$ sind in Tabelle 3.18 die Gesamtkommunalität (H) absolut und als Anteil in Prozent der Gesamtvarianz ($S = 15,0$) sowie die Aufteilung von H auf die einzelnen Komponenten, getrennt für die einzelnen Monate, zusammengestellt. Die Komponenten stehen in der

Der mit nur 77% Anteil an der Gesamtvarianz bzw. 84% an H etwas aus dem Rahmen fallende Monat ist der Januar. Dies gilt auch für die Ergebnisse der 1. Faktorenanalyse, denn im Januar wird bei vielen Stationen der L- und N-Faktor nicht eindeutig getrennt (siehe Abschnitt 3.3.3).

Tab. 3.19 Zusammenstellung der Komponenten, deren Varianzanteil über 9% liegt, nach Größen geordnet. Außerdem ist in den beiden letzten Spalten die Summe ihrer Anteile an der Gesamtkommunalität (H) und der Gesamtvarianz (S) angegeben. (Getrennt für die einzelnen Monate).

Mon	1.Komp. % v.H.	2.Komp. % v.H.	3.Komp. % v.H.	4.Komp. % v.H.	Anteil zus.an H (%)	Anteil zus.an S (%)
Jan	34,9	30,3	19,1	-	84,3	77,3
Feb	49,0	28,2	18,3	-	95,5	84,1
Mär	54,3	40,9	-	-	95,2	90,0
Apr	44,7	42,8	9,5	-	97,0	83,1
Mai	45,5	36,1	15,2	-	96,8	89,5
Jun	45,4	42,5	10,4	-	98,3	89,7
Jul	43,4	38,2	15,1	-	96,7	88,7
Aug	42,4	37,8	14,1	-	94,3	90,7
Sep	41,6	39,1	10,3	-	91,0	87,5
Okt	41,5	40,9	12,2	-	94,6	92,6
Nov	48,6	35,5	14,0	-	98,1	86,7
Dez	44,6	39,2	11,4	-	95,2	81,1

In allen übrigen Monaten repräsentieren die drei Komponenten über 90% der in die Faktorenanalyse eingeflossenen Varianz der 15 Variablen. Daher ist es sinnvoll, diese Komponenten zu benutzen und zu untersuchen, wie weit sie meteorologisch bzw. klimatologisch zu interpretieren sind. Auffällig ist, daß 2 Komponenten meistens je über 30% der Gesamtkommunalität beinhalten, und die dritte Komponente bis auf die Monate Januar und Februar zwischen 10% bis 15% liegt.

3.4.3.2 Klimatologische Interpretation

Da jede der 15 Stationen mit ihrer Einheitsvarianz in die Faktorenanalyse eingeht, muß untersucht werden, wie diese normierte Varianz auf die 3 Komponenten aufgeteilt ist, d.h., welche Stationen an den einzelnen Komponenten beteiligt sind. Die Matrix $\bar{A}^2 = \{\bar{a}_{1k}^2\}$ enthält die Varianzanteile jeder Station an den Komponenten. Jede Komponente ist für einige Monate graphisch dargestellt. Zur besseren Übersicht sind Linien gleicher Varianz (0,1; 0,2; usw.) eingezeichnet (siehe Abbildung 3.26 - 3.30 im Anhang). Diese Isolinien der Varianz sind als Interpretationshilfe gedacht. Bei den relativ wenigen Stationen kann ihr Verlauf nicht absolut festgelegt werden. Um die Übersichtlichkeit bei der geplanten Interpretation zu wahren, werden nicht alle möglichen 36 Karten in dieser Arbeit verwendet, sondern stellvertretend folgende Monate:

März (Abbildung 3.26),
April (Abbildung 3.27),
August (Abbildung 3.28),
Oktober (Abbildung 3.29),
Dezember (Abbildung 3.30).

In jedem dieser Monate zeigen zwei Komponenten Maxima mit hohen Varianzen im süddeutschen bzw. norddeutschen Raum. Die Linien gleicher Varianz nehmen dann jeweils von Süden nach Norden bzw. in umgekehrter Richtung ab.

Als Interpretationshilfe ist es wichtig, sich zu erinnern, daß die Komponenten aus den Faktorenwerten des L-Faktors berechnet werden. Im L-Faktor sind die Zonalkomponente des Windes mit der Temperatur und Feuchte verbunden, und er beschreibt damit den Transport von Luftmasseigenschaften. Wie schon im Abschnitt 3.3.2 näher erläutert, kommen u.a. maritime und kontinentale Luftmassen nach Deutschland, die je nach Jahreszeit ganz bestimmte Temperatur- und Feuchte Merkmale mitbringen. Diese Eigenschaften unterliegen Veränderungen, je mehr sich diese Luft von ihrem Ursprung entfernt.

Wie im nachfolgenden belegt werden kann, beschreiben diese beiden Komponenten den Einflußbereich der kontinentalen bzw. maritimen Luft in den einzelnen Monaten. Aufgrund der geographischen Lage der mit hohen Varianzanteilen beteiligten Stationen können die Bezeichnungen **k o n t i - n e n t a l e K o m p o n e n t e** (süddeutsche Stationen) und **m a r i t i m e K o m p o n e n t e** (norddeutsche Stationen) eingeführt werden.

Ozeanität bzw. Maritimität und Kontinentalität sind Begriffe, mit denen die Klimatologen arbeiten (z.B. VOLZ (1935)) und unter denen u.a. ein typischer Witterungsverlauf verstanden wird, wie er an Küsten- bzw. an Kontinentalstationen anzutreffen ist. Zu seiner Beschreibung und zur Abgrenzung werden die Mitteltemperaturen oder der mittlere Niederschlag einzelner Monate bzw. davon abgeleiteter Größen verwendet (siehe u.a. HENZE (1929); MORAWETZ (1944); RINGLEB (1947, 1949); SCHREPFER (1925)). DIECKMANN (1930) macht darauf aufmerksam, daß die regionalen Grenzen von Ozeanität und Kontinentalität keine Gebiete trennen, die unvermittelt den Habitus des einen oder des anderen Klimatypes zeigen.

Die beiden Komponenten überdecken in den einzelnen Monaten nicht die gleichen Gebiete. Im März und April ist die Abnahme ihrer Varianzen ziemlich gleichmäßig, im August dagegen verläuft bei der maritimen Komponente die 0,50 Linie schon in Küstennähe. Dies bedeutet, daß der maritime Einfluß in den Sommermonaten, von der Küste aus gesehen, schnell abnimmt, was durch die klassischen Untersuchungen gestützt wird. So weisen KÖPPEN (1931) und auch DAMMANN (1943, 1950) darauf hin, daß in Europa im Winter die stärker ausgebildete Westdrift den Ausfluß kontinentaler (trockener) Luftmassen hemmt, im Sommer hingegen der maritime Charakter der vom Meer kommenden Luft rasch durch kontinentale Einflüsse beeinträchtigt wird. SPITALER (1936) findet den höchsten Kontinentalitätsgrad im Juli und den niedrigsten im Januar. MAEDE (1952) ermittelt, daß im Küstengebiet und im norddeutschen Flachland der tägliche Temperaturverlauf von Mai bis September kontinental geprägt ist. Auch VOLZ (1935) und BERG (1946) kommen bei ihren Untersuchungen zu ähnlichen Ergebnissen.

Neben den geschilderten jahreszeitlichen Unterschieden werden auch die Gebiete, in denen die beiden Komponenten ihren Schwerpunkt (Stationen mit hohem Varianzanteil) haben, als kontinental bzw. maritim charakterisiert.

SCHREPFER (1925) schreibt bei seinen Arbeiten über die "Kontinentalität des deutschen Klimas", daß der Raum München, Passau nach seiner Formel die höchste kontinentale Stufe hat. Die Linien gleicher Kontinentalität verlaufen nach seinen Ergebnissen von SW nach NO, wobei der Gradient nach NW gerichtet ist. Er schreibt u.a. dazu: "Ganz Oberdeutschland, das gesamte Alpenvorland samt Abdachung der schwäbischen Alb und der Südhälfte des mittelfränkischen Beckens erscheint als einheitliches Klimagebiet." Auch SCHWALBE (1925) kennzeichnet diesen Raum als einheitliches Klimagebiet. WEGNER (1923) beschreibt den schwäbisch/

bayerischen Raum als gemäßigt kontinental und niederschlagsreich und faßt ihn zu einer einheitlichen Klimaprovinz zusammen. WERTH (1927) führt eine "Klima- und Vegetationsgliederung Deutschlands" durch, und auch er definiert einen schwäbisch/bayerischen Klimabezirk.

Außerdem sprechen diese Autoren von einem "Nordatlantischen Bezirk" "ozeanisches Klimagebiet" und bezeichnen damit die Küsten- und angrenzenden Gebiete der Nordsee, die ein eigenes Klima aufweisen. Bei den Abgrenzungen machen sie darauf aufmerksam, daß diese Region, da keine jahreszeitlichen Unterschiede gemacht werden, nur schmal ist. REICHEL (1930) begrenzt den "ozeanischen" Einfluß für mittlere Verhältnisse grob auf das Gebiet nördlich der Linie: "Cleve - Lingen - Bremen - Hamburg - Schwerin."

In dieser Region, deren Klima mit dem Zusatz maritim umrissen wird, liegen auch diejenigen Stationen, die an der so bezeichneten maritimen Komponente mit hoher Varianz beteiligt sind. Für die süddeutschen Stationen und die kontinentale Komponente gilt Entsprechendes. Die beiden Komponenten haben folglich einen klimatisch sinnvollen Namen erhalten, denn sie zeigen, wie weit der maritime bzw. kontinentale Einfluß in Deutschland reicht. Die Linien gleicher Varianz können benutzt werden, um Klimagebiete in diesem Sinne objektiv abzugrenzen.

Neben den beiden erwähnten Komponenten tritt noch eine dritte auf, an der Stationen beteiligt sind, die im Südwesten und Westen Deutschlands liegen. Das Klima dieses Gebietes wird, wie gezeigt werden kann, von subtropischer Warmluft geprägt.

HELLMANN (1922) findet bei den Linien gleicher Monatsmitteltemperaturen (reduziert auf NN) im Winter einen nord/südlichen Verlauf, und die Temperaturen nehmen von Westen nach Osten hin ab. Im Sommer dagegen verlaufen die Isothermen von SW nach NO mit im Süden höheren Temperaturen. Gebiete mit ganzjährigen positiven Temperaturabweichungen sind nach seinen Untersuchungen das Oberrheintal und die Bergstraße. Auch WEGNER (1923) beschreibt seine "Rheinische Klimaprovinz" mit im Süden milden Wintern und warmen Sommern. Außerdem weist er darauf hin, daß der Süden dieses Gebietes der wärmste Teil Deutschlands ist. WERTH (1927) führt bei seiner Gliederung ebenfalls einen "Rheinischen Bezirk" ein.

Die dritte Komponente erfaßt also Klimagegebenheiten, die nicht durch die Dualität "maritim/kontinental" beschrieben werden. Das eigenständige Klima dieser Region hängt u.a. mit der Zufuhr von Warmluft aus dem Mittelmeerraum zusammen (u.a. FLOHN (1939)), so daß sich die Bezeichnung **m e d i t e r r a n e K o m p o n e n t e**

anbietet. Die Linien gleicher Varianz verlaufen in allen Monaten im wesentlichen in nord/südlicher Richtung, und ihr Anteil an der Gesamtkommunalität liegt immer unter 20%. Beschreibungen der klimatischen Eigenarten dieses Gebietes finden sich u.a. bei PEPLER (1937a, 1937b); WEGNER (1923); WERTH (1927).

Die zweite Faktorenanalyse mit den Faktorenwerten des L-Faktors der 15 Stationen in Deutschland liefert drei Komponenten, die in ihrem Aufbau (Varianzanteile der beteiligten Stationen) klimatologisch sinnvoll sind. Sie können dazu verwendet werden, den klimatischen Einfluß der verschiedenen Luftmassen gebietmäßig mittels objektiver Kriterien abzugrenzen.

3.4.4 Die Komponentenmatrix des N-Faktors

3.4.4.1 Varianzanteile

Ausgang für die Faktorenanalysen sind die über den N-Faktor berechneten Faktorenwerte, die, wie im vorigen Abschnitt beschrieben, in der Matrix

$$\bar{p}_N = \{w_{tj}\} \quad f = \text{N-Faktor}$$

zusammengefaßt sind. Die weitere Vorgehensweise ist die gleiche wie im Abschnitt 3.4.3.

In Tabelle 3.20 sind die Gesamtkommunalität (H) absolut und als Anteil in Prozent an der Gesamtvarianz ($S = 15,0$) sowie die Aufteilung von H auf die einzelnen Komponenten für jeden Monat getrennt angegeben. Sie liefert einen guten Überblick über die Anzahl der Komponenten, die zusammengekommen in den einzelnen Monaten zwischen 75% und 87% der Gesamtvarianz als gemeinsame Varianz repräsentieren. Diese Werte sind niedriger als beim L-Faktor (85% bis 97%), was bedeutet, daß die Abhängigkeiten der Stationen beim Niederschlags-Faktor nicht so gut sind.

Ähnlich wie beim L-Faktor sind in Tabelle 3.21 alle die Komponenten, deren Anteil über 9% an der Gesamtkommunalität beträgt, der Größe nach geordnet, zusammengestellt.

Ein Vergleich der Tabelle 3.19 und 3.21 zeigt, daß beim N-Faktor meistens 4, in einigen Monaten sogar 5 Komponenten vorhanden sind gegenüber höchstens 3 beim L-Faktor. Die in Tabelle 3.21 zusammengestellten Komponenten repräsentieren mindestens 88% der Gesamtkommunalität und zwischen 70% und 81% der Gesamtvarianz. Auch diese Werte liegen niedriger als beim L-Faktor.

Mehr Komponenten und weniger Anteil an der Gesamtvarianz, darin unterscheiden sich bis jetzt die Ergebnisse des L- und N-Faktors. Dies ist darauf zurückzuführen, daß der Niederschlag, der den N-Faktor

Tab. 3.20 Gesamtkommunalität (H) absolut und in % der Gesamtvarianz ($S = 15,00$) sowie die Aufteilung von H auf die einzelnen Komponenten getrennt für jeden Monat.

	H abs.	H in % von S	1.Komp. in % von H	2.Komp. in % von H	3.Komp. in % von H	4.Komp. in % von H	5.Komp. in % von H	6.Komp. in % von H
Jan	12,10	80,7	32,1	28,4	13,0	6,0	9,3	11,1
Feb	11,94	79,6	34,0	14,2	10,8	24,9	12,9	3,1
Mär	12,70	84,7	24,4	35,3	28,9	6,7	2,5	2,2
Apr	12,45	83,0	31,7	20,7	16,3	4,0	26,4	0,9
Mai	11,79	78,6	36,9	33,7	13,8	9,5	4,3	1,8
Jun	12,26	81,7	27,0	21,2	26,1	22,6	3,0	-
Jul	11,96	79,7	39,3	22,7	23,7	9,7	2,2	2,4
Aug	11,70	78,0	40,3	24,9	23,4	3,4	3,1	4,9
Sep	13,06	87,1	40,5	28,8	9,4	14,0	5,8	1,5
Okt	12,72	84,8	45,9	30,6	10,6	9,4	1,4	2,1
Nov	12,82	85,5	31,9	28,5	21,0	9,3	4,0	5,3
Dez	11,13	74,2	31,0	25,0	12,8	11,3	16,5	3,5

Tab. 3.21 Zusammenstellung der Komponenten, deren Variananteil über 9% ist, der Größe nach geordnet. In den beiden letzten Spalten ist angegeben, wie groß ihr Anteil zusammen an H und S ist. Alle Angaben in %.

	1.Komp. in % von H	2.Komp. in % von H	3.Komp. in % von H	4.Komp. in % von H	5.Komp. in % von H	6.Komp. in % von H	Ant. zus. an H (%)	Ant. zus. an S (%)
Jan	32,1	28,4	13,0	11,1	9,3	-	93,9	75,7
Feb	34,0	24,9	14,2	12,9	10,8	-	96,8	76,9
Mär	35,3	28,9	24,4	-	-	-	88,6	74,9
Apr	31,7	26,4	20,7	16,3	-	-	95,1	78,9
Mai	36,9	33,7	13,8	9,5	-	-	93,9	73,8
Jun	27,0	26,1	22,6	21,2	-	-	96,9	79,2
Jul	39,3	23,7	22,7	9,7	-	-	95,4	76,1
Aug	40,3	24,9	23,4	-	-	-	88,6	69,1
Sep	40,5	28,8	14,0	9,4	-	-	92,7	80,7
Okt	45,9	30,6	10,6	9,4	-	-	96,5	81,7
Nov	31,9	28,5	21,0	9,3	-	-	90,7	77,5
Dez	31,0	25,0	16,5	12,8	11,3	-	96,6	71,7

prägt, gebietsmäßig sehr differenziert ist, was u.a. die Karten mit den mittleren monatlichen Niederschlagssummen zeigen (u.a. HELLMANN (1921); Deutscher Wetterdienst (1964, 1967)). Wie SCHIRMER (1949) nachweist, beeinflussen schon flache Erhebungen, wie sie z.B. im norddeutschen Flachland vorkommen, den Niederschlag.

3.4.4.2 Klimatische Interpretation

Als Hilfe für eine Interpretation der Komponenten wird, wie im vorigen Abschnitt, für ausgewählte Monate die Matrix $\bar{A}^2$ komponentenweise graphisch dargestellt (siehe Abbildung 3.31 - 3.35 im Anhang). Verwendet werden die Monate:

März	(Abbildung 3.31),
Juni	(Abbildung 3.32),
Juli	(Abbildung 3.33),
September	(Abbildung 3.34),
Dezember	(Abbildung 3.35).

Das Isolinienbild zeigt eine größere Vielfalt als beim L-Faktor, indessen lassen sich folgende Schwerpunkte der einzelnen Komponenten erkennen:

- bayerisch/fränkischer Raum,
- Rhein-Main-Gebiet /Rheinland-Pfalz,

- norddeutsches Flachland,
- Küstenregion /Schleswig - Holstein.

Aber die Stationen mit den höchsten Varianzanteilen an einer Komponente wechseln in den einzelnen Monaten. So sind es z.B. für die bayrisch/fränkische Komponente im März München (0,85), Augsburg (0,64) und im Juni die fränkischen Stationen Nürnberg (0,79), Weiden (0,60).

In manchen Monaten werden diese vier Komponenten noch weiter aufgegliedert. Als Beispiel kann die Küsten-/Schleswig-Holstein-Komponente angeführt werden:

- im Juni bilden die Stationen Kiel (0,67), Cuxhaven (0,66), List (0,57) u.a.

eine gemeinsame Komponente,

- im Dezember ist sie in zwei Komponenten aufgespalten
- 1) List (0,70), Cuxhaven (0,42) u.a.,
- 2) Kiel (0,70) u.a.

Die gemeinsame Varianz nimmt, von den Schwerpunkten der Komponenten aus gesehen (Stationen mit höchster Varianz), etwa gleichmäßig ab. Die entsprechenden Gradienten sind von Monat zu Monat unterschiedlich groß.

Für die Interpretation der gefundenen Komponenten ist es sinnvoll, sich noch einmal zu vergegenwärtigen, welche meteorologischen Elemente am N-Faktor beteiligt sind (siehe Abschnitt 3.3.2). Mit dem N-Faktor sind:

- der Niederschlag (RR)
- die Zonalkomponente des Windes (U) und
- die Temperatur (T)

korreliert. Die Faktorenwerte, die ja die Ausgangsdaten für die Anwendung der Faktorenanalyse sind, folgen damit den o.a. Elementen, deutlich in den Abbildungen 3.7 und 3.8 zu erkennen.

In den Komponenten werden folglich Stationen zusammengefaßt, bei denen Niederschlag, Temperatur und Wind in einem ähnlichen Zusammenhang stehen. Dieser ist, über längere Zeiträume gesehen, von der Häufigkeit bestimmter Wetterlagen und ihren Auswirkungen durch die orographische Lage der Station abhängig. Als Beispiel hierfür kann DAMMANN (1936, 1938) angeführt werden. Er hat den Einfluß der Luftdruckverteilung (Wetterlage) auf das Element Temperatur untersucht und konnte zeigen, wie sich im Norden und Süden Deutschlands aufgrund der Luftdruckverteilung unterschiedliche Temperaturen ausbilden. Für das Zustandekommen der verschiedenen Mitteltemperaturen spielt dann die Häufigkeit der Wetterlagen eine entscheidende Rolle.

Im Folgenden soll nachgewiesen werden, daß die Komponenten des N-Faktors durch die im Untersuchungsgebiet unterschiedliche Häufigkeit von zyklonalen und antizyklonalen Wetterlagen und auch durch deren verschiedenartige Auswirkungen zustande kommen.

Durch die im N-Faktor verknüpften Elemente (U, T, RR) kommt in den Komponenten dieser Analyse im wesentlichen der advektive Anteil des Niederschlages und sein Zusammenhang mit der Temperatur zum Tragen. Niederschläge an Fronten sind aber in ihrer Ergiebigkeit durchaus nicht gebietsmäßig gleich verteilt, denn Staus verstärken und Föhn schwächt den Frontniederschlag ab (FLOHN, 1939). Auch wenn im gesamten Untersuchungsgebiet eine einheitliche Wetterlage herrscht (z.B. zyklonales Wetter), können sich deshalb unterschiedliche Komponenten ergeben.

FLOHN (1939) und DAMMANN (1937, 1950) verweisen aber auch darauf, daß der advektive Teil des Niederschlages keinen sehr ausgeprägten Jahresgang hat, weshalb in jedem Monat gleichmäßig etwa die gleichen Komponenten zu finden sind.

Bei der räumlichen Verteilung der Komponenten macht sich bemerkbar, daß die Häufigkeit und Intensität der zyklonalen Wetterlagen von Norden nach Süden abnimmt. Die Zyklonentätigkeit spielt sich im wesentlichen im Norden Europas ab, so daß die Küste, Schleswig-Holstein und Norddeutschland häufiger und intensiver beeinflusst werden als der Süden Deutschlands, wo gleichzeitig antizyklonales Wetter vorherrschen kann (FLOHN, 1954a).

Dieser Unterschied in den Luftdruckgegensätzen zwischen Nord und Süd ist im Winter stärker ausgeprägt als im Sommer, wie ein Vergleich mit Karten des mittleren monatlichen Luftdruckes (HELLMANN (1921)) von Dezember/Januar und Juni/Juli zeigt. Die Linien gleichen Luftdruckes verlaufen im Winter von West nach Ost mit tiefem Druck im Norden, wobei die Luftdruckdifferenz zwischen List und München etwa 6,5 mb beträgt. Im Sommer dagegen bei tiefem Druck im Ostseeküstenbereich und höherem Luftdruck im Südwesten Deutschlands ist der Gradient mit einer Differenz von etwa 1,5 mb zwischen den beiden Orten nicht so ausgeprägt. Wenn aber auch im Sommer die Luftdruckgegensätze abgeschwächt sind, so findet VOIGTS (1951), daß im Mittel in Süddeutschland der antizyklonale Einfluß überwiegt und in Norddeutschland zyklonales Wetter vorherrscht. Aufgrund dieser Tatsache ist es verständlich, daß sich etwa nördlich und südlich der Mainlinie Komponenten des N-Faktors ergeben. Diese Aufteilung in norddeutsche und süddeutsche Gebiete mit eigenem Witterungscharakter ist auch schon bei der Untersuchung der Komponenten des L-Faktors erwähnt worden.

Innerhalb dieser Zweiteilung treten im Norden und Süden in den einzelnen Monaten Unterschiede zu Tage. So hat Schleswig-Holstein, die Küste und das norddeutsche Flachland im März und September im Gegensatz zu den anderen Monaten nur eine Komponente. Ihr Schwerpunkt (Stationen mit höchstem Varianzanteil) liegt in Schleswig-Holstein, und ihr Einfluß nimmt nach Süden hin allmählich ab. Anders sieht es in den Monaten Juni und Juli aus. In Norddeutschland ergeben sich zwei Komponenten, wobei eine Drängung der Linien gleicher Varianz in Küstennähe auffällt. DAMMANN (1948, 1949) weist darauf hin, daß die Witterungsabläufe bei gleicher Wetterlage im Sommer im Gegensatz zu den Übergangsmonaten (März/September) in der Küstenregion von denen des Binnenlandes sehr verschieden sind. Besonders der Einfluß der Strahlung und damit die Temperaturunterschiede Meer/Land spielen für den Niederschlag eine entscheidende Rolle (DAMMANN, 1950). PRAGER (1941) kommt bei seinen Untersuchungen zu

ähnlichen Ergebnissen. Auch die Karten von REICHEL (1930) zeigen, daß der Einfluß des Meeres auf die Küstenregion beschränkt ist, und sich die Niederschlags-tätigkeit von der des Binnenlandes unter-scheidet. Im folgenden Abschnitt 3.5 wird auf die mit diesem Problem zusammen-hängenden Fragen noch näher eingegangen.

Südlich des Mains findet man im wesent-lichen zwei Komponenten, die den bayerisch-fränkischen Raum vom Südwesten und Westen Deutschlands trennen. Diese Unterteilung gibt die klimatischen Ver-hältnisse dieses Gebietes wieder, denn auch SCHREPFER (1925) und SCHWALBE (1925) kommen bei ihren Untersuchungen zu ähn-lichen Ergebnissen: der bayerische -fränkische Raum hebt sich als einheit-liches Gebiet vom Rheintal und dem Westen ab. KASSNER (1946) findet im süd-deutschen Raum eine entsprechende Auf-teilung, als er das Verhältnis der som-merlichen zu den winterlichen Nieder-schlägen bildet. Weitere Literaturangaben dazu sind im Abschnitt 3.4.3 bei der Be-sprechung der mediterranen Komponente des L-Faktors aufgeführt.

