



ulm university universität
uulm

Institut für Psychologie und Pädagogik im Fachbereich Pädagogische Psychologie
der Fakultät für Ingenieurwissenschaften und Informatik an der Universität Ulm

**Analyse und Förderung von Transformationsprozessen
beim Umgang mit
multiplen Repräsentationen in der Mathematik**

Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades Dr. rer. nat.
der Fakultät für Ingenieurwissenschaften, Informatik und Psychologie der
Universität Ulm

von
Marion Geiger
geb. in Spaichingen

2018

Amtierender Dekan: Prof. Dr.-Ing Maurits Ortmanns

Gutachter: Frau Prof. Dr. Tina Seufert

Gutachter: Herr Prof. Dr. Markus Vogel

Tag der Promotion: 07.06.2019

Inhaltsverzeichnis

1. Einleitung	1
I. Theoretischer Teil	7
2. Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen	9
2.1. Einteilung der Repräsentationen	12
2.1.1. Depiktionale und deskriptionale Repräsentationen	12
2.1.2. Externe und interne Repräsentationen	15
2.1.3. Was versteht man unter multiplen externen Repräsentationen?	18
2.2. Theorien und Modelle zum Lernen mit unterschiedlichen Repräsentationen	19
2.2.1. Theorie des multimedialen Lernens von Mayer	20
2.2.2. Integriertes Modell des Text- und Bildverstehens von Schnotz und Bannert	22
2.3. Auswahl einiger Repräsentationen der Mathematik	25
2.3.1. Ausgewählte deskriptionale Repräsentationen	27
2.3.2. Ausgewählte depiktionale Repräsentationen	29
2.3.3. Umgang mit multiplen Repräsentationen in der Mathematik .	32
2.3.4. Welche Teilprozesse gibt es im Umgang mit Repräsentationen?	35
2.3.5. Verbalisieren von Funktionen	45
2.3.6. Wie können Verbalisierungen charakterisiert werden?	47
3. Wie kann der Umgang mit multiplen Repräsentationen gefördert werden?	51
3.1. Cognitive Apprenticeship	51
3.2. Lernen durch selbstgenerierte Fragen	55
3.3. Wie können diese Prozesse gefördert werden? - Bisheriger Forschungsstand	60

4. Einflussfaktoren auf den Lern- und Trainingserfolg	65
4.1. Wie lernen Serialisten und Holisten? Der Einfluss der Lerngewohnheiten	65
4.2. Einfluss des Vorwissens	66
4.3. Die kognitive Belastung und ihre Bedeutung für den Lernprozess . .	68
II. Empirischer Teil	71
5. Empirische Fragestellungen	73
6. Studie 1	75
6.1. Zielsetzung und Fragestellungen	75
6.1.1. Auf welcher Ebene der Verbalisationsebenenmatrix verbalisieren Lernende am ehesten?	75
6.1.2. Auf welcher Ebene der Verbalisationsebenenmatrix zeigen Lernende die größten Defizite beim Verbalisieren?	78
6.1.3. Unterscheiden sich die Fähigkeiten zu Verbalisieren von Schülerinnen und Schülern in Abhängigkeit vom Vorwissen?	80
6.1.4. Welchen Einfluss haben die Anzahl der dargebotenen Repräsentationen und deren Abstraktionsebene auf die Lösungswahrscheinlichkeit?	80
6.2. Methode	82
6.2.1. Stichprobe	82
6.2.2. Design	82
6.2.3. Untersuchungsmaterial	83
6.2.4. Durchführung	92
6.2.5. Statistische Auswertung	92
6.3. Ergebnisse der Studie 1	93
6.3.1. Auf welcher Ebene verbalisieren Schüler spontan?	94
6.3.2. Auf welcher Ebene dieser Matrix zeigen die Schülerinnen und Schüler die größten Defizite beim Verbalisieren?	94
6.3.3. Spielt das Vorwissen eine wesentliche Rolle hinsichtlich der Lösungswahrscheinlichkeit?	96
6.3.4. Zusammenhang der Anzahl der Repräsentationen und der Abstraktionsebene mit der Lösungsgüte	98

6.3.5.	Berichten die Lernenden bei der Bearbeitung der Aufgaben eine unterschiedliche mentale Anstrengung sowie einen unterschiedlichen active und passive load?	99
6.3.6.	Einfluss der Abstraktionsebene und der Anzahl der Repräsentationen auf den cognitive load.	102
6.4.	Zusammenfassung und Diskussion der Studie 1	103
7.	Studie 2	109
7.1.	Zielsetzung und Fragestellung	109
7.2.	Laborstudie	109
7.2.1.	Verbessern sich die Fähigkeiten zur Rezeption, Produktion, Integration und Transformation durch das Training im Labor?	110
7.2.2.	Können auf den einzelnen Rezeptionsstufen Verbesserungen durch das Training im Labor erzielt werden?	112
7.2.3.	Können auf den einzelnen Produktionsstufen Verbesserungen durch das Training im Labor erzielt werden?	113
7.2.4.	Können auf den einzelnen Integrationsstufen Verbesserungen durch das Training im Labor erzielt werden?	114
7.2.5.	Können auf den einzelnen Transformationsstufen Verbesserungen durch das Training im Labor erzielt werden?	115
7.3.	Methode	116
7.3.1.	Stichprobe	116
7.3.2.	Design	116
7.3.3.	Untersuchungsmaterial	117
7.3.4.	Bewertung der Aufgaben	123
7.3.5.	Durchführung	126
7.3.6.	Das Training „Fit in der Mathematik“	126
7.3.7.	Das Training für die Kontrollgruppe 1: „Fit im Alltag“	135
7.3.8.	Statistische Auswertung	139
7.4.	Ergebnisse der Studie 2	140
7.4.1.	Verbessern sich die Schülerfähigkeiten hinsichtlich der Prozesse Rezeption, Produktion, Integration und Transformation auf Grund des Trainings im Labor?	140
7.4.2.	Können auf den einzelnen Rezeptionsstufen Verbesserungen erzielt werden?	143

Inhaltsverzeichnis

7.4.3.	Konnten auf den einzelnen Produktionsstufen Verbesserungen erzielt werden?	145
7.4.4.	Können auf den einzelnen Stufen der Integration Verbesserungen erzielt werden?	148
7.4.5.	Konnten auf den einzelnen Transformationsstufen Verbesserungen erzielt werden?	150
7.5.	Zusammenfassung und Diskussion der Studie 2	152
7.5.1.	Verbesserten sich die Schülerfähigkeiten hinsichtlich den Prozessen Rezeption, Produktion, Integration und Transformation?153	
7.5.2.	Konnten auf den einzelnen Rezeptionsstufen Verbesserungen erzielt werden?	155
7.5.3.	Konnten auf den einzelnen Produktionsstufen Verbesserungen erzielt werden?	156
7.5.4.	Konnten auf den einzelnen Integrationsstufen und Transformationsstufen Verbesserungen erzielt werden?	157
7.5.5.	Folgerungen aus der zweiten für die dritte Studie	159
8.	Studie 3	161
8.1.	Zielsetzung und Fragestellung	161
8.1.1.	Verbessern sich die Fähigkeiten zur Rezeption, Produktion, Integration und Transformation durch das in den Unterricht integrierte Training?	162
8.1.2.	Können auf den einzelnen Rezeptionsstufen Verbesserungen durch das in den Unterricht integrierte Training erzielt werden?163	
8.1.3.	Können auf den einzelnen Produktionsstufen Verbesserungen durch das in den Unterricht integrierte Training erzielt werden?164	
8.1.4.	Können auf den einzelnen Integrationsstufen Verbesserungen durch ein in den Unterricht integriertes Training erzielt werden?165	
8.1.5.	Können auf den einzelnen Transformationsstufen Verbesserungen durch ein in den Unterricht integriertes Training erzielt werden?	165
8.2.	Methode	166
8.2.1.	Stichprobe	166
8.2.2.	Design der Studie 3	167
8.2.3.	Untersuchungsmaterial	168
8.2.4.	Durchführung der Studie 3	169

8.2.5. Statistische Auswertung	170
8.2.6. Fortbildung zur Implementation des Trainings in den Schul- unterricht	172
8.3. Ergebnisse der Studie 3	176
8.3.1. Verbessern sich die Schülerfähigkeiten hinsichtlich der ver- schiedenen Prozesse auf Grund des in den Unterricht inte- grierten Trainings?	176
8.3.2. Können auf den einzelnen Rezeptionsstufen Verbesserungen erzielt werden?	181
8.3.3. Können auf den einzelnen Produktionsstufen Verbesserungen erzielt werden?	185
8.3.4. Können auf den einzelnen Integrationsstufen Verbesserungen erzielt werden?	188
8.3.5. Können auf den einzelnen Transformationsstufen Verbesse- rungen erzielt werden?	192
8.4. Diskussion der einzelnen in Studie 3 geförderten Prozesse	195
8.4.1. Verbesserten sich die Fähigkeiten hinsichtlich den Prozessen Rezeption, Produktion, Integration und Transformation?	196
8.4.2. Konnten auf den einzelnen Rezeptionsstufen Verbesserungen erzielt werden?	200
8.4.3. Konnten auf den einzelnen Produktionsstufen Verbesserungen erzielt werden?	201
8.4.4. Konnten auf den einzelnen Integrationsstufen Verbesserungen erzielt werden?	202
8.4.5. Konnten auf den einzelnen Transformationsstufen Verbesse- rungen erzielt werden?	203
9. Gesamtdiskussion und Ausblick	207
9.1. Theoretische Implikationen	207
9.2. Methodische Implikationen	213
9.3. Praktische Implikationen	218
10. Zusammenfassung	223
11. Literaturverzeichnis	225

A. Anhang	i
A.1. Bogen zur Erstellung des vertraulichen Codes	ii
A.2. Fragenbogen zur Erfassung demographischer Daten	ii
A.3. I-S-T 2000R - Test zur Erfassung der Fähigkeiten zum logischen Denken	iii
A.4. KFT - Test zur Erfassung der verbalen Fähigkeiten	v
A.5. WIT - Test zur Erfassung der Gedächtniskapazität	xi
A.6. Test zur Erfassung der Lerngewohnheiten	xxxv
A.7. Test zur Erfassung des Vorwissens	xxxvi
A.8. SSKJ 3-8: Fragebogen zur Erhebung von Stress und Stressbewältigung im Kindes- und Jugendalter	xli
A.9. Aufgabenheft zur Erfassung der abhängigen Variablen der Studie 1 .	xliii
A.10. Aufgaben zur Erfassung der abhängigen Variablen der Studie 2 im Vortest	lxii
A.11. Verlaufsplan des Trainings „Fit in der Mathematik“	xcviii
A.11.1. 3. Trainingstag	ci
A.11.2. 4. Trainingstag	ciii
A.12. Materialien für das Training „Fit in der Mathematik“	cv
A.12.1. Arbeitsblatt für das Modeling	cv
A.12.2. Arbeitsblätter für das Gruppenpuzzle	cvii
A.12.3. Arbeitsblatt für die Partnerarbeit	cxviii
A.12.4. Arbeitsblatt zum Beschreiben von Verläufen	cxx
A.12.5. Arbeitsblätter zum Vergleichen von Verläufen	cxxiii
A.12.6. Arbeitsblätter zur Transformation	cxxvii
A.13. Aufgaben zur Erfassung der abhängigen Variablen der Studie 2 im Nachttest	cxxxii
A.14. Verlaufsplan des Trainings „Fit im Alltag“	clx
A.15. Material für das Training „Fit im Alltag“	clxvi
A.16. Folien zur Fortbildung	clxxviii
A.17. Beispielaufgaben für die Rezeption, Produktion, Integration und Transformation	cxcii
A.18. Evaluation der Fortbildung	cxcvii
A.19. Aufgaben zur Erfassung des repräsentationsspezifischen Vorwissens .	cxci
A.20. Studie 1 - Korrelationen	cciv

1. Einleitung

In der heutigen, digitalen Welt spielen Repräsentationen nicht nur für Lernprozesse eine große Rolle sondern auch im alltäglichen Leben begegnen uns immer wieder multiple Repräsentationen in den verschiedensten Formen (Dufour-Janvier, Bednarz & Belanger, 1987). Beispielsweise wird in der Tageszeitung die Wettervorhersage sowohl als Karte als auch als Text angegeben, sodass hier zwei verschiedene Repräsentationen verstanden und integriert werden müssen. Dasselbe gilt für Wahl- oder Börsenergebnisse. Aber neben diesen etablierten Informationsträgern verwenden vor allem die modernen Medien viele Repräsentationen, wie Apps oder digitale Landkarten, welchen Informationen entnommen werden müssen. Daher stellt auch der Alltag den Anspruch an einen flexiblen Umgang mit multiplen Repräsentationen.

Aber bereits ein kleiner Darstellungswechsel kann bei der Lösung eines Problems helfen (Laakmann, 2011). Beispielsweise dürfte es Kindern sehr schwer fallen, an Hand der Zahlen zu entscheiden, ob $\frac{1}{3}$ eines Kuchens größer ist als $\frac{3}{4}$ des selben Kuchens. Wird ihnen aber ein Bild des jeweiligen Kuchenanteils gezeigt, so sollte es ein leichtes sein diese Entscheidung zu fällen (Wainer, 1992). Dieses Beispiel zeigt zum einen, dass der Wechsel zwischen verschiedenen Zeichencodes (bildlich oder durch abstrakte Zeichen) eine Vereinfachung darstellen kann, es veranschaulicht zum anderen aber auch ein Problem, welches im alltäglichen Leben, sondern auch im Schulunterricht auftreten könnte, denn es wird beispielsweise in den Bildungsplänen gefordert, dass Schülerinnen und Schüler

- verschiedene Darstellungsformen von Zahlen kennen, situationsgerecht auswählen und ineinander umwandeln (Klasse 6, Leitidee „Zahl“).
- Situationen und Fragestellungen durch konkrete, verbale, grafische und numerische Modelle und Darstellungen beschreiben (Klasse 6, Leitidee „Vernetzung“, (Ministerium für Kultus Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2004, S. 96)).

Die hier geforderten Transformationsprozesse, bei denen basierend auf einer Re-

1. Einleitung

präsentation eine weitere mit derselben Information erstellt werden soll, werden nicht nur in weiteren Bildungsplänen verschiedener Länder (Baden-Württemberg (Ministerium für Kultus Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2004), Bremen (Senator für Bildung und Wissenschaft, 2006)) durchgängig in allen Altersstufen in der Mathematik gefordert, sondern auch in anderen Fachgebieten. So heißt es beispielsweise in Geographie:

- Schülerinnen und Schüler können Informationen durch Darstellungen wie Klimadiagramme, Fließschema, Kreissektorendiagramme visualisieren und interpretieren (Ministerium für Kultus Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2004, S. 241).
- Schülerinnen und Schüler wandeln die gewonnenen Informationen in andere Formen der Darstellung (z. B. Zahlen in Karten oder Diagramme) um (Bramaier & Fraedrich, 2011, S. 22).

Weitere Anforderungen, welche an Schülerinnen und Schüler im Umgang mit multiplen Repräsentationen gestellt werden, sind neben dem Auslesen von Informationen aus Kartenmaterial, Tabellen, Diagrammen oder Graphen auch deren Interpretation, indem gefordert wird, dass Schülerinnen und Schüler Basisinformationen aus den genannten Repräsentationen erfassen können (Ministerium für Kultus Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2004). Des Weiteren wird gefordert, dass Schülerinnen und Schüler Repräsentationen eigenständig erstellen und integrieren können.

Diese Beispiele aus den Bildungsplänen zeigen eindrücklich, dass in vielen Bereichen, aber vor allem in der Mathematik das Denken und Schließen „nicht ohne Zeichen und Repräsentationen möglich ist und Zeichen somit notwendige Mittel darstellen“ (Hoffmann, 2003, S. 6). Dabei sind gerade das Darstellen von Informationen in verschiedenen Repräsentationsformen, sowie der Wechsel zwischen diesen und das Hinein- und Herauslesen der inhaltlichen Bedeutung, wichtige mathematische Arbeitsweisen (Barzel & Hußmann, 2008). Auch in der Literatur wird als Grundlage für eine erfolgreiche Problemlösekompetenz die Fähigkeit angesehen, Daten gegebenen Repräsentationen entnehmen und diese visualisieren zu können (Jonassen, 2003).

Allerdings weisen verschiedene Forschungsergebnisse (Stern, 1992; Ainsworth, 1999) und vor allem die neuesten PISA-Studien daraufhin, dass gerade im Bereich der mathematischen Kompetenz große Probleme vorherrschen. Mathematische Kompetenz wird in diesem Zusammenhang nämlich von der OECD im Sinne der *Mathematical Literacy* verstanden und definiert als „die Fähigkeit einer Person, die Rolle zu

erkennen und zu verstehen, die Mathematik in der Welt spielt, fundierte mathematische Urteile abzugeben und sich auf eine Weise mit der Mathematik zu befassen, die den Anforderungen des Lebens dieser Person als konstruktivem, engagiertem und reflektierendem Bürger entspricht“ (OECD, 2004, S. 42). Als Teilgebiete dieser mathematischen Kompetenz werden hierbei genau die aufgezeigten Aspekte der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation genannt, denn diese wären „reale Problemsituationen in die mathematische Sprache zu übertragen [...] oder auch mathematische Ergebnisse zu bewerten, zu interpretieren und zu kommunizieren“ (OECD, 2004 zit. nach Frey, Heinze, Mildner, Hochweber & Asseburg, 2010, S. 155), wobei Stern (2001) noch einmal die Bedeutung des Repräsentationswechsels hervorhebt, in dem sie schreibt „mathematische Kompetenzen können verstanden werden als die Fähigkeit, eine bestimmte Repräsentationsform in eine andere zu transformieren“ (S. 184). Gerade diese Transformation stellt auch bei PISA eine der sechs Stufen der mathematischen Kompetenz dar, welche möglichst mittels Aufgaben in realistischen Konstrukten abgeprüft wurden (Frey et al., 2010). Es ergab sich allerdings, dass trotz erheblicher Verbesserungen seit 2003, in Deutschland immer noch 18,6 % der Jugendlichen auf der untersten Kompetenzstufe einzuordnen sind und diese somit nur sehr einfache mathematische Problemstellungen lösen können.

Bemerkenswert ist dabei vor allem, dass zum einen die Streuung der mathematischen Kompetenz in Deutschland sehr hoch ist und zum anderen, dass nur knapp über 40 % der Gymnasiasten über eine hohe oder gar sehr hohe mathematische Kompetenz verfügen. Betrachtet man diese Kompetenz genauer, so wird deutlich, dass weniger als die Hälfte der Gymnasiasten in der Lage sind, verschiedene Informationsquellen und Darstellungen miteinander zu verknüpfen (Integration), flexibel zwischen ihnen hin und her zu wechseln (Transformation) oder ihre Interpretationen und Überlegungen zu kommunizieren (Rezeption) (Frey et al., 2010).

Es zeigte sich demnach, dass Schülerinnen und Schüler zum einen über die Fähigkeit verfügen sollten, Informationen aus Repräsentationen zu entnehmen, diese zu bewerten und in eigenen Worten zu beschreiben und sie zum anderen in der Lage sein sollten eigenständig Repräsentationen zu produzieren oder Informationen in eine andere Darstellungsform zu übertragen. Gleichzeitig wird gefordert, dass sie verschiedene Repräsentationen hinsichtlich ihres Informationsgehalts abgleichen und entscheiden können, ob dieselben oder unterschiedliche Informationen repräsentiert werden. Wie bereits erwähnt, steht diesen Ansprüchen die Problematik gegenüber, dass immer wieder erhebliche Defizite der Schülerinnen und Schüler in gerade diesen Bereichen ermittelt werden. Daher schien es notwendig diesem Widerspruch entgegen

1. Einleitung

zu treten und Methoden und Wege zu finden, um die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler langfristig zu verbessern.

Dieses Bestreben kann aber nur gelingen, wenn zum einen die bestehenden Defizite benannt sind und zum anderen die ablaufenden Prozesse sowie die dabei entstehenden Strukturen klar definiert sind. Daher besteht ein wesentlicher Teil der vorliegenden Arbeit darin, die vier kognitiven Prozesse, Rezeption, Produktion, Integration und Transformation multipler Repräsentationen im Zusammenhang mit bekannten kognitionspsychologischen Grundlagen zu definieren und deren zentralen Aspekte und besonders herausfordernde Verarbeitungsschritte zu identifizieren.

Damit eine mögliche Fördermaßnahme aber an den richtigen Stellen greifen kann, ist neben der genauen Beschreibung der zu fördernden Konstrukte und der ablaufenden kognitiven Prozesse eine genaue Analyse der Defizite notwendig. Daher werden diese in der ersten Studie der vorliegenden Arbeit untersucht und analysiert.

Um nun die Lernenden in die Lage zu versetzen, flexibel mit den verschiedensten Repräsentationen umzugehen, ist es notwendig, ihnen konkrete Strategien oder Arbeitsweisen an die Hand zu geben, mittels welcher die komplexen Verarbeitungsprozesse wie die Integration und die Transformation erleichtert und durchgeführt werden können.

Trotz einiger Studien in diese Richtung, scheint es notwendig zu untersuchen, welche Unterstützung in diesem Bereich wirksam ist und vor allem, wie diese in den Unterricht implementiert werden kann, sodass möglichst viele Lernende davon profitieren.

Daher soll in dieser Arbeit der Frage nachgegangen werden, welche Defizite Schülerinnen und Schüler beim Umgang mit multiplen Repräsentationen haben und wie die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler gefördert werden können.

Ziel dieser Arbeit ist es, diese Fragen zu beantworten und dabei differenziert die folgenden Forschungsfragen zu beantworten:

- Welche Fähigkeiten beim Verbalisieren haben Lernende?
- Wie wirksam ist ein Training im Labor in den Bereichen der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation?
- Wie wirksam ist ein in den Unterricht implementiertes Training in den Bereichen der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation?

Um diese Fragen zu beantworten, wurden drei experimentelle Studien durchgeführt: Dabei wurden in Studie 1 die Defizite der Lernenden im Bereich des Verbalisie-

rens charakterisiert und identifiziert, welche dann in Studie 2 und 3 gefördert wurden. Dabei wurden Fortschritte in den Bereichen der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation ermittelt.

Insgesamt gliedert sich diese Arbeit in zwei Teile: Im ersten, dem theoretischen Teil, werden alle Ansätze und grundlegenden theoretischen Modelle erklärt und in den momentanen Stand der Forschung eingebettet, während im zweiten Teil, dem empirischen Teil, die drei empirischen Studien vorgestellt und diskutiert werden.

In Kapitel 2 werden der zentrale Gegenstand dieser Arbeit, die Repräsentationen, genau definiert und diese hinsichtlich ihrer Eigenschaften und Unterscheidungskriterien charakterisiert. Dabei wird sowohl der Unterscheidung hinsichtlich des verwendeten Zeichencodes (Abschnitt 2.1.1) und der Abstraktionsebene als auch ihres Auftretens (Abschnitt 2.1.2) Rechnung getragen, bevor das Konstrukt der „multiplen Repräsentationen“ (Abschnitt 2.1.3) näher beleuchtet wird.

Ein weiterer wesentlicher Aspekt dieses Kapitels bildet die Auseinandersetzung mit verschiedenen Modellen zum Wissenserwerb und zur mentalen Verarbeitung multipler Repräsentationen (Kapitel 2.2) und die Herstellung des Bezugs zu den vor allem in der Mathematik auftretenden Repräsentationen und Anforderungen.

In diesem Zusammenhang werden die mathematischen Repräsentationen in die zuvor beschriebenen Kategorisierungen eingeordnet und hinsichtlich ihrer eigenen Besonderheiten charakterisiert (Kapitel 2.3).

Die genaue Beschreibung der Anforderung und Prozesse, welche beim Umgang mit multiplen Repräsentationen in der Mathematik (Abschnitt 2.3.3 und 2.3.4) und im speziellen beim Verbalisieren von mathematischen Repräsentationen auftreten (Abschnitt 2.3.5 und 2.3.6), schließt diesen Teil ab und macht deutlich, wie vielfältig und anspruchsvoll die einzelnen kognitiven Prozesse sind.

Hieraus ergibt sich die in Kapitel 3 behandelte Frage, wie der Umgang mit multiplen Repräsentationen in der Mathematik gefördert werden kann und vor allem, wie Lernende in die Lage versetzt werden können, dass bei der Verarbeitung von Repräsentationen alle tiefgreifenden mentalen Verarbeitungsschritte ablaufen, sodass einzelne Repräsentationen vollständig verstanden und somit mit anderen Repräsentationen integriert oder in eine andere Repräsentation überführt werden können. Außerdem werden mit Hilfe verschiedener empirischer Studien Möglichkeiten und Grenzen der Förderung des Umgangs mit multiplen Repräsentationen aufgezeigt.

Abschließend werden in Kapitel 4 verschiedene Aspekte, welche den Lernerfolg beeinflussen können und daher in den empirischen Studien beachtet werden sollten,

1. Einleitung

beschrieben.

Im empirischen Teil, an dessen Beginn im Kapitel 5 die bereits geschilderten Forschungsfragen differenziert erläutert und zusammen mit den jeweiligen Hypothesen explizit aufgestellt werden, werden die Analyse der Schülerfähigkeiten sowie Auswertung der Fördermaßnahmen beschrieben.

Die in Kapitel 6 vorgestellte erste Studie diente hierbei der Analyse, welche Fähigkeiten Schülerinnen und Schüler beim Verbalisieren von Repräsentationen haben. Es werden dabei neben den spezifischen Fragestellungen für diese Studie, die angewandte Methodik erläutert, die Ergebnisse vorgestellt und in Zusammenhang mit der Theorie diskutiert.

Im Anschluss daran wird Studie 2 vorgestellt (Kapitel 7), deren Hauptaspekte die Vorstellung, Analyse und Diskussion der eigens entwickelten Fördermaßnahme mit dem Titel „Fit in der Mathematik“ sind.

Anschließend wird die dritte Studie in Kapitel 8 beschrieben, in der die Fördermaßnahme in den Unterricht implementiert wurde.

Im abschließenden Kapitel 9 werden die Ergebnisse der drei empirischen Studien in Zusammenhang gebracht, gegenübergestellt und im Hinblick auf die theoretischen Befunde und Konstrukte diskutiert, bevor ein Ausblick auf ein mögliches weiteres Vorgehen und Implikationen sowohl im Bereich der Forschung multiplen Repräsentationen als auch für die schulische Praxis gegeben werden.

Teil I.

Theoretischer Teil

2. Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen

Repräsentationen stellen das zentrale Thema dieser Arbeit dar, weshalb zunächst der Begriff „Repräsentation“ näher betrachtet und seine Bedeutung definiert werden soll.

Repräsentationen werden im Allgemeinen definiert „als ein Objekt oder ein Ereignis, das für etwas anderes steht, das re-präsentiert“ (Peterson, 1996; Schnotz, 1990; Duval, 2006). Repräsentationen sind demnach gesprochene und geschriebene Worte oder bildhafte Darstellungen, die für etwas anderes stehen (Schnotz & Bannert, 1999). Es ist leicht verständlich, dass sowohl ein Bild eines Baumes einen solchen repräsentiert als auch das Wort „Baum“ diesen symbolisiert. Dieses einfache Beispiel weist schon auf eine, von Janvier (1987b) schön veranschaulichte, Eigenschaft der Repräsentationen hin (siehe Abbildung 2.1).

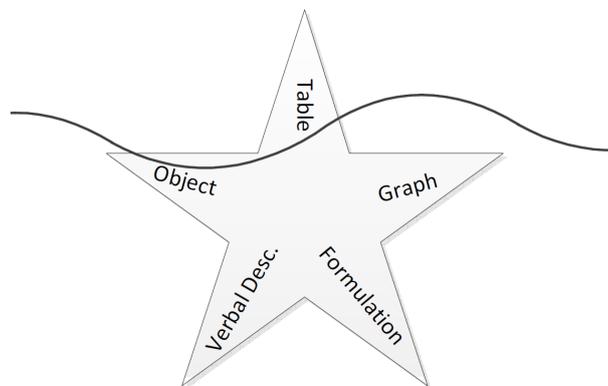


Abbildung 2.1.: Sternförmiger Eisberg der Repräsentationen (Janvier, 1987)

Er bezeichnet Repräsentationen als Spitze eines sternförmigen Eisbergs: Da Repräsentationen selektiv sind (Schnotz, 1990), kann jede Repräsentation nur gewisse Eigenschaften des repräsentierten Objekts darstellen und erst, wenn alle Repräsentationen

2. *Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen*

tionen verstanden sind, erhält man einen genauen Überblick über die gesamten Eigenschaften des repräsentierten Sachverhalts. Repräsentationen verhalten sich demnach wie Spitzen eines Eisberges: Bei einem Eisberg ist nur ein geringer Teil, die Spitze, sichtbar, wohingegen der größere Teil dem Betrachter verborgen bleibt. Auch eine einzelne Repräsentation kann nur einen geringen Anteil des gesamten Sachverhalts deutlich machen, während andere Aspekte, mit einer anderen explizit gemacht werden können. Daher wird dieses Bild des sternförmigen Eisbergs auch im Hinblick auf die Repräsentationen in der Mathematik eine Rolle spielen. Denn bezeichnender Weise verwendet Janvier in seinem Beispiel auch die mathematischen Repräsentationen, deren Facetten erst beim der Betrachtung aller Repräsentationen erkenntlich werden, da jede Repräsentation unterschiedliche Eigenschaften des dargestellten Sachverhalts stärker hervorhebt (vgl. Abschnitt 2.3). Außerdem zeigt sich hier, dass jeder Sachverhalt in verschiedenen Formen dargestellt werden kann und je nach Anspruch und Aussageabsicht die entsprechende Repräsentation gewählt werden muss.

Kaput (1985, 1987) macht außerdem deutlich, dass Repräsentationen stets zwei verschiedene Bereiche einbeziehen und zwar die „repräsentierte Welt“, auch als „Repräsentandum“ bezeichnet (Schnotz, 1990) und die „repräsentierende Welt“ („Repräsentat“). Zwischen diesen Welten besteht eine gewisse Übereinstimmung, durch die sie verbunden sind. Zusätzlich weist Kaput (1987) darauf hin, dass eine Repräsentation immer durch fünf Eigenschaften charakterisiert werden kann, welche wären:

- die repräsentierte Welt
- die repräsentierende Welt
- welche Aspekte der repräsentierten Welt dargestellt werden
- welche Aspekte der repräsentierenden Welt die Repräsentation übernimmt
- die Übereinstimmung zwischen den beiden Welten

Der Begriff „repräsentierte Welt“ bezeichnet das, was dargestellt wird. Ist der Gegenstand des Interesses beispielsweise, wie sich die Besucheranzahl eines Kinos über mehrere Jahre hinweg entwickelt und soll dieser Sachverhalt dargestellt werden, so ist dieser Verlauf der Anzahl die repräsentierte Welt. Die repräsentierende Welt wäre hingegen die Form der Darstellung, welche die repräsentierte Welt veranschaulicht, also beispielsweise eine Tabelle oder ein Diagramm. Wenn nun entschieden werden soll, welche Repräsentation für eine bestimmte Aussage verwendet werden soll, so müssen diese fünf Aspekte gegeneinander abgewogen werden (Ainsworth, 2006).

Repräsentationen können unterschiedlichen Informationsgehalt und unterschiedliche Nutzungseigenschaften aufweisen (Schnotz & Bannert, 1999), nach denen sie auch unterschieden werden. Der Informationsgehalt einer Repräsentation wird dadurch bestimmt, wie viel Informationen ihr mit Hilfe aller verfügbaren Mittel entnommen werden können (Palmer, 1978). Daher werden zwei Repräsentationen als informationsäquivalent bezeichnet, wenn ihnen genau die gleiche Menge an Informationen entnommen werden kann (Larkin & Simon, 1987). Es gilt hierbei allerdings zu beachten, dass zwei Repräsentationen zwar einen unterschiedlichen Informationsgehalt haben können, aber hinsichtlich einer bestimmten Aufgabe trotzdem informationsäquivalent sein können, wenn sie nämlich für diese spezielle Aufgabe denselben Gehalt an Informationen aufweisen (Schnotz & Bannert, 1999). Ist beispielsweise von Interesse, wie viel Prozent der Stimmen die CDU bei den Landtagswahlen in Baden-Württemberg 2011 erhalten hat, so sind beide Darstellungen in Abbildung 2.2 informationsäquivalent. Trotzdem weist die rechte Abbildung einen höheren Informationsgehalt auf, da sie Informationen über Stimmenverlust bzw. -gewinn der Parteien enthält.

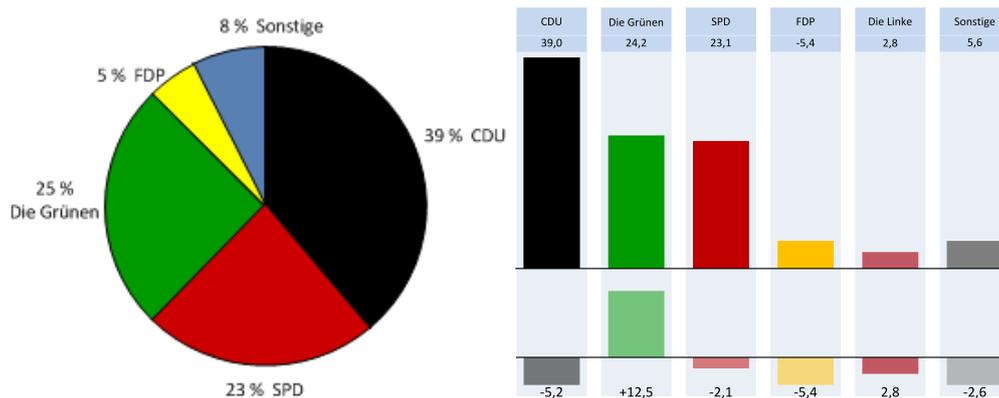


Abbildung 2.2.: Darstellungen der Ergebnisse der Landtagswahl in Baden-Württemberg 2011 mit unterschiedlichem Informationsgehalt

Andererseits werden wiederum zwei Repräsentationen als nutzungsäquivalent bezeichnet, wenn ihnen mit dem gleichen Aufwand gleich viele Informationen entnommen werden können. Die Eigenschaft der Nutzungseffizienz ist nämlich umso höher, je weniger investiert werden muss, um aufgabenrelevante Informationen zu entnehmen (Larkin & Simon, 1987; Schnotz & Bannert, 1999). Auch hinsichtlich der Nutzungseffizienz unterscheiden sich die beiden in Abbildung 2.2 gezeigten Repräsentationen: Während das Kreisdiagramm besser geeignet sein dürfte zu entscheiden, wie groß

2. *Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen*

beispielsweise der Anteil der Stimmen der CDU ist, eignet sich die rechte Darstellung besser um Vergleiche zwischen einzelnen Parteien, beispielsweise zwischen der SPD und DIE GRÜNEN zu ziehen.

2.1. Einteilung der Repräsentationen

Wenn man sich genauer mit Repräsentationen befasst, wird aber deutlich, dass es durchaus nicht nur die Repräsentationen gibt, die jeder ohne weiteres Nachdenken als Beispiele nennen könnte, sondern auch solche, die nicht sofort ersichtlich sind. Denn Repräsentationen können zum einen nach ihrem Vorkommen in externe und interne Repräsentationen und zum anderen an Hand des verwendeten Zeichencodes in Depiktionen und Deskriptionen eingeteilt werden (Schnotz & Bannert, 1999; Vogel, 2006).

2.1.1. Depiktionale und deskriptionale Repräsentationen

Peirce unterschied 1906 Zeichensysteme zwischen Symbolzeichen und ikonischen Zeichen, worauf die heutige Kategorisierung in Depiktionen und Deskriptionen zurückgeht. Wobei der ikonische Zeichenbegriff erweitert wurde, so dass auch Diagramme zu den ikonischen Zeichen gezählt werden können (Schnotz, 2001). Der heutigen Einteilung in Depiktionen und Deskriptionen liegt hauptsächlich die Verwendung unterschiedlicher Zeichensysteme, aber auch Unterschiede in der Beziehung zwischen den Zeichen und dem Bezeichneten sowie generelle Repräsentationseigenschaften zugrunde (Schnotz, 2001; Seufert, 2003b). Depiktionen und Deskriptionen unterscheiden sich nämlich hinsichtlich ihrer Ausdrucksmächtigkeit, der Vollständigkeit, Berechnungseffizienz, Robustheit und ihrer Konsistenz.

Deskriptionen. Das Wort Deskription leitet sich von dem lateinischen Verb „describere“, welches beschreiben oder bezeichnen bedeutet, ab. Es handelt sich demnach um Beschreibungen, weshalb Texte, algebraische Strukturen und weiteres Wortmaterial zu den Deskriptionen gezählt werden (Schnotz & Bannert, 1999). Bei Texten werden die Bestandteile des erläuterten Sachverhalts mit Hilfe von Substantiven, Adjektiven, Verben und Präpositionen sowohl bezeichnet als auch näher charakterisiert und in Relation zu einander gestellt (Schnotz, 2001; Seufert, 2003b). In Abschnitt 2.3.1 wird auf die deskriptionale Repräsentation, welche in der Mathematik verwendet werden, genauer eingegangen, weshalb hier die Texte im Vordergrund stehen.