Nach den bisherigen Ausführungen lassen sich die gefundenen Komponenten des N-Faktors sinnvoll Gebieten, die ein ähnli-ches Klima haben, zuordnen und geben auch deren jahreszeitliche Änderung wieder.

3.4.5 Diskussion

Die Ergebnisse der 2. Faktorenanalyse lassen sich beim L- und N-Faktor mit den Resultaten anderer klimatischer Unter-suchungen in Einklang bringen. Bei diesen Vergleichen muß man beachten, daß in die gefundenen Komponenten die Kovarianzen der verwendeten meteorologischen Elemente eingehen. Dies ist ein wesentlicher Un-terschied zur herkömmlichen flächen-mäßigen Darstellung von meteorologischen Parametern in der Klimatologie, denn dort werden in der Regel langjährige Mittel-werte von Einzelelementen benutzt. Durch die Anwendung der Faktorenanalyse wird jedoch der gemeinsame zeitliche Ablauf der meteorologischen Elemente zur Aussage herangezogen, denn in den Faktorenwerten, die das Grundlagenmaterial für die zweite Analyse bilden, sind die Abhängigkeiten der beteiligten Parameter (ihre Kovari-zen) schon enthalten.

Bei Verwendung von 15 Stationen beschrei-ben 3 (L-Faktor) bzw. 4 Komponenten (N-Faktor) das Klima des Untersuchungsge-bietes. Deutschland läßt sich damit in 3 bzw. 4 Gebiete einteilen, die in Bezug auf die jeweils an den Faktoren beteilig-ten Klimaelemente einen einheitlichen Wit-terungsablauf haben. Mit Hilfe der Linien gleicher Varianz sind die Grenzen dieser

"Klimagebiete" objektiv anzugeben. Die als Berenzung zu wählende Varianz hängt von der jeweiligen Fragestellung ab, die untersucht werden soll.

Auffallend ist, daß die Linien gleicher Varianz der Komponenten des N-Faktors meistens enger zusammen sind als die des L-Faktors, da beim L-Faktor die Advektion von Luftkörpern und beim N-Faktor der ad-vektive Niederschlag zugrunde liegt.

Zwei Komponenten des L-Faktors teilen Deutschland in Gebiete mit maritimen und kontinentalen Wetterablauf. In der Dritten kommt die Wirkung der Burgundischen Pforte auf den Südwesten zum Ausdruck. Dieses Gebiet mit mediterranem Einfluß ist in den einzelnen Jahreszeiten unterschied-lich ausgeprägt. Sein Schwerpunkt (Stati-onen mit höchster Varianz) wandert im Herbst in den Südwesten Deutschlands, wo bei sich der Einfluß, der im Sommer weit nach Norden reicht (im August hat Essen einen Varianzanteil von 0,32), wieder nach Süden zurückzieht. Die vergleichbare Komponente des N-Faktors, die ebenfalls die Region im Westen und Südwesten umfaßt, ist mit einem höheren Anteil an der gemein-samen Varianz markanter ausgebildet. Außerdem dehnt sich das Gebiet, vom Raum Trier/Mannheim aus gesehen, weiter nach Nordosten aus als nach Südosten, wo der Schwarzwald eine Grenze bildet.

Beim L-Faktor hat weder die maritime noch die kontinentale Komponente in der Mitte Deutschlands einen Schwerpunkt, sondern ihre Varianzen nehmen etwa gleichmäßig nach Süden bzw. Norden ab. Dagegen er-geben sich in Norddeutschland im Sommer und Winter für den N-Faktor zwei Kompo-nenten. Bei ihnen zeigen sich die be-kannten Gegensätze des Witterungsablaufs im Küstenbereich durch die starke Drän-gung der Isolinien, mit der die Kompo-nente der norddeutschen Tiefebene zur Küste und die Schleswig-Holstein-Kompo-nente zum Binnenland abfällt. Auch bei den Komponenten des L-Faktors ist dies zu erkennen, denn die maritime Komponente verliert in diesen Monaten, wie in der Abnahme der Varianz nach Süden zu tage tritt, schnell an Einfluß. Eine solche ausgeprägte Grenze zwischen zwei Gebieten mit unterschiedlichem klimatischen Cha-rakter ist in den anderen Teilen Deutsch-lands nicht mehr zu finden, wie die Iso-linien der Varianz der übrigen Komponen-ten sowohl des L- als auch des N-Faktors belegen.

Am Anfang dieses Abschnittes wird von 4 Komponenten des N-Faktors gesprochen, im Dezember kommen im Südwesten und an der Küste noch weitere hinzu, so daß Un-terschiede zwischen Trier und Mannheim sowie zwischen Nord- und Ostseeküste auf-gezeigt werden. Dies leitet zu der Frage

Über, ob die Faktorenanalyse in der Lage ist, in einem kleineren Gebiet klimatische Abweichungen zu erfassen.

3.5 Faktorenanalyse mit den Klimaelementen norddeutscher Stationen.

3.5.1 Stationen

in diesem Abschnitt wird der Frage nachgegangen, wie die Ergebnisse einer zweifachen Anwendung der Faktorenanalyse bei Verwendung von Stationen eines Teilgebietes Deutschlands ("Lupeneffekt") aussehen.

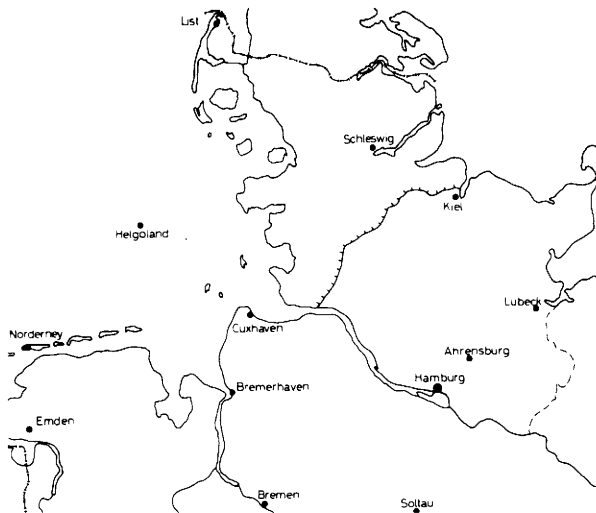


Abb. 3.36 Das Untersuchungsgebiet und die verwendeten Stationen

Für die Überprüfung werden 10 Stationen ausgewählt, die in Norddeutschland und Schleswig-Holstein liegen. Das kleinere Untersuchungsgebiet weist mit 10 Orten eine dichtere Belegung mit Stationen auf als das vorherige. Daher wird darauf verzichtet, die durch den Computer als Grenze vorgegebene Maximalzahl von 15 Orten zu benutzen.

In Abbildung 3.36 sind die verwendeten Beobachtungsstationen in das Untersuchungsgebiet eingezeichnet. Der Faktorenanalyse liegen die Tagesmittelwerte der bekannten Klimaelemente aus dem Zeitraum 1.1.1953 - 31.12.1960 zugrunde. Da an der Station Helgoland erst ab März 1952 wieder beobachtet wird, steht nicht genau der gleiche Zeitraum wie bei der Deutschlandanalyse zur Verfügung.

3.5.2 Ergebnisse

3.5.2.1 Varianzanteile

Für die Auswertung wird, wie im Abschnitt 3.3 ausführlich dargestellt, die Faktorenanalyse auf die Matrix $Y = \{e_{ti}\}$

(t : Zeit; i : Klimaelement) von jeder Station monatsweise angewendet und die L - bzw. N -Faktoren nach Definition festgelegt.

Die Jahresgänge der Faktorenladungen zeigen, wie, nach den Ausführungen in den Abschnitten 3.3.2 und 3.3.3 zu erwarten, die dort gefundenen Zusammenhänge. Sie können für die an der Deutschlanduntersuchung beteiligten Stationen List, Kiel, Emden und Bremen, den Abbildungen Nr. 3.17a, 3.17b, 3.18b und 3.19a entnommen werden. Die Abbildungen der Jahresgänge für die anderen Orte sind, da sie keine neuen Erkenntnisse enthalten, weggelassen.

Mit der Faktorenwertmatrix $\bar{P} = \{w_{tj}\}$ des L - bzw. N -Faktors wird erneut eine Faktorenanalyse durchgeführt (Stationen als Variable) (siehe Abschnitt 3.4), deren Ergebnisse im Folgenden besprochen werden. Die Komponentenmatrizen $\bar{A}$ sind für den L - und auch für den N -Faktor nur für einige Monate gezeichnet (siehe Abbildung 3.37 - 3.46 im Anhang). Damit wird die Übersichtlichkeit für die Interpretation gewahrt, die sonst von der Fülle der Informationen und der Menge der Zeichnungen beeinträchtigt werden kann. Verwendet werden, wie auch schon in den Abschnitten 3.4.3 bzw. 3.4.4, für den L -Faktor die Monate

März	(Abbildung 3.37)
April	(Abbildung 3.38)
August	(Abbildung 3.39)
Oktober	(Abbildung 3.40)
Dezember	(Abbildung 3.41)
bzw. für den N -Faktor	
März	(Abbildung 3.42)
Juni	(Abbildung 3.43)
Juli	(Abbildung 3.44)
September	(Abbildung 3.45)
Dezember	(Abbildung 3.46)

Vor einer Diskussion der Karten werden die Komponenten zusammengestellt, die einen Anteil von mehr als 11% an der Gesamtkommunalität haben. Die Grenze von 11% entspricht etwa der normierten Varianz einer einzigen Station (1,0), was auch das Kriterium im Abschnitt 3.4 ist. In den beiden nachfolgenden Tabellen 3.22 und 3.23 sind für die genannten Monate diese Komponenten mit ihrem Anteil in Prozent an der Gesamtkommunalität (H) angegeben. Außerdem ist aufgeführt, wieviel Prozent die Komponenten zusammen an H und an der Gesamtvarianz S = 10,0 repräsentieren.

Luftmassen-Faktor eine engere Bindung zwischen den Stationen besteht als beim Niederschlags-Faktor. Hier macht sich die unterschiedliche gebietmäßige Verteilung der Mittelwerte von Temperatur und Niederschlagshöhe bemerkbar, wie sie z.B. in den Klimakarten zu finden ist (u.a. DWD (1967)).

3.5.2.2 Klimatische Interpretation

Wie schon erwähnt, sind die ausgewählten Komponenten des L-Faktors (Abbildung 3.37-3.41) und N-Faktors (Abbildung 3.42 - 3.46) graphisch dargestellt. In den Abbildungen kann man erkennen, mit welchen

Tab. 3.22 Anteil der Komponenten an der Gesamtkommunalität (H) in % (mindestens 11%). Außerdem ist die Summe ihrer Anteile in % an der Gesamtkommunalität (H) und der Gesamtvarianz (S) angegeben.

L - Faktor						
	1.Komp. in % von H	2.Komp. in % von H	3.Komp. in % von H.	4.Komp. in % von H	Anteil zus. an H (%)	Anteil zus. an S (%)
Mär.	45,6	33,4	20,5	-	99,5	95,0
Apr.	39,0	34,0	26,4	-	99,4	93,3
Aug.	34,9	32,3	32,1	-	99,3	91,6
Okt.	38,2	33,0	28,2	-	99,4	92,7
Dez.	37,4	28,9	17,9	15,0	99,2	90,5

Tab. 3.23 Anteil der Komponenten an der Gesamtkommunalität (H) in % (mindestens 11%). Außerdem ist die Summe ihrer Anteile in % an der Gesamtkommunalität (H) und der Gesamtvarianz (S) angegeben.

	N - Faktor						
	1.Komp. in % von H	2.Komp. in % von H	3.Komp. in % von H	4.Komp. in % von H	5.Komp. in % von H	Anteil zus. an H	Anteil zus. an S
Mär.	33,5	33,5	22,0	-	-	89,0	76,4
Jun.	49,0	31,0	11,5	-	-	91,5	72,6
Jul.	46,6	26,5	14,4	-	-	87,5	72,9
Sep.	39,6	35,2	23,2	-	-	98,0	75,6
Dez.	46,1	25,5	15,2	12,5	-	99,3	82,6

Sowohl für den L- als auch N-Faktor ergeben sich zwischen 3 und 4 Komponenten, die etwa 99% (L-Faktor) und mindestens 87% (N-Faktor) der in die Analyse eingegangenen gemeinsamen Varianz (H) erfassen. Der Anteil an der gesamten zur Verfügung stehenden Varianz (S = 10,0) liegt beim L-Faktor mit mindestens 90% höher als beim N-Faktor mit mindestens 72%. Dies deutet darauf hin, daß beim

Varianzanteilen die Stationen an den einzelnen Komponenten beteiligt sind. Zur Übersichtlichkeit werden als Hilfsmittel Linien gleicher Varianz interpoliert, für die auch jene im Abschnitt 3.4.3 gemachten Einschränkungen gelten.

Die Auswertung dieser Karten zeigt, daß in allen Monaten im wesentlichen drei Komponenten zu Tage treten, die ihre Schwerpunkte (Stationen mit den jeweils höchsten

Varianzanteilen)

- an der Ostseeküste,
- an der Nordseeküste und
- im Binnenland

haben. Diese stimmen in etwa auch mit den Klimaregionen überein, die RIDDER (1935) gefunden hat. Sie spricht von einer

- Nordfriesischen Region (I), einer
- Schleswig-Holstein Region (II) und einer
- Hannover-Oldenburgischen Küstenregion (III).

Die Grenze zwischen Region I und II legt sie auf die Linie Tondern, Husum, Heide und begründet ihre Unterscheidung durch die winterlichen Temperaturmittel und die Niederschlagsverhältnisse. Die Grenze zwischen Regionen I/II und der Region III läßt sie etwa auf dem 54. Breitengrad verlaufen. Interessant ist, daß Lübeck keiner dieser drei Regionen angehört. Den "nordfriesischen Klimatyp" charakterisiert sie als überwiegend maritim, während sie dem "Schleswig-Holstein Klimatyp" ein kontinentaleres Verhalten attestiert. REICHEL (1930) findet bei seinen Untersuchungen der Kontinentalität/Ozeanität, wobei er die Frühjahrs- und Herbstmittel von Temperatur und Niederschlag vergleicht, einen ähnlichen Verlauf der Grenzen. Die von ihm definierten Linien verlaufen im Bereich der nordfriesischen Inseln und im Land Schleswig von Nord nach Süd, um dann im Elbmündungsgebiet nach Westen einzudrehen. Ihr Gradient nimmt schnell zum Landesinneren ab (Deutsche Bucht etwa 15,0; Linie Hamburg - Bremen etwa 5,0).

Die gefundenen Komponenten geben diese gebietsmäßigen Aufteilungen und Abgrenzungen der geschilderten unterschiedlichen Klimate gut wieder. Die "Nordseekomponente" dringt in keinem Monat sehr weit ins Landesinnere vor. Von ihr werden nur die Küstenstationen erfaßt. Die "Ostseekomponente" dagegen hat auch mit Stationen im Landesinnern gemeinsame Varianz, womit der zeitweise kontinentale Charakter dieser Region zum Ausdruck kommt.

In den Sommer- und Wintermonaten fällt besonders bei den Komponenten des N-Faktors eine Drängung der Isolinien im Küstenbereich auf, was auf Klimaunterschiede auf sehr engem Raum hindeutet (siehe Abschnitt 3.4.5). In diesem Zusammenhang macht PRAGER (1941) darauf aufmerksam, daß sich das Wettergeschehen auf den Ostfriesischen Inseln von dem im Küstenstreifen sehr stark unterscheidet. Zu einem ähnlichen Resultat kommt er auch für den Wetterablauf an der Ost- und

Westküste Schleswig-Holsteins. RENIER (1932) zeigt diese Unterschiede im Küstenbereich für die Bewölkungsverhältnisse. RINGLEB (1947) vergleicht verschiedene Formeln zum Berechnen des Kontinentalitätsgrades, und in jedem Falle findet er u.a. eine Drängung der Linien gleicher Kontinentalität im Küstenbereich. Auch DIECKMANN (1931) beschreibt solche Gegensätze im sommerlichen Klima im Küstenbereich bei Stationen mit geringem Abstand. Dem dominierenden Einfluß von Nord- und Ostsee auf das Klima und das Wetter im Untersuchungsgebiet trägt auch DAMMANN (1949) Rechnung, als er u.a. ein "Küstenklima Nordsee" und "Küstenklima Ostsee" neben dem "Klima des küstennahen Hinterlandes" einführt. Er geht bei seiner Unterteilung u.a. von bioklimatischen Gesichtspunkten aus.

Als bisheriges Resümee kann festgestellt werden, daß die Nordsee- wie auch die Ostseekomponente gut mit den Ergebnissen anderer Klimauntersuchungen übereinstimmen. Bevor auf die bisher noch nicht angesprochene Binnenlandkomponente eingegangen wird, ist noch auf eine Eigentümlichkeit hinzuweisen. In einigen Monaten besteht zwischen den Stationen Helgoland und Schleswig eine Beziehung, denn Schleswig ist mit einer relativ hohen Varianz an der Nordseekomponente beteiligt. Gut zu beobachten ist dieses "Eindringen" der Nordseekomponente sowohl beim L- als auch beim N-Faktor in den Abbildungen 3.39b, 3.40b, 3.42a, 3.44a und 3.45a. HERR (1932) spricht in diesem Zusammenhang vom "atlantischen Klimakeil", der sich nordöstlich des Nordostseekanals keilförmig in das Land Schleswig hinein erstreckt, und der auch in der Pflanzenwelt festgestellt werden kann. Auf der Karte "Hygrischer Einfluß des Meeres" des Deutschen Wetterdienstes (1967) ist die Einwirkung der Nordsee zur Ostseeküste hin ebenfalls gut zu erkennen.

Die Binnenlandkomponente, die ihren Ausgangspunkt meistens bei Emden hat, nimmt zur Nordseeküste schnell ab. Zur Ostseeküste hingegen ist der Gradient nicht so steil. Dies bedeutet, wie schon erwähnt, daß das Wetter an der Ostseeküste kontinentaler beeinflusst wird als das im Nordseebereich. Dies finden u.a. HENZE (1929); HERR (1952); NEHLS (1933/34); REICHEL (1930); RINGLEB (1947 u. 1949); VOIGTS (1947) bei ihren verschiedenartigen Untersuchungen. Auf der anderen Seite sind an der Ostseekomponente auch Hamburg und z.T. Bremen mit Varianzanteilen beteiligt, was den oben geschilderten Zusammenhang unterstützt. KOLACEK (1927) beobachtet Ostseeinfluß bis etwa in den Raum Bremen, als er untersucht, wie sich die im Frühjahr verhältnismäßig kühle Ostsee auf das norddeutsche Klima auswirkt. REICHEL (1927) verfolgt den Einfluß der Ostsee auf die Bewölkung bei antizyklonaler

Wetterlage, und er begrenzt das Gebiet im Westen in etwa mit der Elbe. Die Binnenlandkomponente macht folglich den kontinentalen Einfluß auf das Klima des untersuchten Gebietes sichtbar.

Die bisherigen Ausführungen haben gezeigt, daß die drei beschriebenen Komponenten sinnvoll die unterschiedlichen Klimagebiete beschreiben und abgrenzen. Damit kann die am Anfang gestellte Frage, ist die Faktorenanalyse auch für kleine Regionen brauchbar, bejaht werden.

3.5.3 Diskussion

Die gefundenen Ergebnisse legen dar, daß die zweifache Anwendung der Faktorenanalyse auf ein Teilgebiet Deutschlands sinnvolle Klimabeschreibungen liefert. Der Ausdruck "Lupeneffekt" sollte aber nicht mißverstanden werden. Die Faktorenanalyse arbeitet stets mit der ihr zur Verfügung gestellten Gesamtvarianz und teilt diese im Rahmen der Gesamtkommunalität wieder auf die einzelnen Komponenten auf. Sie behandelt jedes Untersuchungsgebiet folglich als ein abgeschlossenes System. Neue Stationen bringen neue Varianzen und damit evtl. auch neue Ergebnisse.

Das Klima des norddeutschen Gebietes, aus dem die Stationen ausgewählt werden, kann nun mit Hilfe der gefundenen Komponenten beschrieben werden. Die drei angeführten Komponenten unterscheiden sich von Monat zu Monat in den Varianzanteilen der Stationen. So sind im März alle Stationen, ausgenommen Norderney und Emden, mit einer Varianz von mindestens 0,30 an der Ostseekomponente des L-Faktors beteiligt. Der Wetterablauf an den Ostseestationen ist auch auf Helgoland und an der Weser zu finden. Auf der anderen Seite greift der binnenländische Einfluß im März auf Helgoland über, und auch Hamburg hat eine gemeinsame Varianz von 0,30 mit dieser Komponente. Die Nordseekomponente beschränkt sich im März auf die Stationen Helgoland und Norderney. An o.a. Beispiel ist auch zu erkennen, wie die Methode einen Ort herausstellt (hat die höchste Varianz mit einer Komponenten) und durch die Varianzen objektiv aufzeigt, wie weit die anderen Stationen ein ähnliches Klima haben.

Im August hat die Ostseekomponente des L-Faktors ihren Schwerpunkt bei den Stationen Kiel und Lübeck und reicht auch nicht so weit nach Westen. Schleswig ist mit einer Varianz von 0,42 an der Nordseekomponente beteiligt, was das Übergreifen des o.a. "atlantischen" Einflusses auf die Ostseeküste zeigt. Auch die Binnenlandkomponente dringt im August nicht mehr so weit nach Schleswig-Holstein vor.

Bei den Komponenten des N-Faktors ist ebenfalls die Dreiteilung zu finden, wenn auch die zum Teil viel stärkere Drängung der Linien gleicher Varianz auffällt. Ein Vergleich mit Mittelwertkarten der Niederschlagsmenge (z.B. DWD (1967)) zeigt, daß sich auch hier ein sehr differenziertes Bild findet, wobei neben der Nord- und Ostsee auch die Orographie eine Rolle spielt (u.a. SEILKOPF (1928)). In den Sommermonaten verstärkt sich der Gradient im Küstenbereich noch und fällt besonders im Gebiet der Ostfriesischen Inseln auf. Der maritime Einfluß beschränkt sich in diesen Monaten auf den Küstenbereich, die Inseln der Nordsee und, nicht so ausgeprägt, auf Schleswig-Holstein. In dem engen Landteil treten auch im Sommer die von der See bedingten Witterungsverhältnisse zu Tage. Auf o.a. Zusammenhänge wird auch im Abschnitt 3.4 hingewiesen, denn sie sind in den dortigen Komponenten schon angedeutet.

Der Überblick über die Ergebnisse der Analyse im norddeutschen Raum soll hier nicht weiter vertieft werden. Die zweimalige Anwendung der Faktorenanalyse liefert Maßzahlen für die Beschreibung und objektive Abgrenzung von Klimagebieten, wobei sie auch für relativ kleine Untersuchungsgebiete eingesetzt werden kann.

4 ZUSAMMENFASSUNG UND SCHLUSSBETRACHTUNG

Die zweifache Faktorenanalyse kann zur Beschreibung von klimatischen Zusammenhängen verwendet werden. Die Größe des gewählten Gebietes spielt dabei keine Rolle, und die bisherigen klimatologischen Erkenntnisse stehen zu den gefundenen Ergebnissen nicht im Widerspruch. Die Methode hat aber den Vorteil, daß die gewonnenen Maßzahlen das Klima eines Gebietes objektiv beschreiben und damit Unterteilungen ermöglichen.

Am Anfang steht ein umfangreiches und unübersichtliches Datenkollektiv der Form

$\{e_{tij}\}$ (t : Zeit; i : Klimaelement; j : Ort)

zur Verfügung. Zur Untersuchung werden für jeden Monat die Tagesmittelwerte von 10 Jahren für fünf Klimaelemente genommen. Für jede der 15 bzw. 10 Stationen ergeben sich etwa 1500 Werte pro Monat. Sie entsprechen der Matrix $\{e_{ti}\}$ aus

Abschnitt 1. Nach der 1. Faktorenanalyse werden für jede Station zwei Faktoren gefunden, womit die Zahl der Variablen von 5 auf 2 reduziert ist. Die damit berechneten Faktorenwerte haben einen Umfang von etwa 600 Daten je Monat Matrix $\{w_{tf}\}$ aus Abschnitt 3.5

Die 2. Faktorenanalyse liefert für jeden Faktor in der Regel drei Komponenten. Das Klima jeder Station kann nun mit drei Zahlen - ihrem Varianzanteil an jeder Komponente - pro Faktor charakterisiert werden. Die Faktoren, welche die gegenseitige Abhängigkeit der Elemente beinhalten, sind meteorologisch interpretierbar; die Komponenten klassifizieren das Klima. Diese Interpretierbarkeit der Faktoren hängt immer von der Auswahl der Klimaelemente ab, die in die Analyse eingehen. Die räumliche Verteilung der Komponenten hängt darüber hinaus von der Stationsauswahl ab.

Durch die zweimalige Anwendung der Faktorenanalyse gelingt es, eine zunächst große und damit unübersichtliche Datenmenge auf wenige Zahlenwerte zu reduzieren. Diese Werte können für eine klimatische Beschreibung eines Gebietes verwendet werden. Weist eine Komponente für zwei Orte eine hohe gemeinsame Varianz auf, so deutet dies, daß an den beiden Stationen die an dem Faktor der 1. Analyse beteiligten Klimaelemente einen sehr ähnlichen Verlauf haben. Wenn in dieser Arbeit versucht wird, durch Linien gleicher Varianz eine Klimateilung vorzunehmen, ist diese gleiche Varianz für die Stationen selbst gesichert. Die Linien gleicher Varianz übertragen diese Ähnlichkeit auch auf die dazwischen liegenden Räume. Die Vergleiche mit den Ergebnissen der Arbeiten anderer Autoren lassen jedoch den Schluß zu, daß auch mit den wenigen Stationen solche "Abgrenzungen" klimatologisch sinnvoll durchgeführt werden können.

Bei der Auswertung gibt es aber auch Ergebnisse, die sich nicht ohne weitere Untersuchungen erklären lassen. Als Beispiel kann der Verlauf der Isolinien der Varianz an Abbildung 3.41b herangezogen werden. Hier sind Helgoland und Lübeck jeweils mit hoher Varianz an der Komponente beteiligt, die dazwischen liegenden Stationen aber nicht. Auch die Korrelationsmatrix gibt keinen weiteren Aufschluß, denn Lübeck hat die höchste Korrelation mit Helgoland (0,91), dann folgen Hamburg mit 0,87 und Emden mit 0,79. Die Korrelationskoeffizienten zwischen Lübeck und den übrigen Stationen liegen zwischen 0,69 und 0,41. Der in dieser Matrix vorgegebene Zusammenhang zwischen Lübeck und den anderen Stationen wird von der Faktorenanalyse in der angesprochenen Komponente richtig wiedergegeben. Zur Klärung müßten weiter ins Detail gehende Untersuchungen durchgeführt werden, die aber über den Rahmen dieser Arbeit hinausgehen. Solche "Ungereimtheiten" treten aber auch bei den Ergebnissen anderer Autoren auf. So findet STELLMACHER (1971), daß die Stationen Helgoland, Kiel, Westerland, Emden und München hohe Korrelationen mit einem Fak-

tor haben (weitere Beispiele bei MC BOYLE (1972); AYDADA (1977)).

Die zweite Anwendung der Faktorenanalyse kann nicht unmittelbar in einem Rechengang erfolgen. Die Faktoren der 1. Analyse müssen vielmehr sehr genau auf ihre Zusammensetzung untersucht werden, um sicherzustellen, daß für jede Station die Faktoren zur weiteren Berechnung den gleichen inhaltlichen Aufbau haben. Wie schon im Abschnitt 3.3 erläutert, ist die Reihenfolge nach der Rotation hierbei keine Hilfe. Nur wenn für jede Station die klimatologisch zusammengehörenden Faktoren festgelegt sind, ist eine zweite Faktorenanalyse möglich. Auch die Bedeutung ihrer Komponenten kann erst durch den Vergleich mit anderen qualitativen Klimabeschreibungen gewonnen werden. Damit erhalten die Zahlen (Varianzanteile), die sich für jede Station ergeben haben, einen Sinn im Rahmen der gewünschten Klassifikation.

Obwohl die Übereinstimmung mit den bisherigen Klimauntersuchungen gut ist, darf dies nicht darüber hinwegtäuschen, daß die Methode nur einen Teil der Daten aus der Matrix $\{e_{tj}\}$ benutzt. Außerdem

wird, durch das Reduktionsverfahren bedingt, das Datenkollektiv in zwei Schritten bearbeitet. Die zweimalige Anwendung der Faktorenanalyse ist für die klimatische Interpretation der gefundenen Zahlenwerte zwar notwendig bringt aber den Umweg über die Faktorenmatrix $\{w_{tj}\}$ mit sich (t: Zeit; f: Faktor; j: Ort). Die starke Reduktion der Daten wird auf Kosten der Anschaulichkeit gewonnen, denn in den Komponenten der zweiten Analyse stecken die meteorologischen Abhängigkeiten der Klimaelemente. Die Komponenten jedoch haben eine über die Mittelwertklimatologie weit hinausgehende Aussagekraft.

Bei der vorliegenden Arbeit, welche die Anwendbarkeit der Methode im Rahmen der Klimabeschreibung untersuchen will, erschien es sinnvoll, zunächst nur wenige Elemente zu verwenden und auch den Zeitraum sowie die Anzahl der Stationen nicht zu groß zu wählen.

Nachdem es sich gezeigt hat, daß dieses Verfahren zu vernünftigen Klimateilungen führt, sollten weitere Untersuchungen mit mehr meteorologischen Parametern und Orten gemacht werden. Ihre Auswahl hängt, abgesehen von "reinen" Klimabeschreibungen, die möglichst viele meteorologische Parameter und Orte umfassen soll, sehr stark von der Art der gestellten Probleme ab. So hilft die Methode z.B. bei der Überprüfung und evtl. Änderungen von Klimanetzen. Die zweifache Faktorenanalyse kann in der Agrarmeteorologie eingesetzt werden, wenn z.B. bei der Auswertung von Feldexperi-

menten in kleinen Gebieten über einen begrenzten Zeitraum an einer Anzahl von Stellen intensiv mehrere Parameter gemessen werden.

Die am Anfang stehende Matrix $\{e_{tij}\}$ kann ebenso als Ausgang für eine etwas andere Betrachtungsweise des Klimas dienen. Die Meßwerte der m Klimaelemente eines Zeitpunktes können als Komponenten eines Vektors aufgefaßt werden. Die Zeitfolge des so definierten Vektors läßt sich stationsweise ($j = \text{constant}$) in einem m -dimensionalen Koordinatensystem auftragen. Die Spitzen der Vektoren bilden im m -dimensionalen Raum eine "Punktwolke". Durch eine monatsweise Aufteilung werden kleine Teile ausgewählt und der durch den Jahresgang in bevorzugte Richtungen ausgedehnte "Trend" klein gegenüber den witterungsverursachten Variationen der Klimaelemente gehalten. Die Strukturen in diesen Teilbereichen der Punktwolke können z.B. durch Faktorenanalysen erfaßt werden. Bei Verzicht auf eine Unterteilung nach Monaten, d.h., bei der Betrachtung größerer Jahresabschnitte, muß vor der Anwendung der Faktorenanalyse eine Elimination der Trends (Hochpaßfilterung) erfolgen.

Zu den charakteristischen Eigenschaften eines Klimas gehört aber neben den Kovarianzen der meteorologischen Elemente auch die Zeitdauer, mit der diese in einer gewissen Kombination am Ort vorkommen (Verweilzeit des o.a. Vektors in einem bestimmten kleinen Teil des m -dimensionalen Raumes). Die Andauerzeiten, die eine Auskunft über die Erhaltungseigenschaft gewisser klimatischer Zustände geben, sind ein wichtiger Teil für die Vollständigkeit einer Klimabeschreibung und lassen sich durch die Faktorenanalyse in der vorstehenden Form nicht erfassen. Das benutzte Verfahren könnte aber dahingehend erweitert werden, mit den Faktorenwerten der 1. Analyse für jede Station und dem entsprechenden Faktor Spektren zu berechnen. Sie geben Aufschluß darüber, mit welchen Frequenzen gewisse Kombinationen der am Faktor beteiligten Klimaelemente für den betreffenden Ort vorkommen. Mit anderen Worten: Die Spektren machen eine Aussage, wie lange bestimmte "Witterungen" andauern.

Die Auszählungen der Andauerzeiten können auch mit Hilfe der von BORTKIEWICZ für Iterationen entwickelten Formeln behandelt werden (siehe u.a. BAUER (1953)).

Diese Untersuchung war nicht der Gegenstand der vorliegenden Arbeit, die nur feststellen sollte, ob die gewählte Methode der zweimaligen Anwendung der

Faktorenanalyse für Klimaklassifikationen benutzt werden kann.

Die in der Einleitung gestellte Frage kann bejaht werden: die gefundenen Faktoren und Komponenten beschreiben die klimatischen Zusammenhänge.

Literatur

- AYDADA, J.O. (1977) On the Use of Multivariate Techniques in Climatic Classifications and Regionalisation. Arch. Meteorol. Geophys. Bioklimat. Ser. B Bd.24, S.257-267
- BAHRENBURG, G.; GIESE, E. (1974) Zum Problem der Normalität und Transformation bei der Faktorenanalyse bzw. Hauptkomponentenmethode. Symp. "Quantitative Geographie" von E. Giese (Herausg.).
- BARGMANN, R. (1954) The statistical significance of simple structure in factor analysis. Hochschule für pädag. Forschung, Frankfurt (zitiert in Überla (1971)).
- BARGMANN, R. (1955) Signifikanzuntersuchungen der einfachen Struktur in der Faktorenanalyse. Mitt. math. Statist. 7 (zitiert in Überla (1971)).
- BAUER, F. (1953) Linkes Meteorologisches Taschenbuch, II. Band, Akademische Verlagsgesellschaft Geest u. Portig, Leipzig.
- BERG, H. (1946) Temperatur- und Feuchteunterschiede auf schmalem Raum an der Küste und Ostende. Z. f. Meteorol. Bd.1 S.370-371
- BRIER, D.W.; MELTESEN, G.T. (1976) Eigenvector Analysis for Prediction of Time Series. J. appl. Meteorol. Vol. 15, S.1307-1312
- BUELL, C.E.; BUNDGAARD, R.C. (1971) A Factor Analysis of Winds to 60 km over Battery Mackenzie, C.Z. J. applied. Meteorol. Vol. 10 S.1502-1505
- CHRISTENSEN, W.I.; BRYSON, R.A. (1966) An Investigation of the Potential of Component Analysis for Weather Classification. Month. Weather Rev. Vol 94 S.597-709
- COLLATZ, L. (1963) Eigenwertaufgaben mit technischen Anwendungen. Akademische Verlagsanstalt, Geest u. Portig, Leipzig.
- DAMMANN, W. (1936) Die mittlere Temperatur des Januar in Deutschland in ihrer Abhängigkeit von den Schwankungen der Luftdruckverteilung Meteorol. Z. Bd.53, HH 5 S.157-165
- DAMMANN, W. (1937) Nasse und trockne Periode im Harz in Abhängigkeit von der Wetterlage. Wiss. Abh. d. Reichsamt f. Wetterd. Bd.II, Nr. 8

- DAMMANN, W. (1938) Die mittlere Temperatur des Juli in Deutschland in ihrer Abhängigkeit von den Schwankungen der Luftdruckverteilung. Meteorol. Z. Bd.55 S.41-48
- DAMMANN, W. (1941) Der Märzwinter 1939, eine synoptische-klimatologische Darstellung. Meteorol. Z. Bd.58 S.236- 243
- DAMMANN, W. (1943) Die Kontinentalität des europäischen Klimas und die statische Komponente in der Klimatologie. Meteorol. Z. Bd.60 S.409-416
- DAMMANN, W. (1948) Änderungen im jährlichen Witterungsverlauf in Deutschland von 1881 bis 1930. Z. f. Meteorol. Bd.2 S.203-210
- DAMMANN, W. (1949) Klimatologie der Nordseeküste unter dem Gesichtspunkt der Berücksichtigung verschiedener Witterungsabschnitte. Medizin-Meteorol. Hefte Nr.1 S.13-18
- DAMMANN, W. (1950) Die dynamische und statische Komponente im jährlichen Gang der Niederschläge in Nordwestdeutschland. Ber.Dt. Wetterd. US-Zone, Nr.12 S.252-256
- DAMMANN, W. (1952) Grundlagen für eine Klimaeinteilung der Nordhalbkugel nach dem Witterungsverlauf. Ber. Dt. Wetterd. US- Zone, Nr.35
- DEUTSCHER WETTERDIENST (1964) Klimaatlas von Niedersachsen. Selbstverlag
- DEUTSCHER WETTERDIENST (1967) Klimaatlas von Schleswig-Holstein, Hamburg und Bremen. Selbstverlag
- DIECKMANN, A. (1930) Ozeanität und Kontinentalität als Begriffe. Z. angew. Meteorol. Bd.47 S.283-286
- DIECKMANN, A. (1931) Über den Beginn der sommerlichen Umkehr der Lufttemperatur zwischen Küste und Binnenland in Norddeutschland. Ann. d. Hydrogr. S376
- DIENES, E. (1931) Luftkörper-Klimatologie. Arch. d. Dt. Seewarte, Bd.50,6
- DIENES, E. (1933) Die Temperaturverhältnisse in Deutschland bei verschiedenen Luftkörpern. Ann. d. Hydrogr. S.182-186
- DWYER, P.S. (1939) The contribution of an orthogonal multiple factor solution to multiple correlation. Psychometrika 4 S.113-125

- ELGER, H. (1940) Beziehungen zwischen Windrichtung, Temperatur, Sonnenschein und ihre Singularitäten im Witterungsverlauf in Mitteldeutschland. Dissertation, Halle
- ERDMANN, H.; FECHNER, H. (1975) Die vertikalen natürlichen Orthogonalfunktionen einer 19-jährigen Reihe von halbtägigen Radiosondendaten der Station Erlangen/Stuttgart. Meteorol. Rdsch. 28 S.110-121
- ESSENWANGER, O. (1976) Applied Statistics in Atmospheric Science, Part A Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam, Oxford, New York.
- FECHNER, H. (1975) Darstellung des Geopotentials der 500 mb Fläche der winterlichen Nordhalbkugel durch natürliche Orthogonalfunktion. Ber. a. d. Inst. f. Meeresk., Nr.5
- FECHNER, H. (1978) Darstellung meteorologischer Felder mit endlichem Definitionsbereich durch Reihen orthogonaler Funktionen. Ber. a. d. Inst. f. Meeresk. Nr.44
- FLOHN, H. (1939) Die Niederschlagsverteilung in Süddeutschland und ihre Ursachen im Lichte der modernen Klimatologie. Mitteil. der Geogr. Ges. in München, Bd.32 S.1-14
- FLOHN, H. (1954a) Witterung und Klima in Mitteleuropa, Kap. VIc. Hirzel Verlag, Stuttgart
- FLOHN, H. (1954b) Witterung und Klima in Mitteleuropa, Kap. I. Hirzel Verlag, Stuttgart
- FORTUS, M.I. (1975) Statistically Orthogonal Functions for a Random Field specified a Finite Region of a Plane. Izv. Acad. of Sci. USSR Atmos.-ocean. Phys. Washington, D.C. Vol.11, S.697-699
- GODSKE, C.L. (1966) A statistical approach to climatology. Arch. Meteorol Geophys. Bioklimat. Ser. B, Bd.14 S.269-279
- GREENSTEDT, J. (1972) Bestimmung der Eigenwerte nach der Jakobi-Methode. Kap.7 aus Ralston/Wilf (1972) S.152-168
- GRIMMER, M. (1963) The Space of Monthly Surface Temperature Anomaly Data in Terms of Pattern, Using Empirical Orthogonal Patterns. Quart. J. of the Roy. Meteorol. Soc. Vol. 89 S.395-408
- HANNES, G. (1974) Factor Analysis of Coastal Air and Water Temperatures J. of appl. Meteorol. Vol.13, Nr.1 S.3-7

- HARMAN, H.H. (1960) Modern Factor Analysis. University of Chicago Press
- HELLMANN, G. (1921) Klimaatlas von Deutschland. Verlag von Dieter Reimer, Berlin
- HELLMANN, G. (1922) Deutschland Klima. Z. f. angew. Meteorol. Bd.39, S.164
- HENZE, H. (1929) Ozeanität und Kontinentalität bei den sommerlichen Niederschlägen Norddeutschlands. Meteorol. Z. Jg.26 S.129-137
- HERR, L. (1952) Wetter und Klima im Kieler Raum. Heimat Kiel, Hft. 2
- HERRMANN, R.; REIMER, G. (1973) Eine multivariate statistische Klimagliederung Nordhessens und angrenzender Gebiete. Marburger Geogr. Schriften, 60 S.37-55
- HERRMANN, R. et al (1973) Untersuchungen über die zeitliche und räumliche Änderung des Temperaturfeldes im Stadtgebiet von Gießen. Zeitschr. f. Erdkunde, Berlin, 104 S.226-246
- HEYER, E. (1963) Witterung und Klima, Kapitel V. B.G. Teubner Verlagsgesellschaft, Leipzig
- HOFFMEISTER, J. (1930) Das Klima Niedersachsens. Wirtschaftswissenschaftliche Gesellschaft zum Studium Niedersachsens e.V.
- IBM Application Programme 1130 Scientific Subroutine Package
Programmers Manual Numer 1130 - CM - 02x
- JAKOBI, G.C.J. (1846) Über ein leichtes Verfahren die in der Theorie der Säkularstörungen vorkommenden Gleichungen numerisch aufzulösen. Journ. reine angew. Math. Bd.30 S.51-95
- KAMINSKI, U. (1977) Klassifikation der Wetterlagen über dem C-Schiff durch vertikale natürliche Orthogonalfunktionen. Ber. a.d. Inst. f. Meeresk. Nr.35
- KASSNER, C. (1946) Das Verhältnis der Niederschlagsmenge in den drei Sommermonaten zu dem der drei Wintermonate in Deutschland. Z. f. Meteorol. Bd.1 Hft.1, S.23-25
- KIDSON, J.W. (1975a) Eigenvector Analysis of Monthly Mean Surface Data. Mont. Weather Rev. Vol.103, Nr.3 S.177-186
- KIDSON, J.W. (1975b) Tropical Eigenvector Analysis and Southern Oscillation. Mont. Weather Rev. Vol.103, Nr.3 S.187-196

- KLAUS, D. (1978) Perioden- und Hauptkomponentenanalyse der Großwetterlagenhäufigkeiten Europas und der Ozeantemperaturfluktuationen. Meteorol. Rdsch. Bd.31 S.47-55
- KOLACEK, F. (1927) Wie weit dringt der Ostseefrühling vor? Meteorol. Z. Jg.24, S.433-434
- KOPROVA, L.I.; MULKEVICH, M.S. (1965) On the empirical orthogonal functions for the optimal parameterization of Temperature and Humidity profiles. Izv. Acad. of Sci. USSR Atmos.-ocean. Phys. Washington D.C. Ser.1 S.27-32
- KÖPPEN, W. (1931) Grundriß der Klimakunde. 2. Verb. Auflage der Klimate der Erde. Verlag de Gruyter, Berlin, Leipzig
- KRAUS/MELDAU (1973) Wetter- und Meereskunde für Seefahrer, Kap. I Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York
- KUTZBACH, J.E. (1967) Empirical eigenvectors of sea Level pressure, surface temperature and precipitation complexes over North America. J. of appl. Meteorol. Vol.5, S.791-802
- LAUSCHER, F. (1949) Wind und Wetter an sehr kalten Tagen. Wetter u. Leben, Hft.5/6 S.97
- MAEDE, H. (1952) Klimatologische Untersuchungen über das Verhalten der Wetterlagen im Raum der südlichen Ostsee und im norddeutschen Flachland. Z. f. Meteorol. Bd.6, Hft.10 S.291-303
- MAGATA, M. (1961) On the dynamical considerations of the correlation fields at 500mb level. J. of Meteorol. Soc. Jap. Vol.39, S.175-186
- MANIER, G.; GRIMM, E. (1977) Vorhersage von Windgeschwindigkeit und Windrichtung mit Hilfe von empirischen Eigenvektoren, Teil I. Meteorol. Rdsch. Bd.30, S.123-128
- MC BOYLE, G.R. (1972) Factor analytic approach to a climatic classification of Europe. Climatolog. Bull. No.12 S.1-10
- MC DONALD, N.S. (1975) Eigenvector Analysis as an Aid to Airmass Recognition. Arch. f. Meteorol. Geophys. Bioklimat. Ser. A, Bd.24 S.229-244
- MEIBNER, O. (1941) Korrelative Beziehungen zwischen Regenfall und Temperatur in Berlin. Meteorol. Z. Bd.58, S.109-113
- MORAWETZ, S. (1944) Zur Erfassung des Kontinentalitätsgrades. Petermann geogr. Mitt. Jg.90 HH 7/8 S.185-188

- NEHLS, E. (1933/34) Das Klima des Ostseegebietes. Pomm. Geograph. Gesellschaft 51/52. Jahrb. S.4-90
- OLBERG, M.; SCHÖNERMARK, H.v. (1977) Bearbeitung meteorolog. Zeitreihen mittels Verfahren der mehrdimensionalen Statistik. Z. f. Meteorol. Bd.27 S.30-34
- OLBERG, M.; WITSCHEL, W. (1975) Langperiodische Schwankungen von Faktorenwertreihen der meteorologischen Stationen Potsdam, Schwerin, Brocken. Z. f. Meteorol. Bd.25 S.57-62
- ORDEN, A. (1972) Direkte Methode zur Matrizeninversion und verwandte Probleme. Kap 2 aus Ralston/Wilf (1972) S.61-91
- PATRINOS, A.A.N. et al (1979) Spatial Correlations of Monthly Rainfall: Applications in climatology and Weather Modification Experiments. J. of appl. Meteorol. Vol.28; Nr.6, S.719-732
- PEPPLER, A. (1937a) Hoch- und Tiefdruckbereitschaft im Oktober-Dezember in Süddeutschland. Z. f. Meteorol. 54. Jg, HH 12 S.377-382
- PEPPLER, A. (1937b) Die Temperatur maritimer Luftmassen (mT, mG, mA) bei Schlechtwetterlagen in der Rheinebene und in mittleren Lagen des nördlichen Schwarzwaldes. Z. f. angew. Meteorol. 54. Jg. HH 7 S.231-237
- PRAGER, E. (1941) Der Einfluß einer Flachküste auf Wind und Niederschlagsfeld. Arch. d. Dt. Seewarte 61. Bd. Nr.6
- RALSTON, A.; WILF, M.S. (1972) Mathematische Methoden für Digitalrechner I.R. Oldenburg Verlag, München
- REICHEL, E. (1927) Einfluß der Ostsee auf die Bewölkung über dem östlichen Norddeutschland bei antizyklonaler Wetterlage. Tätigkeitsber. d. Preuß. Met. Institutes, Nr. 355 S.68
- REICHEL, E. (1930) Vergleich der Frühjahres- und Herbstmittel für Temperatur und Niederschlag in Deutschland. Ann. d. Hydrogr. Hft. III S.84-89
- RENIER, H. (1932) Der Einfluß von Nord- und Ostsee auf die Bewölkung und Sonnenscheindauer an den deutschen Küsten. Tätigkeitsber. d. Preuß. Met. Institutes; Nr. 395 S.120
- RIDDER, M. (1935) Klimaregionen und -Typen in Nordwestdeutschland. Verlagsanstalt Neir. u. I. Lechte,

- RINGLEB, F. (1947) Die thermische Kontinentalität im Klima West- und Nordwest-Deutschlands. Meteorol. Rdsch. 1. Jg., S. 87-95
- RINGLEB, F. (1949) Die hygrische Kontinentalität im Klima West- und Nordwest-Deutschlands. Meteorol. Rdsch. 1. Jd. S.276-282
- ROPPERT, J.; FISCHER, G. (1965) Lineare Strukturen in der Mathematik und Statistik. Physica Verlag Wien-Würzburg
- SCHIRMER, H. (1949) Luv- und Leegebiete im nordwestdeutschen Flachland. Meteorol. Rdsch. 2. Jg. Hft. 3/4 S.91-92
- SCHNEIDER-CARIUS, K. (1961) Das Klima, seine Definition und Darstellung; zwei Grundsatzfragen der Klimatologie. Veröffentl. Geophys. Inst. Karl Marx Uni. Leipzig, 2. Serie Hft. Nr.2
- SCHREPFER, H. (1925) Die Kontinentalität des deutschen Klimas. Petermanns Geogr. Mitt., 71. Jg. S.49-51
- SCHWALBE, G. (1925) Die wahre Temperaturverteilung im Winter innerhalb Deutschlands. Petermanns Geogr. Mitt., 71. Jg. S.197-199
- SEILKOPF, A. (1928) Beiträge zur orographischen Meteorologie Nordwestdeutschlands, II. Teil. Ann. d. Hydrogr. 56. Jg. S.113-125
- SMIRNOW, W.I. (1959) Lehrgang der höheren Mathematik Bd. III/1. VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften
- SMITH, W.L.; WOOLF, H.M. (1976) The use of Eigenvectors of Statistical Covariance Matrices for Interpretation Satellite Sounding Radiometer Observations. J. of atmos. Sci. 33
- SPEARMAN, C. (1904) General Intelligence, Objectively Determined and Measured. Am. J. of Psych. Vol.15, S.201-293
- SPITALER, R. (1936) Die jährliche Veränderlichkeit der Wärme-Ein- und Ausstrahlung oder des Kontinentalitätsgrades. Gerlands. Beitr. Z. Geoph. 46 S.190-192
- STEINER, D. (1965) A multivariate statistical approach to climatic regionalization and classification. Tijdschr. van het konink. Nederl. Aardrijksk. Genootsch., 82 S.329-347
- STELLMACHER, R. (1971) Einige Methoden der statistischen Analyse angewandt auf das Problem der Klimaklassifikation. Abh. d. Meteorol. Dienst. DDR, S. 5-39

- STIDD, CH. K. (1967) The Use of Eigenvectors for Climatic Estimates. J. of appl. Meteorol., Bd.6 S.255-263
- TAUBENHEIM, J. (1958) Einfaches Korrelationsmaß. Gerlands Beitr. z. Geophys. Bd.67 S.295-303
- TAUBENHEIM, J. (1969) Statistische Auswertung geophysikalischer und meteorologischer Daten, Kap. 4 Akademische Verlagsgesellschaft, Leipzig
- TAUBENHEIM, J. (1969a) dito, Kap. 6.4
- ÜBERLA, K. (1971) Faktorenanalyse Springer Verlag
- ÜBERLA, K. (1971a) dito, Abschn. 3.3
- ÜBERLA, K. (1971b) dito, Abschn. 1
- ÜBERLA, K. (1971c) dito, Abschn. 2
- VOIGTS, H. (1947) Maritimer und kontinentaler Einfluß im Klima Lübecks. Forsch. Geogr. Ges. u. Naturw. Museum, Lübeck, Nr. 41 S.50-67
- VOIGTS, H. (1951) Der europäische Sommermonsum und seine Auswirkung in Mitteleuropa. Petermanns Geogr. Mitt. 95. Jg. S. 231-238
- VOLZ, W. (1935) Das deutsche Klima Geogr. Zeitschr. 41.Jg. Heft 6, S.209-226
- WEBER, E. (1965) Biometrische Bearbeitung multipler Regressionen unter besonderer Berücksichtigung der Auswahl, der Transformation und der Linearkombination von Variablen. Habilitationsschr. v. d. Landwirtsch. Fakultät der Ch. Alb. Univers. Kiel
- WEGNER, R. (1923) Klimaprovinzen in Deutschland. Geogr. Zeitschr., 29. Jg. S.128-130
- WERTH, G. (1927) Klima- und Vegetationsgliederung in Deutschland. Mit. aus der biol. Reichsanst. f. Land- u. Forstwirtschaft, Hft. 33
- WILLIAMS, J. (1978) The correlation between Temperature and Precipitation in the United States and Europe. Mont. Weather Rev, Vol. 106 S.142-147