2.1. Einteilung der Repräsentationen

Die in Deskriptionen verwendeten Symbole sind dem Bezeichneten dabei nicht durch naturgegebene Sprachzeichen, sondern durch vorauszusetzende Konventionen zugeordnet und werden (Palmer, 1978; Schnotz, Baadte, Müller & Rasch, 2010) zu den extrinsischen Repräsentationen gezählt, da die „Strukturinformation gewissermaßen explizit von außen in die Repräsentation ‚eingebaut‘ werden“ (Schnotz, Seufert & Bannert, 2001, S. 297). Deskriptionen verwenden demnach Symbole mit arbiträrer Struktur (Schnotz et al., 2010). Doch welche Repräsentationseigenschaften weisen sie auf?

Deskriptionale Repräsentationen weisen eine hohe Ausdrucksmächtigkeit (Schnotz et al., 2010) auf. Das bedeutet, dass durch sie alle Sachverhalte ausgedrückt werden können, weshalb es keine Probleme bereitet, allgemeine Negationen oder Disjunktionen darzustellen (Schnotz & Bannert, 1999; Schnotz et al., 2001). Denn um auszudrücken, dass beispielsweise Tiere nicht erwünscht sind, müsste lediglich ein Schild mit Aufschrift „Tiere nicht erwünscht“ aufgestellt werden. Sie sind außerdem sehr hilfreich, wenn Szenen oder Objekte auf einem höheren Abstraktionsniveau beschrieben werden sollen (Schnotz et al., 2010).

Die Eigenschaft der Vollständigkeit beinhaltet eine Aussage darüber, ob mit einer Repräsentation alle Eigenschaften des Bezeichneten, wie Größe, Farbe, Form, Abstände usw., zugleich dargestellt werden können oder nicht. Dass gerade die vollständige Darstellung aller Eigenschaften mit einer Deskription zur Herausforderung werden kann, stellt Sweller (2008) (vgl. Abbildung 2.3) im Zusammenhang mit der *Cognitive-load-theorie* (siehe Abschnitt 4.3) eindrücklich dar.

„Think of an object that consists of a line ten centimeters long which is vertical, goes up and down. Think of another line at ninety degrees to the first line where the end of the two lines meet. And assume that the second line is although ten centimeters long and ...“

Abbildung 2.3.: *Versuch ein Quadrat mit Worten zu beschreiben (Sweller, 2008)*

Er versucht dabei, ein Quadrat mit Worten zu beschreiben, was einen ziemlichen Aufwand darstellt und immer noch nicht alle Eigenschaften beinhaltet. Hieraus ergibt sich sogleich, dass auch die Berechnungseffizienz einer Deskription gering ist, da gesuchte Informationen nicht direkt abgelesen werden können. Zu beachten wäre hier, dass die Berechnungseffizienz innerhalb der Deskriptionen sich stark unterscheiden kann, da diese beispielsweise bei mathematischen Formeln höher ist als bei Texten.

Zuletzt soll nun noch auf die Eigenschaften Robustheit und Konsistenz einge-

2. *Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen*

gangen werden, welche sich auf den Zusammenhang der Repräsentation beziehen. Eine Deskription stellt eine wenige robuste Repräsentation dar, denn wenn Teile eines Textes entfernt würden, so wären die erwähnten Konventionen zerstört und somit die Abbildungsregeln nicht mehr anwendbar. Wohingegen hinsichtlich der Konsistenz eine Deskription stark ist, denn es reicht nicht aus, eine einzige Relation zu verändern, um dem ganzen Text einen neuen Sinn zu geben (Seufert, 2003b; Schnotz, 2001).

Depiktionen. Zu den Depiktionen werden alle Repräsentationen gezählt, die bildhafte, anschauliche und somit ikonische Zeichen verwenden. Diese vermitteln sowohl Informationen über einzelne Elemente des Sachverhalts als auch über alle Relationen zwischen diesen, weshalb Depiktionen keine expliziten Relationszeichen enthalten (Seufert, 2003b; Schnotz, 2001).

Realistische und logische Bilder weisen Ähnlichkeit mit dem dargestellten Sachverhalt auf (Schnotz & Bannert, 1999; Schnotz et al., 2010), und „besitzen inhärente Struktureigenschaften, die mit bestimmten Struktureigenschaften des darzustellenden Sachverhalts übereinstimmen.“ (Schnotz et al., 2001, S. 297). Diese Übereinstimmung wird somit genutzt, um den Sachverhalt zu repräsentieren. Daher werden diese Repräsentationen von Palmer (1978), anders als die oben beschriebenen Deskriptionen, als intrinsische Repräsentationen bezeichnet.

Diagramme weisen keine konkret wahrnehmbare Ähnlichkeit mit dem repräsentierten Sachverhalt auf (Lachmayer, Nerdel & Prechtel, 2007). Warum werden sie dennoch zu den depiktionalen Repräsentationen gezählt? Wie bereits erwähnt, wird die Ähnlichkeit nicht wie beim Bild eines Apfels direkt sichtbar, aber sie wird über Konventionen bestimmt: So bestehen Diagramme ebenfalls aus Ikonen, welche die Beziehungen, die zwischen diesen vorhanden sind, gleich abbilden, wie sie im dargestellten Sachverhalt vorkommen (Lachmayer et al., 2007; Schnotz, 2001). Sie zeigen demnach nicht explizit den dargestellten Sachverhalt sondern veranschaulichen dessen Charakteristika durch strukturelle Gemeinsamkeiten (Schnotz et al., 2001).

Um die Repräsentationseigenschaften von Depiktionen zu erläutern, werden im Folgenden die bereits oben angesprochenen Beispiele aufgegriffen. Denn wie erwähnt, ist es recht aufwändig, anhand eines Textes (siehe Abbildung 2.3) ein rotes Quadrat zu beschreiben. Doch wie Abbildung 2.4 deutlich macht, fällt dies auf Grund der Vollständigkeit von Bildern sehr leicht. Dieser Vollständigkeit ist auch geschuldet, dass Informationen, beispielsweise über Winkel oder Abstände, Depiktionen sehr leicht entnommen werden können und somit die Berechnungseffizienz hoch ist (Schnotz et al., 2010, 2001).

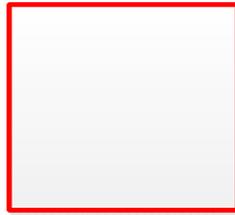


Abbildung 2.4.: *Bild eines roten Quadrates*

Als weiterer Vorteil von Depiktionen wäre die Robustheit anzuführen, da Bilder, auch wenn ein Stück herausgeschnitten wird, immer noch Bilder bleiben und ihre Ausdruckskraft nicht verlieren. Allerdings sind Depiktionen weniger konsistent, denn wird beispielsweise in dem Quadrat ein einziger Punkt verändert, so verschieben sich alle Relationen und das Bild stellt kein Quadrat mehr dar (siehe Abbildung 2.5).

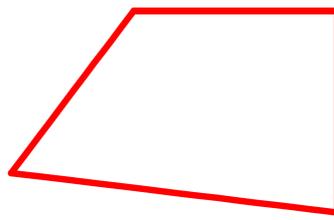


Abbildung 2.5.: *Bild eines roten Quadrates*

Nachteilig an Depiktionen ist außerdem ihre geringere Ausdrucksmächtigkeit. Denn soll, wie im obigen Beispiel, ausgedrückt werden, dass keine Tiere erlaubt sind, so kann in einer spezifischen Negation nur eine spezielle Tierart negiert werden. Um ein solches Verbotsschild auf alle Tiere auszuweiten, wird dem Betrachter ein Abstraktionsschritt abverlangt. Ähnlich verhält es sich für Disjunktionen, denn diese können nur durch mehrere Bilder ausgedrückt werden (Schnotz, 2001; Seufert, 2003b). Allerdings lassen sich Szenen mit Depiktionen veranschaulichen und sind dadurch beim Problemlösen hilfreich (Schnotz et al., 2010).

2.1.2. Externe und interne Repräsentationen

Repräsentationen können sich aber nicht nur hinsichtlich ihres verwendeten Zeichencodes sondern auch hinsichtlich des Ortes, an dem sie sich befinden, unterscheiden. Weshalb nun die Eigenschaften von externen und internen Repräsentationen erläutert

2. *Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen*

werden:

Externe Repräsentationen

Alle bisher genannten Repräsentationen zählen zu den externen Repräsentationen, da sie sich außerhalb des menschlichen Körpers und somit außerhalb des kognitiven Systems befinden (Schnotz, 2001; Seufert, 2003b). Nach Ballstaedt (1997) können mit Hilfe von externen Repräsentationen Denkvorgänge und Vorstellungen sowohl gesteuert als auch strukturiert und stabilisiert werden und bieten anschließend die Möglichkeit neue Informationen abzugleichen und Rückschlüsse zu ziehen (Schnotz et al., 2001). Denn externe Repräsentationen sind im Gegensatz zu internen Repräsentationen nicht flüchtig und weisen eine hohe Stabilität auf (Baddeley, 1987 zit. nach Schnotz et al., 2001), was den Vorteil bietet, dass beim Problemlösen kognitive Prozesse ausgelagert werden können, sodass das Arbeitsgedächtnis nicht überlastet wird (Schnotz & Kürschner, 2007; Sweller, 2005; Sweller, Merrienboer & Paas, 1998 zit. nach Schnotz et al., 2001).

Außerdem stellen sie neben einer geeigneten Kommunikationsmöglichkeit auch eine Darstellungsform dar, welche Generationen überdauern und somit als Kommunikationsmittel zwischen den Generationen dienen kann.

Interne Repräsentationen

Im Gegensatz zu den externen Repräsentationen sind interne Repräsentationen nur innerhalb des kognitiven Systems zu finden und stellen daher eine mentale Wissensform dar (Ballstaedt, 1997). Es wird innerhalb der internen Repräsentationen zwischen zwei Arten unterschieden, welche unterschiedliche, jedoch einander wechselseitig ergänzenden Repräsentationsformen sind (Schnotz, 2001): Nämlich zwischen den propositionalen Repräsentationen und den mentalen Modellen. Diese unterscheiden sich hinsichtlich des Repräsentationszwecks und der Art des verwendeten Zeichencodes. Denn bei mentalen Modellen handelt es sich um depiktionale intrinsische Repräsentationen wohingegen es sich bei Propositionen um deskriptional extrinsische Repräsentationen handelt (Schnotz & Bannert, 1999; Schnotz, 2001). Demnach wird auch auf mentaler Ebene zwischen depiktionalen und deskriptionalen Repräsentationen unterschieden (Paivio, 1986).

Propositionen. Propositionen werden als deskriptional bezeichnet, da sie aus komplexen Symbolen bestehen, welche sich syntaktischen Regeln folgend (Schnotz et

2.1. Einteilung der Repräsentationen

al., 2001) aus einfacheren zusammensetzen, und so als Beschreibung einer mentalen Sprache angesehen werden können (Chafe, 1994). Da explizite Relationszeichen, sogenannte Prädikate, und Symbole für Einheiten, die Argumente, (Schnotz et al., 2001) verwendet werden, stellen sie extrinsische Repräsentationen dar. Diese Eigenschaften ermöglichen es, mit Hilfe von Propositionen allgemeine abstrakte Aussagen zu speichern und den Inhalt von Texten durch die Nähe zur sprachlichen Darstellung genau wiederzugeben. Eine Proposition wird auch als die „kleinste Wissenseinheit, die selbstständige Aussagen bilden kann“ (Anderson, 1996, zit. nach Ruitzko, 2008, S. 59) bezeichnet und stellt häufig eine erste mentale Darstellung der Information dar.

Mentale Modelle. Auf Grund ihrer Eigenschaften sind mentale Modelle besser geeignet, um Schlussfolgerungen zu ziehen. Da sie große Nähe zur Struktur der Ausgangsrepräsentation aufweisen, ist es mit ihrer Hilfe möglich, den Inhalt von Texten frei wiederzugeben (Schnotz, 2001). Bei einem mentalen Modell handelt es sich nämlich um ein „internes Quasi-Objekt, das in einer Struktur- oder Funktionsanalogie zu dem dargestellten Gegenstand steht und diesen aufgrund bestimmter inhärenter Struktureigenschaften repräsentiert“ (Johnson-Laird, 1983; Johnson-Laird & Byrne, 1991, zit. nach Schnotz & Bannert, 1999, S.221). Mentale Modelle werden vom Menschen auf Grund von Erfahrungen sowie weiteren Informationen, die nicht nur über das Sehen sondern auch über das Hören und Tasten aufgenommen werden, oder aus bereits vorhandenen Propositionen konstruiert und stellen einen komplexen Realitätsbereich ganzheitlich dar (Ballstaedt, 1997). Dadurch sind sie abstrakter als visuelle Wahrnehmungen, können mehr Informationen als das repräsentierte Objekt enthalten und bilden die Umwelt verkürzt ab, weshalb sich repräsentierte und repräsentierende Merkmale unterscheiden können (Ruitzko, 2008; Schnotz, 2001; Schnotz & Bannert, 1999). Mentale Modelle können daher auch Sachverhalte repräsentieren, die in der wahrnehmbaren Welt nicht existieren und sind demnach keine Wahrnehmungen (Schnotz et al., 2001). Mit mentalen Repräsentationen kann dann nicht nur kognitiv gearbeitet werden, sondern sie können auch in jeglicher Darstellungsform veräußert werden (Ballstaedt, 1997). Daher können mit Hilfe von mentalen Modellen logische Zusammenhänge überprüft und komplexe Abläufe simuliert werden (Ruitzko, 2008). Außerdem können sie Sachverhalte repräsentieren, die der Wahrnehmung nicht zugänglich sind.

2. *Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen*

2.1.3. **Was versteht man unter multiplen externen Repräsentationen?**

Bevor behandelt wird, wie multiple Repräsentationen kognitiv verarbeitet werden, soll zunächst geklärt werden, was sich hinter dem Begriff der „multiplen Repräsentationen“ verbirgt.

Seufert stellt dazu 2003 (S. 10) fest:

„Unter multiplen Repräsentationen ist eine Kombination von mindestens zwei Repräsentationen gleichen oder unterschiedlichen Inhalts sowie gleicher oder unterschiedlicher Kodalität und Modalität zu verstehen.“

Es handelt sich demnach um mindestens zwei eigenständige Repräsentationen, die zu einem Sachverhalt in Kombinationen präsentiert werden. Dabei können sich diese Repräsentationen entweder hinsichtlich der Kodalität unterscheiden, also verschiedene Zeichensysteme verwenden. Oder aber sie sprechen verschiedene Sinneskanäle an und unterscheiden sich demnach hinsichtlich der Modalität (Weidenmann, 1997). Die einzelnen Darstellungen ermöglichen dabei verschiedene Einblicke in das Thema, veranschaulichen dieselben Ideen auf unterschiedliche Weise (Acevedo Nistal, Dooren, Clarebout, Elen & Verschaffel, 2009) und fordern zur Interpretation der anderen auf, sodass bei Lernenden verschiedene mentale Repräsentationen entstehen, die dann zu einem kohärenten Ganzen integriert werden können (Rubitzko, 2008). Die Vorteile der Arbeit mit multiplen Repräsentationen sind für Ainsworth (1999) zum einen, dass sich verschiedene Repräsentationen sowohl inhaltlich als auch hinsichtlich der von ihnen ausgelösten kognitiven Prozesse unterscheiden können und zum anderen, dass Eigenschaften der einen Repräsentation genutzt werden können, um eine weitere Repräsentation zu interpretieren. Des Weiteren kann so durch den Einsatz multipler Repräsentationen ein tieferes Verständnis des jeweiligen Themengebietes erreicht werden.

Allerdings sollte bedacht werden, dass der Einsatz von multiplen Repräsentationen einerseits kognitive Kapazität erfordert, da die einzelnen Repräsentationen verarbeitet und verstanden werden müssen und andererseits den Lernenden bekannt sein muss, in welcher Weise Repräsentationen genutzt werden können und wie sie mit einander in Verbindung stehen (Ainsworth, Bibby & Wood, 1998 zit. nach Acevedo Nistal et al., 2009, S. 155).

2.2. Theorien und Modelle zum Lernen mit unterschiedlichen Repräsentationen

Da sich, wie unter Kapitel 2.1 beschrieben, deskriptive und depiktive Repräsentationen hinsichtlich ihrer Eigenschaften unterscheiden, lag die Folgerung nahe, dass diese auch auf unterschiedlichen Wegen kognitiv verarbeitet werden. Und so stellte Paivio bereits 1975 seine Theorie zur „Dualen Kodierung“ vor. Er geht davon aus, dass verbale und nonverbale Informationen in unterschiedlichen kognitiven Systemen verarbeitet werden und dabei unterschiedliche mentale Repräsentationen entstehen, welche allerdings aufeinander Bezug nehmen. Die deskriptionalen Repräsentationen werden demnach nur im verbalen System verarbeitet, während Depiktionen sowohl im verbalen als auch im imaginalen System verarbeitet werden. Der Unterschied bei der Verarbeitung besteht also darin, dass ein Bild im Gegensatz zu einem Wort dual, also doppelt, verarbeitet wird.

Diese doppelte Verarbeitung lässt sich wie folgt erklären: Sieht eine Person ein Bild, beispielsweise eines Hauses, so wird neben dem Bild des Hauses gleichzeitig das Wort „Haus“ im kognitiven System generiert. Daher sind an der Enkodierung eines Bildes sowohl das verbale als auch das imaginale System beteiligt. Dies stellt bei der Textverarbeitung eine Herausforderung dar, da nicht zu jedem verbalen Sachverhalt leicht eine bildliche Vorstellung generiert werden kann. Neben dieser Theorie von Paivio (1975) dienen auch die Überlegungen zum Arbeitsgedächtnis von Baddeley (1992) als Grundlage für die heute aktuellen Theorien zur Verarbeitung von multiplen Repräsentationen. Baddeley (1992) teilt das Arbeitsgedächtnis in 3 Bereiche ein (siehe Abbildung 2.6): In die zentrale Exekutive und zwei modalitätsspezifische Bereiche. Bei den beiden modalitätsspezifischen Bereichen wird zwischen einem vi-

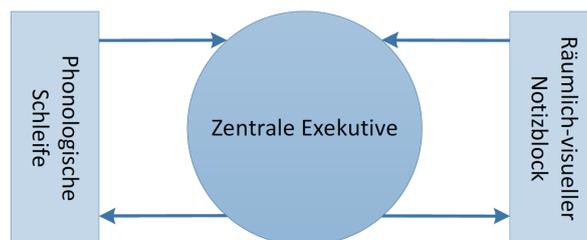


Abbildung 2.6.: Struktur des Arbeitsgedächtnisses nach Baddeley (1992)

suellen Teil, dem visuellen Notizblock, und einem auditiven Teil, der phonologischen Schleife, unterschieden. Die visuellen Repräsentationen, also sowohl Texte als auch Bilder, werden im visuellen Notizblock verarbeitet. Eine weitere wichtige Eigenschaft

2. *Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen*

des Arbeitsgedächtnisses ist dessen Kapazitätsbegrenzung, weshalb das menschliche Gedächtnis nicht alle Informationen gleichzeitig verarbeiten kann. Das Arbeitsgedächtnis unterscheidet sich vom Kurzzeitgedächtnis dadurch, dass im Kurzzeitgedächtnis Informationen nur gespeichert werden, wohingegen sie im Arbeitsgedächtnis aktiv verarbeitet, beispielsweise verglichen, werden (Gage, Berliner & Bach, 1996). Allerdings zeigten Forschungsarbeiten, dass das Arbeitsgedächtnis zwar 7 ± 2 Informationseinheiten gleichzeitig verarbeiten, aber nur 2 bis 4 Informationseinheiten gegen einander abwägen kann (Baddeley, 1994; Miller, 1956; Niegemann et al., 2008; Renkl & Atkinson, 2003). Diese Informationseinheiten werden allgemein als „Chunk“ bezeichnet. Die Größe eines jeweiligen Chunks, d.h. wie viel Informationen zu einem solchen zusammengefasst werden, hängt vom Vorwissen der jeweiligen Person ab. Denn je mehr Wissen eine Person hat, desto mehr themenbezogene Schemata stehen ihr zur Verfügung. Unter Verwendung dieser Schemata können Informationseinheiten zusammengefasst werden, wodurch Kapazität im Arbeitsgedächtnis frei wird (Niegemann et al., 2008).

Die beschriebenen Modelle stellen Theorien dar, auf welche heute aktuelle Theorien zum Lernen mit multiplen Repräsentationen aufbauen oder Bezug nehmen, nämlich die Theorie des multimedialen Lernens von Mayer (Mayer, 1997, 2001, 2005b) und das integrierte Modell des Text- und Bildverstehens von Schnotz und Bannert (1999).

Diese beiden Theorien unterscheiden sich dahingehend, dass Mayer (1997) die unterschiedlichen Kodalitäten sowie Modalitäten, also die Verarbeitung von visueller und auditiver Information, im Blick hat, während bei Schnotz und Bannert die Kodalitäten, also die unterschiedliche Verarbeitung von Depiktionen und Deskriptionen, im Vordergrund stehen. Um herauszuarbeiten, weshalb für diese Arbeit das integrierte Modell des Text- und Bildverstehens von größerer Bedeutung ist, werden nun zunächst beide Theorien erläutert.

2.2.1. Theorie des multimedialen Lernens von Mayer

Die Theorie des multimedialen Lernens von Mayer (1997, 2001, 2005b) basiert auf dem drei Speichermodell von Baddeley (1992), wobei Mayer verdeutlicht, dass die zentrale Arbeit des multimedialen Lernens im Arbeitsgedächtnis stattfindet (Mayer, 2005b). Außerdem grenzt Mayer (2005b) die Verarbeitung von visueller und imaginaler Information voneinander ab. Dabei laufen diese beiden Prozesse, wie Abbildung 2.7 zeigt, parallel in vier aufeinander folgenden Schritten ab: Wahrnehmung, Selektion, Organisation und Integration.

2.2. Theorien und Modelle zum Lernen mit unterschiedlichen Repräsentationen

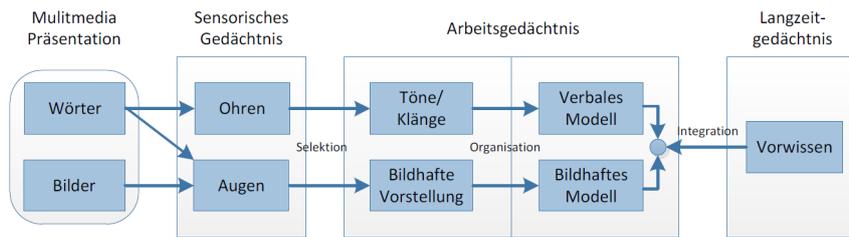


Abbildung 2.7.: kognitive Theorie des multimedialen Lernens nach Mayer (2005), übersetzt ins Deutsche

Zunächst werden allerdings die externen Repräsentationen über die jeweilige Sinnesmodalität, also Augen oder Ohren, aufgenommen (*Wahrnehmung*) und gelangen in das sensorische Gedächtnis. Dabei macht Mayer (2005b) deutlich, dass Bilder nur über die Augen wahrgenommen werden können, wohingegen bei Wörtern unterschieden werden muss, ob sie gehört oder gelesen werden.

Im nun folgenden Schritt, der *Selektion*, werden vom Lernenden sowohl aus Text als auch Bild die wichtigsten Informationen selektiert, in dem er seine Aufmerksamkeit gezielt auf wichtige Aspekte lenkt (Mayer, 2005b; Seufert, 2003b). Auf diese Weise wird in diesem Verarbeitungsschritt aus der jeweiligen externen Repräsentation eine mentale Repräsentation gebildet, wobei beachtet werden muss, dass bei der Verarbeitung einer bildhaften Vorstellung, beispielsweise eines Dreiecks, gleichzeitig das entsprechende Wort „Dreieck“ generiert und somit auch die Textverarbeitung aktiviert wird. Dementsprechend wird beim Lesen des Wortes „Dreieck“ mental das Bild eines Dreiecks generiert.

Im anschließenden Schritt wird die Information *organisiert*, in dem Verbindungen zwischen Informationen geknüpft werden und ein kohärentes mentales Modell konstruiert wird. Abschließend werden das so entstandene verbale und bildhafte Modell integriert. Dabei werden zum einen Elemente aus dem bildbasierten mentalen Modell mit korrespondierenden Elementen des textbasierten mentalen Modells verknüpft und zum anderen werden die entstandenen Modelle mit Vorwissen aus dem Langzeitgedächtnis angereichert (*Integration*). Dieser Schritt stellt den anspruchsvollsten Prozess dar, weshalb die kognitive Kapazität gut genutzt werden muss (Mayer, 2005b).

Seufert (2003b) stellt allerdings fest, dass die Verknüpfungen zwischen dem textbasierten und dem bildbasierten mentalen Modell nur durch eine simultane, multimediale Darstellung möglich ist. Daher entstehen bei einer nichtsimultanen Präsen-

2. *Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen*

tion zwei isolierte mentale Repräsentationen, deren Informationen nicht miteinander in Verbindung stehen.

2.2.2. **Integriertes Modell des Text- und Bildverstehens von Schnotz und Bannert**

Da Texte und Bilder auf unterschiedlichen Repräsentationsprinzipien (vgl. Abschnitt 2.1.1) beruhen, wurde die parallele Verarbeitung dieser als problematisch angesehen (Schnotz et al., 2001) und die Einteilung in Deskriptionen und Depiktionen im integrierten Modell des Text- und Bildverstehens von Schnotz und Bannert (1999) aufgegriffen.

Denn, wie aus Abbildung 2.8 hervorgeht, werden die Prozesse, die bei der Text- und Bildverarbeitung ablaufen, in zwei getrennten Wegen beschrieben: Der linke Zweig beinhaltet die deskriptionalen Repräsentationen, wohingegen sich der rechte mit den Verarbeitungsschritten der depiktionalen Repräsentationen beschäftigt. Außerdem unterscheidet dieses Modell auf beiden Wegen zwischen externen Repräsentationen, welche unterhalb der horizontalen Linie dargestellt sind, und den mentalen Repräsentationen, die sich über dieser Linie befinden und bei der Verarbeitung sowohl von Texten als auch von Bildern entstehen. Die relative Höhe der mentalen Repräsentation veranschaulicht hier die Tiefe der Verarbeitungsprozesse, welche zur Erstellung der jeweiligen Repräsentation notwendig sind (Seufert, 2003b).

Deskriptionaler Zweig. Die externe Repräsentation stellt in diesem Fall eine Deskription dar, die zunächst nach syntaktischen und morphologischen Gesichtspunkten analysiert werden muss (Seufert, 2003b). Dieser erste Verarbeitungsschritt wird als subsemantisch bezeichnet, da hier Wort- und Satzerkennung im Vordergrund stehen. Die ablaufenden Organisationsprozesse führen demnach noch nicht zu einem tieferen Verständnis des vorliegenden Sachverhalts, sondern führen vielmehr zu einer mentalen Repräsentation der Textoberfläche, was den Rezipienten in die Lage versetzt, Sätze oder Abschnitte auswendig wiederzugeben, ohne den Inhalt verstanden zu haben.

Ausgehend von der nun mentalen Repräsentation der Textoberfläche findet dann im Verlauf der semantischen Verarbeitung der Schritt des Verstehens statt. Hier wird über die Aktivierung von hierarchisch organisierter Schemata eine kohärente propositionale Repräsentation aufgebaut (Schnotz & Bannert, 1999; Schnotz et al., 2001; Seufert, 2003b). Wie auch in Abbildung 2.8 dargestellt, laufen bei den Kon-

2.2. Theorien und Modelle zum Lernen mit unterschiedlichen Repräsentationen

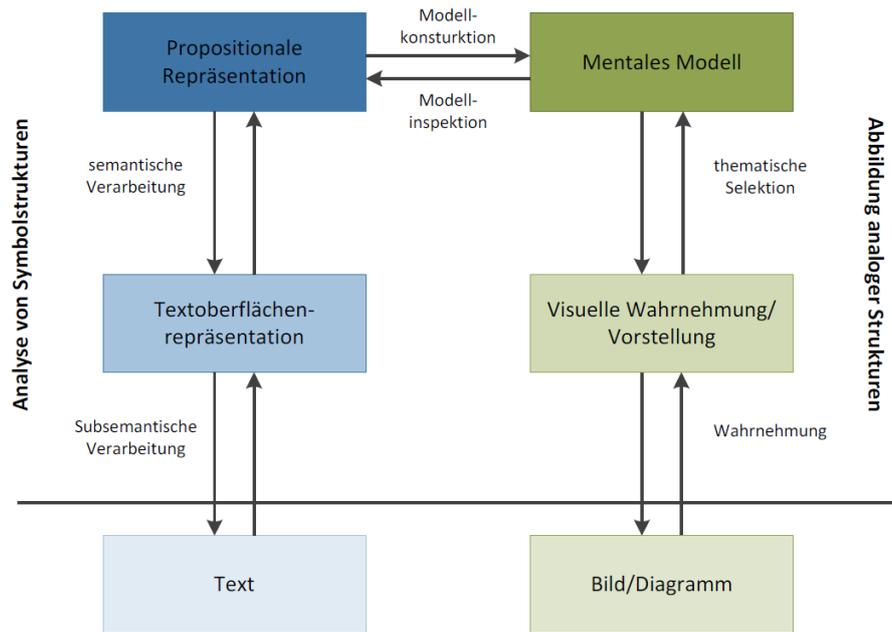


Abbildung 2.8.: *Integriertes Modell des Text- und Bildverstehens nach Schnotz und Bannert (1999)*

struktionsprozessen sowohl auf- als auch absteigende Prozesse, bei denen Schemata aktiviert werden, ab. Seufert (2003b) stellt dabei dar, dass top-down, also absteigend, zielsetzungsorientiert Textinformationen selektiert werden und bottom-up, also aufsteigend, die Schemata durch die Textinformation getriggert und die selektierten Informationen in einer kohärenten mentalen Repräsentationen organisiert (Schnotz & Bannert, 2003) werden.

Bei den bisher beschriebenen Prozessen werden Symbole verarbeitet und erstellt, sodass es sich stets um die Konstruktion mentaler Deskriptionen handelt. Erst wenn die propositionale Repräsentation generiert und somit der Text als kohärentes Ganzes repräsentiert ist, findet die Modellkonstruktion statt, welche den Übergang in den depiktionalen Zweig darstellt. Denn hier werden aus der propositionalen Repräsentation Informationen abgelesen und entweder in ein vorhandenes mentales Modell integriert oder in einem Neuen fixiert, so dass eine depiktionale Repräsentation im dritten Schritt entsteht.

Depiktionaler Zweig. Bei der Bildverarbeitung handelt es sich um einen schemageleiteten Prozess der analogen Strukturabbildung (Falkenhainer, Forbes & Gentner,

2. *Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen*

1989/90 zit. nach Seufert, 2003b), bei dem zunächst graphische Strukturen und visuelle Attribute des Bildes wahrgenommen werden, wodurch eine wahrnehmungsbezogene mentale Repräsentation entsteht. Auch hier laufen wiederum aufsteigende und absteigende Schemaaktivierungen ab. Dabei werden absteigend aufgaben- und zielorientiert Informationen ausgewählt, welche dann aufsteigend durch automatisierte visuelle Routinen enkodiert werden (Seufert, 2003b).

Im nächsten, tieferen Verarbeitungsschritt wird die auf diese Weise generierte visuelle Wahrnehmung semantisch verarbeitet, indem wahrgenommene graphische Entitäten auf mentale Entitäten und räumliche Relationen auf semantische Relationen abgebildet werden. Auf diese Weise entsteht dann ein mentales Modell des in der Abbildung dargestellten Sachverhalts (Schnotz & Bannert, 1999). Abschließend können im Prozess der Modellinspektion Informationen am mentalen Modell abgelesen und propositional gespeichert werden. Hier findet wiederum der Übergang in den anderen Zeichencode statt, da durch das innerliche Verbalisieren von Bildern in den Sprachcode übergegangen wird.

Es werden also sowohl bei dem deskriptionalen als auch beim depiktionalen Verarbeitungsweg eine propositionale Repräsentation und ein mentales Modell konstruiert, welche dann miteinander interagieren (Seufert, 2003b).

Warum ist nun das gerade vorgestellte Modell des integrierten Text- und Bildverstehens (Schnotz & Bannert, 1999) für diese Arbeit von größerer Bedeutung? Wie deutlich wurde, stellt das integrierte Modell des Text- und Bildverstehens die unterschiedliche Verarbeitung von Depiktionen und Deskriptionen dar, während die Theorie des multimedialen Lernens die visuelle und auditive Verarbeitung fokussiert und nicht zwischen der Text- und Bildverarbeitung differenziert. Da der Umgang mit multiplen Repräsentationen mittels dieser Arbeit analysiert und gefördert werden soll, dabei aber nicht die sensorischen sondern die semiotischen Aspekte (Schnotz et al., 2001) im Vordergrund stehen, welche im Modell von Schnotz und Bannert (1999) behandelt werden, basieren die im Folgenden erläuterten Konstrukte auf dem integrierten Modell des Text- und Bildverstehens.

Außerdem zeigte eine Vorstudie (Stradtman, 2010), in der Probanden Aufgaben mit oder ohne Zeichencodewechsel lösen sollten, dass Aufgaben mit Zeichencodewechsel eine größere Herausforderung für Lernende darstellen. Daher scheint es notwendig das Augenmerk auf die Verarbeitung von Depiktionen und Deskriptionen und den dabei auftretenden Herausforderungen zu legen, statt auf die unterschiedlichen Modalitäten.

2.3. Auswahl einiger Repräsentationen der Mathematik

Wie bereits oben in Kapitel 2 in Abbildung 2.1 angedeutet, werden in der Mathematik unterschiedliche Repräsentationen, die zu den externen Repräsentationen gezählt werden, betrachtet. Es kann dabei zwischen Repräsentationen der Funktionen und anderen Repräsentationen, welche Zusammenhänge zwischen Messgrößen darstellen, unterschieden werden. Da die Repräsentationen der linearen Funktionen im Zusammenhang dieser Arbeit im Vordergrund stehen, soll zunächst ein Augenmerk auf die Funktionen allgemein gerichtet werden. Brenner (1997) bezeichnete die Funktionen als die wichtigste und nützlichste Notation in der Mathematik. Sie werden meist definiert, durch

„Eine Funktion ist eine Zuordnung, die jedem Element x einer Menge A genau ein Element $f(x)$ einer Menge B zuordnet“ (Cramer & Nešlehová, 2006; Deiser, 2010; Jänich, 2005; Kemnitz, 2010).

Hier liegt allerdings nach Malle (2000b) das erste Problem, wenn es um das Verständnis von Funktionen und die Erziehung zum funktionalen Denken geht. Denn dieses ist nach Vollrat (1989) Voraussetzung für die Fähigkeit, Darstellungen von Funktionen zu erfassen und Eigenschaften von einzelnen Darstellungen auf das Ganze und umgekehrt zu übertragen (Bayrhuber-Habeck, 2009). Denn auch in Schulbüchern werden Funktionen meist nur über diesen erwähnten Zuordnungsaspekt (siehe Abschnitt 2.3.5) definiert und so heißt es „Funktionen ordnen einer Größe x genau eine Größe y als Funktionswert zu“ (Schröder, 2000) oder „unter Funktionen versteht man eine Zuordnung, bei der zu jeder Größe aus dem ersten Bereich eine Größe aus dem zweiten Bereich gehört“ (Böer & Kliemann, 2009). Beim Betrachten von Funktionen sind allerdings neben dem Zuordnungsaspekt auch noch weitere Aspekte, nämlich der Kovariationsaspekt (Malle, 2000b), welcher Aussagen darüber beinhaltet, wie sich die eine Größe ändert, wenn sich die andere auf eine bestimmte Weise ändert, und der Aspekt der Funktion als Ganzes, bedeutend (eine genauere Betrachtung dieser Aspekte erfolgt in Abschnitt 2.3.5).

Neben diesen erwähnten Aspekten soll bei der Beschreibung der mathematischen Repräsentationen ein weiterer Gesichtspunkt beachtet werden, nämlich die Art der Repräsentation. Diese kann neben der Unterscheidung nach dem verwendeten Zeichencode (Depiktion und Deskription) auch hinsichtlich der Abstraktionsebene (Vogel, 2006) charakterisiert werden.

2. Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen

Mathematische und reale Abstraktionsebene. Diese Unterscheidung zwischen der mathematischen und der realen Abstraktionsebene zielt auf den Sachverhalt, auf den in der Funktion Bezug genommen wird, ab. So kann in einer Repräsentation einerseits nur rein mathematische Symbolik verwendet oder andererseits zusätzlich durch Begriffe aus der realen Welt Informationen über den Kontext vermittelt und somit den Bezug zum Alltag hergestellt werden (Acevedo Nistal, Dooren, Clarebout, Elen & Verschaffel, 2010; Busse, 2000). Je nach dem, welche Art von Informationen vermittelt wird, kann die Repräsentation in die mathematische oder die reale Abstraktionsebene (Vogel, 2006) eingeordnet werden. Beispielsweise liefert eine klassische Textaufgabe stets Informationen darüber, in welchem Zusammenhang die fragliche Situation auftritt, weshalb alltägliche Begriffe verwendet werden und diese Repräsentationen in die reale Modellebene eingeordnet werden kann (Vogel, 2006). Eine mathematische Gleichung hingegen verwendet rein abstrakte Symbolik und vermittelt keine Informationen über den Kontext, in dem sie steht. Daher wird eine solche Darstellung in die mathematische Modellebene eingeordnet.