ANHANG

mit 90 Abbildungen

Abb. 3.3 a
Summenhäufigkeiten
der Tagesmittelwerte
U- und V- Komponente
List, Trier, München
J a n u a r

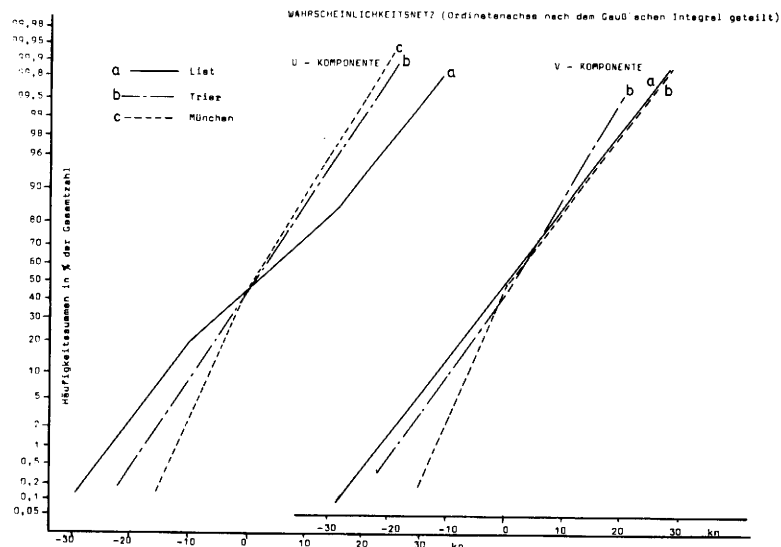


Abb. 3.3 b
Summenhäufigkeiten
der Tagesmittelwerte
U- und V-Komponente
List, Trier, München
S e p t e m b e r

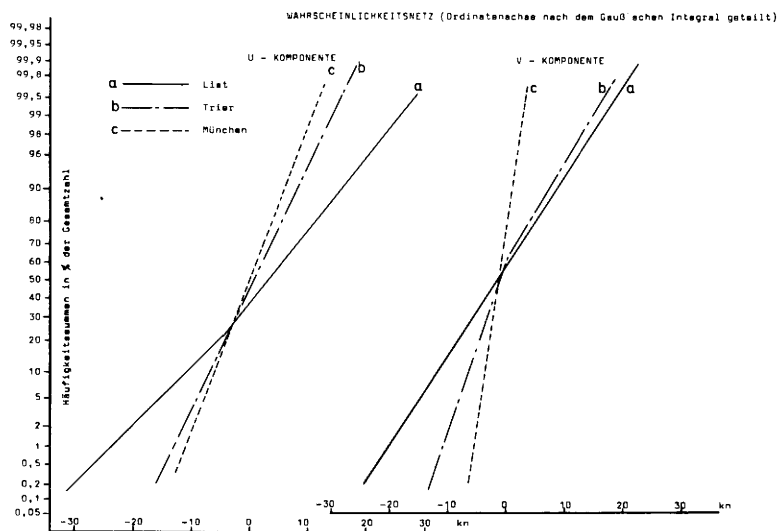


Abb. 3.3 c
Summenhäufigkeiten
der Tagesmittelwerte
Lufttemperatur, Dampfdruck
List, Trier, München
J a n u a r

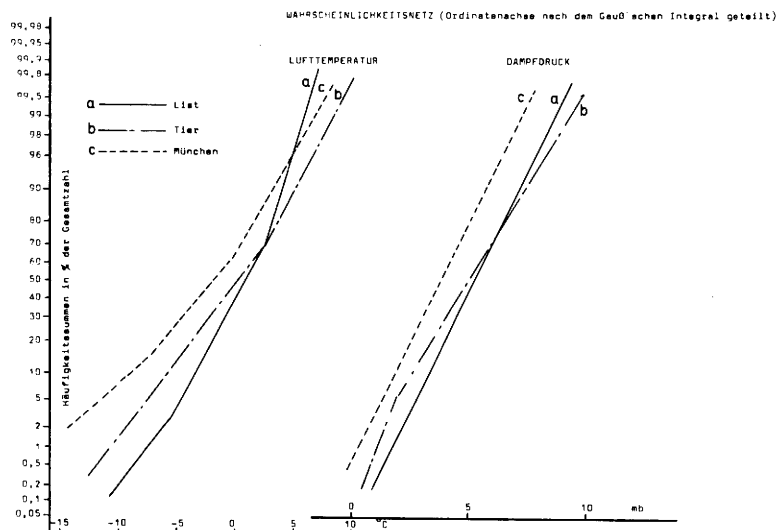


Abb. 3.3 d
Summenhäufigkeiten
der Tagesmittelwerte
Lufttemperatur, Dampfdruck
List, Trier, München
S e p t e m b e r

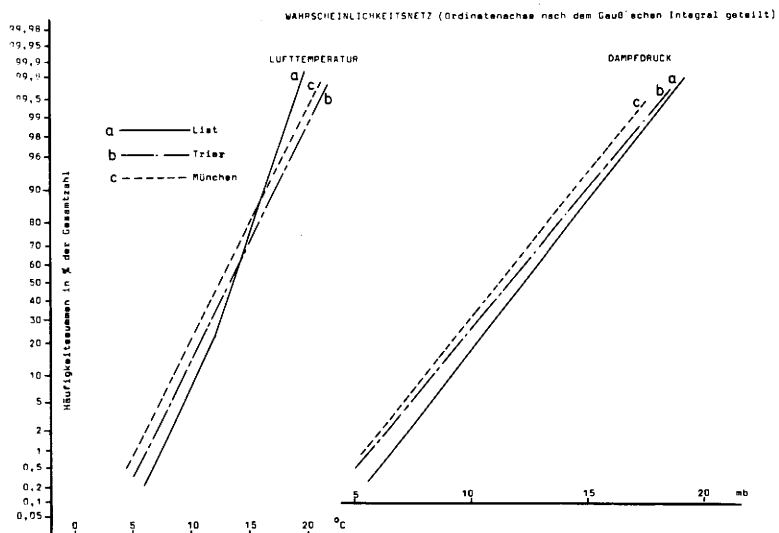


Abb. 3.3 e
Summenhäufigkeiten
der Tagessumme
Niederschlag
List, Trier, München
J a n u a r

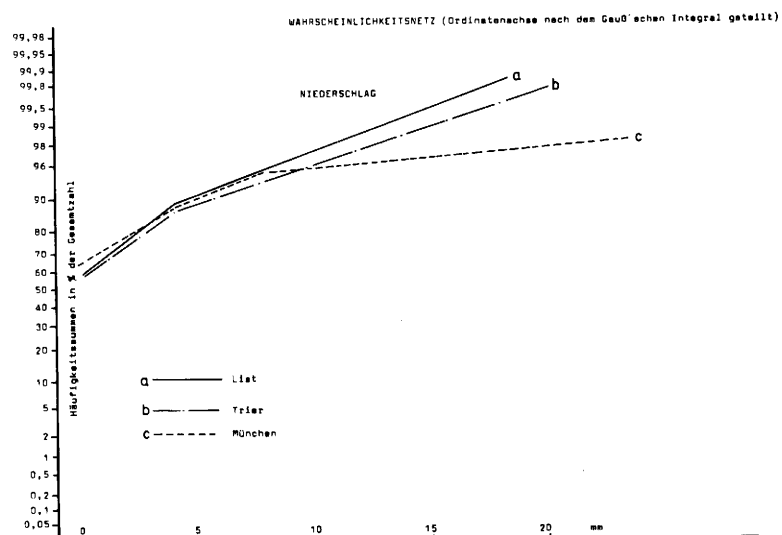


Abb. 3.3 f
Summenhäufigkeiten
der Tagessumme
Niederschlag
List, Trier, München
S e p t e m b e r

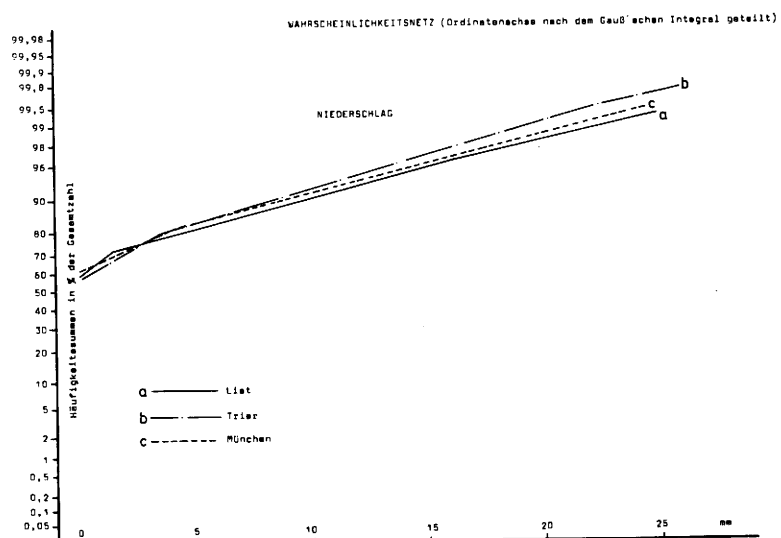


Abb. 3.4 a
Summenhäufigkeiten
der Tagesmittelwerte
U - Komponente
FS "Elbe 1"
versch. Monate

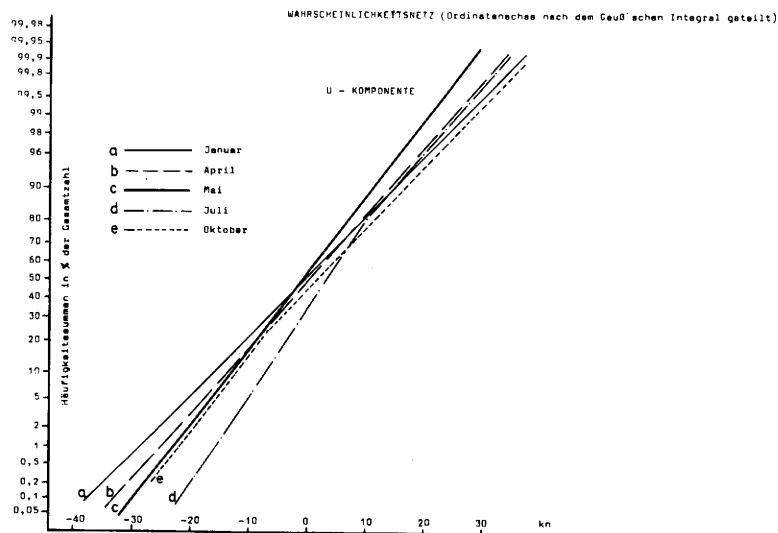


Abb. 3.4 b
Summenhäufigkeiten
der Tagesmittelwerte
Lufttemperatur
FS "Elbe 1"
versch. Monate

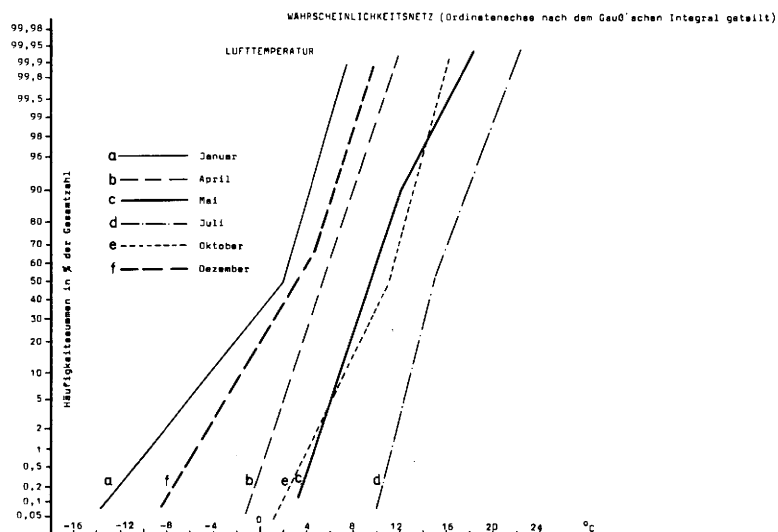
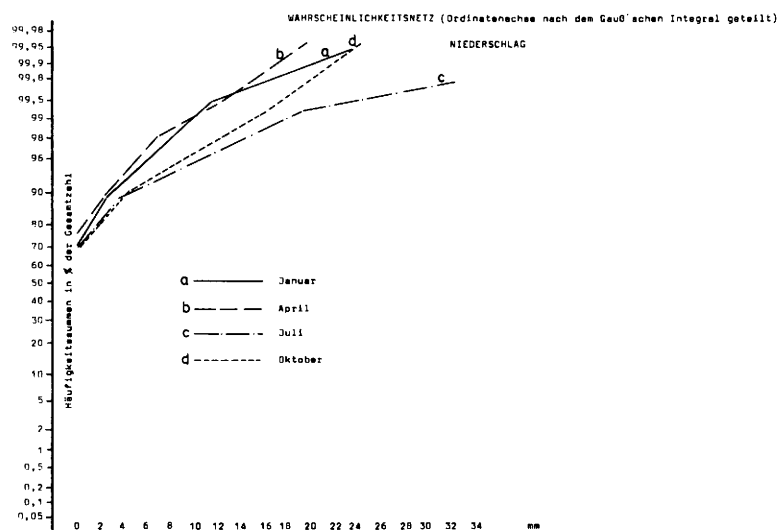


Abb. 3.4 c
Summenhäufigkeiten
der Tagessumme
Niederschlag
FS "Elbe 1"
versch. Monate



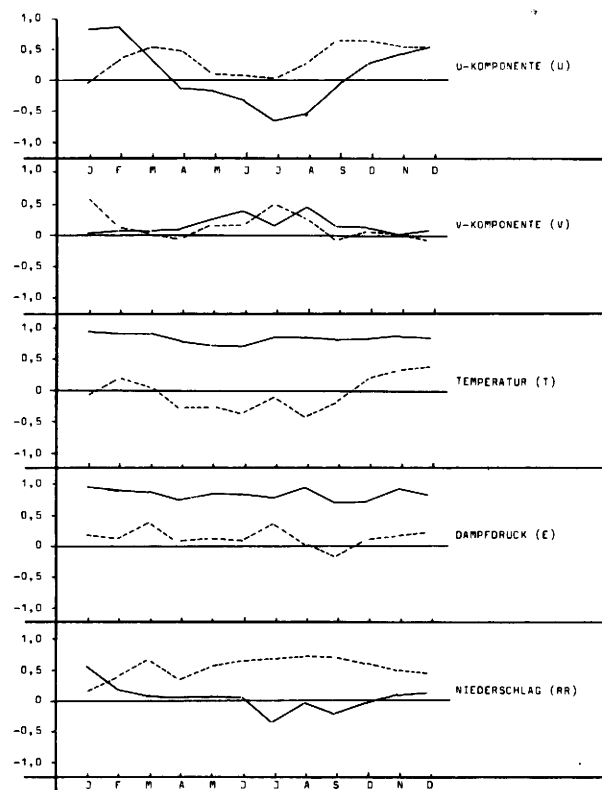


Abb. 3.17 a
Jahresgang der Faktorenloadungen
L-Faktor und N-Faktor
L i s t (1950-1960)

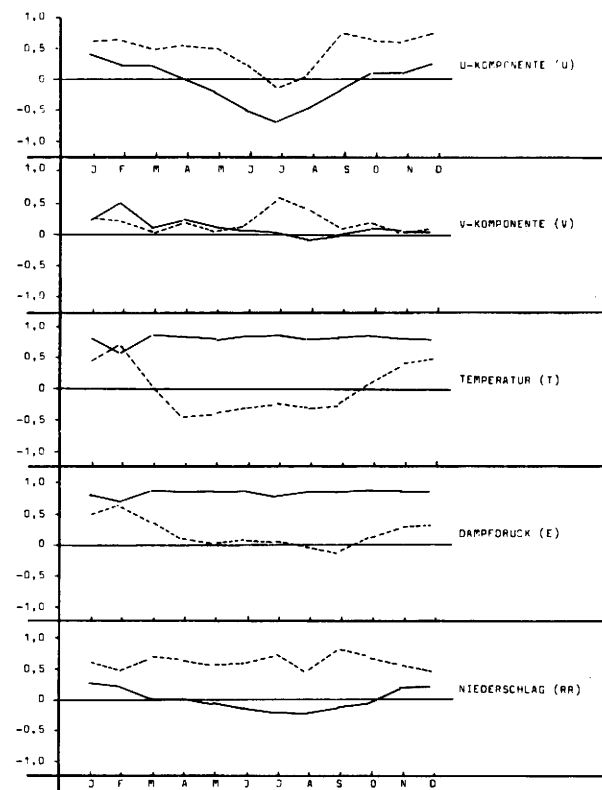


Abb. 3.18 a
Jahresgang der Faktorenloadungen
L-Faktor und N-Faktor
C u x h a v e n (1950-1960)

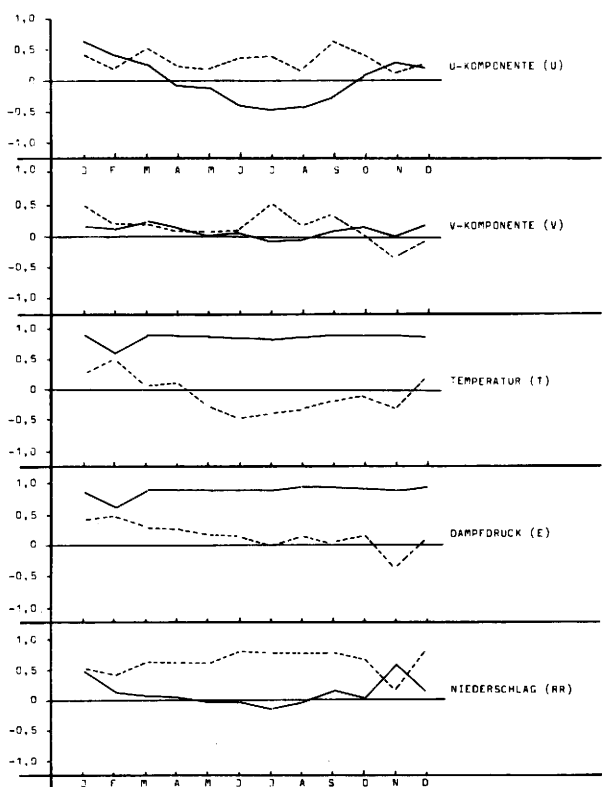


Abb. 3.17 b
Jahresgang der Faktorenloadungen
L-Faktor und N-Faktor
K i e l (1950-1960)

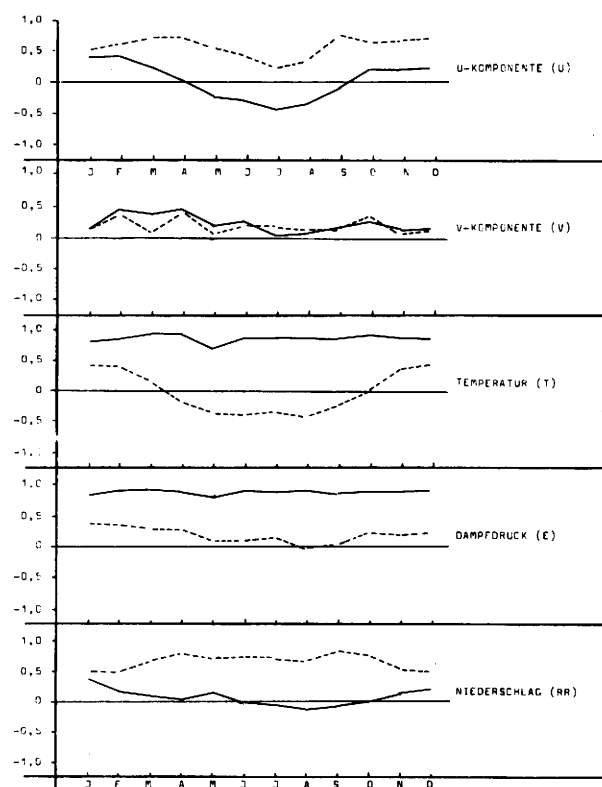


Abb. 3.18 b
Jahresgang der Faktorenloadungen
L-Faktor und N-Faktor
E m d e n (1950-1960)

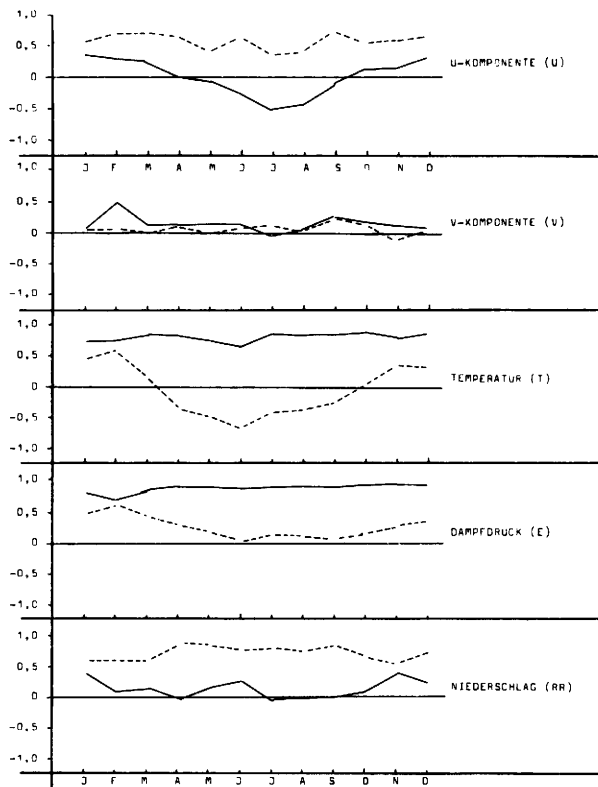


Abb. 3.19 a
Jahresgang der Faktorenloadungen
L-Faktor und N-Faktor
B r e m e n (1950-1960)

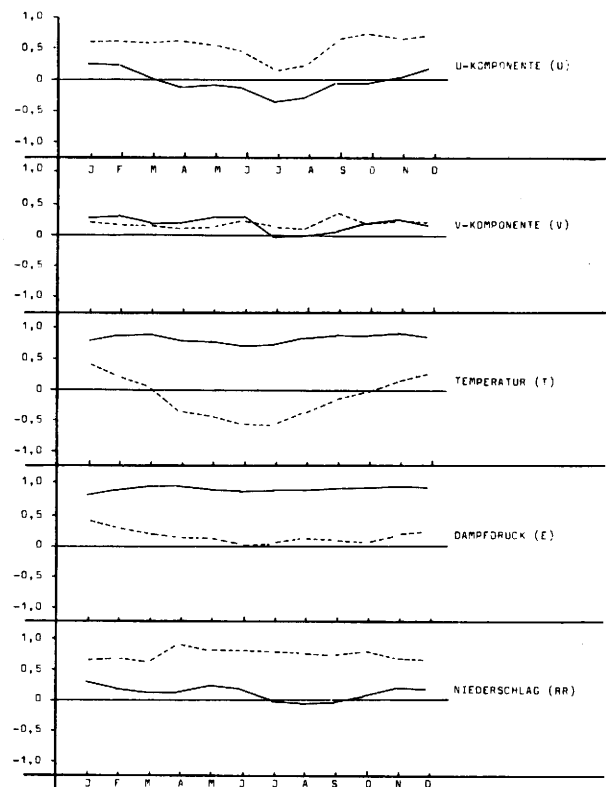


Abb. 3.20 a
Jahresgang der Faktorenloadungen
L-Faktor und N-Faktor
K a s s e l (1950-1960)

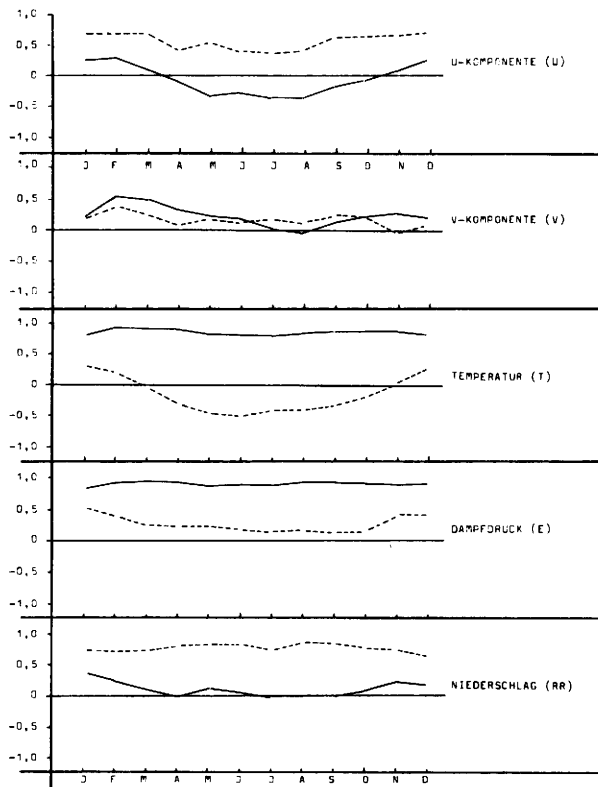


Abb. 3.19 b
Jahresgang der Faktorenloadungen
L-Faktor und N-Faktor
E s s e n (1950-1960)

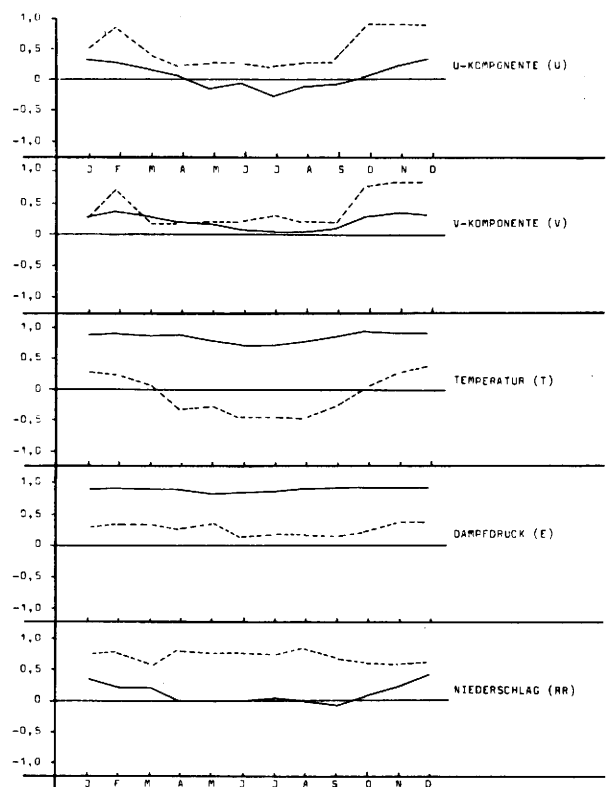


Abb. 3.20 b
Jahresgang der Faktorenloadungen
L-Faktor und N-Faktor
T r i e r (1950-1960)

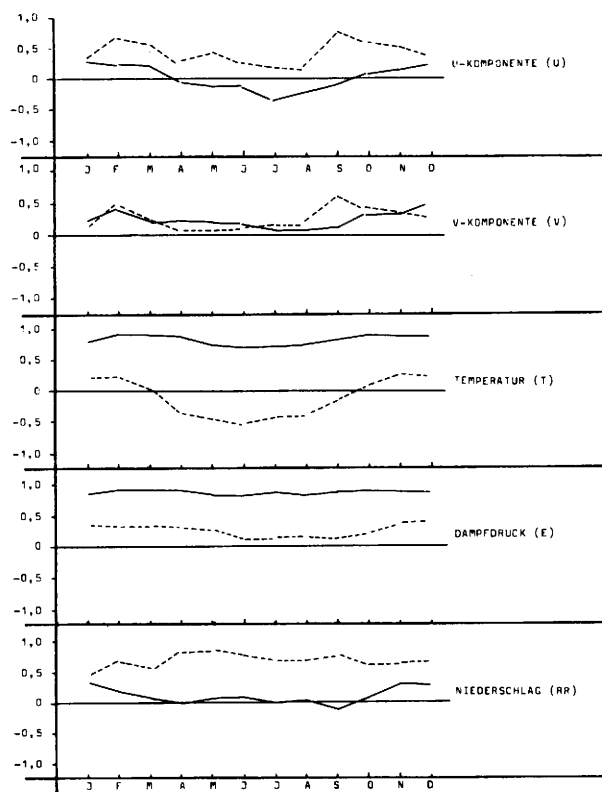


Abb. 3.21 a
 Jahresgang der Faktorenladungen
 L-Faktor und N-Faktor
 Mannheim (1950-1960)

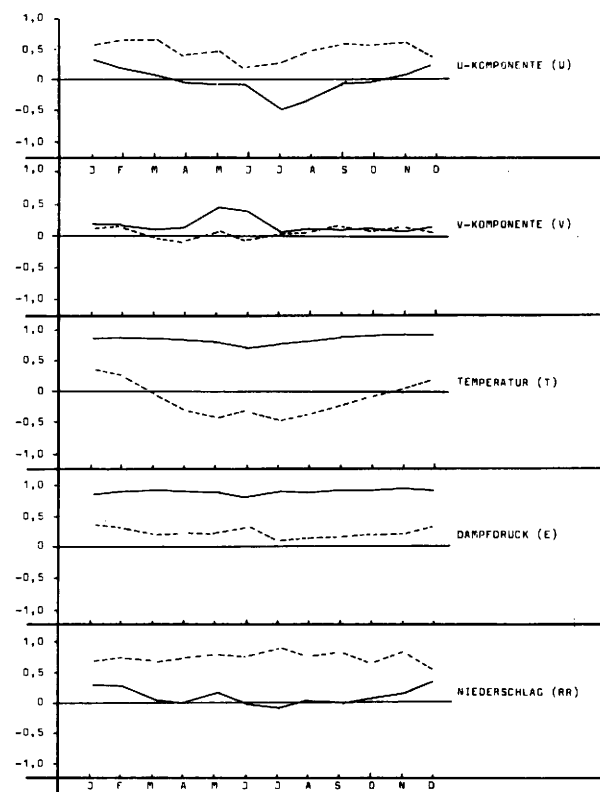


Abb. 3.22 a
 Jahresgang der Faktorenladungen
 L-Faktor und N-Faktor
 Weiden (1950-1960)

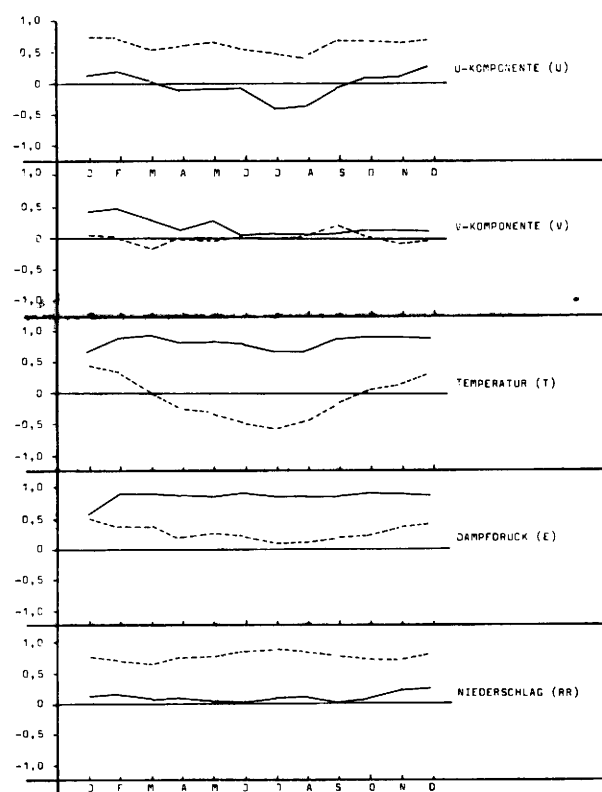


Abb. 3.21 b
 Jahresgang der Faktorenladungen
 L-Faktor und N-Faktor
 Nürnberg (1950-1960)

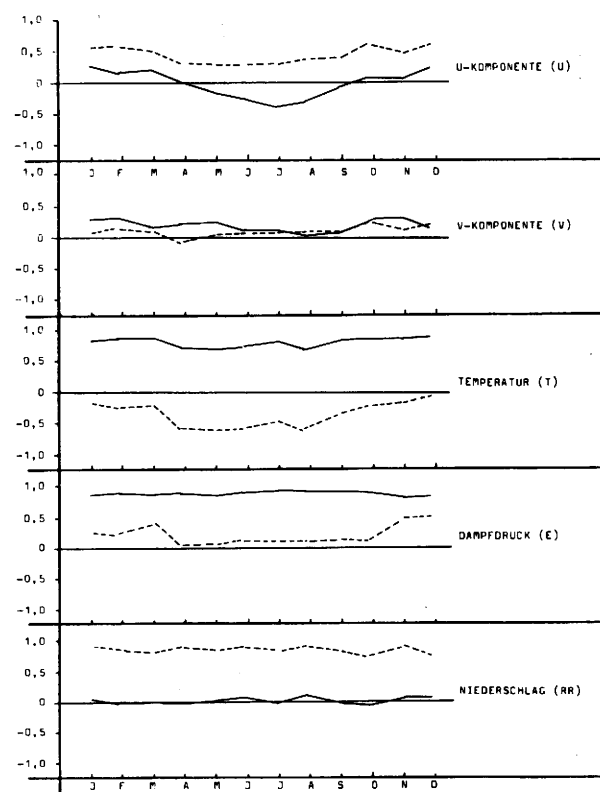


Abb. 3.22 b
 Jahresgang der Faktorenladungen
 L-Faktor und N-Faktor
 Klippeneck (1950-1960)

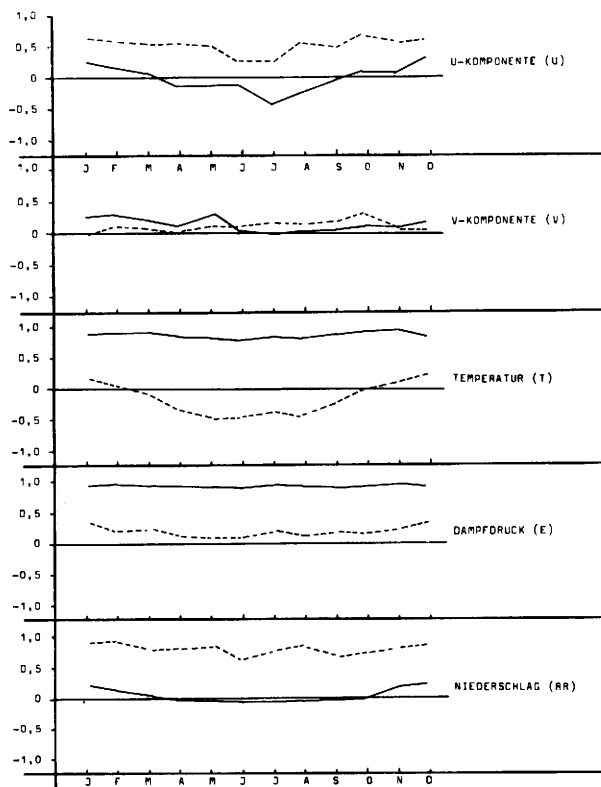


Abb. 3.23 a
Jahresgang der Faktorenloadungen
L-Faktor und N-Faktor
A u g s b u r g (1950-1960)

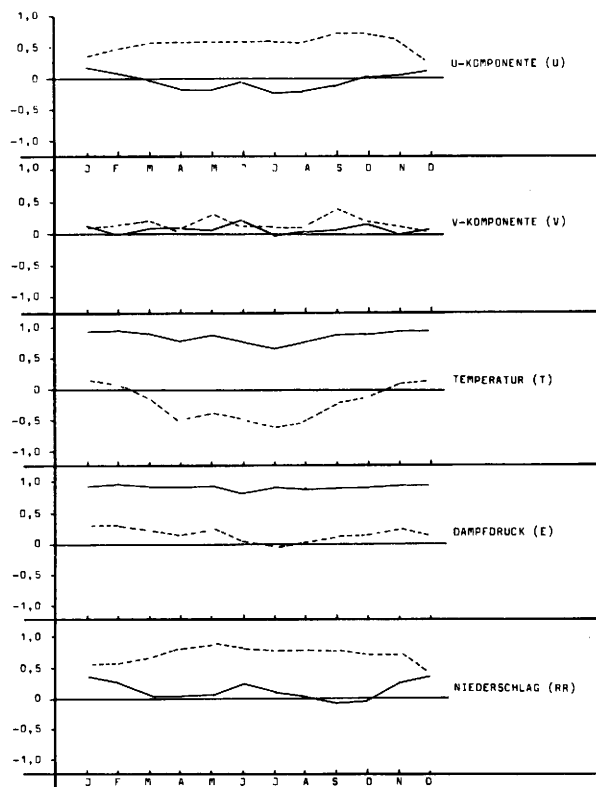


Abb. 3.24 a
Jahresgang der Faktorenloadungen
L-Faktor und N-Faktor
P a s s a u (1950-1960)

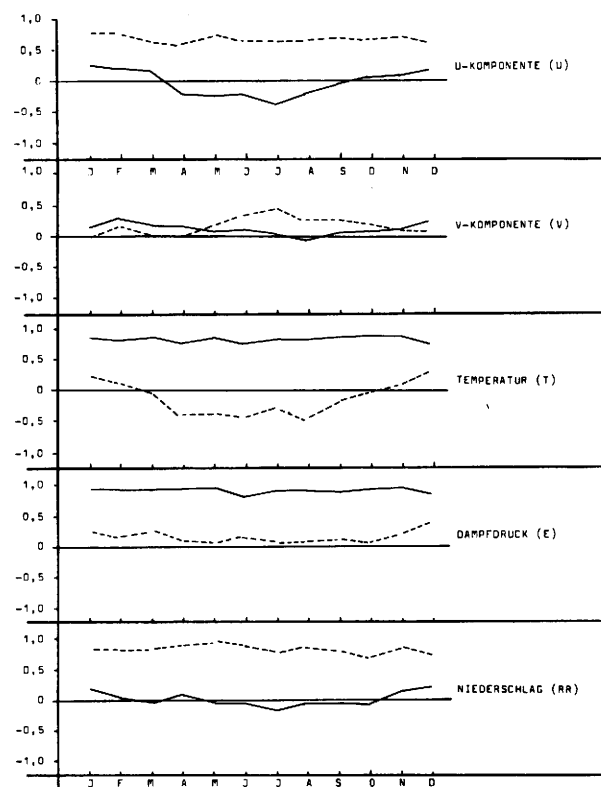


Abb. 3.23 b
Jahresgang der Faktorenloadungen
L-Faktor und N-Faktor
M ü n c h e n (1950-1960)

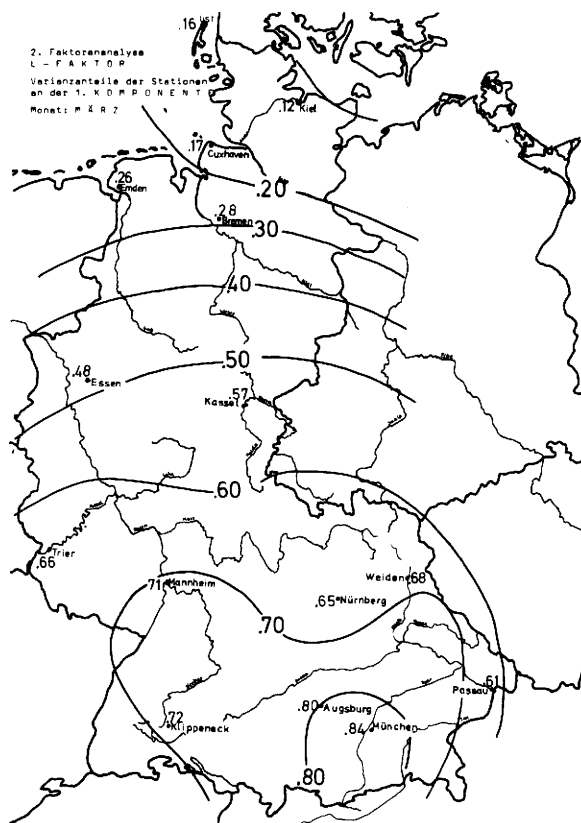


Abb. 3.26 a L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, März

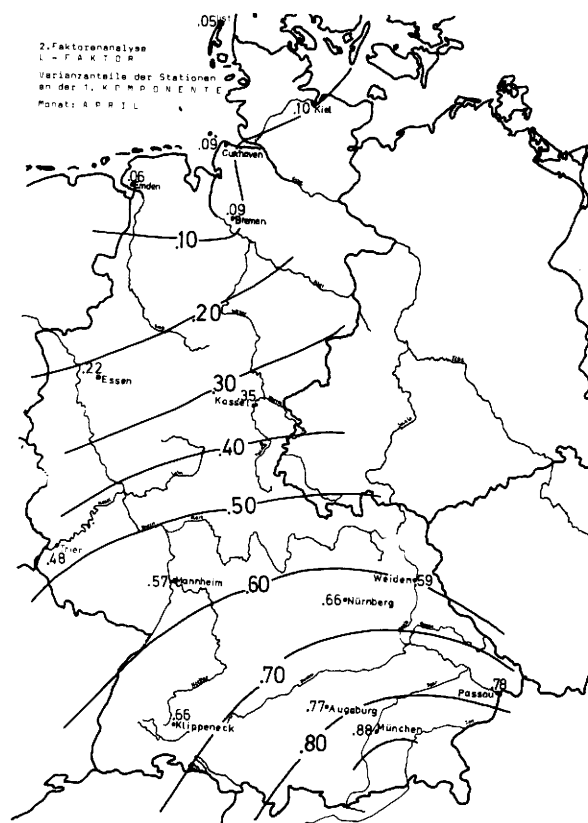


Abb. 3.27 a L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, April

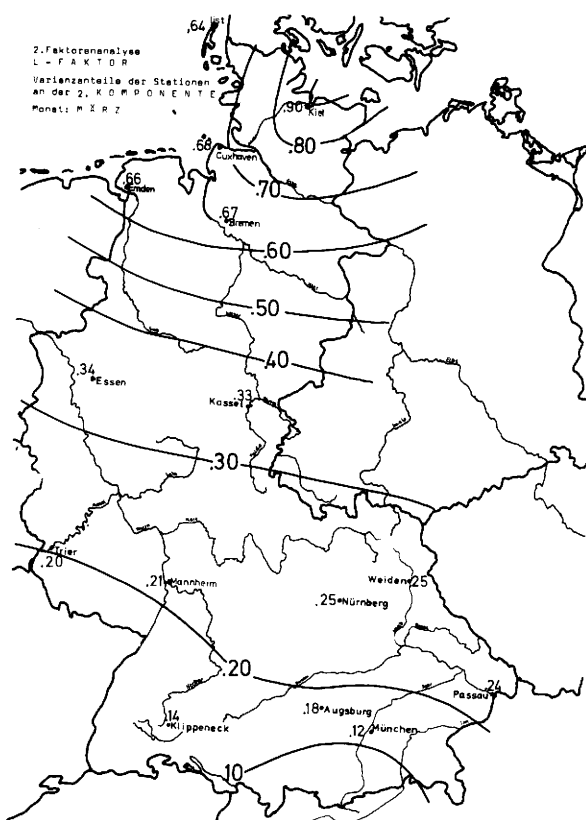


Abb. 3.26 b L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, März

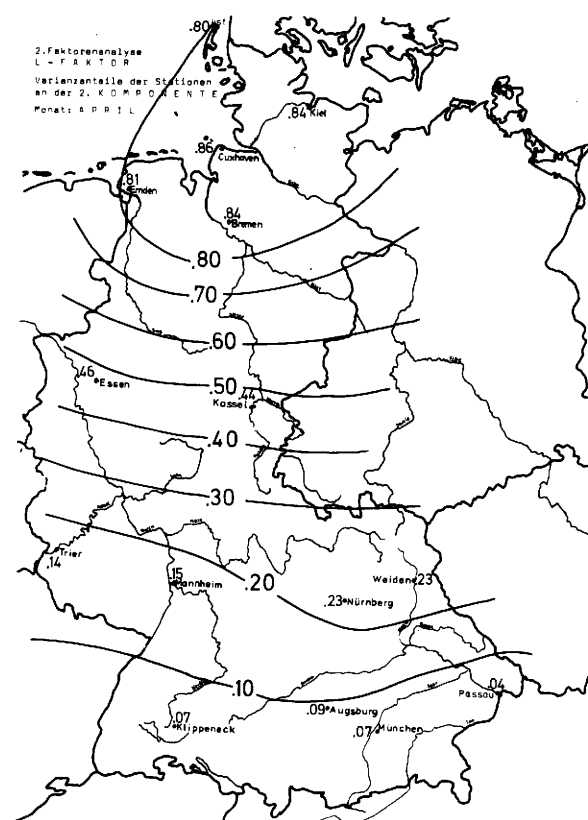


Abb. 3.27 b L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, April

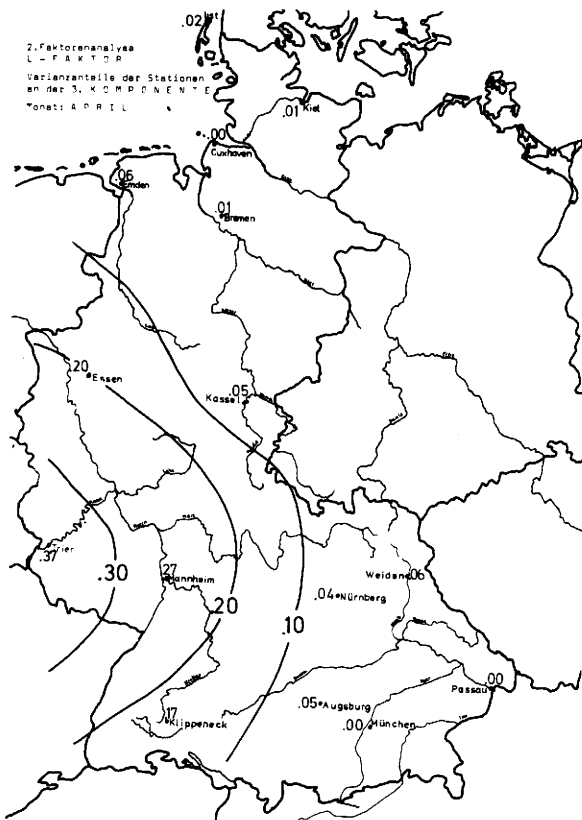


Abb. 3.27 c L - Faktor
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, April

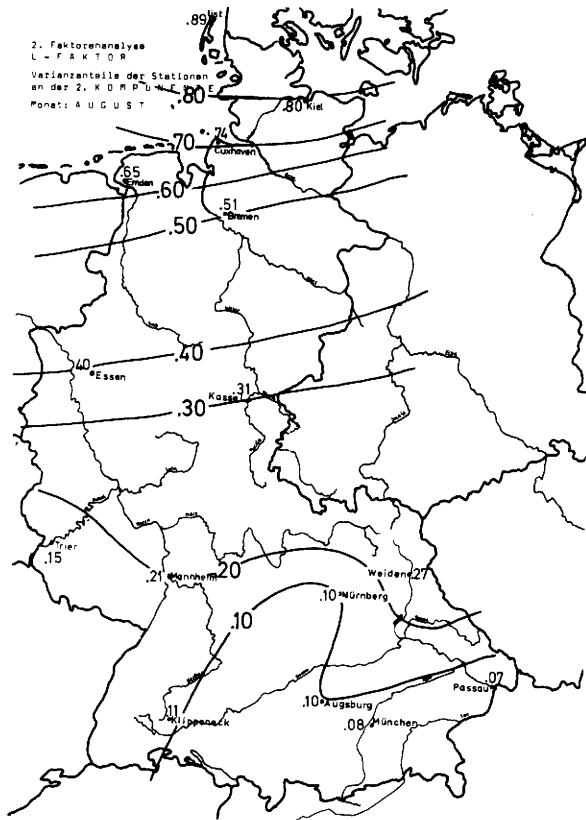


Abb. 3.28 b L - Faktor
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, August

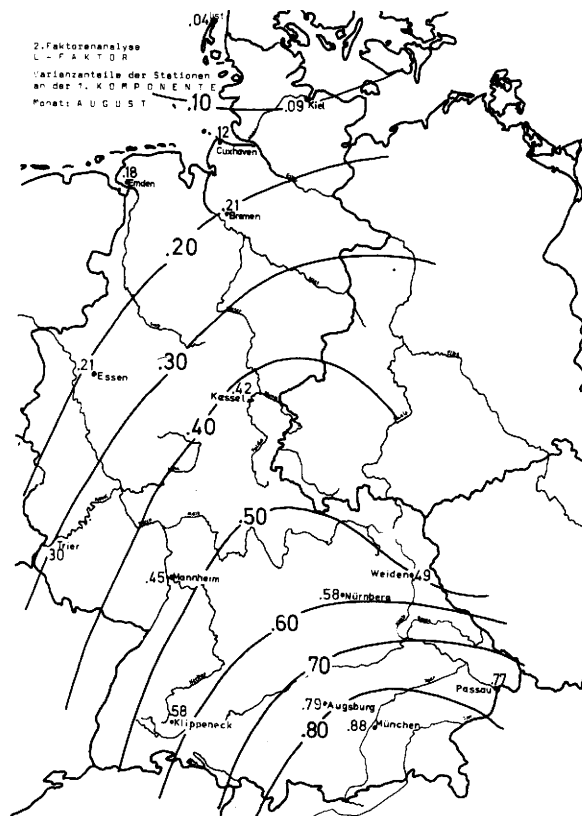


Abb. 3.28 a L - Faktor
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, August

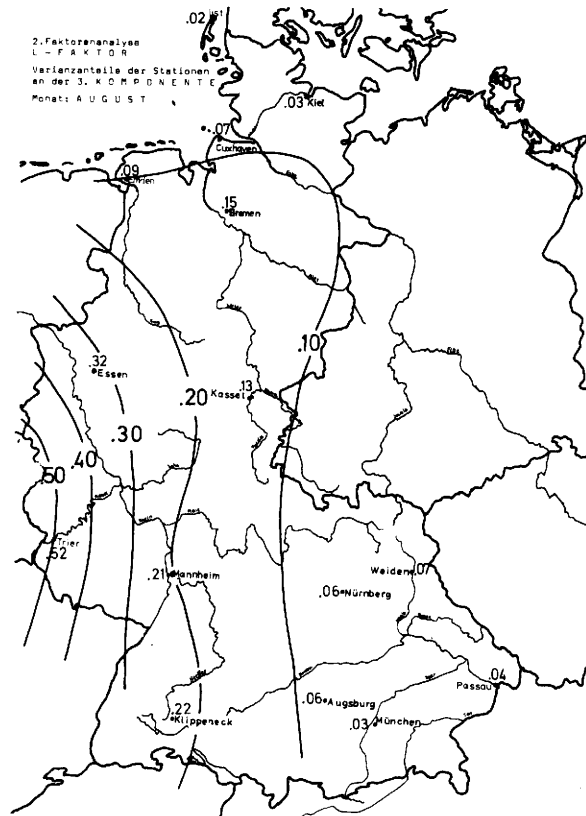


Abb. 3.28 c L - Faktor
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, August