Die Unterscheidung hinsichtlich der Zeichencode- und der Abstraktionsebene fasste Vogel (2006) in der in Abbildung 2.9 dargestellten Modell-Repräsentationsebenen-Matrix zusammen.

		Symbolebene	
		Deskriptionale Repräsentationen	Depiktionale Repräsentationen
Abstraktionsebene	Mathematische Modellebene	Funktionsterm, Wertetabelle	Funktionsgraph
	Reale Modellebene	Datentabelle, Sachtext	Abbildung, Datendiagramm

Abbildung 2.9.: Modell-Repräsentationsebenen-Matrix (Vogel, 2006)

Hieraus ergibt sich, dass jede Repräsentation einer Zelle dieser Matrix zugeordnet werden kann, da sie sich entweder in die mathematische oder reale Modellebene einordnen lässt und genauso entweder der depiktionale oder deskriptionale Zeichencode verwendet wird.

Die nun folgende Beschreibung der einzelnen Repräsentationen mit ihren Eigenschaften und Beispielen folgt der Einteilung hinsichtlich der Zeichencodeebene, wobei mit den depiktionalen Repräsentationen begonnen wird. Außerdem werden stets als Beispiele lineare Funktionen angeführt, da diese im weiteren Verlauf Gegenstand der Studien sein werden.

2.3.1. Ausgewählte deskriptionale Repräsentationen

Funktionsgleichung. Bei einer Funktionsgleichung handelt es sich um eine algebraische Darstellung von funktionalen Zusammenhängen, welche zu den deskriptiven Repräsentationen gezählt wird, da sie aus Symbolen zusammengestellt ist, welche keine Ähnlichkeit mit dem dargestellten Sachverhalt aufweisen (Schnotz et al., 2001).

Die Funktionsgleichung wird unter Verwendung von Platzhaltern, welche Variablen genannt werden, aufgestellt (Bayrhuber-Habeck, 2009) und dominiert im Unterricht, so dass Schüler zumeist nur die Funktionsgleichung mit Funktionen identifizieren und die anderen Repräsentationen vernachlässigen (Vollrath, 1989). Betrachtet man nun eine Funktionsgleichung, wie in Abbildung 2.10 dargestellt, so werden der Zuordnungsaspekt und die Tatsache, dass y von x abhängig ist, deutlich (Malle, 2000b).

$$y = 3 * x + 5$$

Abbildung 2.10.: *Funktionsgleichung*

Der Kovariationsaspekt hingegen kann nur mit einem fundierten Wissen über Variablen und Funktionen erkannt werden, denn er muss indirekt erschlossen werden. Daher ist für Geübte leicht zu sehen, was mit $f(x)$ (bzw. y) passiert, wenn sich x auf eine bestimmte Art und Weise ändert (Bayrhuber-Habeck, 2009; Malle, 2000b). Wie bereits erwähnt, sind die wichtigen Aspekte bei linearen Funktionen der y -Achsenabschnitt und die Steigung. Diese beiden sind der Funktionsgleichung zu entnehmen, während die Steigung und somit in welcher Weise sich y ändert, wenn sich x ändert, der Faktor ist, mit dem x multipliziert wird, kann der y -Achsenabschnitt am zweiten Summand abgelesen werden.

Tabelle. In Abbildung 2.11 sind zwei Tabellen dargestellt. Die rechte Tabelle ist eine typische Wertetabelle von Funktionen n und die linke ist eine Datentabelle. Der Unterschied liegt dabei in den Bezeichnungen der Spalten. Bei einer Wertetabelle werden in der rechten Spalte die x - und in der linken Spalte die y -Werte eingetragen, weshalb diese Art von Darstellung in die mathematische Modellebene eingeordnet werden kann (Vogel, 2006). Bei einer Datentabelle, welche in die reale Modellebene eingeordnet werden kann, werden hingegen die Spalten mit Begriffen aus dem alltäglichen Leben betitelt, wie hier beispielsweise „Jahre“ und „Anzahl“.

2. Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen

x	y	Jahr	Anzahl
1	2	1	2
2	5	2	5
3	8	3	8
4	11	4	11

a) mathematische Modellebene

b) reale Modellebene

Abbildung 2.11.: Tabellen auf den verschiedenen Modellebenen

Den beiden Tabellen gemeinsam sind allerdings die weiteren Eigenschaften. So wird als Vorteil einer Tabelle angesehen, dass sowohl der Zuordnungs- als auch der Kovariationsaspekt ermittelt werden kann. Wird nämlich eine Tabelle waagrecht gelesen, so ergibt sich, dass jedem x- genau ein y-Wert zugeordnet ist und die eindeutige Zuordnung erkannt werden. Liest man die Tabelle hingegen spaltenweise, so wird deutlich, wie sich der y-Wert verändert, wenn sich der x-Wert verändert (Malle, 2000b; Vollrath, 1989). Daher weisen Vollrath und Weigand (2007) darauf hin, dass bei einer Tabelle die Proportionalität gut erkennbar ist, wohingegen als Nachteil der Repräsentationsform „Tabelle“ angesehen wird, dass die Geradlinigkeit nicht sichtbar wird, was zum Beispiel einer Funktionsgleichung leicht zu entnehmen wäre. Bei Tabellen handelt es sich um eine Repräsentationsform, die Werte auflistet und transparent macht, wodurch sie eine aussagekräftige Übersicht über den Sachverhalt liefern und der Betrachter einen guten Überblick erhält (Seifert, 1995).

Text. Bei der Repräsentationsform „Text“ handelt es sich um eine verbale Darstellung eines mathematischen Zusammenhangs (siehe Abbildung 2.12), bei der auch zwischen der mathematischen und situativen Darstellung unterschieden werden kann. Zwar wird hier in keinem Fall direkt mathematische Symbolik verwendet, der Unterschied liegt vielmehr in der Wortwahl. Gibt der Text Details über den Kontext, in dem sich das mathematische Konstrukt abspielt, so kann dieser Text der realen Modellebene zugeordnet werden. Abbildung 2.12 zeigt einen Text auf der realen Modellebene, da hier zusätzlich zur Information über die Abnahme und die Ausgangssituation Informationen über eine alltägliche Situation mit einer Kerze berichtet werden.

Eine Kerze ist 10 cm lang. Wenn sie brennt, nimmt ihre Länge pro Minute um einen Zentimeter ab. Wann ist die Kerze abgebrannt?

Abbildung 2.12.: Text in der realen Modellebene

2.3. Auswahl einiger Repräsentationen der Mathematik

Die Schwierigkeit bei einem Sachtext ist darin zu suchen, dass keiner der Aspekte, weder der Zuordnungs- noch der Kovariationsaspekt, leicht erkannt werden kann und der funktionale Zusammenhang meist schwer zu erkennen ist (Bayrhuber-Habeck, 2009). Ein Text, welcher in die mathematische Modellebene eingeordnet werden kann, vermittelt nur Informationen über die mathematische Sachlage. Wie beispielsweise „Eine lineare Funktion hat die Steigung 3 und den y-Achsenabschnitt 2“.

2.3.2. Ausgewählte depiktionale Repräsentationen

Bei bildlichen Darstellungen wird zwischen realistischen, logischen und Analogiebildern unterschieden (Niegemann et al., 2008). Realistische Bilder weisen eine strukturelle Übereinstimmung mit dem dargestellten Gegenstand auf und ähneln der Realität, während Analogiebilder den zu veranschaulichenden Sachverhalt durch eine Analogie darstellen. Beispielsweise wird die Beanspruchung des Arbeitsgedächtnisses häufig durch ein sich füllendes Fass dargestellt (Niegemann et al., 2008).

Bei den im Folgenden beschriebenen Darstellungsformen handelt es sich um logische Bilder. Denn deren Darstellungscodes beruhen auf kulturellen Errungenschaften und sie veranschaulichen in der Realität nicht sichtbare quantitative Zusammenhänge (Ballstaedt, 1997; Schnotz, 1994) oder Sachverhalte ohne eine strukturelle Ähnlichkeit mit diesen aufzuweisen (Niegemann et al., 2008). Mit ihrer Hilfe lassen sich die Verbindungen von mindestens zwei Skalen informationsäquivalent zu Tabellen darstellen (Ballstaedt, 1997; Schnotz, 1994), wobei beachtet werden muss, dass die Verarbeitungsreihenfolge hier frei ist und im Gegensatz zu Tabellen auch ein synthetisches Ablesen (Schnotz, 1994; Schnotz et al., 2001) möglich ist (vgl. Abschnitt 2.3.4). Ein weiterer Vorteil von Diagrammen gegenüber Tabellen ist, dass Informationen schneller und mit geringerer Fehlerhäufigkeit entnommen werden können. Bei Tabellen müssen beispielsweise, um Trends oder Minima und Maxima bestimmen zu können, einzelne Werte verglichen und hinsichtlich ihrer Kovariation analysiert werden, während diese bei Diagrammen schnell erkannt werden können (Schnotz, 1994).

Funktionsgraph. Beim Funktionsgraphen handelt es sich wiederum um eine Repräsentation, die abhängig von der Beschriftung der Achsen, entweder in die mathematische oder reale Modellebene eingeordnet werden kann. Denn ein Funktionsgraph besteht sowohl aus einem Koordinatensystem, dessen Schnittpunkt den Ursprung symbolisiert (Seifert, 1995), als auch aus der eingetragene Linie. Werden nun die Achsen mit x - und y -bezeichnet, also mit mathematischen Symbolen, handelt es

2. Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen

sich um einen Funktionsgraphen im mathematischen Kontext (siehe linkes Beispiel in Abbildung 2.13). Wenn aber die Achsen, wie im unten rechts gezeigten Beispiel, mit Begriffen aus dem realen Leben beschriftet werden, so kann dieser Graph in die reale Modellebene eingeordnet werden. Eine solche Repräsentation wird häufig als Liniendiagramm bezeichnet und vor allem dann eingesetzt, wenn Zusammenhänge zwischen zwei quantitativen Merkmalen (Schnotz, 1994), wie Trends oder Verläufe (Ballstaedt, 1997; Niegemann et al., 2008; Seifert, 1995) veranschaulicht werden sollen oder wenn die Darstellung in einem Säulendiagramm auf Grund von sehr vielen Datenpunkten zu unübersichtlich werden würde (Ballstaedt, 1997).

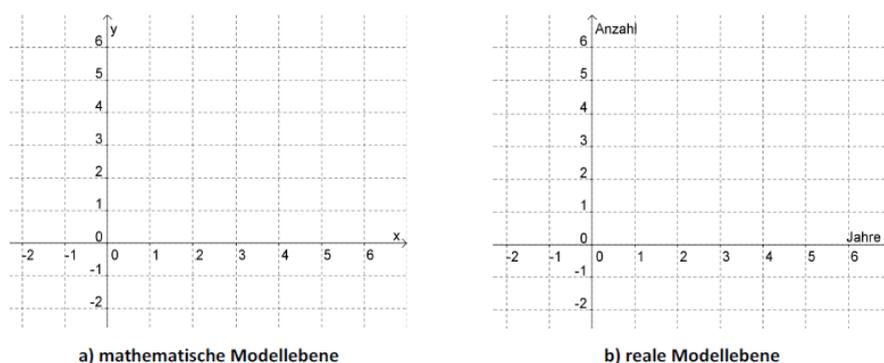


Abbildung 2.13.: Graphen auf den verschiedenen Modellebenen

Welche Vor- und Nachteile weist nun diese Repräsentationsform auf? Malle (2000a) macht deutlich, dass nicht direkt eine Realsituation dargestellt wird, sondern eine Menge von Zahlenpaaren. Daraus ergeben sich für Schüler oftmals Probleme, da sie Graphen direkt auf die Realsituation beziehen und dann falsch deuten (z.B. Graphals-Bild-Fehler (Brenner et al., 1997; Vogel, 2006), vlg. Kapitel 2.3.4). Vorteilhaft an der Darstellung eines funktionalen Zusammenhangs mit Hilfe eines Graphen ist wiederum, dass beide Aspekte erkannt werden können: Es kann zum einen für jeden x - ein eindeutiger y -Wert ermittelt werden und zum andern kann leicht erkannt werden, wie sich y verändert, wenn sich der x -Wert verändert (Malle, 2000b). Außerdem kann hier die Geradlinigkeit leicht identifiziert werden, was bei der Tabelle schwierig war (Vollrath & Weigand, 2007).

Säulen- und Balkendiagramme. Wie bereits angedeutet wurde, stehen Säulen- und Balkendiagramme in engem Zusammenhang mit Graphen und Liniendiagrammen, weshalb diese Darstellungsformen hier nur in aller Kürze beschrieben werden sollen.

2.3. Auswahl einiger Repräsentationen der Mathematik

Säulen- und Balkendiagramme sind visuelle Darstellungen von quantitativen Merkmalsausprägungen (Niegemann et al., 2008) und stellen vor allem Häufigkeiten verschiedener Kategorien und Rangfolgen von Objekten dar. Außerdem werden sie verwendet um darzustellen, wie sich ein bestimmtes Merkmal über die Zeit entwickelt (Ballstaedt, 1997; Schnotz, 1994) und um dessen jeweilige Größe vergleichen zu können (Seifert, 1995).

Auch bei diesen Darstellungsformen werden eine horizontale x- und eine vertikale y-Achse verwendet, wobei auf der horizontalen Achse die Merkmalsausprägungen dargestellt werden. Die Häufigkeit dieser Ausprägung wird dann in Form einer Säule vertikal abgetragen (Fahrmeir, 2010). Das Balkendiagramm stellt lediglich eine Abwandlung des Säulendiagramms dar, bei dem die Ausprägungen auf der y-Achse abgetragen sind (Fahrmeir, 2010). Abbildung 2.14 zeigt ein Säulendiagramm, welches in die reale Modellebene eingeordnet werden kann.

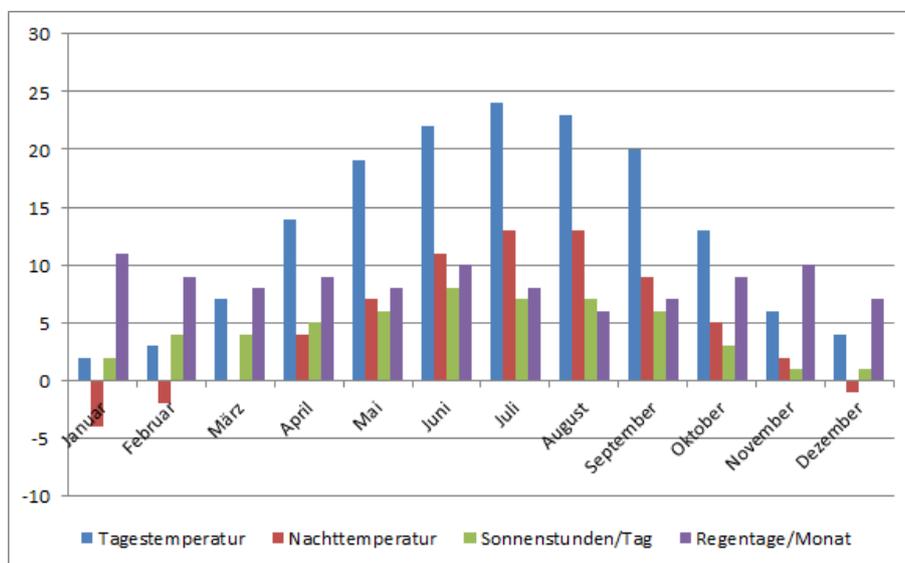


Abbildung 2.14.: Säulendiagramm

Kreisdiagramm. Die letzte Darstellungsform, die erwähnt werden soll, ist das Kreisdiagramm, mit dessen Hilfe die Größenanteile eines Ganzen dargestellt werden können (Ballstaedt, 1997; Niegemann, 2004; Schnotz, 1994). Dabei zeigt der Kreisabschnitt die Häufigkeit der Ausprägung an (Fahrmeir, 2010; Seifert, 1995), was allerdings zur Folge hat, dass nur grobe Vergleiche von Winkeln und Flächen möglich sind (Ballstaedt, 1997) und Vergleiche verschiedener Aufteilungen schwierig werden.

2.3.3. **Umgang mit multiplen Repräsentationen in der Mathematik**

Die unter Abschnitt 2.2 beschriebenen Theorien und Modelle beinhalten alle die unterschiedliche Verarbeitung von deskriptionalen und depiktionalen Repräsentationen. Da, wie Abbildung 2.9 zeigt, in der Mathematik Repräsentationen nicht nur hinsichtlich ihres verwendeten Zeichencodes sondern auch hinsichtlich der Ebene der Abstraktion unterschieden werden können, ergibt sich hier die Anforderung, flexibel zwischen den Zellen der Repräsentationsebenenmatrix (Abbildung 2.9) zu wechseln (Zech, 2002). Doch welche Transformationsschritte werden dabei notwendig?

Zech (2002) bezeichnet den Vorgang, bei dem einer Deskription, beispielsweise einem Text, relevante Informationen entnommen, entsprechend umcodiert und dann in einer Depiktion wieder gegeben werden als „Ikonisierung“. Dieser Vorgang stellt im Modell von Schnotz und Bannert (vgl. Abschnitt 2.2.2) den Übergang vom linken zum rechten Zweig dar. Dies bedeutet, dass ausgehend von einer propositionalen Repräsentation im Prozess der Modelkonstruktion ein mentales Modell generiert wird. Dieser Vorgang wird im Folgenden, auf Grund der Erweiterung des ikonischen Zeichenbegriffs als *Verbildlichung* bezeichnet.

Der hierzu gegenläufige Vorgang, also im integrierten Modell des Text und Bildverstehens von Schnotz und Bannert (1999) der Übergang vom rechten zum linken Zweig, bei dem ausgehend von einer Depiktion eine Deskription erstellt werden soll und somit den Übergang zur Sprache vollzogen wird, wird in der Literatur als *Verbalisierung* bezeichnet (Vogel, 2006). Um zu Verbalisieren muss demnach eine Depiktion im Sinne von Schnotz und Bannert verarbeitet und ein mentales Modell konstruiert werden, so dass dann im Schritt der Modellinspektion der Übergang zu einer Deskription möglich ist, wodurch der Ausgangspunkt für eine verbale Veräußerung der Bildinformation gegeben ist.

Die Übergänge zwischen der realen und der mathematischen Modellebene stellen Blum und Kollegen (2004) im mathematischen Modellierungsprozess mit Hilfe des in Abbildung 2.15 dargestellten Schemas, in den Vordergrund.

Dabei wird ausgehend von einer Realsituation eine Problemstellung behandelt, bei der zunächst ein Realmodell entwickelt wird, in dem die situative Problemstellung verstanden und auf die relevanten Informationen reduziert wird. Es wird also durch den Schritt des Verstehens der beschriebenen Situation ein mentales Modell, das „situation model“, der Ausgangslage entwickelt (Verschaffel, Greer & Corte, 2000). Um weitergehend eine Lösung für das gegebene Problem finden zu können, wird das Realmodell im Schritt des Mathematisierens auf ein adäquates mathematisches Modell übertragen. Hierbei kann es durchaus erforderlich sein, dass Informationen

2.3. Auswahl einiger Repräsentationen der Mathematik

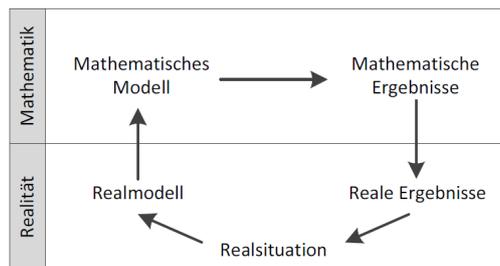


Abbildung 2.15.: Kreislaufschema des mathematischen Modellierens nach Blum et al. (2004)

umkodiert werden müssen und somit im Sinne der oben beschriebenen Transformationen ein Zeichencodewechsel notwendig wird (Zech, 2002). Dieser Schritt stellt also den Übergang von der realen zur mathematischen Modellebene dar.

Das entstandene mathematische Modell wird dann dahingehend eingesetzt und mathematisch analysiert (Verschaffel et al., 2000), dass ein mathematisches Ergebnis erzielt wird, welches dann wieder mit der Problemstellung abgeglichen und somit zu einem realen Ergebnis umgestaltet wird. Diese Form des Vergleichs und der Interpretation des mathematischen Ergebnisses (Verschaffel et al., 2000), findet meist auf der Ebene der Deskriptionen statt, weshalb hier wiederum ein Zeichencodewechsel erforderlich sein kann und ein Wechsel von der mathematischen zur realen Modellebene nötig wird.

Die hier nun beschriebenen Übergänge zwischen mathematischer und realer Modellebene werden als *Mathematisieren* und *Kontextualisieren* (Vogel, 2006; Zech, 2002) bezeichnet. Das *Mathematisieren* bezeichnet dabei die Fähigkeit, mathematische Aussagen in alltäglichen Situationen zu erkennen und in eine mathematische Sprache zu übersetzen. Diese Transformation, von der mathematischen zur realen Modellebene, erfordert meist, dass unwesentliche und kontextuelle Aspekte vernachlässigt werden, weshalb stets eine Diskrepanz zwischen den beiden Modellen vorherrscht. Das *Mathematisieren* hat demnach das Ziel, auf situative Problemstellung mit Hilfe von mathematischen Mitteln Antworten zu finden und stellt somit den Übergang von der realen zur mathematischen Modellebene dar (Vogel, 2006).

Der umgekehrte Prozess ist das *Kontextualisieren*. Denn hier wird basierend auf einem mathematischen Modell ein Realmodell konstruiert und somit von der mathematischen Sprache zu Situationen in der wahrnehmbaren Welt übergegangen (Stern, 2005). Kennzeichnend für diesen Vorgang ist vor allem, dass fehlende Informationen selbstständig rekonstruiert und hinzugefügt werden müssen. Die Informationen, wel-

2. Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen

che auf der mathematischen Modellebene dargeboten werden, müssen also auf die reale Modellebene übertragen werden.

Die vier genannten Anforderungen im Bereich der funktionalen Abhängigkeiten, *Verbildlichen*, *Verbalisieren*, *Mathematisieren* und *Kontextualisieren* stellen horizontale und vertikale Wechsel in der Modell-Repräsentationsebene-Matrix (Vogel, 2006) dar und können in diese, wie Abbildung 2.16 veranschaulicht, integriert werden.

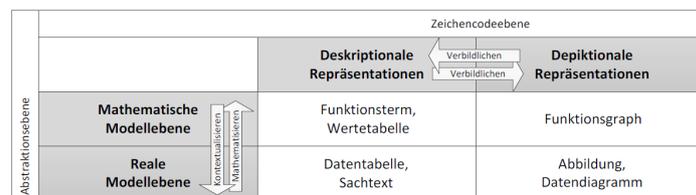


Abbildung 2.16.: Anforderungen bei der Modellierung funktionaler Abhängigkeiten mit Repräsentationen in der Mathematik (nach Vogel, 2006)

Genau diese Anforderungen untersuchte eine Vorstudie (Geiger, Stradtman, Vogel & Seufert, in Vorbereitung; Stradtman, 2010), in der 129 Lernende (Realschüler, Gymnasiasten und Studierende) verschiedene Aufgaben innerhalb des Themengebiets der linearen Funktionen bearbeiteten. Die Aufgaben unterschieden sich dabei dahingehend, dass entweder zwischen der Zeichenebene oder der Abstraktionsebene gewechselt werden sollte oder kein Wechsel erforderlich war. Dabei zeigte sich, dass hinsichtlich des Zeichencodes Lernende Aufgaben, welche einen Zeichencodewechsel erforderten häufiger korrekt lösten als Aufgaben, die keinen solchen Wechsel erforderten. Allerdings bereitete die Transformation auf der Abstraktionsebene den Lernenden größere Schwierigkeiten. Dies wurde dahingehend interpretiert, dass im Schulunterricht vor allem Aufgaben mit einem Wechsel der Zeichenebene in Erscheinung treten, sodass Lernende diese gewohnt sind und ohne größere Probleme lösen können.

Besonders interessant ist allerdings das Ergebnis, dass sowohl der Wechsel von einer Depiktion zu einer Deskription als auch die Transformation von der abstrakten zur realen Modellebene am schlechtesten bewältigt wurden und somit Lernende große Probleme damit haben mathematische Sachverhalte mit eigenen Worten zu beschreiben und wiederzugeben. Diese Vermutung bestätigte sich auch darin, dass das Erstellen eines mathematischen Textes den Lernenden die größten Schwierigkeiten bereitete.

Basierend auf diesen Ergebnissen schien es notwendig die Anforderungen genauer

zu betrachten und herauszuarbeiten, welche Prozesse beim Umgang mit multiplen Repräsentationen ablaufen.

2.3.4. Welche Teilprozesse gibt es im Umgang mit Repräsentationen?

Das integrierte Modell des Text- und Bildverstehens von Schnotz und Bannert (1999) (siehe Abschnitt 2.8) veranschaulicht die Verarbeitung von Texten und Bildern und verdeutlicht den Übergang zwischen den beiden Zeichensystemen. Allerdings können an diesem Modell weitere Prozesse herausgearbeitet werden, die im Zusammenhang mit den von der OECD (1995) geschilderten Hauptaspekte der Informationsverarbeitung stehen. Soll beispielsweise ausgehend von einer Depiktion eine Deskription erstellt und somit verbalisiert werden, so handelt es sich um den Prozess der Transformation und alle im Modell gezeigten Verarbeitungsschritte müssen durchlaufen werden. Bei der Transformation können allerdings zwei Teilschritte unterschieden werden: Die Rezeption und die Produktion. Denn zunächst muss die Ausgangsrepräsentation wahrgenommen und verstanden werden, bevor die neue Repräsentation erstellt und somit produziert werden kann. Diese beiden Prozesse werden auch als *locating* und *generating* (OECD, 1995 zit. nach Friel, Curcio & Bright, 2001, S. 129) bezeichnet und beschreiben die Suche und Aufnahme von Informationen aus gegebenen Repräsentationen sowie das Erstellen von Informationen basierend auf dem Vorwissen (OECD, 1995 zit. nach Friel et al., 2001, S. 129).

Abgesehen von der Transformation, bei der von einer Repräsentation zu einer anderen gewechselt werden muss (Dufour-Janvier et al., 1987), wobei alle Eigenschaften erhalten bleiben (Lowe, 2003), ist es durchaus möglich, dass zwei oder mehr Repräsentationen vorhanden sind und deren Informationen abgeglichen werden sollen (OECD, 1995 zit. nach Friel et al., 2001, S. 129). Dieser Vorgang wird als Integration (Seufert, 2003b) bezeichnet. Im Folgenden werden die erwähnten Prozesse der *Rezeption*, *Produktion*, *Integration* und *Transformation* näher erläutert und deren Teilschritte erklärt.

Denn genau diese angesprochenen Anforderungen des Wechsels zwischen verschiedenen Repräsentationen, deren Interpretation und Konstruktion werden auch als *representational fluency* bezeichnet und als eine wichtige Voraussetzung bezeichnet, um externe Repräsentationen benutzen und von deren Darbietung profitieren zu können (Acevedo Nistal et al., 2010).

2. Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen

Rezeption.

Die Rezeption bedeutet im wörtlichen Sinn die Aufnahme von Informationen. Also, dass Informationen aus einer Repräsentation aufgenommen und mental verarbeitet werden. Schnotz (1994) unterscheidet dabei innerhalb der Rezeption in Anlehnung an Wainer (1992) drei Ordnungen, welche mit den drei Level des Bildverständnisses (Friel et al., 2001) vereinbar sind und in dieser Arbeit in drei Teilprozesse (Rezeption der Stufe 1, 2 und 3) unterschieden werden:

Rezeption der Stufe 1. Das *Ablesen 1. Ordnung* bezeichnet dabei den ersten Zugriff auf eine Repräsentation, in dem ein einziger oder zumindest eine begrenzte Anzahl an Einzelwerten abgelesen werden (Bertin, 1974 zit. nach Schnotz, 1994, S. 131). So kann beispielsweise dem Säulendiagramm in Abbildung 2.14 die durchschnittliche Tagestemperatur im September, 20 °C, entnommen werden (Schnotz, 1994; Wainer, 1992). Es werden demnach Informationen entnommen, die in der Repräsentationen explizit enthalten sind und durch den Ersteller bewusst eingegeben wurden. Dies würde Curcio (1987) als „reading the data“ bezeichnen, da durch diesen Verarbeitungsprozess nur Fragen beantwortet werden können, deren Antwort offensichtlich in der Repräsentation gegeben ist. Daher handelt es sich bei dieser Informationsentnahme um ein analytisches Ablesen (Schnotz, 1994; Schnotz et al., 2001). Leinhardt und Kollegen (1990) bezeichnen diesen Zugriff auf Informationen als „lokal“ und meinen damit, dass die Aufmerksamkeit auf einen speziellen Punkt gerichtet wird, indem zu einem Wert der unabhängigen Variablen der passende Wert der abhängigen Variablen ausgelesen wird (Lachmayer et al., 2007). Dass sich bereits bei dieser scheinbar einfachen Anforderung auch Schwierigkeiten ergeben können, zeigen verschiedene Studien. Beispielsweise stellen Acevado Nistal und Kollegen (2010) hinsichtlich des Ablesens der Steigung oder des y-Achsenabschnittes aus Repräsentationen der linearen Funktionen fest, dass es nur 51 % der 10. und 11. Klässler gelang eine solche Aufgabe korrekt zu lösen (Tabelle 64: %, Graph 68: %). Überraschend dabei war allerdings, dass dies besser gelang, wenn die Tabellen oder Graphen in einen alltäglichen Zusammenhang (reale Modellebene) (vgl. Abschnitt 2.3) eingebettet waren, so dass hier eine Lösungswahrscheinlichkeit von immerhin 70 % erzielt wurde.

Rezeption der Stufe 2. Zu dem beschriebenen Ablesen einzelner Werte wird das „interval reading“ oder das „reading between the data“ (Curcio, 1987) abgegrenzt, welches über dieses bloße Ablesen von einzelnen Elementen hinausgeht, Trends be-

2.3. Auswahl einiger Repräsentationen der Mathematik

trachtet und somit eine Gruppe von Elementen, deren Interpretation oder Integration im Blick hat (Curcio, 1987; Lachmayer et al., 2007; McKnight, 1990), weshalb dieser Vorgang als *Ablesen 2. Ordnung* bezeichnet wird.

Denn so können aus dem Säulendiagramm in Abbildung 2.14 zum einen, wie beschrieben, im Zuge der *Rezeption der Stufe 1* die Temperaturen in den verschiedenen Monaten ausgelesen werden und zum anderen kann auch der Temperaturverlauf erkannt werden. Bei diesem Auslesen von „Relationen zwischen verschiedenen Ausprägungen eines Merkmals“ (Schnotz, 1994, S. 116) handelt es sich um den *Ableseprozess 2. Ordnung* (Schnotz, 1994). Innerhalb dessen kann zwischen Längsschnitt- und Querschnittvergleichen unterschieden werden. Wie bereits beschrieben, handelt es sich bei der *Rezeption der Stufe 2* um den Vergleich einzelner Werte und das Beschreiben von Verläufen, also beispielsweise der Verlauf der Nachttemperatur über das Jahr hinweggesehen. Da bei dieser *Rezeption 2. Ordnung* Informationen entnommen werden, die nicht explizit eingegeben wurden, sondern die durch Vergleiche hinzukommen und aus der Repräsentation stammen, handelt es sich hierbei um synthetisches Ablesen (Schnotz, 1994; Schnotz et al., 2001).

Rezeption der Stufe 3. Wenn allerdings nicht nur der Verlauf von einem Objekt betrachtet wird, sondern Verläufe verglichen werden oder Relationen zwischen verschiedenen Zusammenhängen analysiert werden (Curcio, 1987), so handelt es sich um *Ablesen 3. Ordnung* (Schnotz, 1994), welches auch als „reading beyond the data“ bezeichnet wird (Curcio, 1987). Dieser Schritt bezieht das volle Verständnis und die Betrachtung der Repräsentation als Ganzes mit ein (Carswell, 1992; Leinhardt et al., 1990). In Bezug auf das bereits bekannte Beispiel des Säulendiagramms in Abbildung 2.14 bedeutet dies, dass beispielsweise der Verlauf der Sonnenstunden pro Tag mit dem Verlauf der Regentage pro Monat verglichen wird.

Innerhalb der Rezeption kann die *Rezeption der Stufe 1* als Voraussetzung für die weiteren Prozesse angesehen werden, denn wie Monk (1989) feststellte, können die „pointwise-time“-Aufgaben (eine genaue Beschreibung von pointwise und across-time siehe Abschnitt 2.3.5) in 96% der Fälle richtig gelöst werden, wenn auch die „across-time“-Aufgaben richtig gelöst wurden. Außerdem haben nur 15% der 628 Studenten „acrosstime“-Aufgaben richtig gelöst, wenn die „pointwise“-Aufgaben falsch gelöst wurden. Ähnliche Ergebnisse zeigen auch andere Studien, in denen 11- bis 14-Jährige hauptsächlich ins Auge springende Äußerlichkeiten einer Repräsentation berichteten, während es den 15- bis 18-Jährigen wenigstens gelang aus Funktionsgraphen gewisse Werte abzulesen. Sie scheiterten allerdings genauso wie Studenten

2. Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen

daran den Verlauf global zu beschreiben (Brenner et al., 1997). Lediglich Studenten der Mathematik wurden dieser Anforderung gerecht (Pummer, 2000). Eine ähnliche Vorgehensweise von Schülern beobachtete auch Leinhardt (1990): Wurden Schüler Situationsgraphen gezeigt, so richteten sie ihre Aufmerksamkeit lediglich auf einzelne hervorstechende Punkte oder höchstensfalls einer Gruppe von Punkten, wie Hoch- und Tiefpunkte. Sie berichteten aber nicht den generellen Verlauf sowie An- oder Abstiege. Demnach nutzten sie Graphen eher im Sinne von Tabellen, in dem einzelne Punkte abgelesen wurden. Die eigentliche Charakteristik von Graphen blieb ihnen genauso im Verborgenen wie die zu Grunde gelegte Situation.

Ein typischer Fehler ist außerdem die *interval-point-confusion*, bei dem Schüler, wenn nach einer Zeitspanne gefragt ist lediglich einen Punkt berichteten. Wäre beispielsweise der Graph in Abbildung 2.17 gegeben und die Frage danach, wann die Mädchen mehr wiegen als die Jungs, so wäre die richtige Antwort „Im Alter von knapp 10 bis 15 Jahren“. Die Schüler würden dahingegen aber nur „Mit 10 Jahren“ antworten.

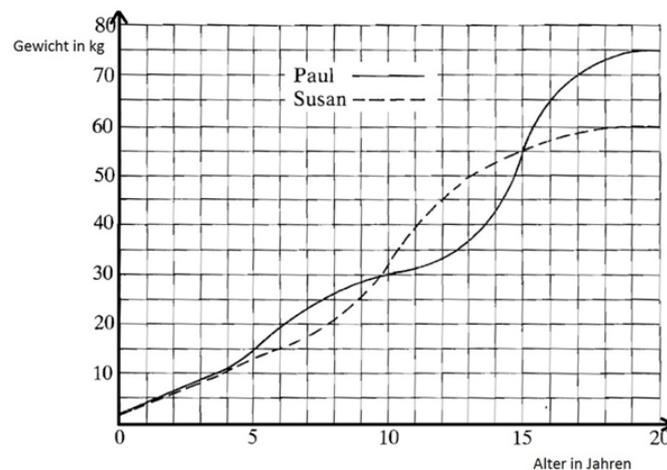


Abbildung 2.17.: Abbildung zweier Verläufe (Swan, 1985)

Produktion.

Die Produktion bezeichnet den entgegengesetzten Schritt zur Rezeption. Während die Rezeption die Aufnahme und die Verarbeitung einer gegebenen Repräsentation behandelt und somit die Verarbeitungsschritte hin zum mentalen Modell ablaufen, ist es bei der Produktion gerade umgekehrt. Hier ist eine Idee eines Sachverhalts

2.3. Auswahl einiger Repräsentationen der Mathematik

mental vorhanden, über welche eine propositionale Repräsentation oder ein mentales Modell im Arbeitsgedächtnis generiert wird (Schnotz et al., 2001) und welches dann veräußerlicht werden soll (Leinhardt et al., 1990). Beispielsweise überlegt sich eine Person, welche Dinge sie einkaufen muss, somit ist eine Repräsentationen des Einkaufszettels mental vorhanden, welche dann veräußerlicht werden kann. Doch welche Teilschritte können hier unterschieden werden?

Produktion der Stufe 0. Auch bei der Produktion kann nach Leinhardt (1990) wieder zwischen einer globalen und einer lokalen Sichtweise bzw. Konstruktion unterschieden werden: Wird nur ein Punkt oder ein einziges Element eingezeichnet, so handelt es sich um eine lokale Produktion, wohingegen es sich beim vervollständigen eines Graphen oder einer Tabelle um eine globale Produktion handeln würde (Leinhardt et al., 1990). Dies deckt sich mit der in Abschnitt 2.3.5 beschriebenen Unterscheidung zwischen der Betrachtung einer Repräsentation *pointwise* oder *across-time* (Monk, 1989). Allerdings lässt sich noch eine Vorstufe zu der lokalen und globalen Konstruktion identifizieren, welche im Folgenden als *Produktion der Stufe 0* bezeichnet werden soll.

Denn soll beispielsweise das oben angeführte Säulendiagramm (Abbildung 2.14) erstellt werden, so muss, bevor es überhaupt möglich ist, die Säulen einzutragen, das Koordinatensystem in der *Produktion der Stufe 0* erstellt werden. Das heißt, es müssen Achsen gezeichnet, skaliert und beschriftet werden.

Produktion der Stufe 1. Erst daran anschließend kann in der *Produktion der Stufe 1* mit dem Einzeichnen oder Eintragen einzelner Werte und Punkte begonnen und somit lokal konstruiert werden. Die *Produktion der Stufe 1* bezeichnet demnach den Vorgang, bei dem in ein vorgegebenes Raster einzelne Werte eingetragen werden. Wäre also das Koordinatensystem gegeben und nur eine Säule sollte in dem Diagramm ergänzt werden, so handelt es sich um eine *Produktion der Stufe 1*.

Produktion der Stufe 2. Die *Produktion der Stufe 2* kann als die globale Produktion, also die gesamtheitliche Produktion angesehen werden. Es muss hierfür eine komplette Repräsentation erstellt werden, was über das bloße Eintragen eines Wertes oder das Erstellen einer Grundform einer Repräsentation hinausgeht.

2. Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen

Integration.

Basierend auf der *structure mapping theorie* von Gentner (1983) beschreibt Seufert (2003b), welche Schritte bei der Integration ablaufen können. Integration bedeutet dabei, wie oben erwähnt, dass dem Lernenden mehr als eine Repräsentation vorliegt und er daher zunächst zu einer jede einzelne Repräsentation für sich und zum anderen deren Interrelationen verstehen muss (Seufert, 2003b). Dabei muss der Lerner in der Repräsentation wichtige Elemente erkennen und diese mit den Elementen aus der anderen Repräsentation in Verbindung bringen. Hierbei wird zwischen dem *Element-zu-Element-mapping*, dem *Relation-zu-Relation-mapping* und dem *Repräsentations-zu-Repräsentationsmapping* unterschieden. Für die Integration müssen zunächst alle vorliegenden Repräsentationen verstanden werden, was die Konstruktion eines mentalen Modells von jeder einzelnen Repräsentation erfordert. Anschließend werden die Prozesse der Modellinspektion und -konstruktion notwendig (Lachmayer et al., 2007), um die Repräsentationen miteinander abzugleichen und zu verknüpfen.

Integration der Stufe 1. Diese Art des Mappings stellt den elementarsten Schritt dar: Es wird in jeder Repräsentation ein Element identifiziert und wenn dessen Entsprechung in der anderen Repräsentation wiedergefunden wird, so können diese beiden aufeinander bezogen werden. So wird deutlich, dass beide Repräsentationen dieselbe Information übermitteln (Seufert, 2003b). Bereits auf dieser Ebene wird zwischen dem syntaktischen und dem semantischen Mapping unterschieden. Syntaktisches Mapping geschieht rein oberflächlich (Seufert, Schütze & Brünken, 2009) beispielsweise auf Grund der gleichen Farbe (*color coding*) (Seufert & Brünken, 2004), in der Dinge in den Repräsentationen dargestellt sind oder auf Grund der Tatsache, dass dasselbe Wort oder Element in beiden Repräsentationen zu finden ist. Für das semantische Mapping ist hingegen ein tieferes Verständnis Voraussetzung. Denn um Tiefenstrukturen mappen zu können, ist ein Wissen über die Bedeutung der Strukturen notwendig (Seufert, 2003b).

Integration der Stufe 2. Dieser Begriff bezeichnet den Vorgang, bei dem nicht einzelne Elemente, sondern Relationen, beispielsweise beschriebene und graphisch dargestellte Vorgänge, miteinander in Verbindung gesetzt werden (Seufert, 2003b). Auch hier ist wiederum ein syntaktisches und semantisches mapping möglich, wobei allerdings das semantische mapping im Vordergrund steht, da hier ein Verständnis der dargestellten Relationen vorhanden sein muss.

2.3. Auswahl einiger Repräsentationen der Mathematik

Diese beiden Prozesse veranschaulicht Seufert (2003b) in der folgenden Abbildung 2.18.

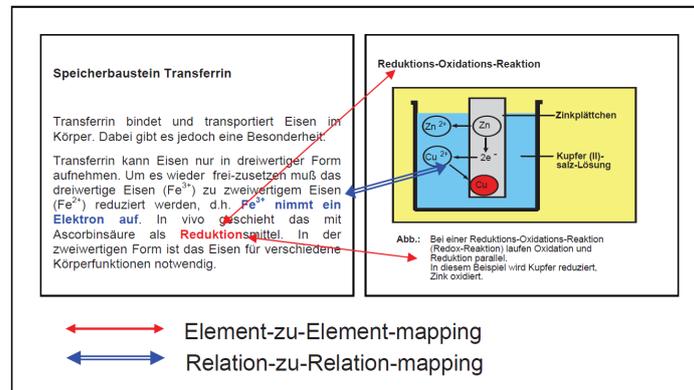


Abbildung 2.18.: Beispiel für Element-zu-Element- und Relation-zu-Relation-mapping nach Seufert (2003b)

Integration der Stufe 3. In den vorangegangenen Prozessen wurden nur Ausschnitte, seien es einzelne Elemente oder Relationen, aus einer Repräsentation betrachtet. Beispielsweise kann in einem Funktionsgraphen und einer Tabelle ein Punkt, der in beiden vorhanden ist, gemappt werden. Oder aber die zugrunde liegende lineare Funktion hat dieselbe Steigung, so dass die Relation gemappt würde, wenn nun aber weitergehend nicht mehr nur Ausschnitte aus den Repräsentationen betrachtet werden, sondern die Repräsentation als Ganzes, so werden die Repräsentationen gemappt und somit integriert.

Lachmayer stellt (2007) basierend auf Bertin (1974) dar, dass diesen Prozessen vorangehend die „Identifizierung“ steht. Die Identifizierung bezieht sich dabei auf den ersten Zugriff auf die Repräsentation. Dabei werden zunächst die dargestellten Objekte identifiziert und miteinander in Verbindung gebracht: Beispielsweise würde in dem in Abbildung 2.14 dargestellten Diagramm zunächst die Legende betrachtet und der graphischen Struktur zugeordnet. Anschließend würde analysiert auf welcher Achse die abhängige bzw. die unabhängige Variable abgetragen wurde. Nach diesem Schritt der Identifizierung lässt sich somit aussagen welcher Sachverhalt dargestellt ist, ohne die Datenpunkte näher zu betrachten (Lachmayer et al., 2007).

Der Prozess des Repräsentations-zu-Repräsentationsmappings stellt in einer Studie von Baker (2001) für acht- und neunt-Klässler eine große Herausforderung dar: Sie sollten aus gegebenen Histogrammen oder Streudiagrammen dasjenige auswäh-

2. *Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen*

len, das zu den in einem Text gegebenen Informationen am besten passt. An dieser Aufgabe scheiterten allerdings bei Histogrammen 85% und bei Streudiagrammen 80% der Lernenden. Even (1998) berichtet hingegen, dass sogar Mathematikstudenten Schwierigkeiten damit hatten Repräsentationen richtig zu mappen und erklärte die Probleme damit, dass die Kenntnis der Parameter defizitär war und diese dann nicht korrekt verwendet wurden. Eine ähnliche Erklärung fand Yerushalmy (1991): In der Studie ordneten zwar immerhin 62% der Probanden die Graphen der richtigen Funktionsgleichung zu, er beobachtete aber, dass nur auf die Lage und sichtbare Unregelmäßigkeiten geachtet wurde, was zu Fehlern führte.

Transformation.

Wie bereits in Abschnitt 2.3.3 erwähnt, wird mit Transformation der Übergang in die andere Zeichencode- oder Abstraktionsebene bezeichnet. Die Transformation ist auch der Zwischenschritt, welcher auf das Verständnis der Ausgangslage folgt, bevor die angemessenen mathematischen Prozeduren angewendet werden können. Janvier (1987a) macht in einer 4x4-Tabelle deutlich, dass diese Transformationsprozesse allgemein unter den unterschiedlichsten Bezeichnungen bekannt sind, wobei es sich aber bei allen um Transformationsprozesse handelt.

Das integrierte Modell des Text- und Bildverstehens von Schnotz und Bannert (vgl. Abschnitt 2.2.2) stellt dar, welche Verarbeitungsschritte und mentale Repräsentationen bei diesen Transformationsprozessen entstehen.

Für den mathematischen Problemlöseprozess ist es notwendig, dass eine richtige Vorstellung über die Ausgangslage vorhanden ist (Schnotz et al., 2010), was bedeutet, dass zunächst ein mentales Modell der Ausgangsrepräsentation generiert werden muss. Dieses entsteht in der ersten Phase des Problemlöseprozesses, in dem das Problem in individuelle Einzelteile zerlegt wird. Diese Einzelteile werden dann miteinander in Verbindung gesetzt und mit domänenspezifischem Wissen angereichert (Pape, 2004), sodass ein Situationsmodell entsteht (Reusser, 1992; Verschaffel et al., 2000).

Zum anderen muss eine Idee oder Vorstellung über das Ziel vorhanden sein (Schnotz et al., 2010), demnach ein mentales Modell der zu erstellenden Repräsentation. Das heißt, sollte es beispielsweise die Aufgabe sein, ein Säulendiagramm zu erstellen, so sollten die wichtigen Bestandteile eines solchen bekannt sein. Außerdem sollte der Problemlöser über die nötigen Requisiten, beispielsweise das Wissen über die notwendigen Rechenoperationen, zur Durchführung der Transformation verfügen und in adäquate Teilschritte zerlegen (Schnotz et al., 2010) können.

2.3. Auswahl einiger Repräsentationen der Mathematik

Da eine Transformation erfordert, basierend auf einer gegebenen Repräsentation eine andere mit demselben Informationsgehalt zu erstellen, kann dieser Prozess in mehrere Teilschritte gegliedert werden: Zunächst muss die gegebene Repräsentation verstanden, mental verarbeitet und ein mentales Modell dieser Repräsentation generiert werden. Anschließend folgen dann die Prozesse der Modellinspektion bzw. -konstruktion, wobei Informationen am mentalen Modell abgelesen werden und ein mentales Modell der Repräsentation, welche erstellt werden soll, generiert wird. Hier erfolgt dann gegebenenfalls auch der Wechsel in die andere Zeichencode- oder Abstraktionsebene. Anschließend können dann die im integrierten Modell des Text- und Bildverstehens absteigenden Prozesse ablaufen und die Repräsentation erstellt werden. Demnach lassen sich drei Stufen der Transformation isolieren:

Transformation der Stufe 1. Die *Transformation der Stufe 1*, in der die Ausgangslage verstanden und mit dem Vorwissen verknüpft werden soll, ist der Schritt, in dem das mentale Modell der Ausgangsrepräsentation generiert wird. Handelt es sich bei der Ausgangsrepräsentation beispielsweise um eine Deskription, so wird über die subsemantische Verarbeitung eine Textoberflächenrepräsentation, über die semantische Verarbeitung die propositionale Repräsentation und schließlich über die Modellkonstruktion das mentale Modell der Ausgangssituation konstruiert (Schnotz & Bannert, 1999). Wäre also beispielsweise die Aufgabe, ausgehend von einer Datentabelle das Säulendiagramm aus Abbildung 2.14 zu erstellen, so müsste in der *Transformation der Stufe 1* zunächst die gegebene Tabelle mental verarbeitet werden.

Kinder scheitern aber bereits häufig am Verständnis der gegebenen Ausgangssituation oder daran ein mathematisches Situationsmodell zu konstruieren. So berichtet beispielsweise Stern (1992) von einer Studie, in der Schülerinnen und Schülern lösbare und unlösbare Aufgaben, sogenannte Kapitänsaufgaben, vorgelegt wurden. Dabei wurde ein Teil der Schüler darüber aufgeklärt, dass ihnen unter anderem auch sinnlose Aufgaben untergejubelt wurden. Erstaunlich war allerdings, dass sowohl in der aufgeklärten als auch in der unaufgeklärten Gruppe erheblich viele Versuche unternommen wurden, die unlösbaren Aufgaben zu lösen.

Transformation der Stufe 2. Aufbauend auf das Verständnis der Ausgangssituation sollte dann weiterführend in der *Transformation der Stufe 2* eine Vorstellung über die zu erstellende Repräsentation vorhanden sein. Dabei müssen keine exakten Werte genannt, sondern die wichtigen Elemente miteinander in Bezug gesetzt

2. *Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen*

werden. Es sollte bereits bekannt sein, wie die zu produzierende Repräsentation aussieht, so dass das mentale Modell über diese Repräsentation mit dem neuen Wissen angereichert werden kann. In unserem Fall müsste demnach erkannt werden, welche Werte auf der x- und welche Werte auf der y-Achse abgetragen werden müssen, wie viele verschiedene Säulen pro Monat eingetragen werden müssen und welche Legende von Nutzen wäre. Es ist hierzu nicht notwendig, schon die exakte Größe der einzelnen Säulen zu wissen.

Transformation der Stufe 3. In der *Transformation der Stufe 3*, wird die Transformation vollständig durchgeführt und die neue Repräsentation entsteht. Diese Stufe stellt demnach den Abschluss der Transformation dar, wobei die im integrierten Modell des Text- und Bildverständnisses von Schnotz und Bannert (1999) vom mentalen Modell absteigenden Prozesse ablaufen.

Die Transformation setzt sich also zusammen aus der Rezeption, welche mit der *Transformation der Stufe 1* zusammenhängt, und der Produktion, da letztendlich eine neue Repräsentation erstellt wird. Der Übergang zwischen diesen beiden Schritten und somit die eigentliche mental ablaufende Transformation stellt allerdings die wahre Herausforderung dar.

Sollte es den Schülerinnen und Schülern gelingen ein adäquates Situationsmodell zu generieren und somit die gegebene Repräsentation richtig zu verstehen, so können sie am Prozess der Transformation dennoch scheitern. So berichtet Baker (2001), dass es in seiner Studie mit 52 Personen der 8. und 9. Klassen 56% der Teilnehmer und Teilnehmerinnen gelang ein Streudiagramme richtig zu interpretieren, wobei aber nur 0% in der Lage waren ein solches auch selbst zu erstellen. Noch drastischer waren die Ergebnisse hinsichtlich Histogrammen: Hier wurden sogar 96% der Histogramme richtig interpretiert, dennoch gelang es keinem Teilnehmer ein korrektes Histogramm zu erstellen. Ähnliche Befunde zeigten mehrere Studien, in denen ausgehend von einem Graph die Funktionsgleichung erstellt werden sollte oder umgekehrt. Sowohl 10- und 11-Jährige als auch 14- und 15-Jährige hatten mit beiden Aufgabenstellungen Probleme, wobei es schwieriger erschien basierend auf einem Graphen eine Funktionsgleichung zu erstellen. Überraschend an diesen Studien war vor allem, dass es sogar 17-Jährigen nur in 5% der Fälle gelang die richtige Funktionsgleichung zu erstellen (Markovits, Eylon & Bruckheimer, 1986; Stein & Leinhardt, 1989 zit. nach Frey et al., 2010). Pawley (2005) sieht den Grund für solche Probleme in der hohen Elementinteraktivität vor allem beim Übersetzen von Texten in Formeln. Denn die Lernenden müssen zunächst die relevanten Informationen identifizieren und dann mit

2.3. Auswahl einiger Repräsentationen der Mathematik

den entsprechenden algebraischen Symbolen verbinden bevor sie den Term erstellen können.

Informationsentnahme		Produktion
Identifizierung		Aufbau des Rahmens
Ablesen	1. Ordnung	Eintragen der Daten
	2. Ordnung	
	3. Ordnung	
Integration		
Transformation		

Abbildung 2.19.: Strukturmodell der Fähigkeiten beim Umgang mit Repräsentationen nach Lachmayer (2007).

Ein Überblick über weitere häufig auftretende Fehler ist bei Vogel (2006) zu finden. Eine häufig berichtete Problematik ist das Auftreten des sogenannten „Graphals-Bild-Fehlers“, bei dem Schüler die im Graph gezeigte Darstellung direkt in die Realität übertragen, hierbei wird dann ein Weg-Zeit-Diagramm zu einem Gebirge (Brenner et al., 1997; Vogel, 2006). Diese Problematik beobachtete auch Radford (2009) in einer Studie, in der Schüler der 8. Jahrgangsstufe Weg-Zeit-Diagramme interpretieren sollten und zu dem Schluss kamen, dass die Person entweder einen Berg auf- und absteigt oder aber zeitweise rückwärts geht.

Alle diese beschriebenen Prozesse fügt Lachmayer (2007) in das „Strukturmodell der Fähigkeiten beim Diagrammgebrauch“ zusammen. Dieses wird in Verallgemeinerung auf die Fähigkeiten beim Umgang mit Repräsentationen und den Prozess der Transformation erweitert (siehe Abbildung 2.19).

2.3.5. Verbalisieren von Funktionen

Im deutschsprachigen Raum sind *Mathematical Literacy* und *funktionales Denken* die beiden vorherrschenden Konstrukte, welche von Schülern gefordert werden. *Mathematical Literacy* beinhaltet dabei zum einen das Vermögen, reale Gegebenheiten in mathematische Sprache, sprich Formeln, zu übersetzen und zum anderen, dass Funktionen in verschiedenen, aber vor allem außer mathematischen Situationen, verständlich angewandt werden können. Daher spielt hier vor allem wieder die bereits

2. *Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen*

erörterte Transformation zwischen mathematischer und realer Modellebene herein (Blum et al., 2004). Der Begriff des *funktionalen Denkens* wurde von Vollrath (1989) geprägt. Dieser hatte, ausgehend von der Annahme Freudenthals (1973), dass sich das Begriffsverständnis in Stufen entwickelt und den Meraner Vorschlägen von 1905 (Gutzmer, 1980) funktionales Denken beschrieben als „eine Denkweise, die typisch für den Umgang mit Funktionen ist“ (Vollrath, 1989, S. 5).

Funktionales Denken zeichnet sich demnach dadurch aus, funktionale Zusammenhänge in unterschiedlichen Situationen erfassen und außerdem vom Einzelnen auf das Ganze und umgekehrt Schlüsse ziehen zu können (Leuders & Prediger, 2005; Vollrath, 1989). Bei diesem gedanklichen Umgang mit Funktionen können drei Aspekte differenziert werden, welche sowohl Grundvorstellungen als auch die Verbindung zwischen der realen und der mathematischen Modellebene darstellen. Diese Aspekte, welche unterschiedliche Sichtweisen auf Funktionen darstellen, sind der *Zuordnungsaspekt*, der *Kovariationsaspekt* und der *Aspekt Funktion als Ganzes* (Leuders & Prediger, 2005; Vollrath, 1989; Vollrath & Weigand, 2007). Diese definiert Vollrath (Vollrath, 1989) wie folgt:

1. **Zuordnungsaspekt**

„Durch Funktionen beschreibt oder stiftet man Zusammenhänge zwischen Größen: einer Größe ist dann eine andere zugeordnet, so dass die eine Größe als abhängig von der anderen gesehen wird (Vollrath, 1989, S. 7)“.

2. **Kovariationsaspekt**

„Durch Funktionen erfasst man, wie Änderungen einer Größe sich auf eine abhängige Größe auswirken“ (Vollrath & Weigand, 2007, S.140).

3. **Funktion als Ganzes**

„Mit Funktionen betrachtet man einen gegebenen oder erzeugten Zusammenhang als Ganzes“ (Vollrath, 1989, S.16).

Was zeichnet nun diese Aspekte aus und wie stehen sie miteinander in Verbindung? Beim Zuordnungsaspekt wird die Funktion lokal betrachtet (Malle, 2000b), aber es werden, wie bereits erwähnt, Zusammenhänge gestiftet, in dem einer Größe eine andere zugeordnet und somit von dieser abhängig gemacht wird (Appell, 1999; Bayrhuber-Habeck, 2009; Malle, 2000b; Vollrath & Weigand, 2007). Daher werden hier die eindeutige Zuordnung und die Abhängigkeit von Größen betont, wie die

2.3. Auswahl einiger Repräsentationen der Mathematik

beiden Größen x und $f(x)$ miteinander zusammenhängen, tritt hingegen beim Kovariationsaspekt in den Vordergrund. Es wird also betrachtet, wie sich Veränderungen bzgl. x auf $f(x)$ auswirken und umgekehrt (Vollrath, 1989). Hier tritt also der dynamische Aspekt der Veränderung auf, welcher Dinge, wie „je größer x , desto größer $f(x)$ “ einbezieht (Leuders & Prediger, 2005). Außerdem verweist Malle (2000b) darauf, dass hier eine globalere Sichtweise der Funktion angenommen wird, wenn betrachtet wird, wie die beiden Variablen miteinander variieren. Leuders (2005) weist allerdings darauf hin, dass die beiden Aspekte nicht voneinander getrennt betrachtet werden können, sondern sogar aufeinander beruhen. Denn nur dem, der einzelne Punkte identifizieren kann, ist es möglich, die Kovariation zu erkennen. Auf Grundlage dieser beiden Aspekte kann dann das allgemeine charakteristische Muster einer Funktion sowie die gemeinsame Änderung der beiden Größen erkannt und somit die Funktion als Ganzes betrachtet werden.

In der englischsprachigen Literatur findet sich allerdings eine weitere Einteilung, denn es wird zwischen *pointwise* und *acrosstime* unterschieden. Dabei wird mit *pointwise* das Lesen von Funktionen Punkt für Punkt bezeichnet und stellt die Verbindung zwischen Variablen in den Vordergrund. Das Beherrschen dieser Sichtweise wird außerdem als Voraussetzung für die *acrosstime* gesehen. Diese bedeutet, dass die Übersicht über mehrere Punkte erreicht wird und Verläufe erkannt werden können, weshalb dies oft nützlicher ist und besser eingesetzt werden kann, um Aufgaben zu lösen (Monk, 1989).

2.3.6. Wie können Verbalisierungen charakterisiert werden?

Um den Informationsgehalt von Repräsentationen wiedergeben zu können, müssen diese verarbeitet und verstanden werden. Die hierzu ablaufenden Prozesse wurden bereits in Abschnitt 2.2 beschrieben. Aber auf Grund unterschiedlicher Verarbeitung, Vorwissen oder aus anderen Gründen werden nicht alle Personen, die eine Repräsentation betrachten und beschreiben, dieselben Worte wählen, um dies zu tun. Somit können sich die getroffenen Aussagen hinsichtlich ihres Gehalts unterscheiden:

Bereits 1921 spricht Wittgenstein (zit. nach Hölscher, 1999) von der Syntax der Bilder und auch Dölling (1999a) und Schleske (1999) verweisen auf Morris (1946), welcher aufführt, dass Zeichen hinsichtlich ihrer syntaktischen, semantischen und pragmatischen Aspekte untersucht werden können.

2. Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen

Mathematische Syntax. Syntax bezeichnet dabei sowohl die Beziehung der Zeichen untereinander also auch die Regeln, mit denen sie kombiniert werden, wobei durchaus von einer gewissen Ähnlichkeit mit der verbalen Grammatik gesprochen werden kann (Dölling, 1999a). Auch wenn Saint-Martin (1989, zit. nach Dolling 1999) darauf hinweist, dass eine Voraussetzung für eine Grammatik das Vorhandensein aller Grundelemente sei und dies bei Bildern nicht möglich sei, kann beim vorliegenden Sachverhalt durchaus von einer „Bildgrammatik“ gesprochen werden. Denn für die hier verwendeten Repräsentationsformen können sehr wohl alle Grundelemente identifiziert werden.

Hinsichtlich des Funktionsgraphen wären dies beispielsweise ein vollständig beschriftetes Koordinatensystem und mindestens eine abgebildete Kurve. Außerdem ist hier auch die Forderung nach syntaktischen Gesetzen erfüllt (Dölling, 1999a), so schneiden sich beispielsweise die x - und die y -Achse im Ursprung. Ein syntaktisches Verständnis kann bereits nach der subsematischen Verarbeitung bzw. nach der Wahrnehmung erfolgen ohne dass eine tiefere Verarbeitung und somit ein vollständiges Verständnis der Repräsentation vorhanden wäre. So kann das Aussehen des in Abbildung 2.20 dargestellten Funktionsgraphen ohne jemals einen gesehen zu haben, beschrieben werden, beispielsweise:

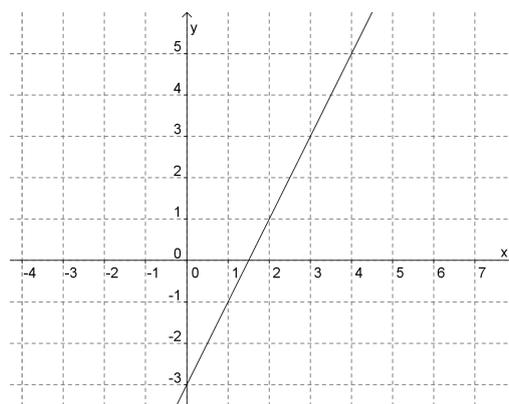


Abbildung 2.20.: Funktionsgraph

„Ich sehe zwei Linien, die sich schneiden und mit Zahlen sowie mit x und y beschriftet sind...“. Und auch der Verlauf der Geraden kann ohne das Verständnis oder einen vorhergehenden Kontakt mit linearen Funktionen beschrieben werden, wie beispielsweise „Es nimmt aus dem negativen Bereich kommend schnell zu...“.

Auch Kaput (Kaput, 1989) unterscheidet zwischen der *syntactic action* und der *semantik action*. Mit der *syntactic action* wird dabei beispielsweise im Bezug auf

2.3. Auswahl einiger Repräsentationen der Mathematik

die Funktionsgleichung das reine Umformen ohne die Bedeutung zu hinterfragen bezeichnet, wohingegen die *semantic action* durch die Kenntnis und die Beziehung der Symbole und deren Bedeutung bestimmt wird.

Mathematische Semantik. Die Semantik geht demnach über dieses bloße Beschreiben hinaus und stellt die Bedeutung der Zeichen in den Vordergrund (Ruf & Gallin, 2005). Es muss also verstanden werden, welche Informationen von den Zeichen transportiert werden. So muss z. B. bei der Funktionsgleichung in Abbildung 2.10 erkannt werden, dass es sich um eine lineare Funktion handelt und die Steigung und der y-Achsenabschnitt durch die 3 bzw. die 5 symbolisiert werden.

Mathematische Modellebene		Reale Modellebene
<u>Mathematische Syntax</u>	<u>Mathematische Semantik</u>	<u>Mathematischer Kontext</u>
Beispiel: Die Linie verläuft durch die 5 der y-Achse und die 3 der x-Achse.	Beispiel: Es handelt sich um eine lineare Funktion mit der Steigung 2 und dem y-Achsenabschnitt 4.	Beispiel: Julia hat 100€ Schulden. Sie spart aber jeden Monat 10€, sodass sie nach 10 Monaten keine Schulden mehr hat.

Abbildung 2.21.: Verbalisationsebenenmatrix

Kontextbezogene Semantik. Der letzte oben erwähnte Aspekt, die Pragmatik, bezeichnet die Beziehung des Zeichenträgers mit dem Interpreten (Dölling, 1999a; Schelske, 1999) und stellt nach Posner (2003) das Vermögen dar, das Gezeigte situationsbezogen interpretieren zu können und dadurch auch Informationen entnehmen zu können, die nicht vordergründig erkennbar sind. Außerdem können die Informationen in andere Situationen übertragen werden.

Der beschriebene Sachverhalt kann in die berichtete *Modell-Repräsentationsebenen-Matrix* (vgl. Abbildung 2.9) folgendermaßen integriert werden: Bei Verbalisierungen handelt es sich um Texte und somit um Deskriptionen, weshalb die Modell-Repräsentationsebenen-Matrix nur hinsichtlich der Abstraktionsebene und nicht auf der Zeichenebene erweitert wird. Die Abstraktionsebene der mathematischen Modellebene wird durch zwei Unterdimensionen erweitert und zwar der mathematischen Syntax und der mathematischen Semantik. Verbalisierungen, welche sich auf Situationen beziehen und somit den Alltag einbeziehen, werden allerdings der realen Modellebene zugeordnet. Da vor allem die Informationen der Repräsentationen in

2. *Verarbeitungsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen*

einen alltäglichen Zusammenhang gestellt werden sollen, wird im Folgenden in diesem Zusammenhang von einer Verbalisierung auf der Ebene des mathematischen Kontextes gesprochen. Hieraus ergibt sich dann die in Abbildung 2.21 dargestellte *Verbalisationsebenenmatrix*.

3. Wie kann der Umgang mit multiplen Repräsentationen gefördert werden?

Es stellt sich nun also die Frage, wie die aufgezeigten Defizite der Schüler im Umgang mit multiplen Repräsentationen in der Mathematik, aber auch darüber hinaus, behoben werden können. Entscheidend ist dabei, dass kognitive Prozesse, welche beim Umgang mit Repräsentation ablaufen und für den Beobachter nicht sichtbar sind, verdeutlicht werden. Der Ansatz des *Cognitive Apprenticeship* scheint hierfür ideal, da hier schrittweise einzelne Prozesse mit ihren jeweiligen Facetten aufgezeigt und die prozeduralen Abläufe verdeutlicht werden können. Da außerdem in allen Bereichen des Lernens die Reflexion und die metakognitive Überwachung eine Rolle spielen und diese mittels des *Cognitive Apprenticeship* im Schritt der *Articulation* und *Reflection* trainiert werden können, soll dieser Ansatz angewandt und im Folgenden näher erläutert werden. Allerdings wird es zusätzlich notwendig sein, den Lernenden über die Möglichkeit des Beobachtens hinaus eine Strategie zu vermitteln, mit der sie sich Repräsentationen erarbeiten und die auftretenden Aufgabenstellungen lösen können. Hier soll eine Strategie zum Einsatz kommen, die nicht wie ein Kochrezept angewandt wird und somit die kognitiven Prozesse der Lernenden auf einem niedrigen Niveau belässt. Daher wird im Folgenden die Strategie des Lernens mittels selbst generierten Fragen erläutert. Da hiermit anspruchsvollere kognitive Verarbeitungsprozesse angeregt werden können.

3.1. Cognitive Apprenticeship

Der Ansatz des *Cognitive Apprenticeship* wurde von Collins (1989) basierend auf den folgenden Beobachtungen geprägt:

Im traditionellen Sinn wird gelernt, indem ein Experte eine bestimmte Handlung zeigt, wobei ihn der Schüler zunächst beobachtet. Anschließend wird die Tätigkeit unter Aufsicht des Experten geübt bis der Schüler diese selbstständig ausführen kann

3. Wie kann der Umgang mit multiplen Repräsentationen gefördert werden?

(Collins et al., 1989; Collins, Brown & Holum, 1991). Diese traditionelle Vorgehensweise läuft allgemein in vier Phasen ab. Diese werden als *modeling*, *scaffolding*, *fading* und *coaching* bezeichnet.

Der ersten Schritt, das *modeling*, stellt dabei, wie erwähnt, den Einstieg in die neue Tätigkeit dar: Der Experte führt die Handlung vor und der Schüler beobachtet ihn dabei. In der nächsten Phase, dem *scaffolding* ist der Experte noch sehr präsent: Er unterstützt den Schüler bei der Problemlösung, in dem er möglicherweise Teile der Handlung selbst durchführt oder dem Schüler die nächsten Schritte vorgibt. Anschließend zieht sich der Experte mehr und mehr zurück, bis der Schüler die Handlung völlig selbstständig durchführen kann. Nach dieser Phase des *fading* überwacht der Experte, während des *coaching* nur noch den Lernprozess des Schülers, indem er zum Beispiel geeignete Aufgaben vorgibt oder ihn auf Probleme aufmerksam macht (Collins et al., 1991).

Diese Vorgehensweise ist erfolgreich, wenn es sich bei der neu zu erlangenden Fähigkeit um eine an Situationen gebundene, überwachbare und vor allem sichtbare Tätigkeit, wie zum Beispiel das Schuhe binden, handelt. Aber was, wenn es sich, wie heute im schulischen Alltag meist üblich, um Fähigkeiten handelt, welche weder sichtbar noch an eine konkrete Situation gebunden sind (Collins et al., 1991)? Um das Ziel zu erreichen, dass Schüler wissen, wann sie welche Fähigkeit einsetzen sollen und diese möglichst auch auf neue Situationen anwenden können, müssen daher die gedanklichen Vorgänge sichtbar gemacht werden, so dass Schüler nachvollziehen können, wie ein Experte zu seiner Lösung kommt (Collins et al., 1991). Daher wird im Cognitive Apprenticeship die beschriebene traditionelle Vorgehensweise (bestehend aus *modeling*, *scaffolding*, *fading* und *coaching*) durch die Schritte der *articulation*, *reflection* und *exploration* erweitert.

Im Folgenden werden nun die Komponenten des Cognitive Apprenticeship, sowie deren Vorteile und Defizite erläutert:

Modeling. Das *modeling* stellt, wie auch das *coaching* und *scaffolding*, die Grundlage für den Lernprozess dar, wobei den Schülern sowohl kognitive als auch metakognitive Fähigkeiten vermittelt werden (Collins et al., 1989). Wie bereits erwähnt, dient der Experte beim *modeling* zunächst als Vorbild. Denn er macht vor, wie er eine Aufgabe löst, während der Schüler zuschaut und sich die wichtigen Schritte des Prozesses einprägt (Collins et al., 1989; Collins, 1990; Kolikant, Gatchell, Hirsch & Linsenmeier, 2006). Wichtig ist dabei, dass der Experte seine internen kognitiven Gedankengänge veräußert, in dem er beispielsweise Kontrollprozesse erläutert

(Collins et al., 1989) oder erklärt, was ihm im Moment unklar ist und wie er darüber genau nachdenkt (Collins, 1990). Dadurch kann die Aufmerksamkeit der Lernenden auf die wichtigen Aspekte und Konzepte gerichtet werden, sodass gewährleistet wird, dass die Vorgehensweise verstanden wird und künftig ein Transfer auf andere Aufgaben möglich ist (Renkl, 2010).

Modeling im Sinne des *Cognitive Apprenticeship* unterscheidet sich von der herkömmlichen Vorgehensweise im Schulunterricht dadurch, dass nun falsche Ansätze, Irrwege oder auch die falsche Lösung sichtbar gemacht werden, während normalerweise ausgearbeitete Lösungsbeispiele vorgestellt werden, bei denen den Schülern zwar sichtbar wird, wie der Experte ohne Probleme von der Aufgabenstellung zum Ziel gelangt, aber verborgen bleibt, wie mögliche Fehler festgestellt und korrigiert werden können. Aber gerade das Lernen aus Fehlern kann eine Lernchance eröffnen (Prediger & Wittmann, 2009), wenn die Korrektur nicht nur oberflächlich verläuft (Ehret & Schmidt, 2009). Durch die aktive Suche nach einer Begründung für das Auftreten des Fehlers und die gleichzeitige Reflektion des fehlerhaften Denkprozesses kann eine Vorstellung über die richtige Vorgehensweise erworben und aus den Fehlern gelernt werden (Prediger & Wittmann, 2009; Ehret & Schmidt, 2009).

Außerdem wird durch die herkömmliche Vorgehensweise im Schulunterricht nicht deutlich, was sich der Experte überlegt hat, um zu den einzelnen Schritten zu gelangen (Collins, 1990). Nun soll den Lernenden zunächst die Möglichkeit gegeben werden die Inhalte zu verstehen, damit sie anschließend in der Lage sind Aufgaben verstehensorientiert statt „irgendwie“ zu bearbeiten (Renkl, 2010).

Coaching. Während der Phase des *coaching* führt der Schüler ¹ selbst eine Aufgabe aus, dabei wird er, wie oben erwähnt, vom Experten überwacht (Chan, Miller & Monroe, 2009; Collins, 1990; Kolikant et al., 2006). Dieser gibt dem Schüler Hinweise oder Feedback (Collins, 1990) und erinnert ihn an wichtige Schritte (Collins et al., 1989). Außerdem lenkt der Experte die Aufmerksamkeit des Schülers auf bisher unbeachtete Aspekte (Collins et al., 1991, 1989), um das Ziel zu erreichen, dass die Vorgehensweise des Schülers der des Experten immer ähnlicher wird.

Die Vorteile des Coaching sind darin zu sehen, dass der Schüler eine Hilfestellung zu dem Zeitpunkt erfährt, wenn er sie benötigt und am meisten braucht. So bekommt der Schüler durch diese Hilfestellungen das Gefühl vermittelt, dass er auch komplexere Aufgaben lösen kann. Da der Experte außerdem erklärt, wie es zu den Problemen des

¹Für die Beschreibung des *Cognitive Apprenticeship* wird im Folgenden nur die männliche Form verwendet wobei die weibliche miteinbezogen ist

3. Wie kann der Umgang mit multiplen Repräsentationen gefördert werden?

Schülers kommen kann oder warum eine Strategie in diesem Fall nicht erfolgreich ist, bekommt der Schüler einen anderen Blickwinkel auf die Sachlage vermittelt.

Scaffolding. Nun beginnt der Schüler, eine Aufgabe zu bearbeiten und wird dabei vom Experten unterstützt. Diese Unterstützung kann vielfältig ausfallen. Der Experte kann zum einen materielle Hilfen, wie beispielsweise einen Leitfaden zur Bearbeitung der Aufgabe anbieten. Zum anderen kann er selbst in Erscheinung treten, indem er Vorschläge und Hilfestellungen zur weiteren Bearbeitung gibt oder gar Aufgabenteile, welche zu lösen der Schüler noch nicht in der Lage ist, in Form des *Modeling* bearbeiten. Dies kann zu einer Art des kooperativen Problemlösens führen.