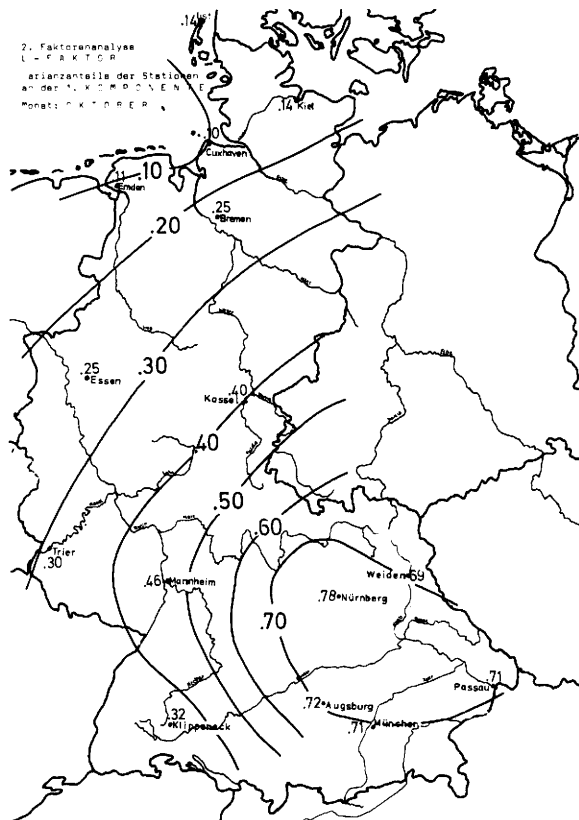


Abb. 3.29 a L - Faktor
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, Oktober

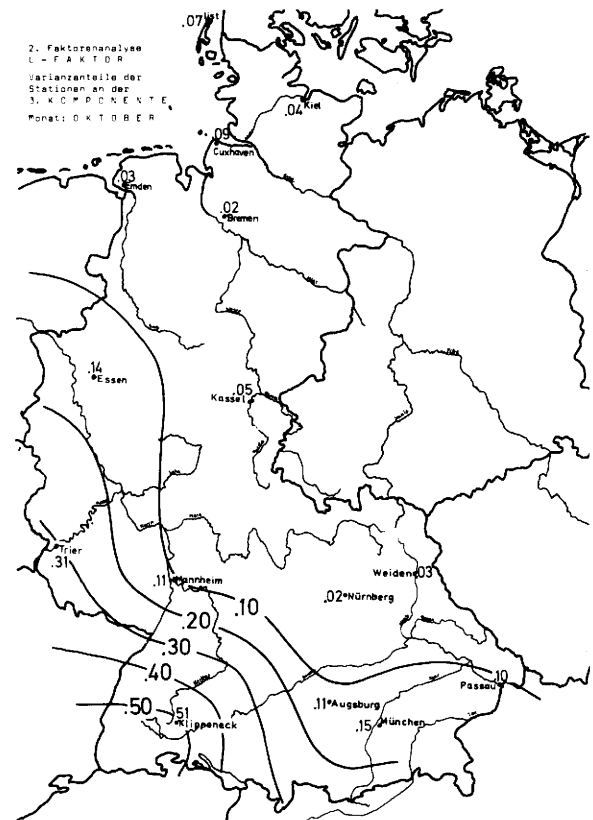


Abb. 3.29 c L - Faktor
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, Oktober



Abb. 3.29 b L - Faktor
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, Oktober

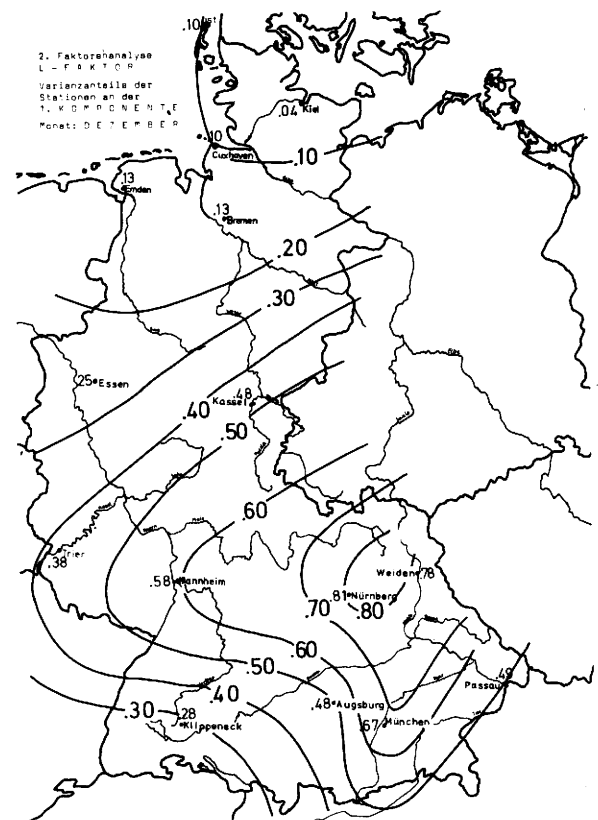


Abb. 3.30 a L - Faktor
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, Dezember

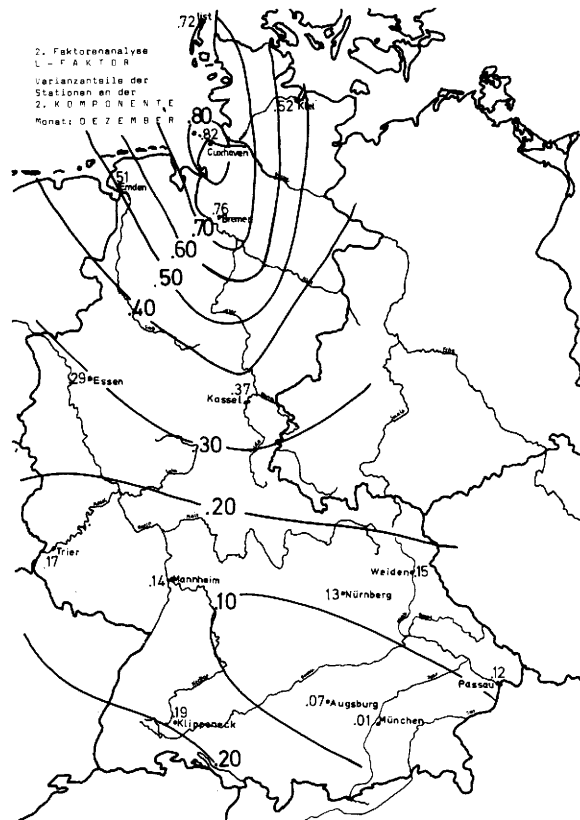


Abb. 3.30 b L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, Dezember

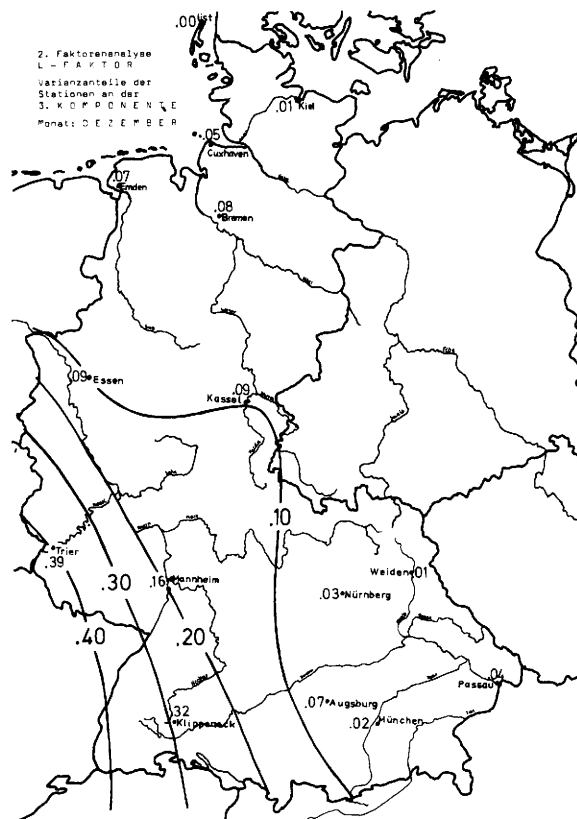


Abb. 3.30 c L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, Dezember

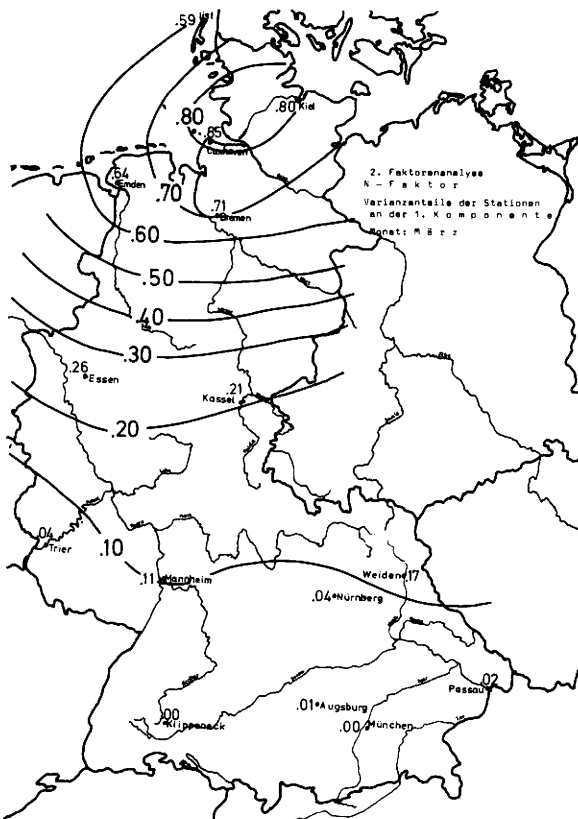


Abb. 3.31 a N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, März

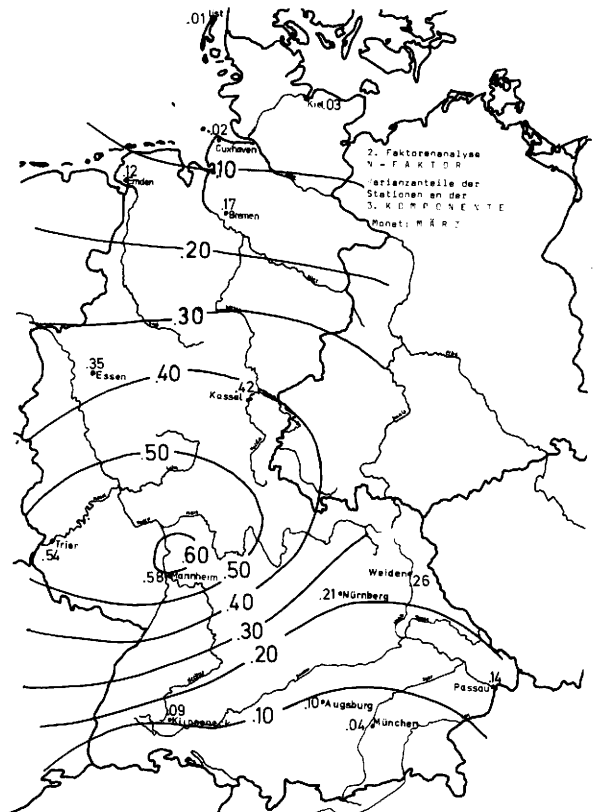


Abb. 3.31 c N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, März

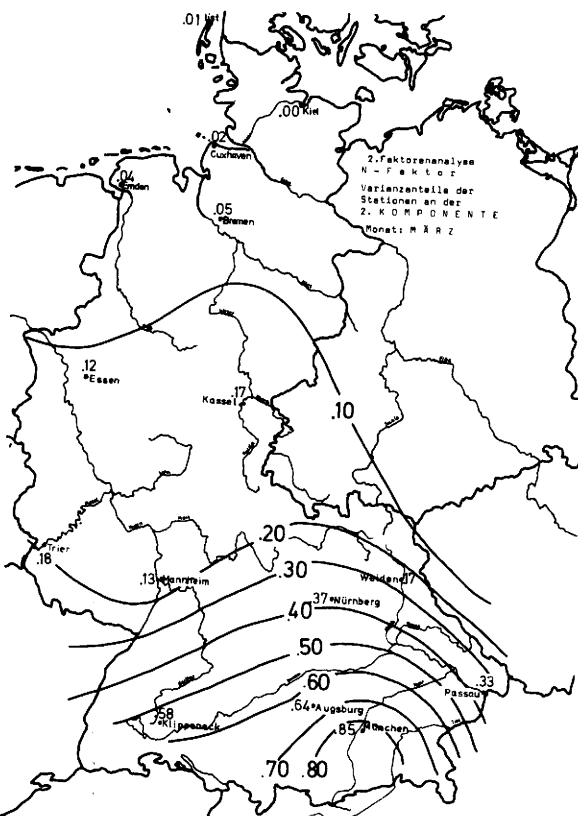


Abb. 3.31 b N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, März

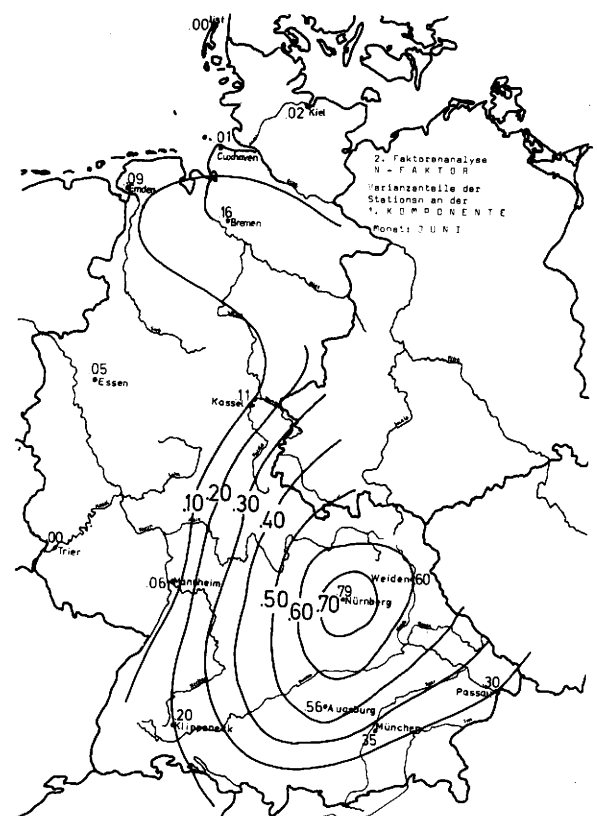


Abb. 3.32 a N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, Juni

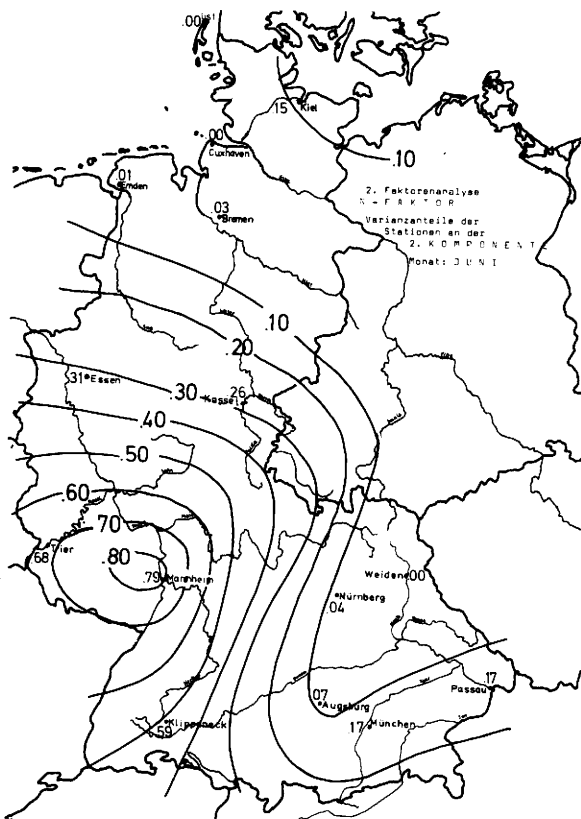


Abb. 3.32 b N - Faktor
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, Juni

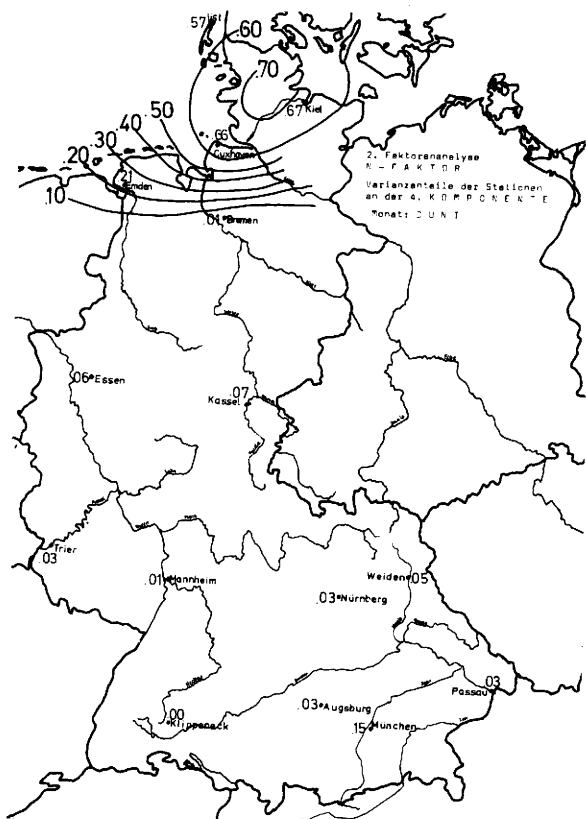


Abb. 3.32 d N - Faktor
Varianzanteile der Stationen
4. Komponente, Juni

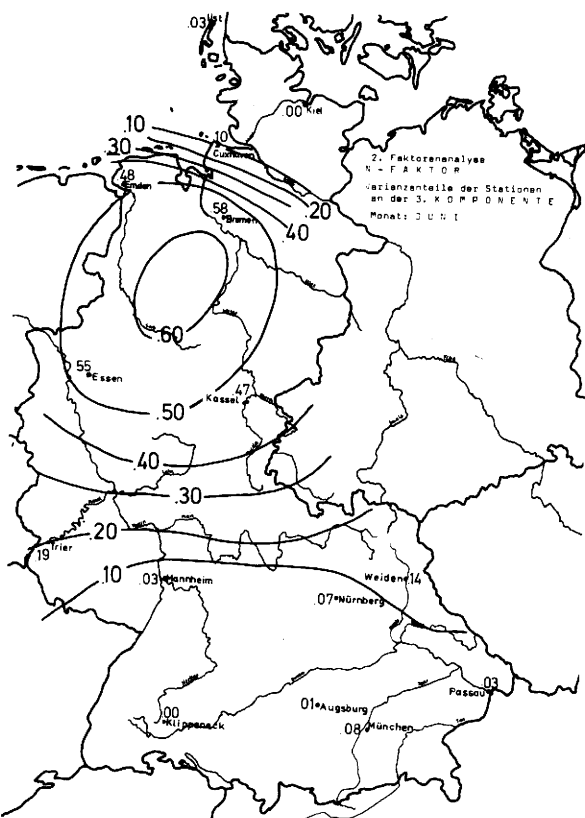


Abb. 3.32 c N - Faktor
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, Juni

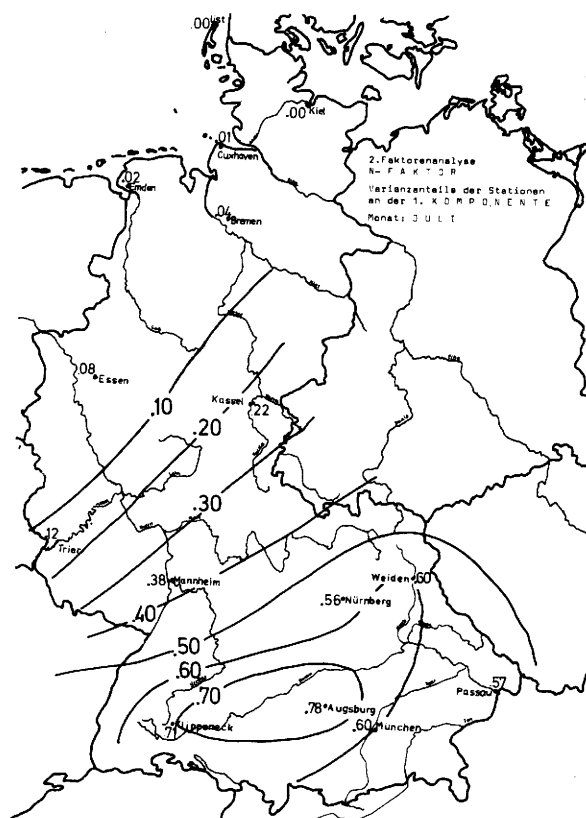


Abb. 3.33 a N - Faktor
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, Juli

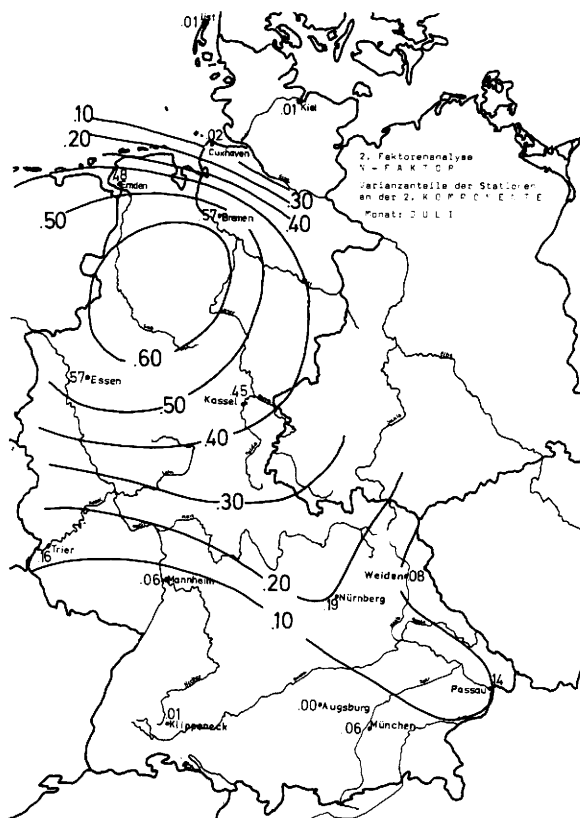


Abb. 3.33 b N - Faktor
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, Juli

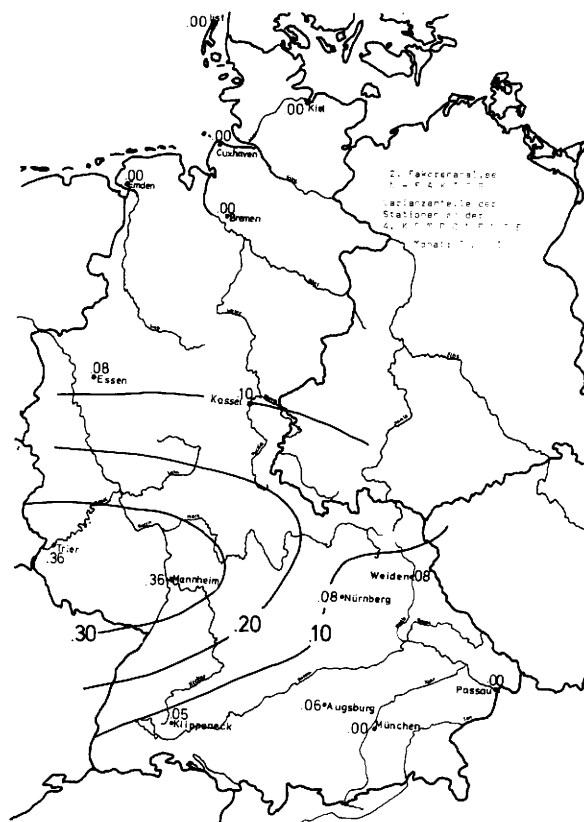


Abb. 3.33 d N - Faktor
Varianzanteile der Stationen
4. Komponente, Juli

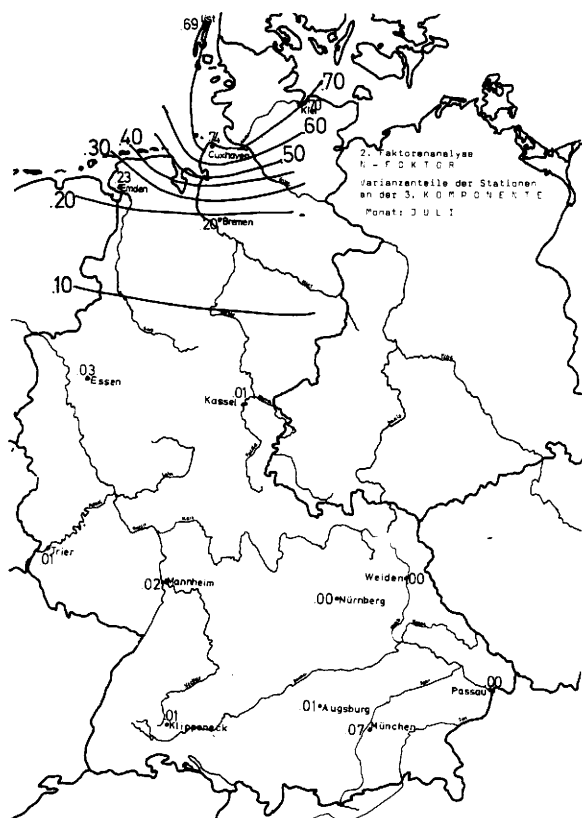


Abb. 3.33 c N - Faktor
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, Juli