Durch diese Vorgehensweise erhält der Experte zu jedem Zeitpunkt Informationen über den momentanen Wissensstand des Schülers und kann diesen so individuell fördern (Collins et al., 1989; Collins, 1990).

Fading. Die im Scaffolding angebotene Unterstützung wird hier nun nach und nach reduziert, bis die Schüler völlig selbstständig Aufgaben bearbeiten können.

Articulation. Dieser Schritt dient vor allem dazu, dass die Aufmerksamkeit der Schüler, wenn der Experte eine Aufgabe ausführt, gelenkt wird und sie dadurch die wichtigen Aspekte beachten. Außerdem sollen sich die Schüler über ihr eigenes Wissen, aber auch ihre Fähigkeiten und Strategien bewusst werden (Collins et al., 1989). Hierzu kann nach Chan (2009) jede Methode eingesetzt werden, welche dazu führt, dass Schüler von ihrer Vorgehensweise berichten, sich ihrem Wissensstand bewusst werden oder Schlussfolgerungen über Prozesse ziehen (Collins et al., 1991; Kolikant et al., 2006). Hierzu wird von Collins et al. (1991) vorgeschlagen, von Schülern einzelne Lösungswege bewerten zu lassen, sodass sie argumentieren müssen und dabei ihre eigenen Strategien überdenken. Dies lässt sich auch dadurch erreichen, dass Schüler ihre Gedankengänge während des Problemlöseprozesses aufsagen oder indem der Schüler in einem kooperativen Lernarrangement eine kritische und überwachende Rolle einnimmt. Der Nutzen dieser Vorgehensweise ist nach Collins (1990) vor allem darin zu suchen, dass träges Wissen explizit gemacht und außerdem vom Kontext losgelöst wird. Dies ermöglicht es Schülern, Wissen in anderen Bereichen und außerhalb des spezifischen Zusammenhangs anzuwenden.

3.2. Lernen durch selbstgenerierte Fragen

Reflection. Ziel dieser Phase ist es, dass der Schüler sich sein eigenes Vorgehen bewusst macht (Collins et al., 1989). Hierzu sollen sich die Schüler zunächst daran erinnern, wie sie vorgegangen sind und reflektieren, was sie genau gemacht haben, um dann ihre Vorgehensweise und ihre Lösung einerseits zu analysieren und andererseits mit der des Experten oder anderen Schülern zu vergleichen (Collins, 1990). Hierzu sollten den Schülern möglichst viele Möglichkeiten geboten werden. Es ist beispielsweise möglich, sowohl den Experten als auch den Schüler beim Bearbeiten der Aufgabe aufzunehmen und dann die Aufnahmen nacheinander abzuspielen, so dass ein direkter Vergleich der beiden möglich ist. Oder aber der Experte imitiert die Vorgehensweise des Schülers und zeigt dann anschließend, wie er vorgehen würde, sodass mögliche Diskrepanzen sichtbar werden (Collins, 1990). Durch diese Vorgehensweise wird der Schüler selbst zum Objekt der Studie und kann darüber nachdenken, wie er sich verbessern könnte oder im Vergleich mit anderen darüber reflektieren, welche Strategie sinnvoll war und welche weniger (Collins, 1990).

Exploration. Hierbei geht es darum, den Schüler anzuregen, Aufgaben eigenständig zu bearbeiten, wobei es nicht nur um das Lösen der Aufgabe an sich, sondern auch darum geht, Problemstellungen, die er lösen kann, zu finden und die damit verbundene Fragestellung zu identifizieren (Collins et al., 1991). Dies beinhaltet außerdem, dass der Experte dem Schüler ein übergeordnetes Ziel setzt innerhalb dessen er sich wiederum eigene kleinere Ziele setzen kann (Collins et al., 1989). So lernt der Schüler außerdem, sich erreichbare Ziele zu setzen und er erhält die Möglichkeit, eigene Erfahrungen und Entdeckungen zu machen (Collins, 1990).

3.2. Lernen durch selbstgenerierte Fragen

Fragen in jeglicher Form sind wesentlicher Bestandteil des Unterrichts, wobei zwischen Lehrer- und Schülerfragen unterschieden werden kann (Levin, 2005). Lehrerfragen dienen dabei meist dazu, die Aufmerksamkeit von Schülern zu lenken, wichtige Elemente hervorzuheben, zum Nachdenken anzuregen oder gar zur Wissensabfrage. Fragen können aber nicht nur zur Aufmerksamkeits- und Gesprächskontrolle eingesetzt werden, sondern erfüllen nach Graesser, Person und Huber (1992) auch die Funktion zur Sicherung der gemeinsamen Gesprächsgrundlage sowie des Ausgleichs von Wissenslücken.

In dieser Funktion werden Fragen hauptsächlich von Schülern eingesetzt, denn sie versuchen meist mittels Fragen Wissenslücken zu schließen (Niegemann & Stad-

3. Wie kann der Umgang mit multiplen Repräsentationen gefördert werden?

ler, 2001), Hilfe zu suchen oder aber einen Widerspruch zwischen ihrem Vorwissen oder ihrer Intuition und dem Neugelerten auszugleichen (Levin, 2005), wobei aber die Schülerfrage im Unterricht einen sehr kleinen Teil einnimmt. So ermittelte Dillon (1988 zit. nach Levin, 2005), dass meist nur zwei themenbezogene Fragen pro Stunde von Seiten der Schüler gestellt werden (Levin, 2005), weshalb Schüler geschult werden müssen, damit die von ihnen gestellten Fragen eine auf Erkenntnisse und Wissen ausgerichtete lernstrategische Aktivität werden (Neber, 1987; Niegemann & Stadler, 2001). Denn dann können sogenannte epistemische Fragen beim Wissenserwerb zwei Funktionen erfüllen: Die Generierungs- und die Kontrollfunktion (Neber, 1999), mittels derer gute Wissenserwerbseffekte erzielt werden können (Neber, 1996). So konnte die Anzahl der gestellten Schülerfragen und deren kognitives Niveau mittels eines Trainings zur Strukturierung der Fragen verbessert werden (1988 zit. nach Levin, 2005).

Hinsichtlich der Generierungsfunktion, welche vor allem beim Lernen mit Texten zum Einsatz kommt und eine Methode der Erkenntnisgewinnung darstellt (Levin, 2005), wird davon ausgegangen, dass durch das Stellen von Fragen an sich selbst Wissen generiert werden kann (Neber, 1996). Vor allem die so selbsterzeugten Informationen werden besser behalten und so wirkt sich die Anwendung von wissensgenerierenden Fragen positiv auf den Lernerfolg aus (Neber, 1999, 1996). Denn sie fördern das Verständnis (Niegemann & Stadler, 2001), in dem sie den Lerner anregen sich mit dem Lernmaterial zu beschäftigen, dieses genau zu analysieren und Beziehungen der Inhalte untereinander sowie zum eigenen Vorwissen herzustellen (King, 1994a, 1994b).

Des Weiteren können durch den Einsatz von epistemischen Fragen das Verständnis vertieft und das Wissen vernetzt werden (Levin, 2005). Denn sie ermöglichen es den Lernenden, den Lernprozess selbst zu kontrollieren und das eigene Lernen zu überwachen (Niegemann & Stadler, 2001), indem durch Fragen an sich selbst das eigene Wissen abgefragt und überprüft wird (Levin, 2005). So testen die Lerner durch Integrations- oder Verständnisfragen, welche über den explizit gegebenen Inhalt des Lernmaterials hinausgehen und mehrere Aspekte verbinden oder Beschreibungen und Definitionen einfordern (King, 1994b), ihr eigenes Wissen und fokussieren vermehrt die wichtigsten Aspekte des Lernmaterials (King, 1989).

Daher kann das Stellen von selbstgenerierten Fragen als Lernstrategie angesehen werden, mittels derer beim entdeckenden Lernen (Neber, 1996) eine wechselseitige Prüfung des Wissens und eine Wissensvertiefung stattfindet (Levin, 2005). Somit kann dies als heuristische Strategie beim Problemlösen eingesetzt werden (Pólya,

3.2. Lernen durch selbstgenerierte Fragen

1981 zit. nach Bruder, 2002, S. 155).

Allerdings muss beim Lehren von Lernstrategien beachtet werden, dass davon ausgegangen wird, dass beim Erlernen jeglicher Strategien vier Stufen unterschieden werden können: Das *Mediations-* und *Produktionsdefizit*, die *Nutzungsineffizienz* und der *kompetente Umgang*.

Das *Produktionsdefizit* unterscheidet sich von *Mediationsdefizit* dahingehend, dass hier zwar die kognitiven Fähigkeiten zum Strategieeinsatz vorhanden wären, die Strategie aber nicht spontan sondern nur nach Aufforderung eingesetzt wird, während beim *Mediationsdefizit* der Strategieeinsatz auf Grund mangelnder kognitiver Fähigkeiten nicht möglich ist (Seufert, Zander & Brünken, 2007).

Werden die Strategien spontan aber nicht optimal eingesetzt, so befindet sich der Lernende auf der Stufe der *Nutzungsineffizienz*. Erst wenn die Strategie optimal und spontan eingesetzt wird, kann von einem *kompetenten Umgang* gesprochen werden. Da die Lernenden in den vorliegenden Studien mit dem abgefragten Themengebiet vertraut sind, kann davon ausgegangen werden, dass sie mindestens die Stufe des *Produktionsdefizits* erreicht haben und durch geeignete Prompts veranlasst werden können in erwarteter Weise zu antworten.

Wie bereits erwähnt, wird die Technik des Fragestellens zumeist beim Lernen mittels oder aus Texten eingesetzt und erfolgreich erprobt (ein Überblick bietet Levin, 2005). Aber nach Levin (2005) konnte das Fragenstellen auch im Bereich des Problemlösens erfolgreich eingesetzt werden, wobei hier aber im Gegensatz zum Textlernen nicht das Faktenwissen oder die Sicherung des tieferen Verständnisses, sondern vielmehr die Steuerung des Problemlöseprozesses (King, 1991b), die Exploration (Cuccio-Schirripa & Steiner, 2000 zit. nach Levin, 2005, S. 155) und die hypothesengeleitete Suche (Suchmann, 1981) im Vordergrund stehen.

Vor allem King (King, 1990, 1991a, 1994b) arbeitete in diesem Bereich und entwickelte auf den Erkenntnissen, dass ein Fragetraining das Verständnis und das Behalten fördern kann (Davey & McBride, 1986; Singer & Donlan, 1982) und dazu führt, dass Novizen Fragen auf dem kognitiven Niveau von Experten generieren (King, 1989, 1994b), mehrere Studien (zit. nach King, 1997), in denen *peer questioning*, das gegenseitige Stellen von Fragen, geübt und deren Effekt evaluiert wurde:

Die Idee bestand dabei darin, den Lernenden sogenannte Fragenstämme, wie beispielsweise „Wie unterscheidet sich ... von ...?“ (mehrere Beispiele siehe Tabelle 3.1) vorzugeben, mit Hilfe derer sie dann für das Lernmaterial spezifische Fragen generieren konnten. Diese Fragenstämme waren so gestaltet, dass die Lernenden dazu angeregt wurden, nicht nur Fakten abzufragen, sondern vor allem Erklärungen ein-

3. Wie kann der Umgang mit multiplen Repräsentationen gefördert werden?

zufordern und zur Elaboration anzuregen, sodass der Lerninhalt auf neue Situationen übertragen, in bereits Bekanntes eingeordnet oder Schlussfolgerungen gezogen werden mussten (King, 1990). In zwei Studien ergab sich hierbei, dass Studierende, die sich mittels dieser Fragenstämme Lerninhalte erarbeiteten, diese sowohl besser verstanden als Studierende, die über diese frei diskutierten, als auch solche, die sich Fragen ohne die vorgegebenen Fragenstämme stellten (King, 1990).

Tabelle 3.1.: *Fragenstämme (Übersetzt aus dem Englischen nach King (1990, 1992))*

Wie würdest du ... einsetzen?
Was ist ein neues Beispiel für ... ?
Erkläre, warum ...
Was denkst du, was passiert, falls ... ?
Was ist der Unterschied zwischen ... und ... ?
Wie beeinflusst ... ?
Ist deiner Meinung nach ... besser oder ... ? Warum?
Stimmst du der folgenden Aussage zu oder nicht? Begründe deine Antwort.
Was wissen wir bereits über ... ?
Wie passt ..., zu dem, was du bisher über das Thema weißt?
Erkläre, wie ...
Was ist die Bedeutung von ... ?
Warum ist ... wichtig?
Vergleiche ... und ... in Berücksichtigung auf ... ?
Was glaubst du verursacht ... ?

Des Weiteren wurden diese Fragenstämme durch zusätzliche „strategische Fragen“ ergänzt, welche die Lernenden durch die verschiedenen Stadien des Problemlöseprozesses führen sollen, indem sie dazu anregen, die einzelnen Schritte zu reflektieren, an ihr Vorwissen anzuknüpfen oder eigene Erklärungen zu liefern. Außerdem sollen sie zu metakognitiv anspruchsvollen Prozessen angeregt werden, sodass sie ihren Problemlöseprozess selbstständig überwachen konnten (King, 1991a). Der Nutzen dieser Erweiterung wurde überprüft, in dem diese in den Schulunterricht von 5. Klassen implementiert wurde. Dabei arbeiteten die Schülerinnen und Schüler sowohl mit den Fragenstämmen als auch mit denen in Tabelle 3.2 abgebildeten Leitfragen. Es zeigte sich dabei, dass sich der Einsatz dieser Fragen sowohl auf den Problemlöseprozess als auch auf den Transfer positiv auswirkte und die Trainingsgruppe Computerprobleme als auch Paper-pencil-Aufgaben besser lösten (King, 1991a).

Demnach zeigte sich, dass Lernende durch den Einsatz von Fragenstämmen dazu angeregt werden können, kognitiv anspruchsvolle Fragen zu stellen und somit sich

Tabelle 3.2.: Leitfragen zur Problemlösung (Übersetzt aus dem Englischen nach King (1991))

Planung
Was ist das Problem?
Was müssen wir hier tun?
Was wissen wir bereits über das Problem?
Welche Informationen sind uns gegeben?
Wie sieht unser Plan aus?
Gibt es eine andere Möglichkeit dies zu erreichen?
Was passiert, wenn ... ?
Was sollen wir als nächstes machen?
Überwachung
Setzen wir unseren Plan oder unsere Strategien um?
Müssen wir unseren Plan anpassen?
Brauchen wir eine andere Strategie?
Hat sich unser Ziel verändert?
Sind wir auf der richtigen Spur?
Kommen wir unserem Ziel näher?
Regulieren
Was hat geklappt?
Was hat nicht geklappt?
Was können wir beim nächsten Mal anders machen?

3. Wie kann der Umgang mit multiplen Repräsentationen gefördert werden?

selbst und andere zur tieferen Verarbeitung des Lernmaterials anzuregen, indem Fragen nach Kontrasten, Vorhersagen oder Anwendungsmöglichkeiten gestellt werden (King, 1999). Der Vorteil von vorgegebenen Fragenstämmen wird darin gesehen, dass Lernende spontan kaum und vor allem keine anspruchsvollen Fragen generieren und meist nur die Antwort auf eine Frage suchen, ohne sich den Inhalt des Materials anzueignen oder diesen gar zu reflektieren (King, 1999). Dies ist vor allem unter Berücksichtigung der Beobachtung von Suchmann (1981) und Neber (1974) (zit. nach Neber, 1996), dass Schüler in mittleren Klassenstufen oder solche mit geringeren Lernleistungen (Good, Slavings & Harel, 1987) selten spontan Fragen stellen oder gar Informationen selbstständig erweitern, wichtig. Allerdings gilt zu bedenken, dass der Lernvorgang nicht zu sehr vorstrukturiert sein sollte, da dies negative Effekte hervorrufen kann (King, 1997).

Neber (1996) implementierte außerdem ein Fragentraining in den Physikunterricht, mit dem Ziel, den Lernenden in die Lage zu versetzen, physikalische Phänomene zu analysieren. Es zeigte sich, dass die Schülerinnen und Schüler mittels der hier angewandten Strategie, nur Alternativfragen zu stellen, erfolgreich lernen konnten und Aufgaben besser bearbeiteten als Lernende, die ohne das vorgegebene Fragenschema lernten.

Demnach erscheint die Strategie des „Stellens selbstgenerierter Fragen“ dahingehend erfolgreich, dass kognitiv anspruchsvolle Prozesse gefördert werden können und die Lernenden in die Lage versetzt werden auch anspruchsvollere Aufgabenstellungen zu lösen.

3.3. Wie können diese Prozesse gefördert werden? - Bisheriger Forschungsstand

Nachdem nun verschiedene Möglichkeiten, wie das Lernen und der Umgang mit multiplen Repräsentationen unterstützt werden könnten, vorgestellt wurden, stellt sich nun die Frage, inwieweit diese bereits im Feld erprobt wurden. Außerdem ist von Interesse, wie und ob die verschiedenen Prozesse der Rezeption, Integration, Produktion und Transformation bereits gefordert wurden und welche Ergebnisse dabei erzielt wurden.

Klepsch (2012) gelang es beispielsweise, den Prozess der Rezeption aus logischen Bildern dahingehend zu unterstützen, dass die Teilnehmer eines speziellen Bildlesestrategietrainings hinsichtlich der kognitiv anspruchsvolleren Prozesse, nämlich der *Rezeption der Stufe 2* und der *Stufe 3*, vom Training profitierten. Bausteine die-

3.3. Wie können diese Prozesse gefördert werden? - Bisheriger Forschungsstand

ses Bildlesestrategietrainings waren zum einen die „3-W-Methode“, bei der die Art des Bildes, dessen Inhalt und Aussage mittels spezifischer Fragen erarbeitet wurde, und zum anderen ausgearbeitete und ungelöste Beispiele, an Hand derer die Methode erarbeitet und schließlich an Beispielen eigenständig geübt werden konnte (Seufert, 2007). Mittels eines ähnlichen Trainings zum Einsatz selbstgenerierter graphischer Repräsentationen als Lernstrategie konnte hinsichtlich der *Produktion der Stufe 3* eine Verbesserung der Trainingsteilnehmer und -teilnehmerinnen erzielt werden (Rudolf, 2012), was sich auch auf eine bessere Behaltens- und Verstehensleistung auswirkte (Rudolf, 2012; Seufert, Zander & Brünken, 2007). Auch Blomberg und Schukajlow (2017) berichten von verschiedenen Studien, welche positive Wirkungen externer Repräsentationen auf Lernprozesse und Lernleistungen belegen (u.a. Hembree, 1992; Panoura & Michael, 2010; Ueska, Manalo & Ichikawa, 2007). Allerdings verweisen sie auch auf Studien, die belegen, dass Art und Qualität der Visualisierungen einen Einfluss auf die Leistungen haben (Hegarty & Kozhevnikov, 1999; Edens & Potter, 2008 zit. nach Blomberg & Schukajlow, 2017, S. 1093).

Allerdings fand Pawley (2005) in seiner Studie, dass sich vor allem Lernende der 8. und 9. Klassen mit höherem Vorwissen durch ein spezielles Fragen-Training hinsichtlich der Formelbildung sogar verschlechterten, während sich die Lernergebnisse derjenigen mit geringerem Vorwissen nicht von der Vergleichsgruppe unterschieden. Es wird daher vermutet, dass diese durch ein intensiveres Training hätten profitieren können.

Hinsichtlich der Förderung von Kohärenzbildungsprozessen und somit der Integration, lassen sich unterschiedliche Studien anführen:

Es konnte gezeigt werden, dass Lernende, welche mit einem integrierten Format arbeiteten, denjenigen mit nicht-integrierten Format überlegen waren. Gleichzeitig zeigte sich aber, dass durch ein selbstständiges Produzieren des integrierten Formats ein höherer Lernerfolg erzielt wurde als durch die rein mentale Integration (Bodemer, Ploetzner, Feuerlein & Spada, 2004). So gelang es mittels „drag and drop“ oder Hyperlinks, das *structure mapping* und somit die globale Kohärenzbildung zu fördern, was sich in einem besseren Text- und Bildverständnis äußerte (Bodemer et al., 2004; Brünken, Seufert & Zander, 2005; Seufert, Jänen & Brünken, 2007).

Allerdings konnten Seufert und Kollegen (2007) dies dahingehend differenzieren, dass zwar alle, durch die Hyperlinks unterstützten Lernende mehr Zeit mit dem Lernmaterial verbrachten und von einem geringeren *cognitive load* (vgl. Abschnitt 4.3) berichteten, aber nur die Lernende mit hohem Vorwissen hinsichtlich des Verständnisses des Lerninhalts einen größeren Lernerfolg zeigten.

3. Wie kann der Umgang mit multiplen Repräsentationen gefördert werden?

Ein anderer Ansatz ist es, semantische Hilfestellungen zu geben, welche entweder direktiv oder nicht-direkt gegeben werden können (Seufert, 2003a, 2003b). Direktive Hilfen bezeichnen dabei explizite Hinweise darauf, welche Inhalte gemappt werden können und leiten somit den Lernenden direkt. So werden wichtige Sequenzen wiederholt und dadurch mehrfach encodiert (Seufert, 2003a), wohingegen bei der nicht-direktiven Hilfe der Lernende die Korrespondenz selbstständig entdeckt und nur durch Hilfen auf deren Existenz hingewiesen wird. Eine Aussage über die Effizienz dieser Unterstützungsmöglichkeiten liefern verschiedene Studien (Seufert, 2003b, 2003a): Dabei zeigte sich, dass erwartungsgemäß für die Behaltensleistung die direktive Hilfe, auf Grund ihres wiederholenden und zusammenfassenden Charakters, unterstützend wirkt. Überraschend war allerdings, dass vor allem Lernende mit mittlerem Vorwissenstand die Hilfestellungen nutzen konnten (Seufert, 2003a) und, dass sowohl durch die direktive als auch die nicht-direktive Hilfe ein besseres Verständnis hervorgerufen werden kann. Allerdings scheint es, als könne die nicht-direktive Hilfe unter „lernförderlichen Bedingungen (wie. z.B. hohes Vorwissen oder der Paarlernsituation)“ (Seufert, 2003b, S. 259) besonders zur Verstehensförderung beitragen.

Neben dieser Frage, wie die Integration gefördert werden kann bzw. sollte, stellt sich außerdem die Frage, auf welcher Verarbeitungsebene die Lernenden unterstützt werden sollten (Seufert & Brünken, 2004). Dabei zeigte sich, dass Lernende gerade durch eine Kombination einer oberflächlichen Unterstützung (*surface level*), beispielsweise mittels *colorcoding* oder Hyperlinks und einer tiefgreifenden Unterstützung, z. B. durch eine genauere Erklärung der Zusammenhänge (*deep structure level*) am meisten profitierten, da durch die zusätzliche Hilfestellungen die oberflächliche Unterstützung genutzt werden konnte und somit letztlich doch hilfreich war (Seufert & Brünken, 2006).

Im Bereich der Transformationsförderung lassen sich nur wenige, aber sehr passende Belege finden: Brenner (1997) implementierte eine Lerneinheit in den Unterricht innerhalb derer durch kooperatives Lernen, Modeling des Lehrers, Diskussionen über den Problemlöseprozess und Beschreibungen des eigenen Lernprozesses das Themengebiet der linearen Funktionen erarbeitet wurde. Im Vergleich mit einer Gruppe ohne dieses spezielle Training gelang es den Schülern der 7. und 8. Klassen besser, Textaufgaben zu lesen und deren Inhalte in Tabellen, Graphen oder Gleichungen zu repräsentieren oder Transferaufgaben zu lösen.

Außerdem können durch eine solche, an *Cognitive Apprenticeship* angelehnte Vorgehensweise, nicht nur Verbesserungen in Leistungstests erzielt werden, sondern

3.3. Wie können diese Prozesse gefördert werden? - Bisheriger Forschungsstand

es führt auch dazu, dass die untersuchten Klassen hinsichtlich ihrer Leistungen homogener wurden oder die Streuung zumindest in geringerem Maße zunahm als in den entsprechenden Kontrollklassen (Beck, Guldemann & Zutavern, 1991). Außerdem konnte gezeigt werden, dass Lernende von einem vergleichbaren Ansatz sogar langfristig profitierten und auch noch einige Wochen nach dem Training eine bessere Lernleistung zeigten (Gläser-Zikuda, 2007).

Das Erstellen von Skizzen stellt ebenfalls eine Transformation dar, durch die die gegebene Informationen leichter verstanden werden können, aber auch mögliche Fehler im mentalen Modell aufgedeckt werden können (Schukajlow & Leiss, 2011; Cox, 1999 zit. nach Blomberg & Schukajlow, 2017, S. 35). Des Weiteren berichten Blomberg und Schukajlow (2017), dass zwar einerseits Skizzen für den Lernerfolg förderlich sein können, aber andererseits selten eingesetzt spontan eingesetzt werden und wiederum nur der spontane Einsatz lernförderlich ist (Ueska, Manalo & Ichikawa, 2010; Brock, Verschaffel, Janssens, Dooren & Claes, 2003).

Es zeigte sich demnach, dass es durchaus möglich ist, die Prozesse der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation mittels verschiedener Ansätze zu fördern. Allerdings sind kombinierte Fördermaßnahmen, die alle Prozesse im Blick haben, sehr selten, weswegen hier Ansatzmöglichkeiten bestehen.

4. Einflussfaktoren auf den Lern- und Trainingserfolg

Da, wie aufgezeigt, der Umgang mit multiplen Repräsentationen im Unterricht gefordert wird, gleichzeitig Lernende aber große Probleme mit den Prozessen der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation haben, ist hier ein großes Förderpotential zu erkennen, welches mittels des Cognitive Apprenticeship ausgeschöpft werden soll.

Allerdings ist es durchaus möglich, dass bei einem Teil der Lernenden ein bestimmtes Training Erfolg hat, wohingegen andere vom selben Training nicht profitieren (Klauer, 2001b). Ob durch eine Trainingsteilnahme die Fähigkeit gewisse Prozesse zu leisten, gefördert wird, kann sowohl vom Trainingsaufbau als auch von individuellen Merkmalen der Teilnehmer und Teilnehmerinnen abhängen. Da für die Verarbeitung von Repräsentationen und somit für diese Studie, die kognitiven Fähigkeiten, sowie die Lerngewohnheit und der cognitive load einen Einfluss auf den Lernerfolg haben könnten, sollen diese Merkmale im Folgenden näher betrachtet werden.

4.1. Wie lernen Serialisten und Holisten? Der Einfluss der Lerngewohnheiten

Jeder Lernende hat, wenn er sich ein Thema beispielsweise mit Hilfe eines Textes aneignet, seine individuelle Vorgehensweise und seine eigenen Strategien. An Hand dieser Strategien können Lernende nach Pask (1976) in zwei Kategorien unterteilt werden: die Serialisten und die Holisten.

Serialisten beschäftigen sich mit einer Sache solange, bis sie sich sicher sind, dies auch vollkommen verstanden zu haben. Das bedeutet, dass sie beispielsweise beim Erarbeiten eines Textes erst zum nächsten Abschnitt weitergehen würden, wenn der bisherige komplett verstanden wurde. Dies befähigt sie, ein Thema so genau zu behandeln, dass spezifische Fragen geklärt werden können und der bearbeitete Sachverhalt verstanden wurde. Es birgt allerdings die Gefahr, dass die Informationen nur

4. Einflussfaktoren auf den Lern- und Trainingserfolg

in der dargebotenen Reihenfolge gelernt werden und die Lernenden sich weder ein Überblick über den Sachverhalt verschaffen noch Kenntnisse über das momentane Thema hinaus erwerben. Außerdem haben Serealisten teils Probleme damit, unstrukturierte Texte zu verstehen, da sie sich nicht zuerst einen Überblick verschaffen und anschließend ins Detail gehen, wodurch sie möglicherweise Zusammenhänge nicht erkennen.

Dies fällt Holisten hingegen leichter. Da sie sich zunächst einen Überblick über das Thema verschaffen und mehrere Informationen aus verschiedenen Bereichen gleichzeitig verarbeiten, haben sie beispielsweise bei längeren Texten eine gute Orientierung. Da sich Holisten einen globalen Eindruck über das Themengebiet verschaffen, erwerben sie sich auch Kenntnisse aus anderen Themengebieten. Allerdings neigen sie dazu, Details zu vernachlässigen, was dazu führen kann, dass bei einer schwierigen Aufgabe vorzeitig aufgegeben wird, da die Details nicht exakt bearbeitet und daher nicht miteinbezogen werden.

Neben den Serealisten und Holisten ist eine dritte Gruppe zu identifizieren: Personen, die keiner dieser Gruppe zugeordnet werden können, werden als „Versatile“ bezeichnet. Sie vereinigen die Vorgehensweisen von Serealisten und Holisten und sind daher zwischen diesen beiden Extremen anzusiedeln.

Die Lerngewohnheit kann daher Auswirkung sowohl das Lernergebnis als auch die Wirkung eines Lernstrategietrainings beeinflussen, weshalb diese Variable im Folgenden erhoben wurde.

4.2. Einfluss des Vorwissens

Bereits in vorangegangenen Kapiteln wurde deutlich, dass das Vorwissen, welches im Allgemeinen das gesamte Wissen einer Person bezeichnet, dynamischer Struktur ist, vor der Bearbeitung einer Aufgabe vorliegt (Krause & Stark, 2006) und bei der Informationsaufnahme sowie der kognitiven Verarbeitung eine wichtige Rolle spielt.

So zeigte sich, dass die Experten gegenüber Novizen bei der Chunk-Bildung (vgl. Kapitel 2.2) Vorteile dahingehend haben, dass sie mehrere Informationen zu einem Chunk zusammenfassen, mental verarbeiten und somit mehr Informationen im Arbeitsgedächtnis gehalten werden können (Seufert, 2003b). Sie haben außerdem mehrere Möglichkeiten an ihr Vorwissen anzuknüpfen und Lerninhalte zu elaborieren.

Daher ist es nicht überraschend, dass nicht alle Lerner gleichermaßen auf verschiedene Unterstützungsangebote reagieren (Pawley et al., 2005; Seufert, 2003b; Seufert, Jänen & Brünken, 2007). Einen Überblick über die „Bedeutung des Vorwis-

sens beim Wissenserwerb mit multiplen Repräsentationen“ (Seufert, 2003b, S. 86) liefert Seufert (2003b) und macht deutlich, dass beispielsweise Experten sogar von inkohärenten Texten profitierten, da sie hierdurch zur mentalen Verarbeitung angeregt wurden, um die Lücken im Text zu füllen. Wohingegen Novizen diese Anforderung nicht erfüllen können und daher an solchen Texten scheitern. Allerdings berichtet Rubitzko (2008) mit Verweis auf Huk, Steinke & Floto (2003), dass vor allem Lernende mit besserem Vorwissen von Bildern, welche nicht relevante Informationen enthalten oder realitätsnahe sind, in ihrem Lernfortschritt behindert werden. Dies wird damit begründet, dass durch diese zusätzlichen Informationen, welche verarbeitet und mit dem Vorwissen abgeglichen werden müssen, zu viele kognitive Ressourcen gebunden werden, um ein erfolgreiches Lernen zu ermöglichen. Außerdem ließen sich bei der Bildverarbeitung Unterschiede zwischen Experten und Novizen hinsichtlich der Blickbewegung und der Extraktion relevanter Merkmale beim Lernen mit Bildern feststellen (Hegarty & Just, 1989).

Aber nicht nur die Art der dargebotenen Repräsentation sondern vor allem die Lernumgebung und die instruktionale Maßnahme haben Einfluss auf den Lernprozess und wirken sich unterschiedlich auf den Lernerfolg einzelner Lerner aus. Phänomene, welche durch die *ability as compensator-Hypothese*, die *ability as enhancer-Hypothese* (Mayer, 2001) oder den *expertise-reversal effect* (Kalyuga, 2005, 2007) benannt werden.

Die *ability as compensator-Hypothese* steht mit der beschriebenen Beobachtung in Einklang, dass Lernende mit größerer Expertise in der Lage sind, mögliche Defizite des gegebenen Lernmaterials durch ihr Vorwissen oder anderer Fähigkeiten auszugleichen. Schwächere Lernende hingegen sind auf Unterstützung angewiesen und profitieren somit von angebotener Unterstützung (Seufert, 2009). Gegensätzlich hierzu besagt die *ability as enhancer-Hypothese*, dass ein ausreichendes Vorwissen vorhanden sein muss, damit Lernende die instruktionale Maßnahme überhaupt nutzen und von ihr profitieren können (Seufert, 2009). Der *expertise reversal effect* hingegen beschreibt Situationen, in denen beispielsweise durch Redundanzen der Lernprozess soweit gestört wird, dass Lernende mit guten Voraussetzungen schlechtere Ergebnisse zeigen als ohne die instruktionale Maßnahme (Seufert, 2009).

Somit sollten beim Aufbau und der Analyse von Fördermaßnahmen das Vorwissen der Teilnehmer beachtet werden.

4.3. Die kognitive Belastung und ihre Bedeutung für den Lernprozess

Wie in Abschnitt 2.2 erläutert, ist die Kapazität des Arbeitsgedächtnisses beschränkt. Da demnach nur eine gewisse Anzahl von Elementen verarbeitet werden kann, wurde die *Cognitive Load Theory* entwickelt, um die Effekte, welche das Instruktionsdesign auf die Konstrukte *kognitive Belastung* und *Lernen* ausübt, erklären zu können (Moreno & Park, 2010; Renkl, Atkinson & Große, 2004) und gleichzeitig gezielt das Instruktionsdesign dahingehend verbessern zu können, dass das Arbeitsgedächtnis nicht überlastet wird (Kalyuga, Chandler & Sweller, 1999). Demnach sollte Lernmaterial so konstruiert werden, dass die Verarbeitungs- und Speicherprozesse minimiert werden, sodass jeder load, welcher nicht für die Schema-Bildung und somit für das Lernen notwendig ist, vermieden wird (Renkl et al., 2004; Kalyuga et al., 1999).

Die *Cognitive Load Theory* bezieht sich demnach auf die Beziehung zwischen dem Arbeitsgedächtnis, welches, wie beschrieben, beschränkt ist und dem Instruktionsdesign (Pawley et al., 2005). Da aber beide auf einer Bandbreite von hoch bis niedrig variiert werden können und demnach die unterschiedlichen Lernsituationen verschiedene Arten des Cognitive Load hervorrufen können, werden drei Load-Arten unterschieden: *intrinsic cognitive load*, *extraneous cognitive load* und der *germane cognitive load*.

Intrinsic cognitive load (ICL). Diese Art des loads wird durch die Elementinteraktivität (Seufert, Jänen & Brünken, 2007; Sweller, 2005) und der Komplexität des Lernmaterials (Renkl et al., 2004; Pawley et al., 2005) bestimmt. Moreno und Park (2010) erläutern dabei, dass der ICL mittels der Anzahl der gegebenen Elemente im Lernmaterial, welche gleichzeitig mental verarbeitet werden müssen, geschätzt werden kann. Aber der ICL wird gleichzeitig von zwei Faktoren bestimmt (Seufert, Jänen & Brünken, 2007), nämlich durch die Elementinteraktivität einerseits und den Lerner, genauer gesagt dessen Vorwissen, andererseits.

Die Elementinteraktivität wächst mit der Anzahl der Elemente, die im Arbeitsgedächtnis verarbeitet werden müssen, an. Demnach wird das Arbeitsgedächtnis mit wachsender Zahl an Elementen oder verwendeter Repräsentationen stärker beansprucht und der ICL wird größer (Pawley et al., 2005).

Andererseits können, wie in Abschnitt 2.2 beschrieben, Experten Informationen besser gruppieren und verfügen über mehr Schemata, sodass abhängig vom Vorwissen und je bekannter ein gewisser Lerninhalt oder eine gewisse Repräsentation für den

4.3. Die kognitive Belastung und ihre Bedeutung für den Lernprozess

Lernenden sind, die Elementinteraktivität sinkt und der ICL für diese Person weniger hoch eingeschätzt werden kann.

Extraneous cognitive load (ECL). Der ECL wird durch den Aufbau sowie die Gestaltung des Lernmaterials hervorgerufen (Pawley et al., 2005; Seufert, Jänen & Brünken, 2007) und bezieht sich daher auf nachteilige Effekte, welche durch das Design hervorgerufen werden. Denn er wird verursacht durch jegliche mentale Aktivität, die der Lernende aufbringen muss, um die Aufgabe und den Arbeitsauftrag zu verstehen oder auch um relevante Informationen aus dem dargebotenen Material heraus zu filtern (Pawley et al., 2005; Renkl et al., 2004). Daher sollte dieser „unnötige“ load durch eine gute Darstellung des Arbeitsmaterials vermieden werden.

Germane cognitive load (GCL). Wie der ECL wird auch der GCL durch das Instruktionsdesign beeinflusst (Paas, Renkl & Sweller, 2003) sowie durch die Anstrengung des Lernalers (Seufert, Jänen & Brünken, 2007). Aber während der ECL dem Lernerfolg entgegenwirkt, besteht zwischen dem GCL und dem Lernen eine positive Beziehung (Moreno & Park, 2010). Diese Art von kognitiver Belastung ist daher positiv für den Lernerfolg, da er alle Aktivitäten, die zur Schemabildung oder zur Automatisierung verwandt werden, bezeichnet. Somit führt der GCL direkt zum Lernen.

Es wird davon ausgegangen, dass diese drei load-Arten additiv sind und gemeinsam das Arbeitsgedächtnis beanspruchen. Allerdings kann die Kapazitätsbeschränktheit des Arbeitsgedächtnisses dabei zu Problemen führen. Wird ein einfacher Lerninhalt in einer geeigneten Darstellung dargeboten, wie im nachfolgenden Schema in Abbildung 4.1, so sind der ICL und der ECL gering genug, sodass das Arbeitsgedächtnis nicht ausgelastet ist und genug Kapazität für den germane load zur Verfügung steht.

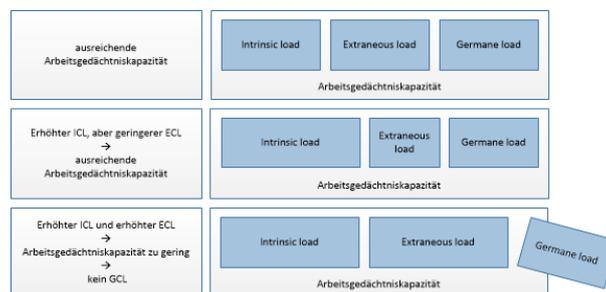


Abbildung 4.1.: Addition der drei Load-Arten

4. Einflussfaktoren auf den Lern- und Trainingserfolg

Ist nun aber der Lerninhalt komplexer und außerdem die Darstellung weniger geeignet, so erhöht sich neben dem ICL auch der ECL. Denn der Lernende benötigt seine kognitiven Kapazitäten, um die ungeeignete Darstellung auszugleichen, die relevanten Elemente zu identifizieren und den Lerninhalt zu verarbeiten. Dadurch ist das Arbeitsgedächtnis allerdings soweit ausgelastet, dass, wie in der mittleren Darstellung gezeigt, keine Kapazität mehr für den GCL übrig ist. Eine solche Konzeption des Lernmaterials wäre demnach für das Lernen hinderlich.

Da die Komplexität des Lerninhalts nicht variiert werden kann, sollte in einem solchen Fall der ECL verringert werden, sodass wieder Arbeitsgedächtniskapazität für eine aktive Verarbeitung des Lerninhalts zur Verfügung steht (Seufert, Jänen & Brünken, 2007; Moreno & Park, 2010; Seufert, 2018). In einem solchen Fall sollte nun die Schemabildung und Automatisierung angeregt werden, sodass die frei werdende Arbeitsgedächtniskapazität für den GCL genutzt wird (Paas et al., 2003; Moreno & Park, 2010).

Aktuell wird das Konzept von *intrinsic*, *extraneous* und *germane cognitive load* allerdings diskutiert, wobei vorgeschlagen wird, dass vor allen Dingen die Konzeption des GCL überdacht werden muss (Ayres, Sweller & Kalyuga, 2011; Kalyuga, 2011). ICL und ECL können eindeutig dem Inhalt bzw. Lernmaterial zugeordnet werden, weshalb ihre Rolle in der aktuellen Forschung eindeutig ist. GCL hingegen impliziert, wie bereits erwähnt, die Anstrengung die ein Lernender aufwendet um den Inhalt tiefer zu verstehen und mentale Modelle zu generieren. Diese Belastung entsteht nicht wie bei ICL und ECL durch externe Gegebenheiten sondern durch den investierten Einsatz des Lernenden.

In dieser Arbeit werden auch aufgrund der Unterscheidungs- und Verständnissfähigkeit von Schülern, wie von Taxis (2010) bereits vorgeschlagen, nur der *active* und der *passive load* (Taxis, Gutmann & Seufert, 2010), betrachtet. Hierbei wird unterschieden, ob vom Lernenden aktiv eine Anstrengung unternommen (GCL) wird oder ob der load dem Lernmaterial inne wohnt und somit passiv (ICL und ECL) auf den Lernenden einwirkt.

Teil II.

Empirischer Teil

5. Empirische Fragestellungen

Basierend auf den theoretischen Ausführungen sollen nun mit Hilfe der empirischen Studien drei zentrale Aspekte betrachtet und analysiert werden: Ausgehend von der Erkenntnis, dass multiple Repräsentationen sowohl Lerninhalt als auch Bestandteil des alltäglichen Lebens sind, demnach ein flexibler Umgang mit diesen erstrebenswert ist, aber gleichzeitig durch alle Altersschichten hindurch große Probleme im Umgang mit Repräsentationen durch verschiedene Studien aufgezeigt wurden und diese vor allem im Bereich des Verbalisierens gravierend sind, sollen zunächst die Schülerfähigkeiten in diesem Bereich näher analysiert werden.

Deshalb ist es Ziel der ersten Studie die Frage zu beantworten, welche Fähigkeiten Lernende beim Verbalisieren von Repräsentationen haben. Da hinsichtlich des Verbalisierens drei Ebenen differenziert werden können (Dölling, 1999b), soll untersucht werden, ob die Schüler auf diesen Ebenen unterschiedlich gut verbalisieren können. Während die *Ebene der mathematischen Syntax* sich auf das reine Beschreiben oberflächlicher Merkmale der Repräsentation beschränkt, stehen bei der *Ebene der mathematischen Semantik* das Verständnis der Fachsprache und bei der *Ebene der kontextbezogenen Semantik* die Einbettung der in der Repräsentation gegebenen Informationen in einen alltäglichen Rahmen im Vordergrund. Daher ist es interessant zu untersuchen, ob sich die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler zu Verbalisieren zwischen den verschiedenen Ebenen unterscheiden. Welche Fragestellungen im Detail untersucht werden und welche Hypothesen sich aus der Theorie ableiten lassen, wird in Abschnitt 6.1 beschrieben.

Da basierend auf der theoretischen Grundlage davon auszugehen ist, dass Defizite im Bereich des Verbalisierens identifiziert werden und auch die Fähigkeiten in den Bereichen der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation defizitär sind, stellt sich die Herausforderung, der Problematik entgegenzuwirken und effektive instruktionale Fördermaßnahmen zu entwickeln, um Lernenden den Umgang mit multiplen Repräsentationen zu erleichtern und diese in die Lage zu versetzen, einerseits Repräsentationen Informationen zu entnehmen und diese Informationen zu integrieren und andererseits eigenständig Repräsentationen zu erstellen. Daher wurde

5. Empirische Fragestellungen

die Lernleistung in die Bereiche Rezeption, Produktion, Integration und Transformation differenziert, um feststellen zu können, wo sich die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler fördern lassen.

Für diese Entwicklung von Strategien wurde ein zweistufiges Modell angewandt. Zunächst wurden die ausgewählten instruktionalen Maßnahmen zu einem Trainingsmodul zusammengestellt, im Labor angewandt und deren Effektivität analysiert. So sollte die übergeordnete Frage „Wie wirksam ist ein Training im Labor in den Bereichen der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation“ in der zweiten Studie untersucht werden. Die in Studie 2 untersuchten Fragestellungen werden in Abschnitt 7.1 differenziert dargestellt. Anschließend wurden die geeignetsten Strategien ausgewählt und im Feld in den Schulalltag implementiert. Weshalb in Studie 3 dann die Frage beantwortet werden sollte, wie wirksam sich das in den Unterricht implementierte Training auf die Prozesse der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation auswirkt (vgl. Abschnitt 8.1).

6. Studie 1

6.1. Zielsetzung und Fragestellungen

Da empirische und theoretische Befunde darauf hinweisen, dass Lernende Probleme beim Lernen mit multiplen Repräsentationen in der Mathematik haben (Ainsworth, 1999) und vor allem Defizite beim Verbalisieren von mathematischen Informationen aufweisen (Geiger, Stradtmann & Vogel, 2011), ist Ziel dieser ersten Studie zu analysieren, wo die größten Schwierigkeiten beim Verbalisieren auftreten. Daher wurde entweder ein Graph, eine Tabelle oder eine Funktionsgleichung dargeboten und die Versuchspersonen aufgefordert, dieser Repräsentation Informationen zu entnehmen und in Worte zu fassen. Um zusätzliche Informationen über den Einfluss weiterer Faktoren, wie zum Beispiel der verbalen und logischen Fähigkeiten, der Lerngewohnheit oder der Gedächtniskapazität auf die Arbeit mit multiplen Repräsentationen zu erhalten, wurden diese Faktoren in der ersten Studie ebenfalls berücksichtigt, weshalb die im Folgenden detailliert beschriebenen Fragestellungen untersucht werden können.

6.1.1. Auf welcher Ebene der Verbalisationsebenenmatrix verbalisieren Lernende am ehesten?

Ausgehend von den theoretischen Befunden (Acevedo Nistal et al., 2010; Brenner et al., 1997; Geiger et al., in Vorbereitung; Leinhardt et al., 1990; Pummer, 2000; Stradtmann, 2010) erschien es notwendig, zunächst genauer zu analysieren, welche Fähigkeiten Schülerinnen und Schüler hinsichtlich des Verbalisierens von Informationen aus gegebenen Repräsentationen haben.

Zu allererst stellte sich dabei die Frage, welche Informationen Lernende spontan nennen und auf welcher Verständnisebene die Antworten einzuordnen sind. Verbalisieren Lernende nun spontan auf der Ebene der *mathematischen Syntax*, *mathematischen Semantik* oder *kontextbezogenen Semantik*? Ausschlaggebend für eine mögliche Vorhersage sind aber neben den Charakteristiken dieser Ebenen auch die Eigenschaften der Repräsentationen, deren Informationen in Worte gefasst werden

6. Studie 1

sollen. Daher werden nun die Repräsentationen Graph, Tabelle und Funktionsgleichung einzeln betrachtet und hierfür Hypothesen generiert.

Obwohl es sich bei Funktionsgleichungen und Tabellen um Deskriptionen handelt, während Graphen zu den Depiktionen gezählt werden, müssen auf Grund der speziellen Eigenschaften von Tabellen und Funktionsgleichungen Unterscheidungen gemacht werden.

Bei Funktionsgleichungen handelt es sich um abstrakte Darstellungen, bei denen für eine Verbalisierung auf der Ebene der *kontextbezogenen Semantik* viele Informationen selbstständig hineingedacht werden müssen und somit ein synthetisches Ablesen (vgl. Abschnitt 2.3.4) erforderlich wäre, weshalb davon ausgegangen werden kann, dass wenige Lernende die gegebenen Informationen in einen Kontext einbetten und stattdessen eine andere Ebene bevorzugen (Leinhardt et al., 1990). Fraglich ist nun, welche Ebene von den Lernenden bevorzugt wird.

Die Ebene der *mathematischen Semantik* beinhaltet die Fachsprache sowie das Verständnis derer, wohingegen für die Ebene der *mathematischen Syntax* das Nennen in den Vordergrund tretender Merkmale ist, was im Fall der Funktionsgleichung ein einfaches Vorlesen wäre. Allerdings ist auf Grund der Tatsache, dass Funktionsgleichungen für Lernende ausschließlich im schulischen Zusammenhang relevant sind und außerhalb dessen nicht in Augenschein treten, zu vermuten, dass Lernende im Zusammenhang mit Funktionsgleichungen von einem bloßen Vorlesen absehen und stattdessen die Fachsprache anwenden und auf der Ebene der *mathematischen Semantik* verbalisieren. Auch hier spielt die Verarbeitungstiefe eine entscheidende Rolle: Um auf der Ebene des mathematischen Kontexts zu verbalisieren, müsste die gegebene Repräsentation vollständig verarbeitet und ein mentales Modell generiert werden. An diesem könnten dann die benötigten Informationen abgelesen und verbalisiert werden. Eine Verbalisierung auf der Ebene der *mathematischen Semantik* wäre zwar bereits ausgehend von der Textoberflächenrepräsentation möglich, da hierfür lediglich die Symbole verarbeitet werden müssen. Dies gilt aber in diesem Falle auch für die Verbalisierung auf der Ebene der mathematischen Semantik, da nicht nach der Bedeutung oder dem Verständnis der Symbolik gefragt wird, sondern lediglich auswendig gelernte Begriffe verwendet werden können.

Tabellen und Graphen hingegen sind durch andere Merkmale gekennzeichnet: Wie in der Theorie beschrieben, können ihnen Informationen schnell entnommen und sowohl der Zuordnungs- als auch der Kovariationsaspekt können erkannt werden (Malle, 2000b; Vollrath, 1989). Bei der Tabelle ist die Proportionalität erkennbar, während die Geradlinigkeit, welche beim Graphen einer linearen Funktion sichtbar

wird, schwerer zu entnehmen ist. Auch handelt es sich bei einer Tabelle, wie erwähnt, um eine Deskription, deren Verarbeitungsreihenfolge vorgegeben ist (Schnotz, 1994). Dennoch können für Tabellen und Graphen dieselben Annahmen generiert werden. Denn auch bei Graphen kann davon ausgegangen werden, dass sie von links nach rechts gelesen werden (im europäischen Sprachgebiet üblich) und somit eine Verarbeitungsreihenfolge vorzufinden ist (Seifert, 1995). Dies wird nämlich auf Grund der Skalierung auf der x-Achse vorgegeben, da diese von links nach rechts ansteigend ist. Da diese beiden Repräsentationen sowohl im Alltag als auch in der Schule in anderen Zusammenhängen auftreten, ist davon auszugehen, dass die Schüler diese nicht nur in den Kontext der linearen Funktionen einbetten und daher nicht die Fachsprache anwenden. Daher ist nicht zu erwarten, dass Schüler spontan auf der Ebene der *mathematischen Semantik* verbalisieren. Außerdem stellt Leinhard (1990) fest, dass Schüler Graphen eher wie Tabellen benutzen und aus diesen vielmehr einzelne Punkte ablesen, anstatt die dargestellte Situation zu analysieren oder den gesamten Graphen zu betrachten. Da, wie beschrieben, das Kontextualisieren erfordert, dass fehlende Informationen selbstständig konstruiert werden und hingegen bei diesen beiden Repräsentationen durchaus hervortretende Merkmale, wie spezielle Punkte, erkennbar sind, ist davon auszugehen, dass die meisten Versuchspersonen bei beiden Repräsentationsarten spontan auf der Ebene der *mathematischen Syntax* verbalisieren.

Diese Annahme lässt sich mit Blick auf das integrierte Modell des Text- und Bildverstehens (Schnotz & Bannert, 1999) verfestigen: Das Verbalisieren auf der Ebene der *mathematischen Semantik* erfordert ein vollständiges Verständnis der Repräsentation und somit, dass ein mentales Modell von dieser generiert wurde, von dem dann die Informationen wieder abgelesen werden können. Um auf der Ebene der *mathematischen Syntax* verbalisieren zu können, ist eine solche vollständige Verarbeitung und ein damit einhergehendes mentales Modell nicht notwendig. Es wäre ausreichend, die Repräsentation bis zur Textoberflächenrepräsentation bzw. zur visuellen Vorstellung zu verarbeiten und daran die Informationen abzulesen. Da festgestellt wurde, dass Lernende häufiger diese „Abkürzung“ (Hopp & Wagner, 2010) wählen, kann davon ausgegangen werden, dass sie auch in diesem Fall die Repräsentationen nur oberflächlich verarbeiten und somit auf der Ebene der *mathematischen Syntax* verbalisieren. Diese Vermutung kann auch durch die Erkenntnis von Healy und Hoyles (1998) bestärkt werden, dass Schülerinnen und Schüler zwar eigentlich visuelle Darstellungen verständlicher finden, aber davon ausgehen, dass sie für formale Darstellungen eine bessere Noten erhalten. Diese Überzeugung könnte auch in dieser Studie dazu führen, dass auf der Ebene der mathematischen Semantik verbalisiert wird.

6. Studie 1

Zusammenfassend lassen sich für die folgende Fragestellung demnach zwei Hypothesen ableiten:

Frage 1. Auf welcher Ebene der Verbalisationsebenenmatrix verbalisieren Lernende spontan?

Hypothese 1a. Die Lernenden verbalisieren Informationen aus Graphen und Tabellen am ehesten auf der Ebene der *mathematischen Syntax*.

Hypothese 1b. Lernende verbalisieren Informationen aus Funktionsgleichungen am ehesten auf der Ebene der *mathematischen Semantik*.

6.1.2. Auf welcher Ebene der Verbalisationsebenenmatrix zeigen Lernende die größten Defizite beim Verbalisieren?

Um nun die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler genauer differenzieren zu können, wurden ihnen Fragen mit unterschiedlichen Prompts vorgelegt. Durch diese Prompts sollte bewirkt werden, dass die Lernenden entweder auf der Ebene der *mathematischen Syntax*, *mathematischen Semantik* oder *kontextbezogenen Semantik* verbalisierten, da nach dem Phasenmodell der Strategieentwicklung (Favell, Miller & Miller, 1993; Hasselhorn & Grube, 2006; Schlagmüller & Schneider, 2002 zit. nach Seufert, Zander & Brünken, 2007, S. 35) davon ausgegangen werden kann, dass die Schülerinnen und Schüler der 9. Klasse die Stufe des *Produktionsdefizits* (vgl. Abschnitt 3.2) erreicht haben.

Die Antworten auf den Ebenen der *mathematischen Syntax*, *mathematischen Semantik* oder *kontextbezogenen Semantik* sollten dann hinsichtlich der Lösungswahrscheinlichkeit verglichen werden, um herauszufiltern, wo die größten Defizite der Schülerinnen und Schüler zu finden sind.

Wie bereits erwähnt, ist davon auszugehen, dass es Schülerinnen und Schüler leicht fällt, oberflächliche Merkmale zu nennen. Für diese Leistung muss keine der Repräsentationen tiefgründig analysiert werden, weshalb es ausreichend wäre, die Repräsentation nur subsemantisch zu verarbeiten und die Informationen dann an der Textoberflächenrepräsentation bzw. an der visuellen Vorstellung abzulesen.

Eine Verbalisierung auf der Ebene der *mathematischen Semantik* oder der *kontextbezogenen Semantik* stellt dabei eine größere Herausforderung dar:

Um auf der Ebene der *mathematischen Semantik* verbalisieren zu können, müssen zwei Voraussetzungen erfüllt sein. Zum einen muss dem Lernenden die passende Fachsprache geläufig sein und zum anderen muss er diese Begrifflichkeit passend zur

gegebenen Repräsentation anwenden können. Demnach muss neben der Bedeutung der Fachsprache auch die Repräsentation mental vollständig verarbeitet werden, so dass die gegebenen Informationen mit der Fachsprache abgeglichen werden können. Für diese Aufgabe müssen demnach auch mehrere Informationen im Arbeitsgedächtnis verarbeitet werden, während für das Verbalisieren auf der Ebene der *mathematischen Syntax* stets nur eine Information ausgelesen und genannt werden muss. Es ist hier nicht notwendig, mehrere Informationen miteinander zu vergleichen oder im Arbeitsgedächtnis zu halten.

Dies ist für eine Verbalisierung auf der Ebene der *kontextbezogenen Semantik* allerdings wiederum notwendig: Es muss hier zunächst die Repräsentation und somit die Funktion als Ganzes verstanden und ein Überblick über die gegebene Situation gewonnen werden. Dies bedeutet, dass die Repräsentation vollständig verarbeitet und ein mentales Modell dieser mental generiert werden muss. Wie bereits erwähnt, müssen die gegebenen Informationen nun mit passenden Informationen aus der realen Welt angereichert werden. Dies bedeutet, dass ähnlich wie für das Verbalisieren auf der Ebene der *mathematischen Semantik*, das Vorwissen aus dem Langzeitgedächtnis in das mentale Modell integriert werden muss.

Es stellt sich demnach die Frage, welche Verarbeitungsprozesse anspruchsvoller und somit schwieriger zu bewerten sind und ob nun eine Verbalisierung auf der Ebene der *mathematischen Semantik* oder der *kontextbezogenen Semantik* als herausfordernder einzustufen ist. Beides erfordert, dass ein mentales Modell der gegebenen Repräsentation generiert und mit anderen Informationen abgeglichen werden muss. Allerdings handelt es sich einmal um mathematische Begriffe und beim anderen um Wissen, das völlig selbstständig generiert werden muss. Da stets lineare Funktionen dargestellt werden und der mit diesen in Verbindung stehende Begriffepool recht überschaubar ist, scheint es anspruchsvoller zu sein, passende Informationen aus dem alltäglichen Leben auszuwählen und somit auf der Ebene der *kontextbezogenen Semantik* zu verbalisieren. Es wird demnach folgende Hypothese zur Frage 2 aufgestellt.

Frage 2. Auf welcher Ebene der Verbalisationsebenenmatrix zeigen die Schülerinnen und Schüler die geringste Lösungswahrscheinlichkeit beim Verbalisieren?

Hypothese 2. Die Schülerinnen und Schüler der 9. Klassen zeigen die geringste Lösungswahrscheinlichkeiten beim Verbalisieren auf der Ebene der *kontextbezogenen Semantik*.

6.1.3. Unterscheiden sich die Fähigkeiten zu Verbalisieren von Schülerinnen und Schülern in Abhängigkeit vom Vorwissen?

Ausgehend von der obigen Fragestellung und der hierzu aufgestellten Hypothese, ist es nun fraglich, ob die Lösungswahrscheinlichkeit für die unterschiedlichen Ebenen abhängig vom Vorwissen ist. Wie oben beschrieben, muss für eine Verbalisierung auf der Ebene der *mathematischen Semantik* sowie der Ebene der kontextbezogenen Semantik die Repräsentation mental vollständig verarbeitet und mit vorhandenen Schemata abgeglichen werden. Da davon ausgegangen werden muss, dass Schülerinnen und Schüler, welche über ein höheres Vorwissen verfügen als solche mit geringerem Vorwissen, dies besser gelingt (vgl. Abschnitt 4.2), kann geschlossen werden, dass diese auf den genannten Ebenen besser verbalisieren. Daher kann folgende Hypothese generiert werden:

Frage 3. Unterscheiden sich die erzielten Lösungswahrscheinlichkeiten beim Verbalisieren von Schülerinnen und Schülern in Abhängigkeit vom Vorwissen?

Hypothese 3a. Es besteht eine Interaktion zwischen dem Vorwissen und der Lösungswahrscheinlichkeit auf den einzelnen Ebenen, so dass Lernende mit einem hohen Vorwissen (nach Mediansplit) auf der Ebene der *mathematischen Semantik* besser verbalisieren.

Hypothese 3b. Es besteht eine Interaktion zwischen dem Vorwissen und der Lösungswahrscheinlichkeit auf den einzelnen Ebenen, so dass Lernende mit einem hohen Vorwissen auf der Ebene der *kontextbezogenen Semantik* besser verbalisieren.

6.1.4. Welchen Einfluss haben die Anzahl der dargebotenen Repräsentationen und deren Abstraktionsebene auf die Lösungswahrscheinlichkeit?

Wie in den theoretischen Grundlagen (vgl. Kapitel 2.3) dargelegt, können Repräsentationen entweder in die mathematische oder die reale Ebene eingeordnet werden. Dies spielt vor allem beim Verbalisieren auf der Ebene der *kontextbezogenen Semantik* eine Rolle, da hier entweder der Kontext schon in der Repräsentation vorgegeben ist oder selbstständig rekonstruiert werden muss. Diese selbstständige Rekonstruktion erfordert es, dass die gegebene Repräsentation zunächst im Sinne des integrierten Modells des Text und Bildverstehens (Schnotz & Bannert, 1999) verstanden wird

und dann das mentale Modell mit dem bereits vorhandenen Wissen integriert wird. Dieses erfordert zwei Prozesse, nämlich die mentale Verarbeitung der gegebenen Repräsentation sowie deren Integration mit dem Vorwissen. Das heißt eigenes Vorwissen muss abgerufen und mit der gegebenen Repräsentation abgeglichen und dann ggf. integriert werden.

Ist hingegen die Repräsentation in die reale Modellebene einzuordnen, so wäre dieser abschließende Schritt nicht mehr zu leisten. Denn an dieser Stelle müssen nicht mehr eigene Informationen ergänzt werden. Aus diesem Grund, ist davon auszugehen, dass Lernende größere Schwierigkeiten damit haben, Informationen einer Repräsentation auf der abstrakten Modellebene zu verbalisieren.

Des Weiteren ist es möglich, entweder nur eine einzelne Repräsentation oder aber mehrere Repräsentationen vorzugeben. Hier ist davon auszugehen, dass es Schülerinnen und Schülern leichter fällt, die Information einer Repräsentation zu verbalisieren. Sind nämlich mehrere Repräsentationen vorgegeben, so muss zunächst jede einzelne Repräsentation verstanden werden (Schnotz, 2001), dann müssen diese Repräsentationen integriert werden, bevor der eigentliche Transformationsschritt, nämlich das Verbalisieren, stattfinden kann.

Um die Frage beantworten zu können, mit welcher Aufgabenstellung Lernende die größten Schwierigkeiten haben, wurden diese vier Möglichkeiten miteinander kombiniert und entweder eine oder mehrere Repräsentationen auf der realen Modellebene oder eine oder mehrere Repräsentationen auf der abstrakten Modellebene vorgegeben. Dabei wird angenommen, dass Lernende die größten Schwierigkeiten mit einer Verbalisation aus mehreren Repräsentationen auf der abstrakten Modellebene haben.

Frage 4. Welchen Einfluss haben die Anzahl der dargebotenen Repräsentationen und deren Abstraktionsebene auf die Lösungswahrscheinlichkeit?

Hypothese 4. Lernende haben die größten Schwierigkeiten mit einer Verbalisation aus mehreren Repräsentationen auf der abstrakten Modellebene.

Außerdem war die mentale Anstrengung der Lernenden bei der Aufgabenbearbeitung von Interesse, um diese möglicherweise bei der Bewertung der Ergebnisse einbeziehen zu können. Aus der Kenntnis der notwendigen kognitiven Prozesse bei der Verarbeitung verschiedener Repräsentationen lassen sich die Hypothesen aus der *Cognitive Load Theory* (vgl. Abschnitt 4.3) ableiten:

6. Studie 1

explorative Frage. Berichten die Lernenden bei der Bearbeitung der Aufgaben eine unterschiedliche mentale Anstrengung sowie einen unterschiedlichen active und passive load?

Nach Beobachtungen in einer Vorstudie (Felsmann, 2011; Geiger, Felsmann, Vogel & Seufert, 2012) kann davon ausgegangen werden, dass beim Verbalisieren auf der Ebene der *mathematischen Semantik* der active load höher ist, während auf der Ebene der *kontextbezogenen Semantik* von einem höheren passive load berichtet wird. Lernende setzen sich beim Verbalisieren auf der Ebene der *mathematischen Semantik* selbst unter Druck, da sie der Meinung sind, dass von ihnen das fachliche Wissen erwartet wird. Daher wird eine hohe Anstrengung unternommen, um diese Aufgabenstellungen zu bearbeiten.

Die Ebene der kontextbezogenen Semantik schien für Lernende dahingegen schwerer zu sein, da die gegebene Repräsentation näher analysiert und deren Kontext verstanden werden musste. Daher kann hier ein höherer passiv load erwartet werden.

6.2. Methode

6.2.1. Stichprobe

Die Untersuchung fand im Schuljahr 2010/2011 an zwei Gymnasien, eines in Ulm ($n = 47$) und eines in Stuttgart ($n = 41$), statt. Das Alter der Schüler und Schülerinnen in den ausgewählten 9. Klassen lag zwischen 14 und 17 Jahren ($M = 14.45$, $SD = 1.58$). Von diesen Versuchspersonen waren 68,75 % weiblich, so dass der Anteil der Schülerinnen etwas höher war.

6.2.2. Design

Zur Überprüfung der Hypothesen wurden als abhängige Variablen in dieser quasi-experimentellen Querschnittstudie mit With-in-subject-Design die Lösungsgüte erhoben, welche über Aufgaben erfasst wurde, in denen die Probanden mathematische Aspekte verbalisieren sollten.

Kontrollvariablen. Zusätzlich zu der abhängigen Variablen wurden mehrere Kontrollvariablen erhoben, die das Vermögen Informationen aus Repräsentationen zu verbalisieren der Lernenden beeinflussen könnten. Eine dieser Kontrollvariablen war

das Vorwissen, welche zur Beantwortung der Frage 3a in drei Stufen, nämlich geringes, mittleres und hohes Vorwissen bzgl. den verwendeten Repräsentationen sowie der linearen Funktionen, einbezogen wurde. Die Einteilung der Probanden erfolgte, in dem die Stichprobe am 33 und 67 Perzentil der Verteilung des Vorwissens in drei Gruppen getrennt wurde. Hierdurch ergab sich eine Gruppe mit hohem Vorwissen ($n = 25$), eine mit mittlerem Vorwissen ($n = 24$) und eine Gruppe mit geringem Vorwissen ($n = 26$).

Die Einflüsse der weiteren Kontrollvariablen wie, logische und verbale Fähigkeiten, Alter, Geschlecht und Gedächtnisspanne sowie die Lerngewohnheiten wurden kontrolliert und, falls ein Einfluss auf die jeweilige abhängige Variable ermittelt wurde, als Kovariate in die Analyse miteinbezogen.

Abhängige Variable. Da untersucht werden sollte, wie die Fähigkeit der Schülerinnen und Schüler auf den Ebenen *mathematische Syntax*, *mathematische Semantik* und *kontextbezogene Semantik* zu verbalisieren variiert, wurde als abhängige Variable die Lösungswahrscheinlichkeit erfasst. Diese abhängige Variable hatte die Stufen *mathematisch Syntax*, *mathematische Semantik*, *kontextbezogene Semantik*. Außerdem wurde auf der Stufe der *kontextbezogenen Semantik* hinsichtlich der Repräsentationen Funktionsgleichung, Graph und Tabelle ausdifferenziert. Hinsichtlich der Repräsentationen Graph und Tabelle ergaben sich zusätzlich die weiteren Stufen „eine Repräsentation auf der mathematischen Modellebene“, „mehrere Repräsentationen auf der mathematischen Modellebene“ sowie „eine Repräsentation auf der realen Modellebene“ und „mehrere Repräsentation auf der realen Modellebene“.

Außerdem war von Interesse, wie die Schülerinnen und Schüler während der Aufgabenbearbeitung den cognitive load einschätzen. Daher wurde nach jeder Aufgabe neben der mentalen Anstrengung auch die Selbsteinschätzung des active und passive loads erhoben. Es wurde demnach abgefragt, wie sehr sich der Lernende bei der Bearbeitung der Aufgabe aktiv mental angestrengt hat (active load) und wie mental anstrengend die Aufgabe empfunden wurde (passive load).

6.2.3. Untersuchungsmaterial

Material und Instrumente zur Erhebung der Kontrollvariablen

Im Folgenden werden nun die einzelnen Erhebungsverfahren und eingesetzten Tests bzw. Fragebögen, die alle im Anhang zu finden sind, geschildert. Wie aus Tabelle 6.1 hervorgeht, wurden die Variablen zum einen objektiv über Fragebogen und Tests und

6. Studie 1

zum anderen subjektiv über Selbstauskünfte, die ebenfalls über Fragebögen erfasst wurden, erhoben.

Tabelle 6.1.: Übersicht über die erhobenen Variablen

	Was?	Wie?
abhängige Variable	Lösungswahrscheinlichkeit. Anzahl der Schüler	Aufgabenheft/objektiv
Kontrollvariable	personenbezogene Daten logisches Denken sprachliche Fähigkeiten Gedächtnisspanne Vorwissen Lerngewohnheit cognitive load	Fragebogen/objektiv Test/objektiv Selbstauskunft/subjektiv
unabhängige Variablen	Einteilung in hohes, mittleres und geringes Vorwissen Einteilung in hohe und geringe lo- gische Fähigkeiten Einteilung hinsichtlich der Lernge- wohnheit	

Bei der Instruktion der Schülerinnen und Schüler wurde allerdings bei allen Fragebögen gleich vorgegangen: Sie wurde zunächst gemeinsam gelesen, wobei die Instruktion durch die Versuchsleitung laut vorgelesen wurde und die Versuchspersonen leise mitlasen. Anschließend wurden alle noch offenen Fragen geklärt, so dass sicher gestellt war, dass alle Schülerinnen und Schüler die Aufgabe richtig verstanden hatten.

Code und demographische Daten. Zu allererst wurde jedem Schüler ein Bogen, mit dessen Hilfe er sich einen persönlichen Code erstellen kann, ausgeteilt. Dieser persönliche Code dient bei dieser ersten Studie dazu, die Anonymität der Schüler zu wahren. Bei den weiteren Studien eröffnet dieser Code außerdem die Möglichkeit, die bei verschiedenen Messzeitpunkten erhobenen Daten einer Person zuzuordnen. Der Bogen zur Erstellung des Codes ist in Anhang A.1 ersichtlich.

Anschließend wurden mit Hilfe des Fragebogens „Fragen über dich“ persönliche Daten über den Schüler erhoben. Dabei folgten auf die Instruktion

„Wir möchten dir zuerst ein paar Fragen über dich stellen“

Fragen nach dem Geschlecht, dem Alter, der Klasse und dem Klassenlehrer jedes einzelnen Schülers (siehe Anhang A.2).

Logisches Denken. Zur Feststellung der numerischen Intelligenz wurde aus dem „I-S-T 2000R (Intelligenz-Struktur-Test 2000R)“ (Liepmann, Beauducel, Brocke & Amthauer, 2007) die Aufgabengruppe „Zahlenreihen (ZR)“ ausgewählt. Der I-S-T 2000R besteht aus einem Grundmodul, welches 9 Aufgabengruppen beinhaltet und zwei unterschiedlichen Merkaufgaben. Berichtet werden hier sowie für alle anderen Test die Lösungswahrscheinlichkeiten.

Da die numerische Intelligenz zum Lösen von mathematischen Aufgaben und dem logischen Denken Ausschlag gebend ist, wurde aus zeitökonomischen Gründen nur die Aufgabengruppe „Zahlenreihen“ (siehe Anhang A.3) ausgewählt. Hierbei handelt es sich um 20 Aufgaben, bei denen jeweils eine Zahlenreihe, vergleichbar mit der in Abbildung 6.1 dargestellten, gegeben ist. Die Aufgabe der Schüler besteht dann darin, die jeweils letzte Zahl zu ergänzen. In dem hier gezeigten Beispiel ist jede Zahl um zwei größer als die vorhergehende, weshalb die Zahl 16 zu ergänzen wäre.

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

Abbildung 6.1.: *Beispielitem zur Erfassung der numerischen Fähigkeiten*

Für die Bearbeitung dieses Tests, dessen Instruktion

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

lautet, standen den Probanden 10 Minuten zur Lösung zur Verfügung. Um sicher zu gehen, dass die Aufgabenstellung richtig verstanden wurde, beinhaltet die Instruktion zwei Beispielaufgaben, welche der Testleiter gemeinsam mit den Schülern durchgeht und mögliche Fragen klärt.

6. Studie 1

Verbale Fähigkeiten. Für die Ermittlung der kognitiven Fähigkeiten wurden Teile aus dem „Kognitiver Fähigkeitstest“ (Heller & Perleth, 2000), bei dem es sich um einen differentiellen Intelligenztest zur Ermittlung der kognitiven Ausstattung von Schülern der 4. bis 13. Klassen handelt, ausgewählt. Der KFT besteht aus einem verbalen, einem quantitativen und einem nonverbalen Teil, wobei jeder Teil drei Subtests beinhaltet. So können sowohl Informationen über das sprachliche und quantitative Denken, also auch über das nonverbale-figurale und räumliche Denken sowie über das kognitive Gesamtniveau des Schülers erfasst werden.

Da in diesem Fall für das Textverständnis und die Verbalisierungsfähigkeit der Schüler vor allem der Umgang mit Wörtern und somit die verbalen Fähigkeiten im Vordergrund stehen, wurde hier aus ökonomischen Gründen aus dem verbalen Teil ein Subtest ausgewählt, welcher wiederum aus drei Teilen besteht. Für jeden dieser Teile stehen drei Minuten zur Bearbeitung zur Verfügung und werden einzeln instruiert, weshalb nun jeder Teil einzeln erläutert werden soll.

Der erste Teil besteht aus 15 Aufgaben. Hierbei ist stets ein Wort gegeben. Zu diesem soll dann aus 5 Möglichkeiten, das Wort ausgewählt werden, welches ungefähr das Gleiche bedeutet. Um sicher zu gehen, dass alle Probanden die Aufgabenstellung verstanden haben, wurden zunächst zwei Beispiele gemeinsam bearbeitet.

Im Anschluss an den ersten Teil wurde der zweite Aufgabenblock besprochen. Hierbei geht es darum, zu vier vorgegebenen Wörtern, beispielsweise „Maus, Wolf, Bär, Tiger“ aus fünf Vorschlägen, denjenigen auszuwählen, welcher die gleiche Eigenschaft hat.

Der dritte Teil besteht aus 10 Aufgaben, die mit der in Abbildung 6.2 vergleichbar sind. Bei diesen Wortanalogieaufgaben geht es darum, Wortpartner zu finden. Im hier gezeigten Beispiel soll zu dem Wort „klein“ aus den fünf vorgegebenen Möglichkeiten diejenige ausgewählt werden, die zu „klein“ so passt, wie „groß“ zu „riesig“. Die Schüler müssen sich also die Frage stellen: „Groß passt zu riesig wie klein zu?“. Die Antwort wäre in diesem Fall „winzig“.

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

Abbildung 6.2.: *Beispielitem aus dem V3-Test zur Erfassung der verbalen Fähigkeiten*

Da die jeweiligen Teile in einer begrenzten Zeit bearbeitet werden sollen, handelt es sich bei diesem Test um einen kombinierten Power-Speed-Test, wobei die Power-

Komponente, also die konkrete Leistung, überwiegt.