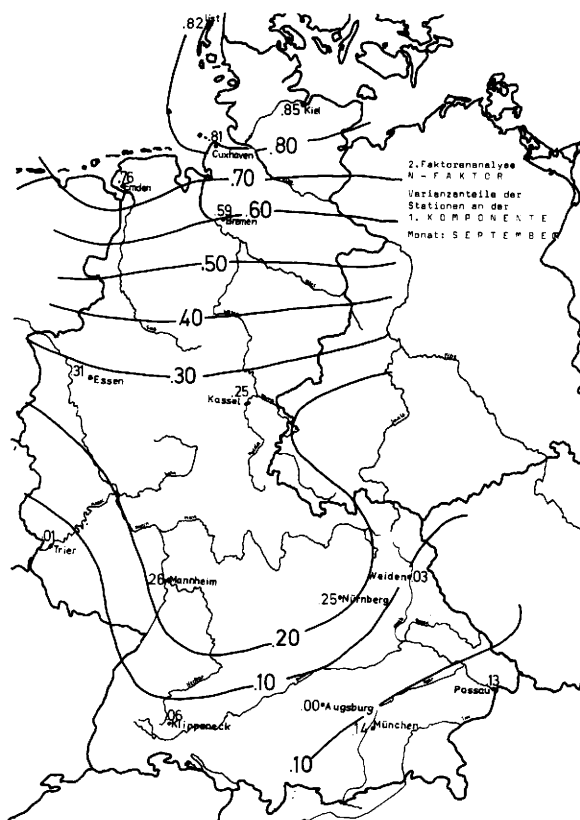


Abb. 3.34 a N - Faktor
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, September

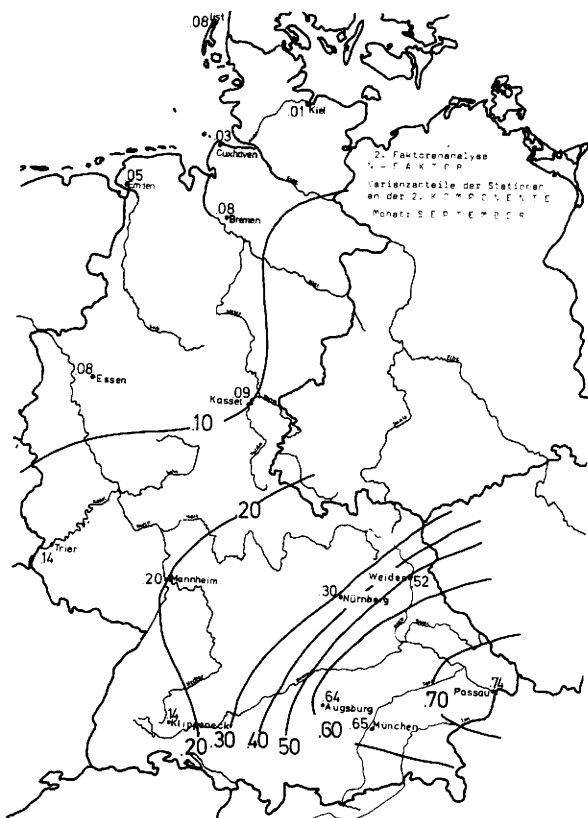


Abb. 3.34 b N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, September

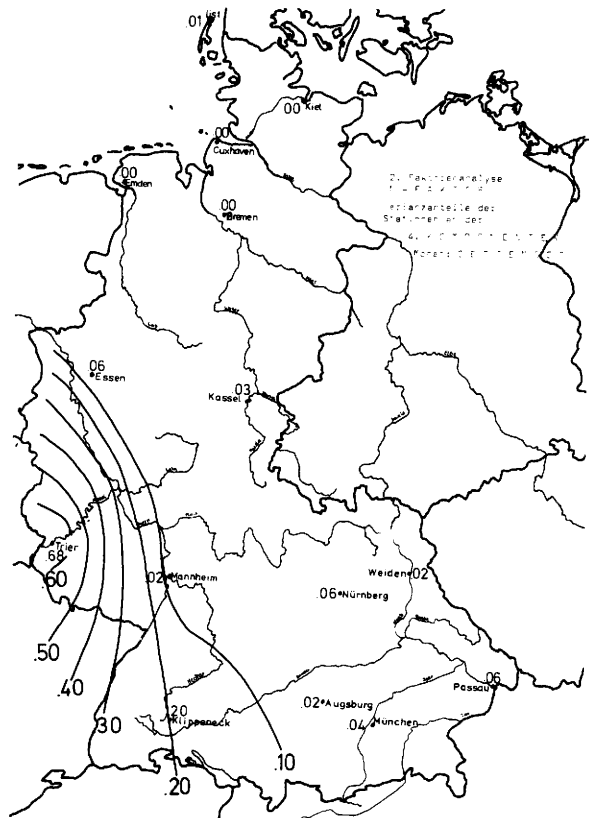


Abb. 3.34 d N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
4. Komponente, September

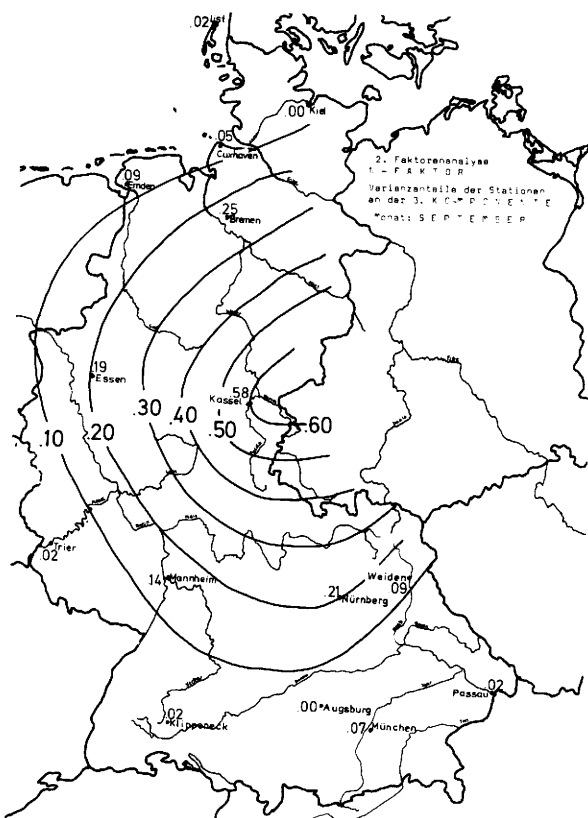


Abb. 3.34 c N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, September

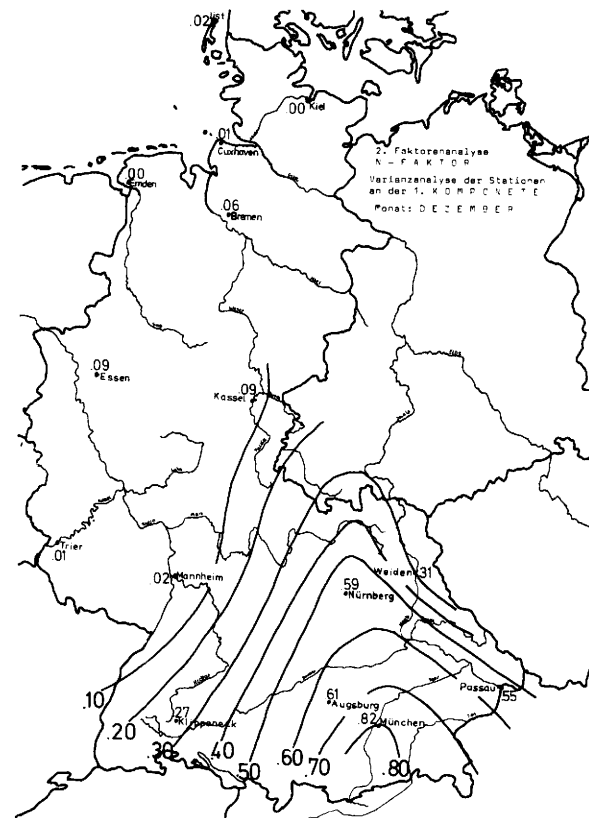


Abb. 3.35 a N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, Dezember

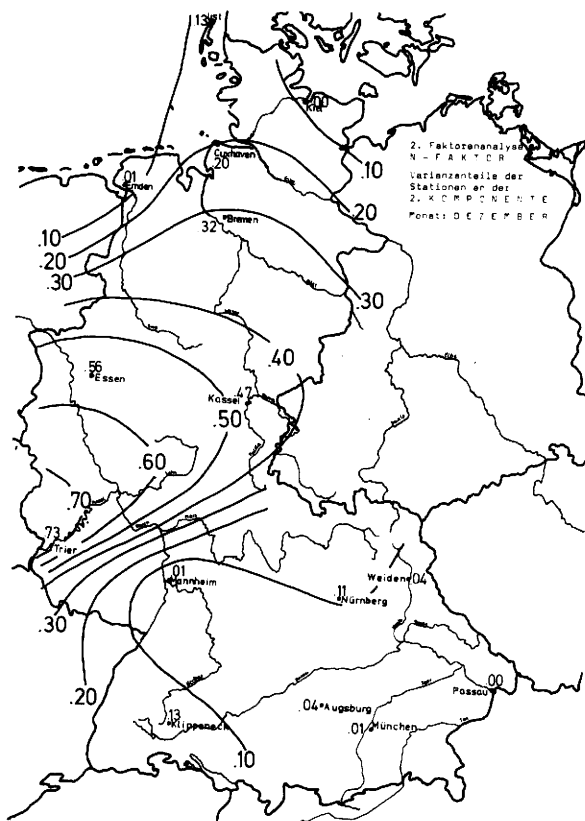


Abb. 3.35 b N - Faktor
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, Dezember

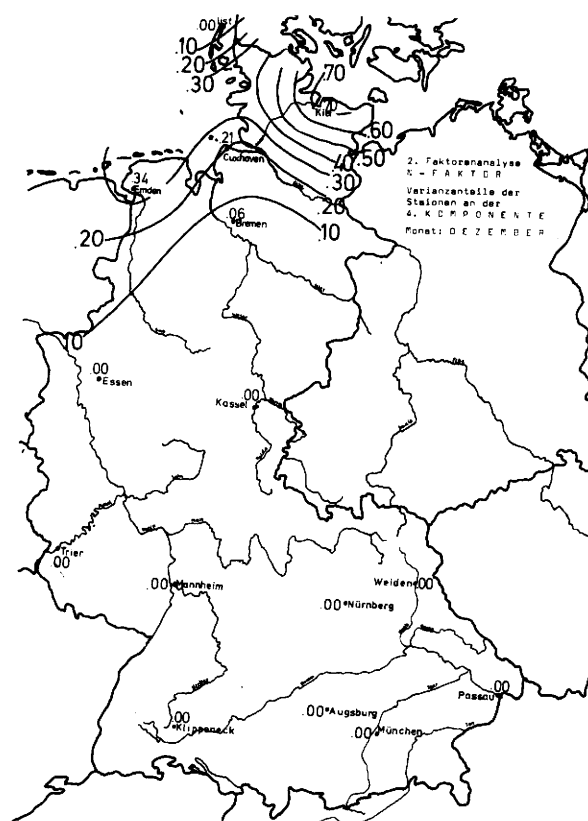


Abb. 3.35 d N - Faktor
Varianzanteile der Stationen
4. Komponente, Dezember

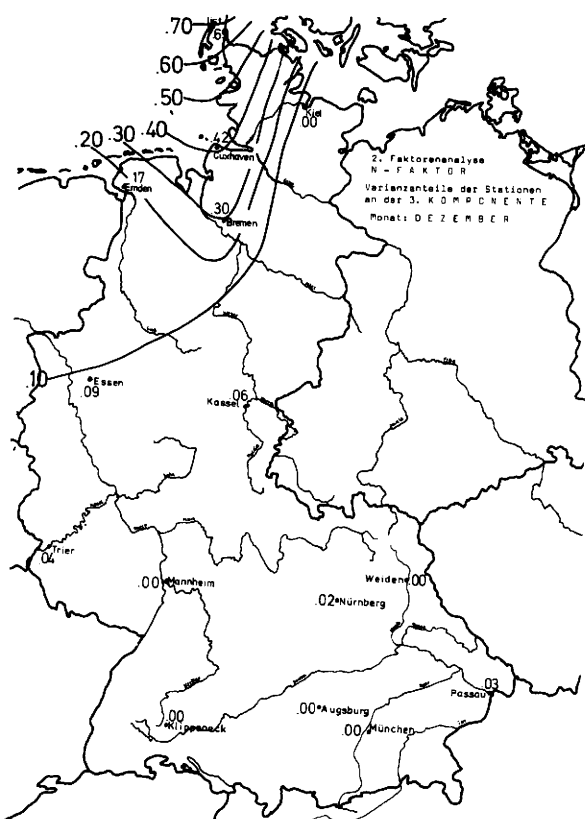


Abb. 3.35 c N - Faktor
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, Dezember