Gedächtnisspanne. Da die Gedächtnisspanne eine wichtige Voraussetzung für das Behalten und die mentale Verarbeitung von Inhalten ist, wurde auch diese erhoben. Dazu wurde aus dem „WIT 1 (Wilde-Intelligenz-Test)“ (Jäger & Althoff Klaus, 1983), welcher aus insgesamt 14 Teilen besteht, der Subtest GD ausgewählt.

Der GD besteht aus zwei unterschiedlichen Teilen, zwischen denen eine Zeitspanne von 10 Minuten liegt. Im ersten Teil bekommt die Testperson das Lernmaterial ausgeteilt, welches aus zwei Lebensgeschichten (siehe Anhang A.5) besteht. Diese Geschichten enthalten wichtige Angaben zu einer Person und zu deren Lebenslauf. Im Anschluss an die Instruktion

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

wird erklärt, dass für jede Geschichte drei Minuten zur Verfügung stehen. Außerdem wird vor Beginn geklärt, dass keine Notizen gemacht werden dürfen und nur auf ein Zeichen hin umgeblättert werden darf.

Nach Ablauf der zehn Minuten, in denen sich die Versuchspersonen mit einem völlig anderen Thema beschäftigten, wurde das eigentliche Testmaterial des GD, (siehe Anhang A.5) ausgeteilt, welches aus insgesamt 40 Aufgaben besteht und sich wiederum aus drei Teilen zusammensetzt. Für jeden dieser Teile gibt es eine genaue Zeitvorgabe und eine spezielle Instruktion:

Der erste Teil besteht aus 18 multiple-choice-Aufgaben, bei denen es darauf ankommt anzugeben, welche Einzelheit oder Person in den Lebensgeschichten vorkamen. Für diesen Teil ist eine Dauer von fünf Minuten angesetzt.

Anschließend wird gemeinsam umgeblättert und der zweite Teil eingeführt. Hier geht es nun darum zu entscheiden, welche Einzelheiten nicht in den Lebensgeschichten vorkamen. Dazu werden Sätze, vergleichbar mit dem in Abbildung 6.3, präsentiert und es soll jeweils die Einzelheit markiert werden, welche in keiner der Geschichten vorkam. Nachdem die für diesen Teil angesetzten 4,5 Minuten abgelaufen sind, wird wiederum gemeinsam geblättert und die Instruktion für Teil drei erläutert.

6. Studie 1

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

Abbildung 6.3.: *Beispielitem zur Erfassung der Gedächtnisleistung*

Die Aufgabe besteht nun darin, innerhalb von drei Minuten die restlichen 16 Aufgaben zu bearbeiten, wobei Fragen zu den Lebensgeschichten mit genau einem Wort zu beantworten sind oder anzugeben ist, welches Foto eine bestimmte Person zeigt.

Lerngewohnheit. Wie bereits oben erwähnt wurde, können Personen auf Grund ihrer Lerngewohnheiten der Gruppe Serealist, Holist oder Versatile zugeteilt werden. Um diese Einteilung vornehmen zu können, wurden daher die Lerngewohnheiten mit dem ins deutsche übersetzten „Study Preference Questionnaire“ von Ford (1985) erhoben. Bei dem „Fragebogen zu deinen Lerngewohnheiten“, siehe Anhang A.6, dessen Instruktion

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

Abbildung 6.4.: *Beispielitem zur Erfassung der Lerngewohnheit*

lautet, werden den Versuchspersonen 8 Items, ähnlich wie in Abbildung 6.4 gezeigt, die sie ohne zeitliche Begrenzung beantworten sollen.

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

Bei allen Items werden zwei gegensätzliche Aussagen, wobei die eine auf der linken und die andere auf der rechten Seite steht, gezeigt. Zwischen den Aussagen befindet sich eine fünfstufige Likert-Skala, mit Hilfe derer die Schüler angeben sollen, welche Aussage besser zu ihnen passt. Außerdem wird während der Einführung dieses Tests betont, dass hier, anders wie in der Schule, keine Zwischennoten wie z.B. 2,5 erlaubt sind. Die Schüler müssen sich also für eine Note entscheiden.

Vorwissen. Da das eingesetzte Testmaterial das Themengebiet der linearen Funktionen abdeckt, sollte vorab in einem Vorwissenstest, welcher schon in anderen Studien erfolgreich eingesetzt wurde (Geiger et al., in Vorbereitung; Stradtman, 2010) das Wissen über lineare Funktionen und die in diesem Zusammenhang verwendeten Repräsentationen erfasst werden. Dabei wurden zu den einzelnen Repräsentationen sowohl Fragen gestellt, mit Hilfe derer die Versuchspersonen ihr Wissen selbst einschätzen sollten als auch Aufgaben, die beantwortet werden mussten. Hinsichtlich der Funktionsgleichung sollte dem entsprechend ein Beispiel genannt und geschildert werden, wo bei einer Funktionsgleichung die Steigung und der y-Achsenabschnitt abgelesen werden können. Außerdem wurde danach gefragt, wie sich eine steigende von einer fallenden Funktion in der Funktionsgleichung unterscheiden würden.

Um zu ermitteln, wie gewandt die Versuchspersonen im Umgang mit Graphen und Punktediagrammen sind, wurden auch hierzu acht Fragen gestellt. Beispielsweise sollten die Steigung und der y-Achsenabschnitt in einem Graphen markiert, die wichtigen Elemente eines Punktediagramms genannt und jeweils in einer vorgegebenen Darstellung ein Fehler identifiziert werden. Der ganze Test mit allen Fragen kann Anhang A.7 entnommen werden.

Vor der Bearbeitung des Vorwissenstests wurden die Versuchspersonen darauf hingewiesen, dass für die Bearbeitung keine zeitliche Beschränkung vorgegeben und, dass der Test nicht benotet werde.

Material zur Erfassung der abhängigen Variablen

Themenauswahl. Um das Vermögen, Informationen aus Repräsentationen zu entnehmen und in eigenen Worten wiederzugeben zu analysieren, sollte ein Themengebiet gewählt werden, welches hauptsächlich zwei Kriterien erfüllt:

Zum einen sollten zur Darstellung dieses Themengebiets üblicherweise verschiedene Repräsentationen eingesetzt werden und bei diesen sollte es sich wiederum sowohl um Depiktionen als auch um Deskriptionen handeln. Außerdem sollte es möglich sein, Repräsentationen auf der mathematischen als auch der realen Modellebene zu verwenden.

Zum anderen sollte das gewählte Themengebiet den Versuchspersonen soweit vertraut sein, dass keine Probleme durch deren Unkenntnis des Sachverhalts hervorgerufen werden. Das Themengebiet der linearen Funktionen erfüllt diese Anforderungen, da neben der Funktionsgleichung auch Graphen, Tabellen und verbale Beschreibungen verwendet werden und somit die Modell-Repräsentationsebenen-Matrix (Vogel, 2006) abgedeckt werden kann. Außerdem werden lineare Funktionen in der 7. Klasse

6. Studie 1

eingeführt, wobei Tabellen und Diagramme schon früher verwendet werden, so dass davon ausgegangen werden kann, dass die Schüler der 9. Klassen mit dem Themengebiet vertraut sind (Ministerium für Kultus Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2004).

Beschreibung der Aufgaben. Die Versuchspersonen erhielten Aufgaben, in denen sie Informationen aus Graphen, Tabellen, Funktionsgleichungen entnehmen und in eigenen Worten wiedergeben sollten. Die Fragestellungen hinsichtlich der Graphen, Tabellen und Funktionsgleichungen orientierten sich an demselben Schema:

1. Prompt zum spontanen Verbalisieren. Es wird die jeweilige Repräsentation gezeigt und die Lernenden werden dazu aufgefordert, aufzuschreiben, was ihnen spontan zu dieser Darstellung einfällt. Dabei wird durch die Darstellung der Repräsentation, vor allem bei den Graphen und den Tabellen, gewährleistet, dass sowohl auf der realen als auch auf der mathematischen Abstraktionsebene verbalisiert werden kann. Daher werden bei Graphen die Achsen bzw. bei den Tabellen die Spalten einmal x und y und ein weiteres mal mit Begriffen aus der realen Welt beschriftet.

2. Prompt zum Verbalisieren auf der Ebene der mathematischen Syntax. Die Aufgabenstellung fordert die Versuchspersonen auf, die Repräsentation zu beschreiben. Dabei geht es vor allem darum, Oberflächenmerkmale zu erfassen und wiederzugeben in welchem Verhältnis diese zueinander stehen.

3. Prompt zum Verbalisieren auf der Ebene der mathematischen Semantik. Die hier vorgegebenen Repräsentationen befinden sich nur auf der mathematischen Abstraktionsebene und die Schüler werden aufgefordert zu erklären, um welche Art von Funktion es sich handelt und welche Eigenschaften diese hat. Außerdem werden sie in der Aufgabenstellung daran erinnert, dass sie die ihnen bekannten mathematischen Begriffe verwenden sollen (siehe Anhang A.9).

4. Prompt zum Verbalisieren auf der Ebene des mathematischen Kontexts.

Die Aufgabenstellung soll hier die Versuchspersonen dazu auffordern, die Informationen, welche der jeweiligen Repräsentation zu entnehmen sind, in einem realen Zusammenhang wiederzugeben. Hier wurden hinsichtlich der Funktionsgleichung nur eine Aufgabenstellung verwendet, in der eine Funktionsgleichung und ein Szenario vorgegeben waren. Die Aufgabe war es dann, dieses Szenario und die Funktionsgleichung zu verknüpfen und wiederzugeben, welche Aussage der Funktionsgleichung hier trifft.

Hinsichtlich der Repräsentationen Graph und Tabelle wurden die Aufgabenstellungen stärker variiert: Es wurden zum einen je zwei Aufgaben gestellt, in denen jeweils eine Repräsentation gegeben war. Diese Aufgaben unterschieden sich dann hinsichtlich der Ebene, in die sie eingeordnet werden können. Sie waren entweder der mathematischen Modellebene oder aber der realen Modellebene zuzuordnen. Zum anderen wurden mehrere Repräsentationen präsentiert, die verschiedene Zeitabschnitte einer Geschichte symbolisierten. Auch hierbei wurde wieder zwischen Repräsentationen der mathematischen Modellebene und Repräsentationen der realen Modellebene unterschieden.

Um Wiederholungseffekte ausschließen zu können, wurden die Aufgaben in zufälliger Reihenfolge präsentiert. Außerdem bearbeitete jede Versuchsperson nur 14 der 22 Aufgaben, um einem angemessenen Zeitlimit gerecht zu werden. Daher waren alle Aufgabenhefte völlig individuell gestaltet.

Auch hier wurden die Versuchspersonen vor der Bearbeitung der Aufgaben darüber informiert, dass zusätzliche Hilfsmittel, wie Lineal oder Radiergummi, erlaubt sind, dass keine zeitliche Begrenzung vorliegt und dass wiederum die Ergebnisse vertraulich behandelt werden. Abschließend wurden, nachdem die Beantwortung der Fragen zur Erfassung des cognitive loads erläutert wurde, geklärt, ob den Versuchspersonen nun die Vorgehensweise klar ist oder ob noch Unklarheiten vorherrschen. Diese wurden gegebenenfalls geklärt.

Cognitive load. Zur Ermittlung des bei der Beantwortung der jeweiligen Aufgabe entstandenen cognitive loads wurde unter jeder Aufgabe das in Abbildung 6.5 gezeigte Schema abgebildet. Hiermit wurden die Versuchspersonen aufgefordert mittels einer 5-stufigen Likert-Skala, welche von „trifft nicht zu“ bis „trifft zu“ reichte, zu bewerten, wie anstrengend die jeweilige Aufgabe war.

6. Studie 1

Zur Erfassung des cognitive loads wurden neben dieser von Paas (1992) eingeführten Frage nach der mentalen Anstrengung zwei weitere Items erhoben, um zusätzlich den active und den passive load zu erheben.

Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:						
		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Abbildung 6.5.: *Items zur Erhebung des cognitive loads (1: active load; 2: passive load; 3: mentale Anstrengung)*

6.2.4. Durchführung

Die Erhebung der Daten fand in einer Sitzung statt, die in zwei Blöcke eingeteilt wurde. Nachdem zunächst der Code erstellt wurde, wurde zu Beginn das repräsentationsspezifische Vorwissen der Schüler mit Hilfe der im Abschnitt A.7 beschriebenen Aufgaben und über Selbsteinschätzung erfasst. Damit die Schüler nicht in entstehenden Pausen ihr Wissen über lineare Funktionen und die damit in Zusammenhang stehenden Funktionen auffrischen konnten, wurden direkt im Anschluss die abhängigen Variablen erhoben. Um zu gewährleisten, dass die Schüler auch den subjektiv wahrgenommenen cognitive load berichten, wurden die diesbezüglichen Fragen direkt im Anschluss an die jeweiligen Aufgaben in das Aufgabenheft integriert. Daher wurden diese Kontrollvariablen schon im Verlauf des ersten Erhebungsblocks erfasst. Da die Bearbeitung des Vorwissenstests und des Aufgabenheftes einige Konzentration und Zeit erfordert, wurde den Versuchspersonen dann eine Pause gestattet. Im Anschluss daran erfolgte die Erfassung der übrigen Kontrollvariablen.

6.2.5. Statistische Auswertung

Die inferenzstatistische Analyse wurde mit dem Statistikprogramm SPSS für Windows durchgeführt, wobei die Analyse der Daten auf dem allgemeinen linearen Modell beruhen und die Voraussetzungen für den Einsatz (Sedlmeier & Renkewitz, 2008) der jeweiligen Verfahren vorab geprüft wurden. Um über die Größe der Effekte berichten zu können, werden bei Einzelvergleichen und t -Tests das Differenzmaß d und bei

den varianzanalytischen Verfahren die Effektgröße η^2 (Bortz, 2005) bzw. im Falle des χ^2 -Test die Effektgröße ω berichtet. Um die Übereinstimmung zwischen zwei auswertenden Personen berichten zu können, wurde die prozentuale Übereinstimmung ermittelt.

Mittels eines solchen t-Tests wurden die lernerspezifischen Daten (vgl. Tabelle 6.2) analysiert, um diese gegebenenfalls in die zur Beantwortung der Forschungsfragen angewandten Analysen als Kovariate einbeziehen zu können. Es ergab sich hinsichtlich der logischen Fähigkeiten einen Mittelwert von $M = .73$ ($SD = .18$) und für die verbalen Fähigkeiten den Mittelwert $M = .74$ ($SD = .10$). Diese nicht-normalverteilten Ergebnisse resultieren daraus, dass an der Studie nur Gymnasiasten teilnahmen und diese erwartungsgemäß hohe logische und verbale Fähigkeiten aufweisen.

Tabelle 6.2.: *Lernerspezifische Daten (Stichprobengröße (N), Mittelwerte (M) und Standardabweichungen (SD))*

	<i>N</i>	<i>M</i>	<i>SD</i>
Vorwissen	87	.57	.13
logische Fähigkeiten	87	.73	.18
verbale Fähigkeiten	87	.74	.10
Gedächtnisleistung	87	.57	.13

Allerdings zeigen die Versuchspersonen eine mittlere Gedächtnisleistung ($M = .57$, $SD = .13$) und schnitten hinsichtlich des Vorwissens schlecht ab ($M = .18$, $SD = .51$). 62.50 % der Versuchspersonen können zu den Serealisten und 14.77 % zu den Holisten gezählt werden, während 22.73 % keiner Arbeitsweise bevorzugen und als Versatile bezeichnet werden können. Mit Hilfe dieser Unterscheidung, soll untersucht werden können, ob die Arbeitsweise eine Auswirkung auf die Leistung in den Test zur Erhebung der abhängigen Variablen hat.

6.3. Ergebnisse der Studie 1

Im Folgenden werden nun die Ergebnisse der Studie 1 den Fragestellungen folgend berichtet.

6.3.1. Auf welcher Ebene verbalisieren Schüler spontan?

Um zu analysieren, auf welcher Ebene Schüler spontan verbalisieren, wurde ihnen entweder ein Graph, eine Tabelle oder eine Funktionsgleichung dargeboten und sie sollten erläutern, was ihnen bei der Betrachtung der Repräsentation spontan einfällt. Hierfür ergab sich hinsichtlich der Einteilung der Verbalisierungen aus Graphen eine Übereinstimmung von 79.49% ($\kappa = .73$, $p < .001$), aus Tabellen von 97% ($\kappa = .96$, $p < .001$) und für Funktionsgleichungen eine Übereinstimmung von 81% ($\kappa = .46$, $p < .001$). Weshalb von einer äußerst zufriedenstellenden Interraterreliabilität gesprochen werden kann.

Die Häufigkeiten, auf welcher Ebene Schüler und Schülerinnen spontan verbalisieren, sind Tabelle 6.3 zu entnehmen. Um zu analysieren, ob sich hierbei signifikante Unterschiede zeigen, wurde der χ^2 -Test angewandt.

Tabelle 6.3.: Anzahl der Verbalisierungen auf den verschiedenen Ebenen

	Syntax	Semantik	Kontext
Graph	6	2	48
Tabelle	0	4	40
Funktionsgleichung	16	21	11

Dieser ergab hinsichtlich der Repräsentationen „Graph“ und „Tabelle“ signifikante Ergebnisse (Graph: $\chi^2 = 69.57$, $p < .001$, $\omega = 1.11$; Tabelle: $\chi^2 = 29.46$, $p < .001$, $\omega = .81$). Für die Repräsentation *Funktionsgleichung* konnten keine Unterschiede in den Häufigkeiten ermittelt werden ($\chi^2 = 39.10$, $p = .21$, $\omega = .25$). Daraus ergibt sich, dass die Schülerinnen und Schüler hinsichtlich Graph und Tabelle signifikant häufiger spontan auf der *Ebene des mathematischen Kontexts* verbalisierten als auf den *Ebenen der mathematische Semantik* und der *mathematische Syntax* und für die Repräsentation Funktionsgleichung ist hingegen keine Präferenz zu erkennen, wie auch Abbildung 6.6 verdeutlicht. Daher müssen die Hypothesen 1a und 1b verworfen werden.

6.3.2. Auf welcher Ebene dieser Matrix zeigen die Schülerinnen und Schüler die größten Defizite beim Verbalisieren?

Um zu beantworten, auf welcher Ebene die Schülerinnen und Schüler die größten Schwierigkeiten beim Verbalisieren zeigen, wurde eine ANOVA mit Messwiederholung angewandt, deren deskriptive Ergebnisse Tabelle 6.4 zu entnehmen sind.

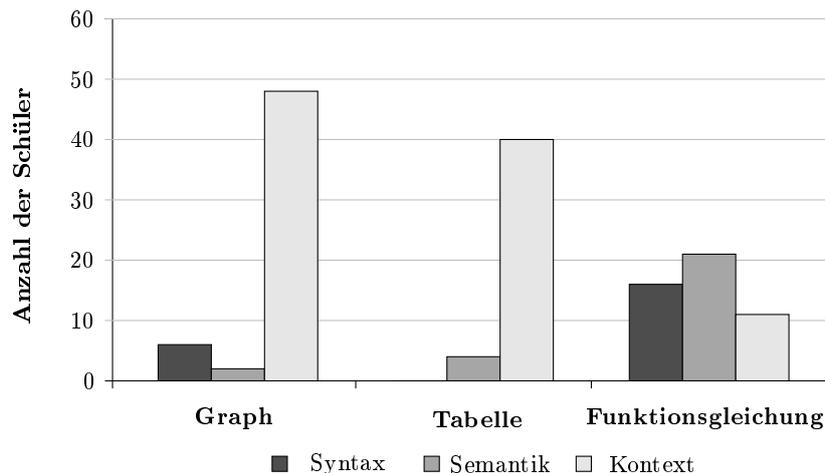


Abbildung 6.6.: Anzahl der spontanen Verbalisierungen auf den Ebenen mathematische Syntax, mathematische Semantik und kontextbezogene Semantik für die Repräsentationen Graph, Tabelle und Funktionsgleichung

Tabelle 6.4.: Lösungswahrscheinlichkeit auf den verschiedenen Ebenen (Mittelwerte (M), Standardabweichung (SD) und Stichprobengröße (N))

	Syntax	Semantik	Kontext
N	76	76	76
M	58.47	36.62	41.38
SD	30.47	28.25	16.38

Die Analyse ergab einen hochsignifikanten Effekt ($F(2, 74) = 13.93, p < .001, \eta^2 = .26$) für die Modellebene, weshalb Kontraste betrachtet wurden. Diese ergaben, dass Lernende signifikant besser auf der Ebene der mathematischen Syntax als auf der Ebene der mathematischen Semantik und der kontextbezogenen Semantik verbalisierten (Syntax/Semantik: $F(1, 75) = 24.29, p < .001, \eta^2 = .25$; Syntax/Kontext: $F(1, 75) = 17.89, p < .001, \eta^2 = .19$). Der Einzelvergleich der Ergebnisse für die Verbalisierungen auf der Ebene der mathematischen Semantik und der kontextbezogenen Semantik ergab hingegen keinen signifikanten Unterschied ($F(1, 75) = 1.93, p = .17, \eta^2 = .02$; Syntax). Da die Schülerinnen und Schüler demnach am besten auf der Ebene der mathematischen Syntax verbalisierten und, wie auch Abbildung 6.7 veranschaulicht, nicht identifiziert werden konnte, auf welcher Ebene die Schülerinnen und Schüler die größten Schwierigkeiten haben, muss Hypothese 2

6. Studie 1

verworfen werden.

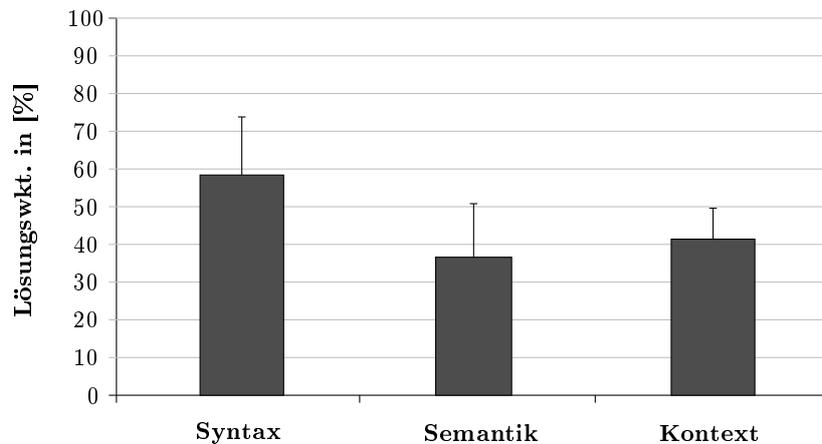


Abbildung 6.7.: Lösungswahrscheinlichkeit auf den Ebenen mathematische Syntax, mathematische Semantik und kontextbezogene Semantik

6.3.3. Spielt das Vorwissen eine wesentliche Rolle hinsichtlich der Lösungswahrscheinlichkeit?

Um nun die Frage beantworten zu können, ob das repräsentationsspezifische Vorwissen der Schülerinnen und Schüler einen Einfluss auf die Verbalisierungsgüte hat, wurde eine ANOVA mit Messwiederholung für die Lösungsgüte auf den verschiedenen Ebenen der Verbalisierung und der abhängigen Variablen Lösungswahrscheinlichkeit und dem Zwischensubjektfaktor Vorwissen (Stufen: gering, mittel, hoch) angewandt. Die deskriptiven Ergebnisse sind sowohl in Tabelle 6.5 als auch in Abbildung 6.8 dargestellt. Die Analyse ergab einen Haupteffekt für die Verbalisierungsebene ($F(2, 71) = 12.95, p < .001, \eta^2 = .27$) sowie für das Vorwissen ($F(2, 72) = 12.57, p < .001, \eta^2 = .26$). Demnach erzielten die Schülerinnen und Schüler auf den verschiedenen Ebenen unterschiedliche Leistungen und die hinsichtlich des Vorwissens eingeteilten Gruppen zeigten abweichende Ergebnisse. Außerdem war auch der Interaktionseffekt aus Vorwissen und Ebene signifikant ($F(4, 75) = 4.09, p < .01, \eta^2 = .10$), was darauf hindeutet, dass das Vorwissen einen Einfluss darauf hat, auf welcher Ebene besonders gute Leistungen erzielt wurden.

Daher wurden zu einer weiteren Analyse Kontraste berechnet. Diese ergaben, wie auch Abbildung 6.8 veranschaulicht, dass die Lernenden unabhängig vom Vorwissen

Tabelle 6.5.: Lösungswahrscheinlichkeit auf den verschiedenen Ebenen der Lernenden mit geringem, mittlerem und hohem Vorwissen (Mittelwerte (M), Standardabweichung (SD) und Stichprobengröße (N))

		Syntax	Semantik	Kontext
gering (n = 26)	M	54.12	18.03	37.58
	SD	32.07	15.75	17.34
mittel (n = 24)	M	57.19	35.79	36.55
	SD	31.28	27.96	15.08
hoch (n = 25)	M	64.57	58.61	47.63
	SD	29.77	29.42	13.43

($F(2, 72) < 1$, n.s.) auf der *Ebene der mathematischen Syntax* relativ gute Ergebnisse erzielten. Auch hinsichtlich der Lernergruppen zeigten sich keine Unterschiede auf der *Ebene der mathematischen Syntax* (gering/mittel: $t(48) = -.34$, $p_1 = .73$, $d = .10$; gering/hoch: $t(48) = -1.23$, $p_1 = .23$, $d = .54$; mittel/hoch: $t(47) = -.86$, $p_1 = .39$, $d = .25$).

Hinsichtlich der Verbalisierungen auf der *Ebene der mathematischen Semantik* ergab sich in der univariaten Varianzanalyse wiederum ein Haupteffekt für das Vorwissen ($F(2, 80) = 19.34$, $p < .001$, $\eta^2 = .33$) und die Einzelvergleiche der Ergebnisse der unterschiedlichen Vorwissensgruppen ergab, dass Lernende mit hohem Vorwissen die Aufgaben signifikant besser beantworteten als Lernende mit geringem und mittlerem Vorwissen (gering/hoch: $t(41.11) = -6.61$, $p < .01$, $d = 1.86$; mittel/hoch: $t(54) = -3.01$, $p < .01$, $d = .83$) und wiederum diejenigen Lernenden mit mittlerem Vorwissen besser verbalisierten als die mit geringem Vorwissen ($t(42.99) = -3.10$, $p < .01$, $d = .86$). Es lässt sich demnach schließen, dass das Verwenden einer angemessenen Fachsprache vom Vorwissen abhängig ist, weshalb Hypothese 3a bestätigt werden kann.

Ähnliche Ergebnisse zeigten sich auch hinsichtlich der *Ebene der kontextbezogenen Semantik*, auf der sich auch ein Haupteffekt für das Vorwissen ergab ($F(2, 81) = 5.34$, $p < .01$, $\eta^2 = .12$). Hier verbalisierten die Schülerinnen und Schüler mit hohem Vorwissen ebenfalls besser als die beiden anderen Gruppen (gering/hoch: $t(47.90) = -2.78$, $p < .01$, $d = .74$; mittel/hoch: $t(55) = -3.09$, $p < .01$, $d = .82$). Allerdings konnten keine signifikanten Unterschiede zwischen den Schülerinnen und Schüler mit geringem und mittlerem Vorwissen ermittelt werden ($t(55) = .08$, $p = .94$, $d = .02$). Lernenden mit hohem Vorwissen gelang es demnach, die Informatio-

6. Studie 1

nen aus den Repräsentationen in einen alltäglichen Kontext einzubetten, wohingegen die Lernenden mit mittlerem und geringem Vorwissen deutlich schlechtere Ergebnisse erzielten. Daher kann Hypothese 3b bestätigt werden.

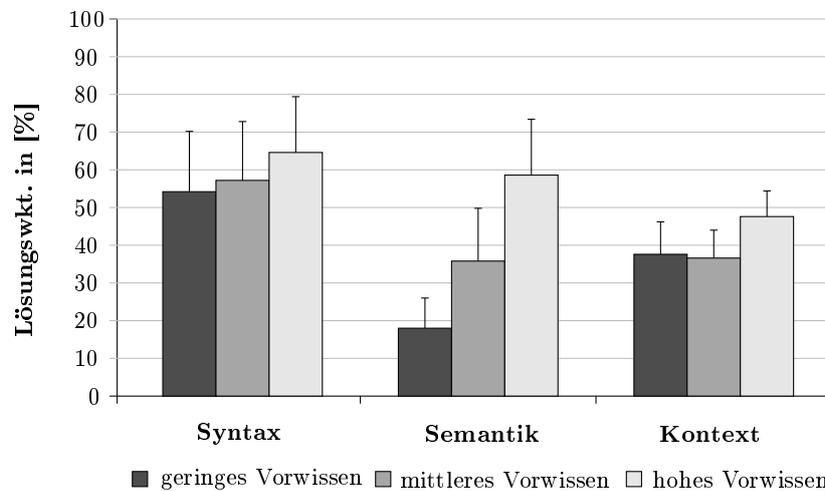


Abbildung 6.8.: Lösungswahrscheinlichkeit der Verbalisierungen auf den Ebenen Syntax, Semantik und Kontext der Versuchspersonen mit geringem, mittlerem und hohem Vorwissen

6.3.4. Zusammenhang der Anzahl der Repräsentationen und der Abstraktionsebene mit der Lösungsgüte

Innerhalb der *Ebene der kontextbezogenen Semantik* stellte sich die Frage, ob die Lösungswahrscheinlichkeit abhängig von der Anzahl der dargebotenen Repräsentationen ist und ob die Lösungswahrscheinlichkeit für Repräsentationen aus der mathematischen oder realen Abstraktionsebene unterschiedlich ausfällt. Diese Frage wurde mit Hilfe einer ANOVA mit Messwiederholung und der abhängigen Variablen Lösungswahrscheinlichkeit analysiert. Die deskriptiven Ergebnisse dieser Analyse sind in Tabelle 6.6 dargestellt. Es ergab sich ein hochsignifikanter Haupteffekt für die Abstraktionsebene ($F(1, 57) = 22.52, p < .001, \eta^2 = .28$), wohingegen der Haupteffekt für die Anzahl der gegebenen Repräsentationen ($F(1, 57) = 2.61, p = .11, \eta^2 = .04$) und der Interaktionseffekt ($F(1,57) = 3.67, p = .06, \eta^2 = .06$) nicht signifikant waren.

Wie auch aus Abbildung 6.9 hervorgeht, wurden die Aufgaben, deren Repräsentationen in die mathematische Modellebene eingeordnet werden können, schlechter

Tabelle 6.6.: Lösungswahrscheinlichkeit auf der Ebene der kontextbezogenen Semantik. Unterscheidung hinsichtlich Anzahl der dargebotenen Repräsentationen und der Abstraktionsebene (Mittelwerte (M), Standardabweichung (SD) und Stichprobengröße (N))

	eine/mathe	mehrere/mathe	eine/real	mehrere/real
N	58	58	58	58
M	37.33	37.07	60.07	49.98
SD	26.13	26.30	30.12	28.42

gelöst, weshalb Hypothese 4 verworfen wurde.

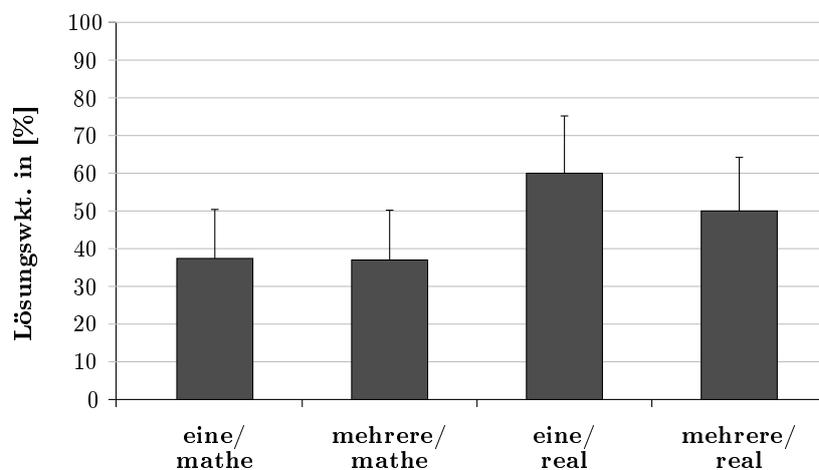


Abbildung 6.9.: Lösungswahrscheinlichkeit auf der Ebene der kontextbezogenen Semantik. Unterscheidung hinsichtlich der Anzahl der dargebotenen Repräsentationen und der Abstraktionsebene

6.3.5. Berichten die Lernenden bei der Bearbeitung der Aufgaben eine unterschiedliche mentale Anstrengung sowie einen unterschiedlichen active und passive load?

Abschließend werden nun die Ergebnisse der Analysen zum cognitive load, welcher explorativ erhoben wurde, berichtet. Mittels dieser Erhebung sollen Rückschlüsse sowohl auf die investierte mentale Anstrengung als auch auf die wahrgenommene Anstrengung bei der Bearbeitung der jeweiligen Aufgabe gezogen werden. Daher wurden neben der mentalen Anstrengung der active und der passive load erhoben. Die deskriptiven Ergebnisse hierzu sind in Tabelle 6.7 dargestellt.

6. Studie 1

Tabelle 6.7.: *Cognitive load bei der Bearbeitung von Aufgaben auf den Ebenen mathematische Syntax, mathematische Semantik, kontextbezogene Semantik (Stichprobengröße (N), Mittelwerte (M) und Standardabweichung (SD))*

		Syntax	Semantik	Kontext (gesamt*)
active load	<i>N</i>	81	86	83
	<i>M</i>	2.46	2.68	2.57
	<i>SD</i>	1.14	1.04	1.93
passive load	<i>N</i>	80	85	81
	<i>M</i>	2.13	2.69	2.30
	<i>SD</i>	1.16	1.19	.94
mentale Anstrengung	<i>N</i>	80	84	81
	<i>M</i>	2.13	2.69	2.20
	<i>SD</i>	1.15	1.13	1.14

*keine Unterscheidung hinsichtlich der Abstraktions- bzw. Repräsentationsebene.

Um nun über die deskriptiven Ergebnisse hinaus Aussagen über den cognitive load treffen zu können, wurden nun zwei Methoden zur Auswertung angewandt. Zum einen wurden Korrelationsanalysen zwischen den drei load-Arten und der Lösungsgüte auf den einzelnen Verbalisationsebenen gerechnet und zum anderen wurden ANOVAs gerechnet, um festzustellen, welcher load auf welcher Ebene höher eingeschätzt wurde.

Korrelationsanalysen.

Die Korrelationsanalyse der *Ebene mathematische Syntax* mit den drei load-Arten ergab nicht signifikante Korrelationen mit dem active ($r = -.19$, n.s.), passive ($r = -.10$, n.s.) und der mentalen Anstrengung ($r = -.21$, n.s.).

Für die *Ebene der mathematischen Semantik* ergab sich allerdings eine hochsignifikante negative Korrelation mit dem passive load ($r = -.32$, $p < .001$) und eine ebenfalls signifikante negative Korrelation mit der mentalen Anstrengung ($r = -.31$, $p < .01$). Lediglich mit dem active load ergab sich keine Korrelation ($r = -.13$, n.s.). Somit ergaben diese Analysen, dass je besser die Aufgabe gelöst wurde, desto weniger anstrengend die Aufgaben für die Versuchspersonen waren. Auch für die *Ebene der kontextbezogenen Semantik* wurde eine signifikante negative Korrelation mit dem

passive load ($r = -.32$, $p < .01$) ermittelt, während die Korrelationsanalysen zwischen der genannten Ebene und dem active load ($r = -.18$, n.s.) sowie der mentalen Anstrengung ($r = -.32$, n.s.) nicht signifikant ausfielen. Es zeigte sich demnach auch hier, dass die Aufgaben je besser sie gelöst werden konnten als weniger anstrengend empfunden wurden.

Auf welcher Ebene war der jeweilige load am höchsten? Nun wurde mit Hilfe von ANOVAs ausgewertet, auf welcher Ebene der jeweilige load am höchsten war. Es ergab sich dabei für den passive load ein hochsignifikanter Effekt (Haupteffekt: $F(2, 79) = 11.39$, $p < .001$, $\eta^2 = .22$) und die Analyse der Kontraste ergab einen hochsignifikanten Vergleich der *Ebene mathematischen Syntax* mit der *Ebene der mathematischen Semantik* ($F(1, 80) = 19.38$, $p < .001$, $\eta^2 = .20$) und zwischen der **Ebene mathematischen Semantik** und der *Ebene der kontextbezogenen Semantik* ($F(1, 85) = 18.24$, $p < .001$, $\eta^2 = .18$), während der Vergleich der *mathematischen Syntax* und der *kontextbezogenen Semantik* nicht signifikant ausfiel ($F(1,80) < 1$, n.s.). Somit ergab sich, dass der passive load für das Verbalisieren auf der Ebene der *mathematischen Semantik* am höchsten angegeben wurde.