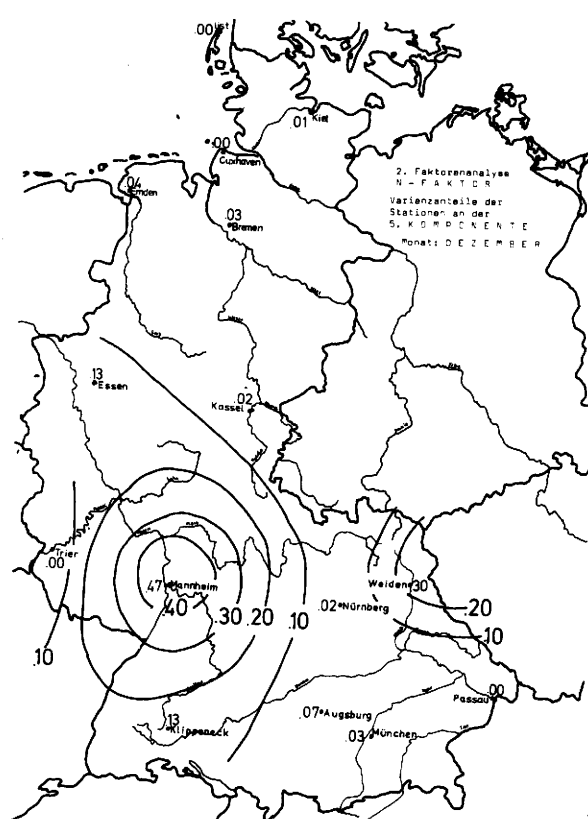


Abb. 3.35 e N - Faktor
Varianzanteile der Stationen
5. Komponente, Dezember

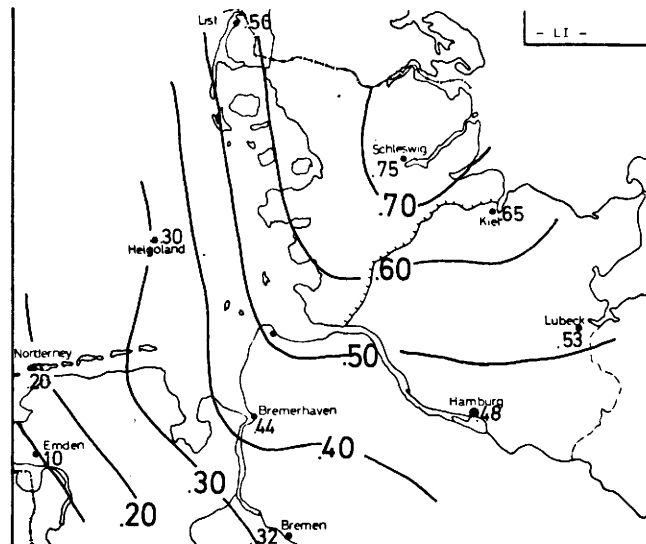


Abb. 3.37 a L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, März

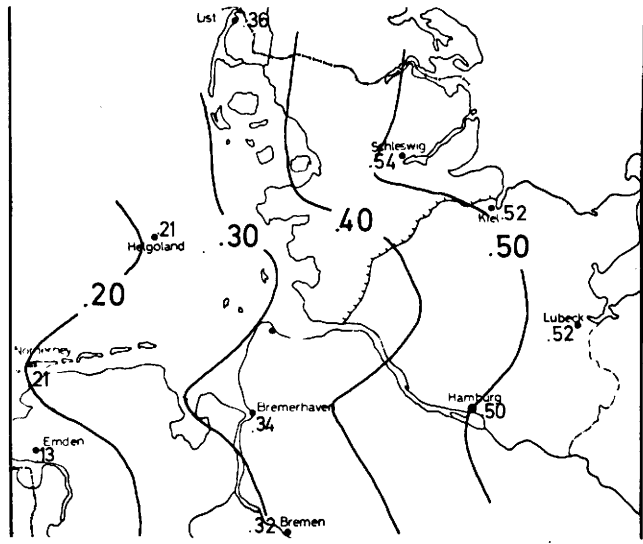


Abb. 3.38 a L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, April

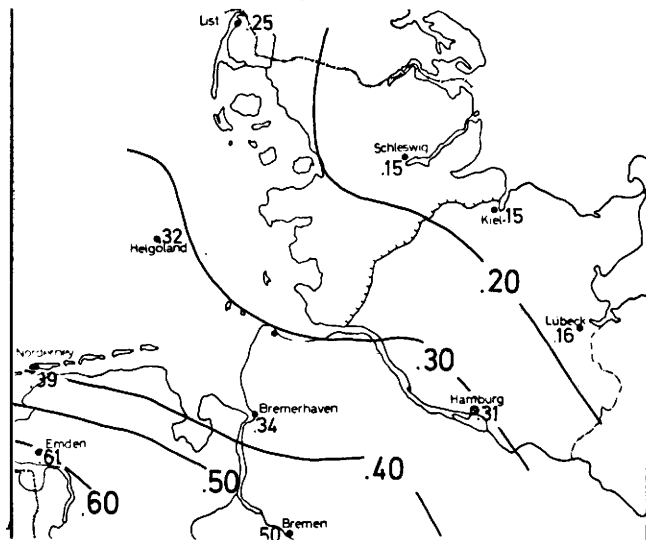


Abb. 3.37 b L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, März

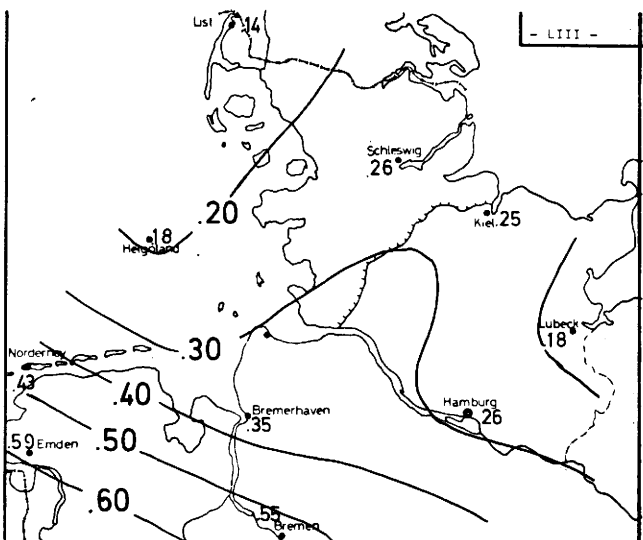


Abb. 3.38 b L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, April

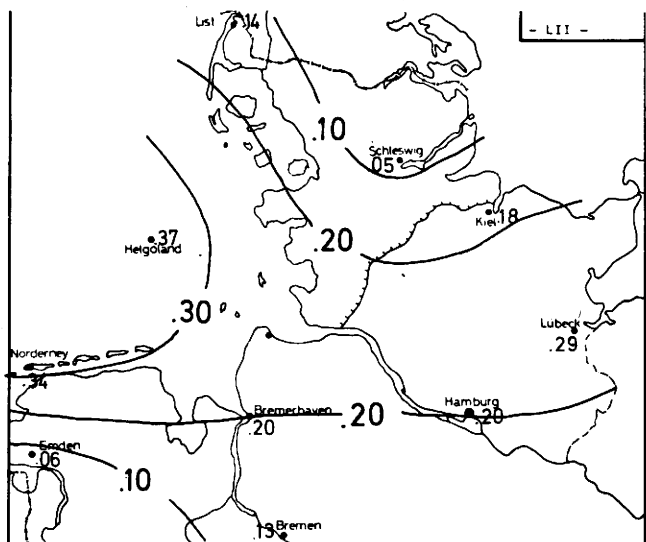


Abb. 3.37 c L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, März

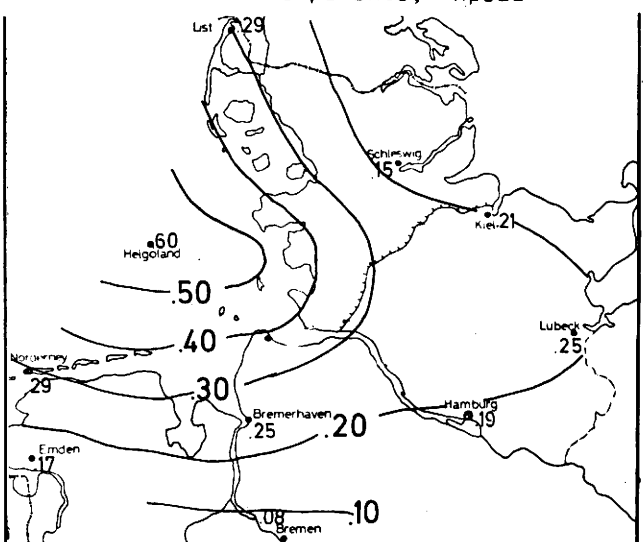


Abb. 3.38 c L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, April

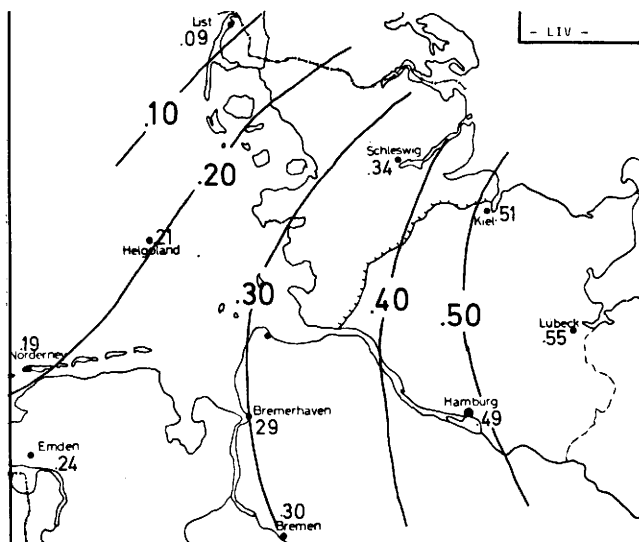


Abb. 3.39 a L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, August

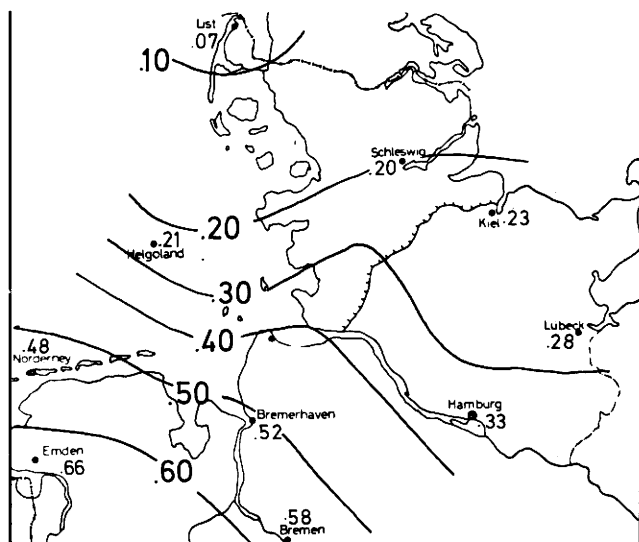


Abb. 3.40 a L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, Oktober

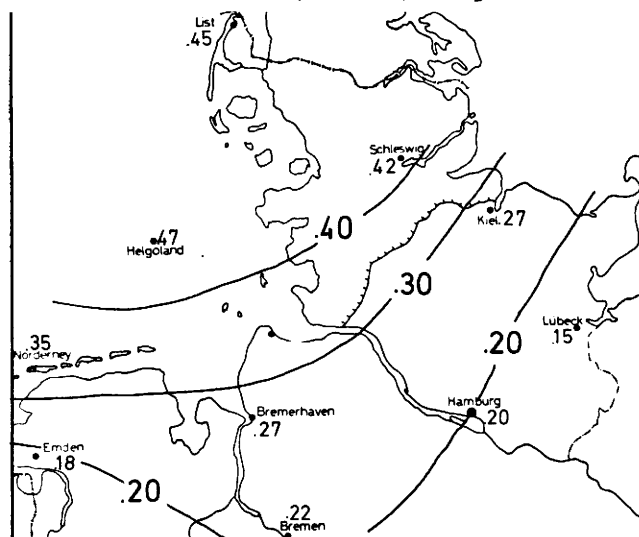


Abb. 3.39 b L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, August

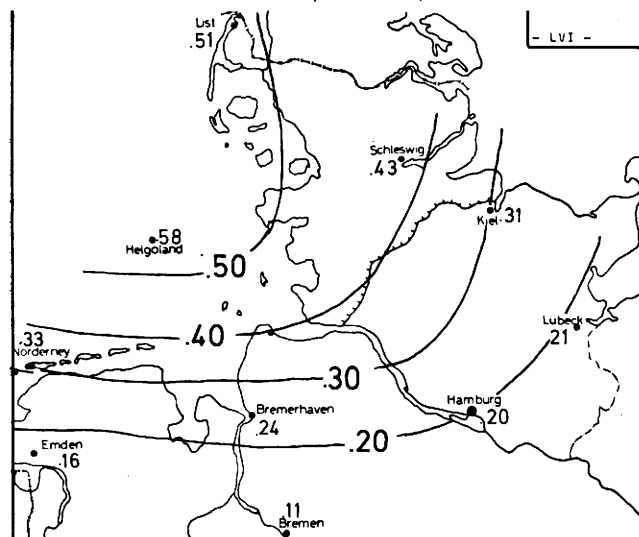


Abb. 3.40 b L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, Oktober

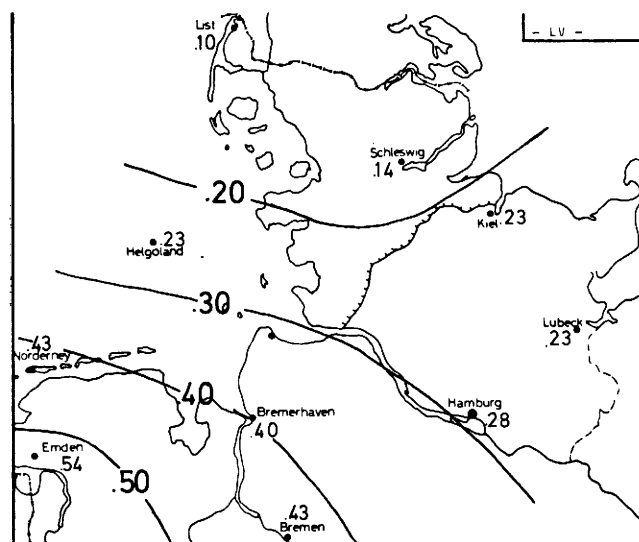


Abb. 3.39 c L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, August

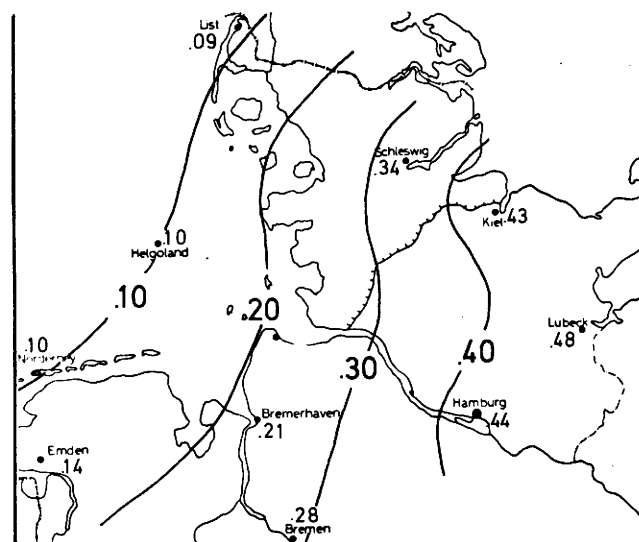


Abb. 3.40 c L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, Oktober

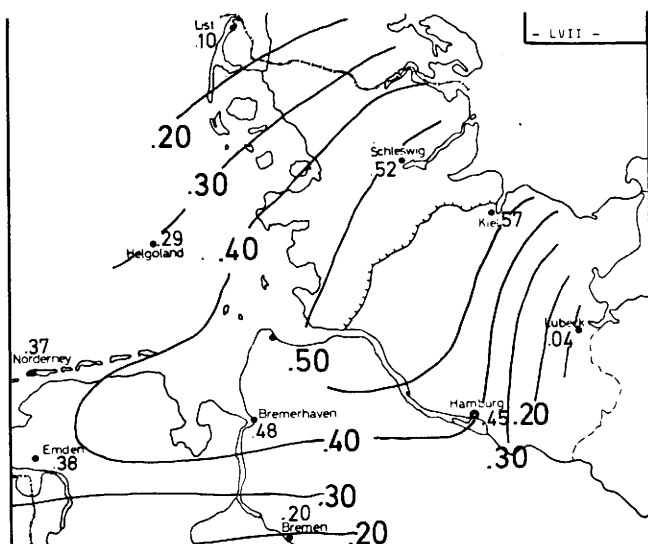


Abb. 3.41 a L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, Dezember

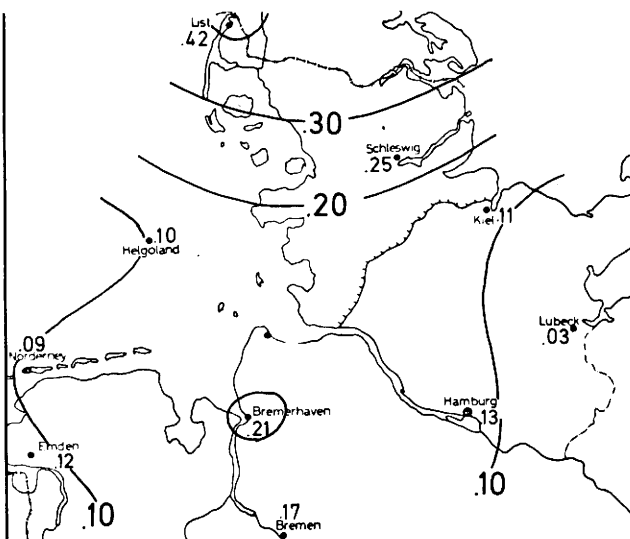


Abb. 3.41 d L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
4. Komponente, Dezember

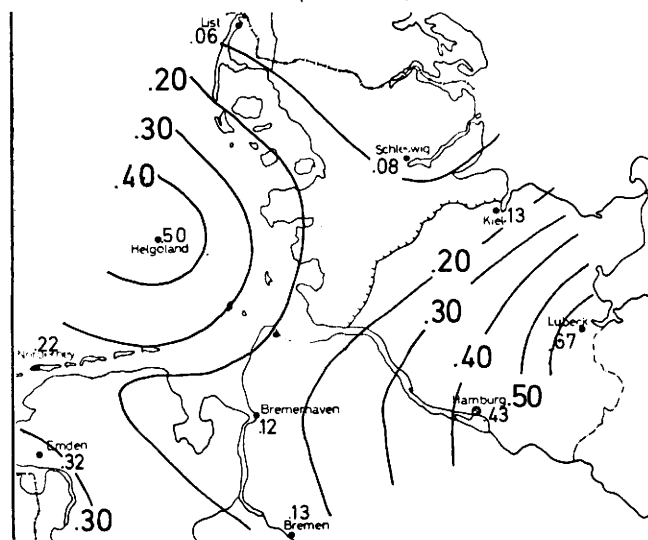


Abb. 3.41 b L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, Dezember

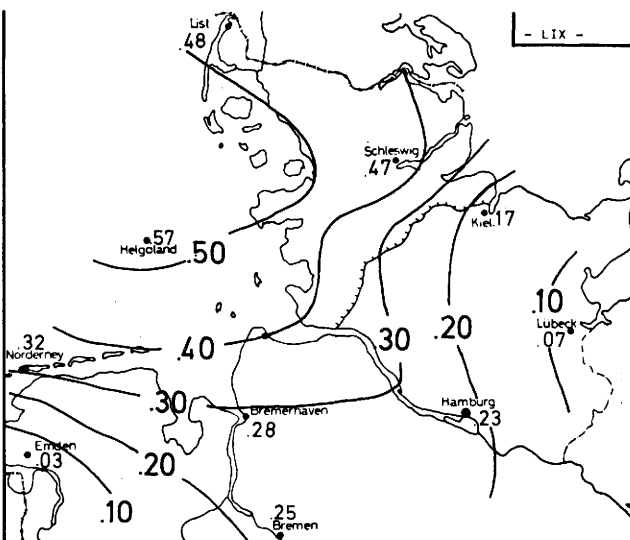


Abb. 3.42 a N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, März

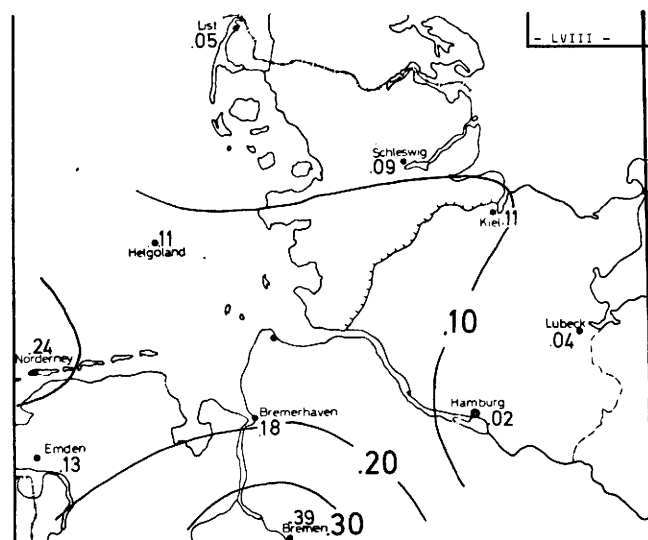


Abb. 3.41 c L - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, Dezember

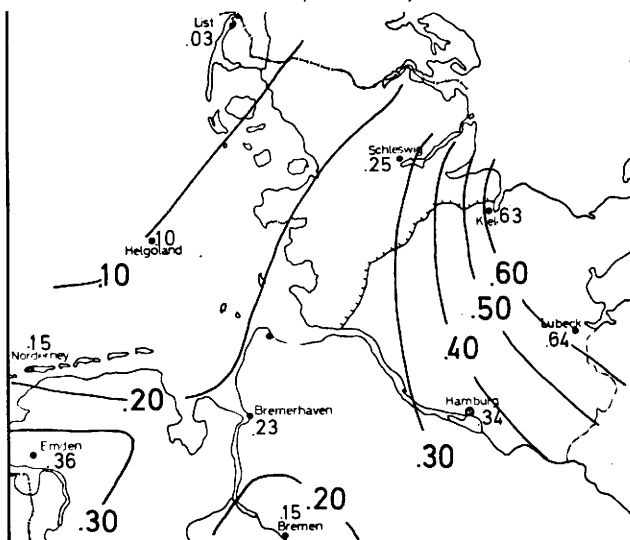


Abb. 3.42 b N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, März

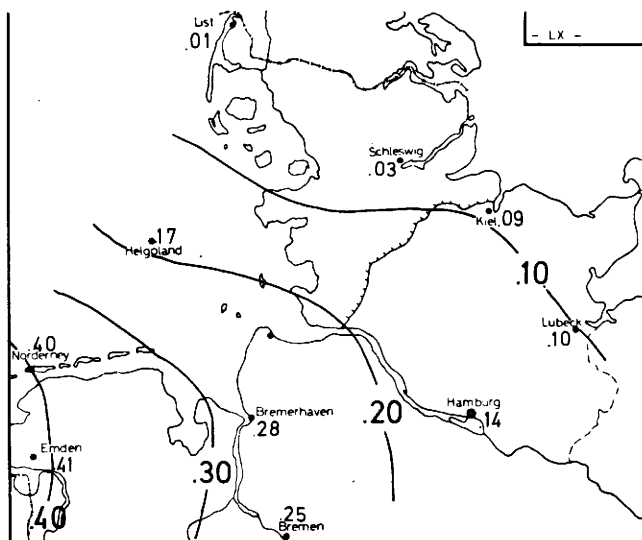


Abb. 3.42 c N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, März

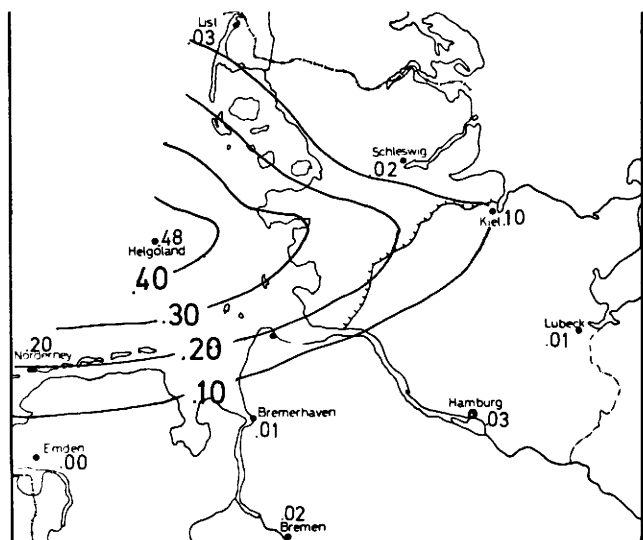


Abb. 3.43 c N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, Juni

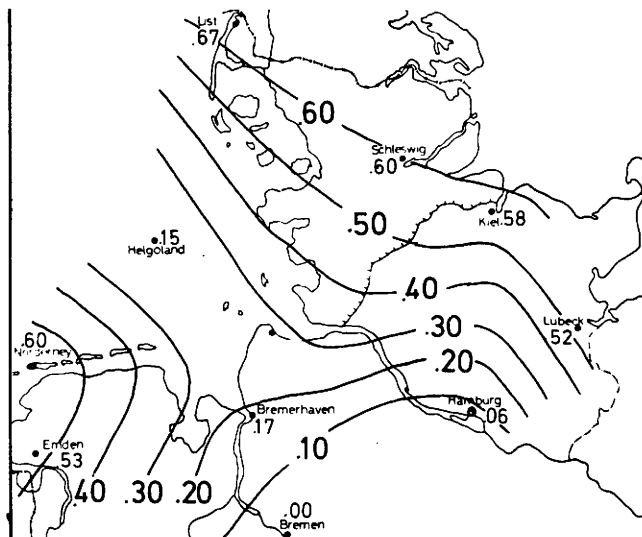


Abb. 3.43 a N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, Juni

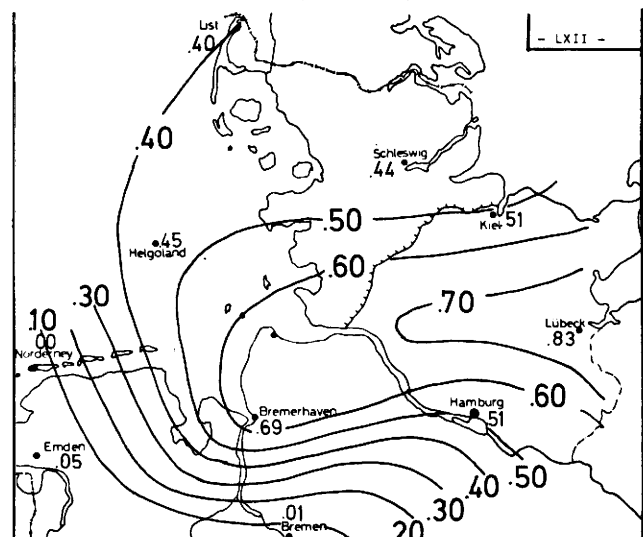


Abb. 3.44 a N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, Juli

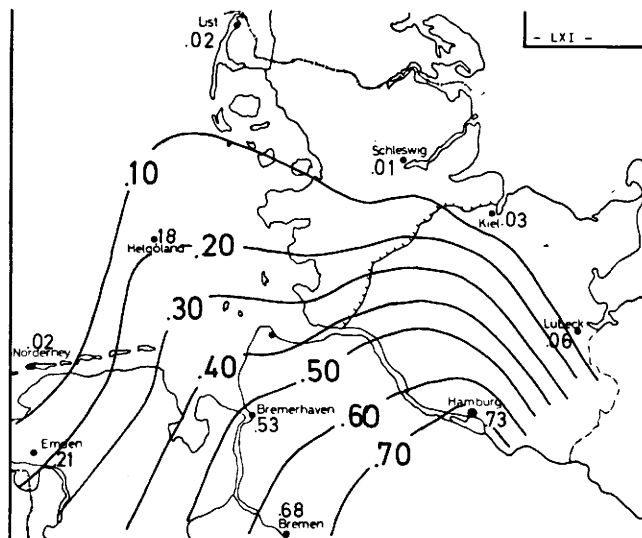


Abb. 3.43 b N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, Juni

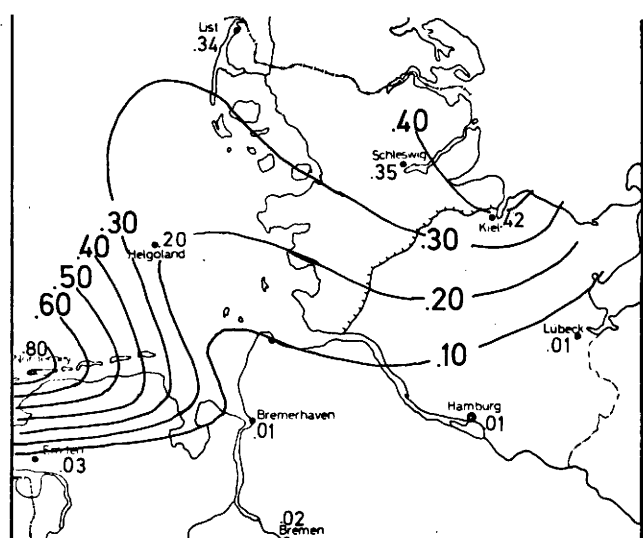


Abb. 3.44 b N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, Juli

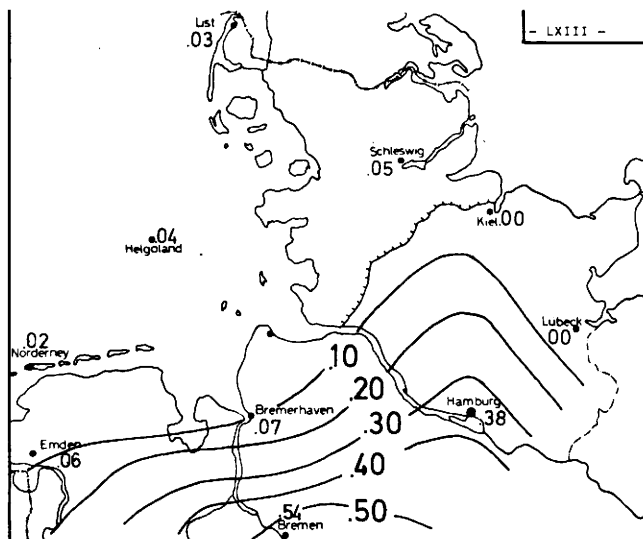


Abb. 3.44 c N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, Juli

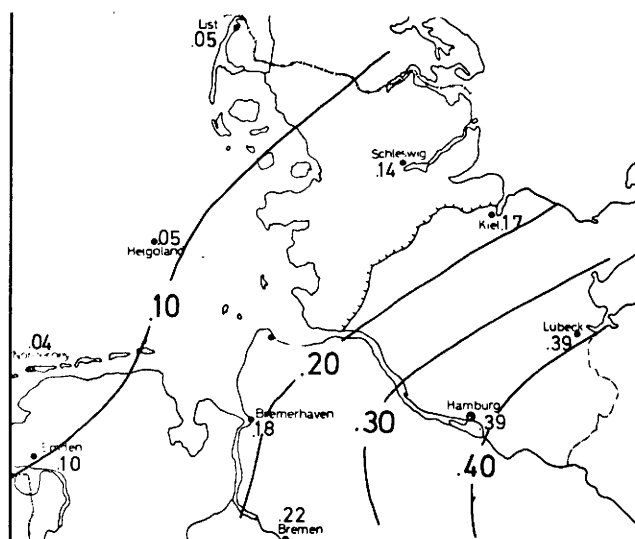


Abb. 3.45 c N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, September

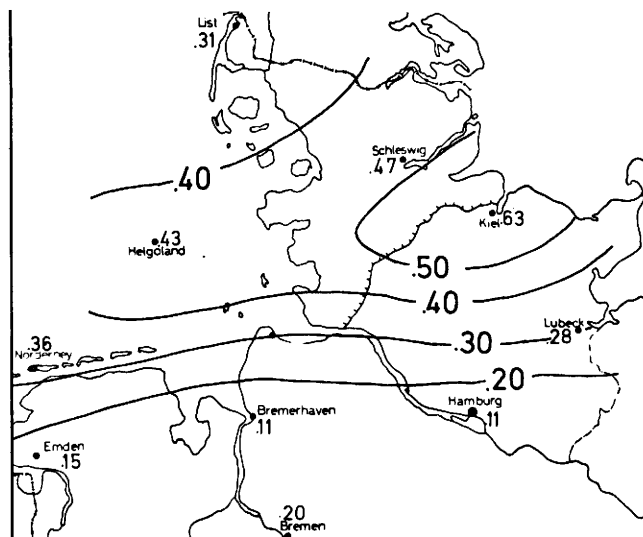


Abb. 3.45 a N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, September

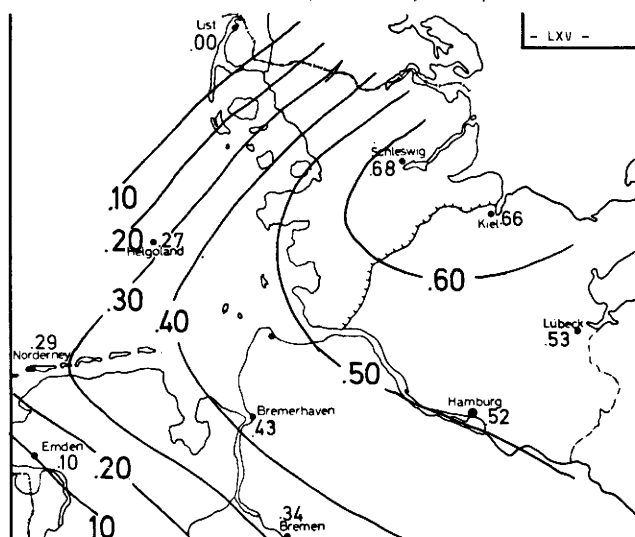


Abb. 3.46 a N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
1. Komponente, Dezember

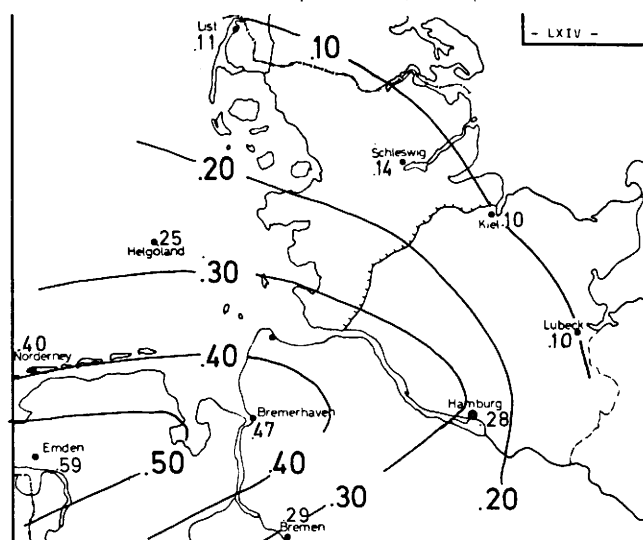


Abb. 3.45 b N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, September

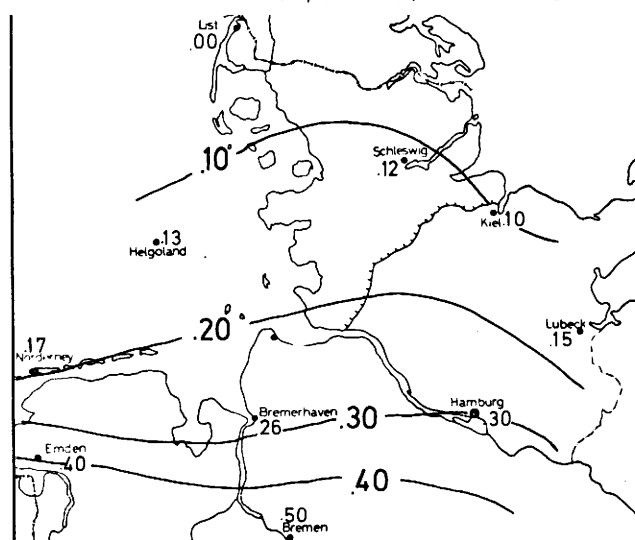


Abb. 3.46 b N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
2. Komponente, Dezember

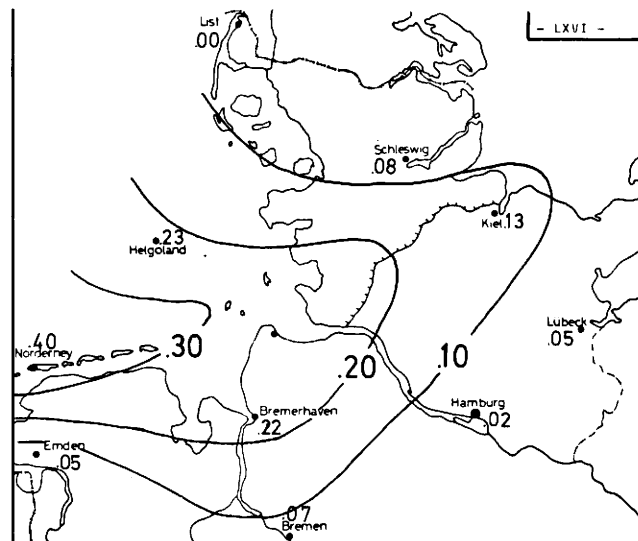


Abb. 3.46 c N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
3. Komponente, Dezember

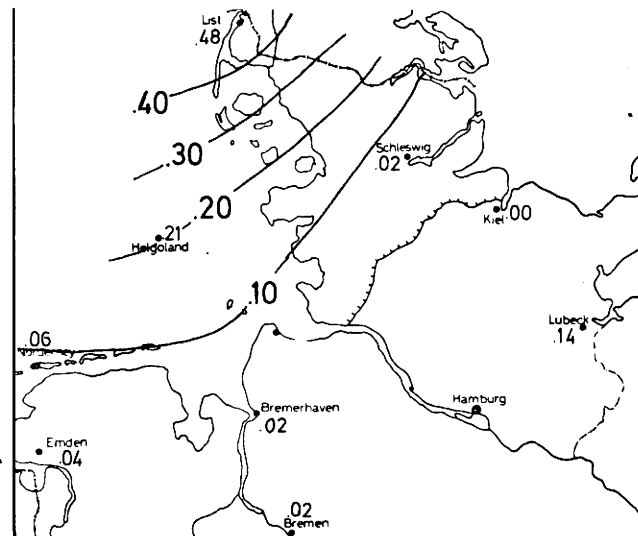


Abb. 3.46 d N - F a k t o r
Varianzanteile der Stationen
4. Komponente, Dezember