Die Analyse, welche bezüglich des active load durchgeführt wurde, ergab einen tendentiellen Effekt ($F(2, 79) = 2.78$, $p = .06$, $\eta^2 = .07$) für die Verbalisationsebene, sowie einen signifikanten Kontrast zwischen der *Ebene der mathematischen Syntax* und der *Ebene der mathematischen Semantik* ($F(1, 80) = 6.02$, $p < .05$, $\eta^2 = .07$). Für den Vergleich der *Ebene der mathematischen Semantik* mit der *kontextbezogenen Semantik* ergab sich ein Trend zur Signifikanz ($F(1, 83) = 3.27$, $p = .08$, $\eta^2 = .03$). Auch hier viel der Vergleich des berichteten active loads auf der *Ebene der mathematischen Syntax* mit dem active load auf der *kontextbezogenen Semantik* nicht signifikant aus ($F(1,80) = 1.70$, n.s.).

Die Versuchspersonen wurden auch nach ihrer mentalen Anstrengung auf den einzelnen Ebenen befragt und es wurde untersucht, welche Verbalisierung am schwierigsten empfunden wurde. Hierfür ergab sich ein hochsignifikanter Haupteffekt ($F(2, 78) = 11.58$, $p < .001$, $\eta^2 = .03$) sowie ein hochsignifikanter Kontrast zwischen der *Ebene der mathematischen Syntax* und der *mathematischen Semantik* ($F(1, 79) = 22.89$, $p < .001$, $\eta^2 = .23$) sowie zwei signifikante Vergleiche zwischen der *kontextbezogenen Semantik* mit der *mathematischen Syntax* ($F(1,79) = 6.58$, $p < .05$, $\eta^2 = .07$) sowie mit der *mathematischen Semantik* ($F(1, 83) = 6.58$, $p < .05$, $\eta^2 = .07$). Die mentale Anstrengung wurde demnach wieder beim Verbalisieren auf der *Ebene der mathematischen Semantik* am höchsten angegeben.

6.3.6. Einfluss der Abstraktionsebene und der Anzahl der Repräsentationen auf den cognitive load.

Der cognitive load wurde auch für die einzelnen Aufgaben, welche zur Binnendifferenzierung innerhalb der *Ebene der kontextbezogenen Semantik* eingesetzt wurden, erhoben, um vergleichen zu können, wie der load während der Bearbeitung der Aufgaben auf den unterschiedlichen Stufen empfunden wurde. Die deskriptiven Ergebnisse sind in Tabelle 6.8 dargestellt.

Tabelle 6.8.: *Cognitive load bei der Bearbeitung von Aufgaben mit unterschiedlichen Anforderungen auf der Ebene der kontextbezogenen Semantik (Stichprobengröße (N), Mittelwerte (M) und Standardabweichung (SD))*

		Kontext			
		e/m	e/r	m/m	m/r
active load	N	80	81	81	88
	M	2.39	2.02	2.06	2.32
	SD	1.25	.97	1.08	.92
passive load	N	78	79	81	86
	M	2.80	2.58	2.59	2.61
	SD	1.23	1.21	1.56	.95
mentale Anstrengung	N	78	79	80	86
	M	2.33	2.15	2.24	2.27
	SD	1.18	1.05	1.16	.93

e/m: eine Repräsentation auf mathematischer Abstraktionsebene; e/r: eine Repräsentation auf realer Abstraktionsebene; m/m: mehrere Repräsentationen auf mathematischer Abstraktionsebene; m/r: mehrere Repräsentationen auf realer Abstraktionsebene.

Die Untersuchung, auf welcher Ebene der passive load am höchsten empfunden wurde, ergab einen signifikanten Effekt für die Modellebene ($F(1, 69) = 7.82, p < .01, \eta^2 = .10$). Allerdings wirkte sich wohl die Anzahl der gegebenen Bilder nicht auf den passive load aus, da hierfür kein signifikanter Effekt gefunden wurde (Haupteffekt Anzahl: $F(1, 69) = 1.69, p = .20, \eta^2 = .20$). Auch die Interaktion ($F(1,69) < 1, n.s.$) fiel nicht signifikant aus.

Die Untersuchungen hinsichtlich des empfundenen active load sowie der mentalen Anstrengung lieferten keine signifikanten Ergebnisse. Für den active load ergab sich weder ein signifikanter Effekt für die Modellebene ($F(1, 69) < 1, n.s.$) noch für die

Anzahl der vorgegebenen Repräsentationen ($F(1, 69) = 2.80, p = .10, \eta^2 = .04$) und auch die Interaktion war nicht signifikant ($F(1, 69) = .96, p = .33, \eta^2 = .01$).

Die mentale Anstrengung unterschied sich auch weder für die Modellebene ($F(1, 68) = .43, p = .56, \eta^2 = .01$) noch für die Anzahl der gegebenen Repräsentationen (Anzahl: $F(1, 68) = .03, p = .21, \eta^2 = .02$) und auch die Interaktion fiel nicht signifikant aus ($F(1, 68) < 1, n.s.$). Demnach war die mentale Anstrengung für die verschiedenen Aufgabenstellungen nicht unterschiedlich hoch.

6.4. Zusammenfassung und Diskussion der Studie 1

Ziel der ersten Studie war es, die theoriegeleiteten Fragestellungen zu beantworten und somit zum einen zu untersuchen auf welcher Ebene Schülerinnen und Schüler spontan verbalisieren und zum anderen auf welcher Ebene, *mathematische Syntax, Semantik oder Kontext*, sie die besten Leistungen erzielten. Außerdem wurde betrachtet, welchen Einfluss das Vorwissen und die Art der gegebenen Repräsentationen auf die Lösungsgüte ausübt.

Daher wurde ein Within-subject-design angewandt in dessen Verlauf $N = 88$ Schülerinnen und Schüler der 9. Klassen des Gymnasiums teilnahmen und Aufgaben bearbeiteten, in denen sie entweder spontan verbalisieren sollten oder aber durch geeignete Prompts gezielt angeregt wurden auf einer speziellen Ebene zu verbalisieren. Um mögliche Einflüsse spezifischer Lernermerkmale kontrollieren zu können, wurden neben dem Geschlecht und dem Alter auch die logischen und verbalen Fähigkeiten, die Gedächtniskapazität und das repräsentationspezifische Vorwissen erhoben.

Die statistischen Analysen lieferten teils unerwartete Ergebnisse, sodass die Hypothesen 3a und 3b bestätigt werden konnten, während die Hypothesen 1a, 1b, 2 und 4 verworfen werden mussten.

Hinsichtlich der ersten Fragestellung, welche sich mit der Ebene beschäftigte, auf der die Lernenden spontan verbalisierten, wurde zwischen den Repräsentationen Graph, Funktionsgleichung und Tabelle differenziert. Es wurde vermutet, dass Schülerinnen und Schüler die Informationen, welche sie Graphen und Tabellen entnehmen spontan auf der *Ebene der mathematischen Syntax* wiedergeben, wohingegen bei der Repräsentation Funktionsgleichung angenommen wurde, dass auf der *Ebene der mathematischen Semantik* am häufigsten spontan verbalisiert wird.

Die Ergebnisse zeigen allerdings, dass keine dieser Vermutungen bestätigt werden konnte. Hinsichtlich der Repräsentationen Graph und Tabelle ist zwar eine klare Präferenz zu erkennen, diese ist aber nicht wie erwartet die Ebene der *mathema-*

6. Studie 1

tischen Syntax, sondern die der *kontextbezogenen Semantik*. Im Hinblick auf die Repräsentation Funktionsgleichung konnte keine Präferenz erkannt werden. Es stellt sich demnach die Frage, wie sich diese abweichenden Ergebnisse erklären lassen.

Ein hauptsächlichlicher Grund könnte darin zu suchen sein, dass die gegebenen Repräsentationen in die reale Modellebene einzuordnen sind und somit der Kontext bereits vorgegeben wurde, was sich mit der Annahme von Leinhardt (1990), dass Schülerinnen und Schüler Aufgaben, die im Kontext stehen, leichter lösen, decken könnte. Außerdem wurde durch das Verwenden von Repräsentationen linearer Funktionen, wie bereits erwähnt, die Leserichtung vorgegeben, so dass es den Lernenden erleichtert wurde, eine „Geschichte“ zu erfinden und die fehlenden Informationen zu konstruieren. Die Analyse zur Fragestellung 4 ergab beispielsweise, dass Lernende größere Probleme haben aus Repräsentationen aus der mathematischen Modellebene zu verbalisieren, somit liegt nahe, dass sie, wenn ein Kontext vorgegeben ist, auf dieser Ebene bleiben und dann auf der *Ebene der kontextbezogenen Semantik* verbalisieren anstatt wieder rein mathematisch zu verbalisieren. Wie die Repräsentationsebenen-Matrix verdeutlicht, würde diese nämlich eine Transformation von der realen zur mathematischen Modellebene erfordern, was wiederum eine erhebliche Herausforderung darstellt und daher von den Lernenden nicht geleistet wird. Bauer (2014) berichtet, dass Lösungen der Lernenden durch die vorgegebene Repräsentationsart beeinflusst werden. So argumentierten die Lernende dynamisch, wenn ihnen dynamische Repräsentationen vorgelegt wurden. Bekamen sie hingegen nur statische Repräsentationen, wurde auch vermehrt statisch argumentiert. Ein Einfluss der gegebenen Repräsentation auf die Antwort der Lernenden lässt sich demnach nicht ausschließen und sollte kontrolliert werden.

Dies deckt sich außerdem mit den Ergebnissen, welche für das spontane Verbalisierens der Funktionsgleichung gefunden wurden. Hier war kein Kontext vorgegeben und die *Ebene der kontextbezogenen Semantik* wurde auch nicht präferiert. Hier zeigte sich vielmehr rein deskriptiv, dass am häufigsten auf der *Ebene der mathematischen Semantik* verbalisiert wurde, was sich wiederum mit den oben geschilderten Erkenntnissen von Healy und Hoyles (1998) deckt.

Außerdem stellt sich die Frage, ob die Lernenden die Repräsentationen wirklich, wie oben angenommen und wie das integrierte Modell des Text- und Bildverstehens (Schnotz & Bannert, 1999) vorgibt, bis zum mentalen Modell verarbeitet haben oder ob es in diesen speziellen Fällen auch gelingen könnte, ausgehend von einer Textoberfläche bzw. visuellen Vorstellung auf der *Ebene der kontextbezogenen Semantik* zu verbalisieren. Denn die Tatsache, dass auf der *Ebene der kontextbezogenen Semantik*

tik verbalisiert wurde, macht keine Aussage darüber möglich, ob die Repräsentation wirklich verstanden wurde.

Um die hinsichtlich des spontanen Verbalisierens aufgetretenen Unklarheiten zu beheben, wäre es demnach interessant, sowohl Repräsentationen aus der realen als auch der mathematischen Modellebene vorzugeben. Dadurch könnte ermittelt werden, ob Lernende auch Informationen aus Repräsentationen der mathematischen Modellebene in einen Kontext einbetten, oder ob sie dann auf der *Ebene der mathematischen Syntax* bleiben. Um darüber hinaus eine Entscheidung fällen zu können, ob die Repräsentationen vollständig verstanden und bis hin zum mentalen Modell verarbeitet wurden, könnte in Zukunft entweder die Güte der Antwort erfasst oder aber Lernende, die Repräsentationen nicht vollständig verarbeiten, beispielsweise durch den Einsatz unlösbarer Aufgaben (vgl. Kapitänsaufgaben (Stern, 1992)), identifiziert werden.

Von weiterem Interesse war, auf welcher Ebene der Verbalisationsebenenmatrix Lernende die größten Schwierigkeiten beim Verbalisieren haben. Hier wurde angenommen, dass die *Ebene der kontextbezogenen Semantik* die größte Herausforderung darstellt. Allerdings musste diese Hypothese verworfen werden, da die Schülerinnen und Schüler auf der *Ebene der mathematischen Syntax* am besten verbalisierten, während zwischen der Lösungsgüte auf der *Ebene der mathematischen Syntax* und der *kontextbezogenen Semantik* kein statistisch bedeutsamer Unterschied festgestellt werden konnte. Allerdings war die Lösungswahrscheinlichkeit für Verbalisierungen auf der *Ebene der mathematischen Semantik* rein deskriptiv schlechter.

Diese Ergebnisse können im Zusammenhang mit dem berichteten cognitive load diskutiert werden. Es zeigte sich nämlich, dass die Lernenden für die *Ebene der mathematischen Semantik* sowohl die höchste mentale Anstrengung als auch den höchsten active und passive load berichteten. Es ergab sich demnach, dass es für Schülerinnen und Schüler mental sehr anstrengend war, auf dieser Ebene zu verbalisieren und sie trotz höchster mentaler Anstrengung an dieser Herausforderung scheiterten. In Bezug auf die *Cognitive Load Theory* (vgl. Abschnitt 4.3) muss demnach davon ausgegangen werden, dass entweder der intrinsic cognitive load oder aber der extraneous cognitive load zu hoch waren und somit nicht mehr genügend Kapazität für den germane cognitive load gegeben war. Daher könnte für weitere Studien hier ein Ansatzpunkt zu suchen sein und eventuell ein anderes Themengebiet, welches den Probanden vertrauter ist, gewählt werden, sodass der intrinsic cognitive load gesenkt werden könnte. In der vorliegenden Studie wurde nicht der ICL, ECL bzw. GCL gemessen, sondern der active und passive load sowie die mentale Anstrengung

6. Studie 1

gemessen. Nach Paas (2003) werden unter der mentalen Anstrengungen alle drei loads zusammengefasst. Da die Schüler von einer hohen mentalen Anstrengung berichteten, ist also der gesamte load sehr hoch. Diese Erkenntnis sollte in den weiteren Studien beachtet werden.

Die dritte Fragestellung befasste sich mit dem Einfluss des Vorwissens auf die Lösungswahrscheinlichkeit, weshalb auf den *Ebenen der mathematischen Semantik* und *kontextbezogenen Semantik* die Lösungswahrscheinlichkeit der Lerner mit hohem, mittlerem und geringem Vorwissen miteinander verglichen wurde. Hinsichtlich der *Ebene der mathematischen Semantik* konnte die Hypothese dahingehend bestätigt werden, dass Lernende mit hohem Vorwissen bessere Ergebnisse erzielten als solche mit mittlerem Vorwissen und diese mit mittlerem Vorwissen wiederum diejenigen mit geringem Vorwissen übertrafen.

Auch auf der *Ebene der kontextbezogenen Semantik* erzielten die Lernenden mit hohem Vorwissen die höchste Lösungswahrscheinlichkeit. Allerdings konnte hier kein Unterschied zwischen Lernenden mit mittlerem und geringem Vorwissen ermittelt werden. Es kann demnach geschlossen werden, dass für die Bearbeitung einer solchen Aufgabe ein hohes Vorwissen notwendig ist. Wobei allerdings zu beachten ist, dass auch Lernende mit hohem Vorwissen die Aufgaben nur mit 47.63% richtig lösten. Bemerkenswert ist an dieser Stelle aber, dass die Beantwortung der Frage 1 ergab, dass Schülerinnen und Schüler spontan auf der *Ebene der kontextbezogenen Semantik* verbalisieren, aber die Analysen zu Frage 2 und 3 ergaben, dass Lernende gerade auf dieser Ebene größte Schwierigkeiten haben und ein hohes Vorwissen benötigt wird.

In diesem Zusammenhang sind außerdem die Ergebnisse zur vierten Frage interessant. Hier sollte ermittelt werden, wie sich die Anzahl der gegebenen Repräsentationen und die Abstraktionsebene, in welche diese eingeordnet werden können, auf die Lösungsgüte auswirken. Da sich hierfür ergab, dass zwar die Abstraktionsebene eine Rolle spielt, aber nicht die Anzahl der Repräsentationen, musste Hypothese 4 verworfen werden. Denn die Lösungswahrscheinlichkeit fiel am geringsten aus, wenn Repräsentationen aus der mathematischen Modellebene verbalisiert werden sollten. Dies entspricht dem Eindruck, dass Lernende große Schwierigkeiten damit haben Informationen aus Repräsentationen in einen alltäglichen Zusammenhang einzubetten. Außerdem lag die Lösungswahrscheinlichkeit der Verbalisierungen außer für die Lernenden mit hohem Vorwissen auf der *Ebene der mathematischen Syntax* stets unter 60%, was deutlich macht, dass in diesem Bereich große Defizite zu finden sind. Daher scheint ein gezieltes Förderprogramm notwendig.

6.4. Zusammenfassung und Diskussion der Studie 1

Als kritisch zu beleuchtender Aspekt für diese Studie wäre allerdings auch der eingesetzte Fragebogen zu nennen. Die Reliabilität wurde zwar dahingehend überprüft, dass ein zweiter Rater die Tests bearbeitete und auf etwa die gleichen Ergebnisse kam. Die Validität wurde allerdings nicht vorab überprüft. Um diese Aspekte auszuräumen, müssten die eingesetzten Tests in Vorstudien geprüft werden.

7. Studie 2

7.1. Zielsetzung und Fragestellung

Ziel dieser Studie war es zu analysieren, inwieweit Schülerinnen und Schüler durch ein gezieltes Training hinsichtlich der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation profitieren und ob nach dem Training die Aufgaben mit einer höheren Wahrscheinlichkeit richtig beantwortet werden. Außerdem wurde durch ein Kontrollgruppendesign mit zwei Kontrollgruppen sichergestellt, dass Zuwendungs- und zeitliche Effekte ausgeschlossen werden können, so dass die Verbesserungen auf die Trainingsteilnahme zurückgeführt werden konnte. Da im Training alle Teilprozesse der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation gefördert wurden, sollen in dieser Studie nun folgende Fragestellungen und Hypothesen untersucht werden:

7.2. Welche Fähigkeiten im Umgang mit multiplen Repräsentationen in der Mathematik lassen sich im Labor fördern?

Aus den theoretischen Befunden (Baker et al., 2001; Even, 1998; Markovits et al., 1986; Radford, 2009; Stern, 1992; Vogel, 2006; Yerushalmy, 1991) und den zu erwartenden Ergebnissen der Studie 1 der vorliegenden Arbeit ergab sich die Notwendigkeit, die Fähigkeiten von Schülerinnen und Schülern im Umgang mit multiplen Repräsentationen zu fördern, um der erkannten Situation entgegen zu wirken. Nachdem analysiert wurde, in welchem Bereich des Verbalisierens die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler defizitär sind, sollten diese nun gefördert werden. Da aber vor allem ganzheitliche Trainings erfolgversprechend sind (vgl. Abschnitt 3.3), sollten alle der in Abschnitt 2.3.4 beschriebenen Verarbeitungsprozesse gefördert werden, sodass die Schülerinnen und Schüler letztendlich alle Anforderungen im Zusammenhang mit multiplen Repräsentationen bewältigen können. Um die Fähigkeiten der Schülerinnen

7. Studie 2

und Schüler in den Bereichen Rezeption, Produktion, Integration und Transformation zu fördern, wurde ein spezielles Training mit dem Titel „Fit in der Mathematik“ (siehe 7.3.6) entwickelt. Ziel ist es nun, zu analysieren, wie sich das Training auf die Fähigkeiten der Lernenden auswirkte. Um erwartete Verbesserungen der Lernenden auf die Trainingsteilnahme zurückführen zu können, wurde ein Kontrollgruppendesign mit zwei Kontrollgruppen angewandt. So wurden die Leistungsänderungen der Experimentalgruppe (EG) mit der Kontrollgruppe 1 (KG₁) und der Kontrollgruppe 2 (KG₂) verglichen, um zeitliche Lerneffekte und einen möglichen Zuwendungseffekt ausschließen zu können. Zuwendungseffekte können durch Zeit, die die Versuchsleiterin mit den Teilnehmerinnen und Teilnehmer verbringt oder aber durch die Aufmerksamkeit, die den Teilnehmern entgegengebracht wird hervorgerufen werden. So ist es möglich, dass die Experimentalgruppe allein durch die Teilnahme an einem Training nicht aber auf Grund der Trainingsinhalte zum zweiten Messzeitpunkt bessere Ergebnisse erzielt. Dieser Effekt kann durch den Einsatz einer Gruppe, welche im gleichen zeitlichen Rahmen ein anderes Training besucht, kontrolliert werden. Im Folgenden werden nun die geförderten Prozesse beleuchtet und hierzu theoriegeleitet Hypothesen generiert.

7.2.1. Verbessern sich die Fähigkeiten zur Rezeption, Produktion, Integration und Transformation durch das Training im Labor?

Im folgenden Abschnitt wird nun betrachtet, ob sich die Lösungswahrscheinlichkeiten hinsichtlich der einzelnen Teilprozesse Rezeption, Produktion, Integration und Transformation durch ein Training im Labor fördern lassen.

Da der Rezeptionsprozess grundlegend sowohl für den Prozess der Integration als auch der Transformation ist, wurde dieser zunächst ausgiebig isoliert gefördert (vgl. Abschnitt 7.3.6), bevor innerhalb der Förderung der Prozesse der Integration und der Transformation noch einmal ein spezielles Augenmerk auf die Rezeption gerichtet wurde. Daher ist davon auszugehen, dass sich die EG hinsichtlich der Rezeption innerhalb von fünf Wochen vom Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 verbessert und somit ein höherer Zuwachs der Lösungswahrscheinlichkeit gemessen wird.

Da sich in einer Vorstudie (Felsmann, 2011; Geiger et al., 2012) zeigte, dass sich der Produktionsprozess schon durch eine 90-minütige Intervention, bei der innerhalb von zwei Schulstunden *Cognitive Apprenticeship* eingesetzt wurde, fördern lässt, kann auch hier davon ausgegangen werden, dass sich zwischen den Messzeitpunkten t_1 und t_0 eine positive Differenz der Lösungswahrscheinlichkeiten nachweisen lässt und die

Effekte auf das Training zurückgeführt werden können.

Allerdings zeigte sich in genannter Vorstudie (Felsmann, 2011; Geiger et al., 2012), dass die Fähigkeiten zur Transformation durch ein reines Training der Produktionsfähigkeit nicht verbessert werden konnten. Da aber im vorliegenden Training auch die Rezeption, welche einen weiteren Teilprozess der Transformation darstellt, gefördert wurde und außerdem im Training „Fit in der Mathematik“ gezielt die Modellkonstruktion bzw. -inspektion gefördert wurden, kann auch hier davon ausgegangen werden, dass sich die Schülerinnen und Schüler durch das Training im Bereich der Transformation verbessern und somit die Aufgaben mit einer höheren Wahrscheinlichkeit richtig lösen.

Wie bereits erwähnt, wurde die Rezeption, welche ein Teilprozess der Integration darstellt, ausgiebig gefördert. Dennoch wurden die Integrationsprozesse zusätzlich gefördert, sodass auch für den Bereich der Integration davon ausgegangen werden kann, dass sich die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler durch das Training verbessern und ein Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit vom Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 zu erwarten ist. Daher ist sowohl auf Grund der Ergebnisse der Vorstudie hinsichtlich der Prozesse der Produktion und Transformation als auch auf Grund anderer Studienergebnisse (siehe Kapitel 3.3) hinsichtlich der Prozesse der Rezeption und Integration davon auszugehen, dass sich die Lösungswahrscheinlichkeiten durch ein Training im Labor verbessern lassen.

Demzufolge können für die erste Fragestellung die entsprechenden Hypothesen folgendermaßen generiert werden.

Frage 5a. Verbessern sich die Fähigkeiten zur Rezeption durch das Training im Labor?

Hypothese 5a. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der Rezeption als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 5b. Verbessern sich die Fähigkeiten zur Produktion durch das Training im Labor?

Hypothese 5b. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der Produktion als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 5c. Verbessern sich die Fähigkeiten zur Integration durch das Training im Labor?

7. Studie 2

Hypothese 5c. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der Integration als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 5d. Verbessern sich die Fähigkeiten zur Transformation durch das Training im Labor?

Hypothese 5d. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der Transformation als die beiden Kontrollgruppen .

7.2.2. Können auf den einzelnen Rezeptionsstufen Verbesserungen durch das Training im Labor erzielt werden?

Wie in den theoretischen Ausführungen beschrieben wurde, können innerhalb des Rezeptionsprozesses drei Stufen differenziert werden (vgl. Abschnitt 2.3.4): Während es für die *Rezeption der Stufe 1* ausreichend ist, einzelne Informationen aus der Repräsentation auszulesen und anzugeben, beinhalten die beiden anderen Stufen den Umgang mit Verläufen. Soll ein isolierter Verlauf beschrieben werden, so wird auf der Ebene der *Rezeption der Stufe 2* verbalisiert, während auf der Ebene der *Rezeption der Stufe 3* Vergleiche zwischen Verläufen gezogen werden.

Da alle Prozesse, welche für das Gelingen einer Rezeption auf der Stufe 1, 2 oder 3 im Trainingsverlauf gefördert wurden und auf Grund der Anlage der Trainings (vgl. Abschnitt 7.3.6), ist davon auszugehen, dass die EG einen größeren Leistungsanstieg von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 zeigt als die beiden Kontrollgruppen. Daher lassen sich für die obige Fragestellung folgende Hypothesen generieren:

Frage 6a. Können hinsichtlich der *Rezeption der Stufe 1* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das Training im Labor erzielt werden?

Hypothese 6a. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Rezeption der Stufe 1* als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 6b. Können hinsichtlich der *Rezeption der Stufe 2* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das Training im Labor erzielt werden?

Hypothese 6b. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich

der *Rezeption der Stufe 2* als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 6c. Können hinsichtlich der *Rezeption der Stufe 3* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das Training im Labor erzielt werden?

Hypothese 6c. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Rezeption der Stufe 3* als die beiden Kontrollgruppen.

7.2.3. Können auf den einzelnen Produktionsstufen Verbesserungen durch das Training im Labor erzielt werden?

Auch innerhalb der Produktion können verschiedene Stufen, die unterschiedliche Anforderungen an die Schülerinnen und Schüler stellen, differenziert werden. Daher stellt sich nun die Frage, ob die EG nach dem Training die Aufgaben auf diesen Stufen mit einer höheren Wahrscheinlichkeit richtig löste und vor allem, ob diese mögliche Verbesserung auf die Teilnahme am Training zurückgeführt werden kann.

Da sowohl instruktional als auch durch spezielle Übungen die Produktion im Verlauf des Trainings geschult wurde, ist für alle drei Produktionsstufen ein Zuwachs der Lösungswahrscheinlichkeit zu erwarten.

Daher werden für die Fragestellungen, welche die Stufen der Produktion betreffen folgende Hypothesen aufgestellt:

Frage 7a. Können hinsichtlich der *Produktion der Stufe 0* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das Training im Labor erzielt werden?

Hypothese 7a. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Produktion der Stufe 0* als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 7b. Können hinsichtlich der *Produktion der Stufe 1* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das Training im Labor erzielt werden?

Hypothese 7b. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Produktion der Stufe 1* als die beiden Kontrollgruppen.

7. Studie 2

Frage 7c. Können hinsichtlich der *Produktion der Stufe 2* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das Training im Labor erzielt werden?

Hypothese 7c. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Produktion der Stufe 2* als die beiden Kontrollgruppen.

7.2.4. Können auf den einzelnen Integrationsstufen Verbesserungen durch das Training im Labor erzielt werden?

Auch innerhalb der Integration wurden drei Teilprozesse gegen einander abgegrenzt: Es wird dabei unterschieden, ob einzelne Elemente der Repräsentation, Verläufe oder aber die ganze Repräsentation gemappt werden sollen.

Da, wie bereits beschrieben (vgl. Abschnitt 3.3), davon auszugehen ist, dass diese Prozesse durch ein Training gefördert werden können und diese im Training „Fit in der Mathematik“ gezielt gefördert wurden, kann angenommen werden, dass die Schülerinnen und Schüler nach der Teilnahme sowohl mit einer höheren Wahrscheinlichkeit einzelne Informationen aus verschiedenen Repräsentationen einander zuordnen können als auch komplette Repräsentationen integrieren können. Daher können folgende Hypothesen aufgestellt werden:

Frage 8a. Können hinsichtlich der *Integration der Stufe 1* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das Training im Labor erzielt werden?

Hypothese 8a. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Integration der Stufe 1* als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 8b. Können hinsichtlich der *Integration der Stufe 2* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das Training im Labor erzielt werden?

Hypothese 7b. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Integration der Stufe 2* als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 8c. Können hinsichtlich der *Integration der Stufe 3* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das Training im Labor erzielt werden?

Hypothese 8c. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Integration der Stufe 3* als die beiden Kontrollgruppen.

7.2.5. Können auf den einzelnen Transformationsstufen Verbesserungen durch das Training im Labor erzielt werden?

Die Transformation kann, vergleichbar mit den bereits beschriebenen Prozessen der Rezeption, Produktion und Integration, in drei Teilprozesse differenziert werden: Hier wurde der Teilprozess der Rezeption und somit der Schritt des Verstehens der gegebenen Repräsentation ausgiebig gefördert, sodass davon ausgegangen werden kann, dass die Teilnehmer des Trainings „Fit in der Mathematik“ von dieser Förderung profitieren und von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 , verglichen mit den Kontrollgruppen, einen höheren Zuwachs der Lösungswahrscheinlichkeit zeigen. Durch mehrmaliges Verbalisieren und durch Modeling wurden die beiden anderen Prozesse gefördert und durch die Förderung der Prozesse der Produktion unterstützt. Daher wird auch hier eine Verbesserung der EG, welche auf die Trainingsteilnahme zurückgeführt werden kann, erwartet. Somit ergaben sich für die Prozesse der Transformation folgende Hypothesen:

Frage 9a. Können hinsichtlich der *Transformation der Stufe 1* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das Training im Labor erzielt werden?

Hypothese 9a. Die EG zeigt hinsichtlich der Lösungswahrscheinlichkeit der Aufgaben der *Transformation der Stufe 1* einen größeren Zuwachs als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 9b. Können hinsichtlich der *Transformation der Stufe 2* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das Training im Labor erzielt werden?

Hypothese 9b. Die EG zeigt hinsichtlich der Lösungswahrscheinlichkeit der Aufgaben der *Transformation der Stufe 2* einen größeren Zuwachs als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 9c. Können hinsichtlich der *Transformation der Stufe 3* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das Training im Labor erzielt werden?

7. Studie 2

Hypothese 9c. Die EG zeigt hinsichtlich der Lösungswahrscheinlichkeit der Aufgaben der *Transformation der Stufe 3* einen größeren Zuwachs als die beiden Kontrollgruppen.

Außerdem sollten Untersuchungsmaterialien erprobt werden, um sie gegebenenfalls für den Einsatz in der Feldstudie anpassen zu können. Dabei wurde überprüft, ob sowohl der Umfang als auch der Schwierigkeitsgrad des Arbeitsheftes angemessen sind und ob die Fragestellungen von den Schülern in erwarteter Weise beantwortet wurden.

7.3. Methode

7.3.1. Stichprobe

Zur Teilnahme an der quasiexperimentellen Laborstudie wurden Schülerinnen und Schüler der 9. Jahrgangsstufe angeworben. Hierfür wurde das eigenentwickelte Projekt *Fit in der Mathematik*, welche die Trainingsprogramme *Fit in der Mathematik* und *Fit im Alltag* beinhaltet, an sechs Gymnasien in Ulm sowie an einem Gymnasium und an zwei Realschulen im Raum Stuttgart persönlich durch die Trainingsleitung vorgestellt. Die Teilnehmer für die Kontrollgruppe₁ (KG₁) wurden gleichzeitig in den Ulmer Gymnasien angeworben, in dem das Training „Fit im Alltag“ kurz im Unterricht durch die Trainingsleitung vorgestellt wurde. Die Rekrutierung für die Kontrollgruppe₂ (KG₂) wurde ausschließlich an einem Stuttgarter Gymnasium durchgeführt. Die Teilnahme war jeweils freiwillig, wobei die Teilnehmer eine geringfügige Aufwandsentschädigung ausbezahlt bekamen. Die Auswahl der Teilnehmer erfolgte nach dem Prinzip des „first-come-first-serve“.

So ergaben sich für die Experimentalgruppe (EG) $n = 46$ Teilnehmer, für die KG₁ $n = 17$ Teilnehmer und KG₂ $n = 30$ Teilnehmer. Es gilt allerdings zu beachten, dass in die Auswertung auf Grund von fehlenden Angaben nicht immer alle Teilnehmer einbezogen werden konnten.

7.3.2. Design

Zur Überprüfung der in Abschnitt 7.1 erwähnten Fragestellungen wurde ein quasiexperimentelles Kontrollgruppendedesign angewandt, da neben der EG zwei Kontrollgruppen eingesetzt wurden. Mittels dieser beiden Gruppen sollte gesichert werden,

dass mögliche Effekte auf die Trainingsteilnahme zurückgeführt werden können. Da es möglich ist, dass Versuchsteilnehmerinnen und Versuchsteilnehmer allein durch die Bearbeitung des Tests lernen und auch die Bearbeitung eines bekannten Tests leichter fällt, ist es möglich, dass die Leistung der Versuchspersonen im Nachtest auf Grund der Testwiederholung besser ausfällt. Dieser Testwiederholungseffekt (Klauer, 2001b) kann mit Hilfe der KG₂ kontrolliert werden. Durch die KG₁ soll der Zuwendungseffekt (Hager & Hasselhorn, 1995) kontrolliert werden, denn es ist möglich, dass sich Lernende allein durch die Tatsache, dass sie eine spezielle Behandlung erhielten besonders motiviert sind und dadurch bessere Leistungen zeigen. Andersherum ist es aber auch möglich, dass Lernende, die kein spezielles Training erhielten, sich zurückgesetzt fühlen und sich dem entsprechend weniger anstrengen. Außerdem ist es möglich, dass allein durch das Wissen um die Teilnahme an einer Studie Leistungsverbesserungen auftreten (Placebo- oder Hawthorneeffekt (Janke, 1969; Roethlisberger & Dickson, 1939, zit. nach Klauer 2001b, S. 46)).

Alle drei Gruppen nahmen sowohl zum Messzeitpunkt t_0 und t_1 an den Datenerhebungen teil.

Zum Messzeitpunkt t_0 wurden neben der abhängigen Variablen *Leistungswahrscheinlichkeit* die demographischen Daten sowie die Kontrollvariable *verbale Fähigkeiten* erhoben, wohingegen zum Messzeitpunkt t_1 die Kontrollvariable *logische Fähigkeiten* sowie die abhängige Variable erhoben wurden. Als abhängige Variable diente die Lösungswahrscheinlichkeit auf verschiedenen Ebenen der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation.

Zwischen den beiden Messzeitpunkten wurde mit den Teilnehmerinnen und Teilnehmer der EG das Training „Fit in der Mathematik“ und mit den Teilnehmerinnen und Teilnehmer der KG₁ das Training „Fit im Alltag“ durchgeführt, welche an jeweils 3 Nachmittagen mit einer Dauer von 2,5 Stunden angeboten wurden. KG₂ erhielt in diesem Zeitraum keine zusätzliche Förderung. Abbildung 7.1 veranschaulicht das in Studie 2 angewandte experimentelle Kontrollgruppendesign.

7.3.3. Untersuchungsmaterial

Material und Instrumente zur Erhebung der Kontrollvariablen

Zur Erhebung der Kontrollvariablen wurden aus zeitlichen Gründen die in Studie 1 am effektivsten und aussagekräftigsten Variablen ausgewählt und die demographischen Daten sowie die logischen und verbalen Fähigkeiten mit Hilfe der gleichen Instrumente wie in Studie 1 erhoben. Zur Erfassung des Vorwissens bezüglich des

7. Studie 2

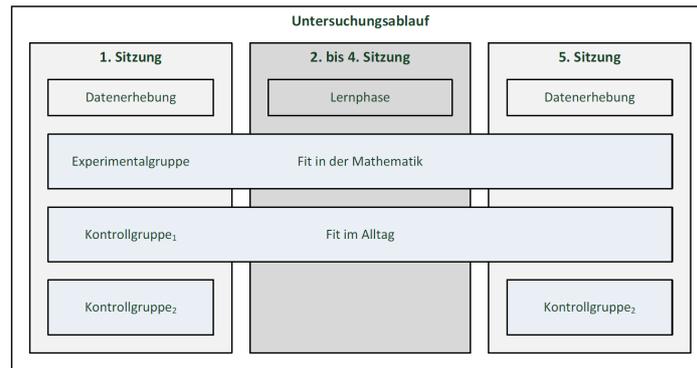


Abbildung 7.1.: Untersuchungsablauf der experimentellen Laborstudie

Themengebieten der linearen Funktionen wurden die in Studie 1 aussagekräftigsten Items ausgewählt. Diese wurden aus zeitökonomischen Gründen in das Testheft zur Erfassung der abhängigen Variablen integriert. Es handelt sich dabei um die Aufgaben 5, 13a, 13c, 13d sowie die Aufgaben 19, 20a, 22. Außerdem wurde, um auch das Training „Fit im Alltag“ evaluieren zu können, ein Fragebogen zur Ermittlung der Stressbelastung eingesetzt. Zur Wahrung der Anonymität wurde wiederum der bewährte Code-Bogen eingesetzt.

Stressbelastung. Um zu erfassen, welche Stressbewältigungsstrategien die Schülerinnen und Schüler einsetzten, wurde der „SSKJ 3-8: Fragebogen zur Erhebung von Stress und Stressbewältigung im Kindes- und Jugendalter“ (Lohaus, Eschenbeck, Kohlmann & Klein-Heßling, 2006) herangezogen, mit dessen Hilfe die drei Bereiche Stressvulnerabilität, Stressbewältigungsstrategien und Stresssymptomatik, abgefragt werden können. Hieraus wurde der Bereich der Stressbewältigungsstrategien ausgewählt. Innerhalb dieses Bereichs werden die Suche nach sozialer Unterstützung, die problem-orientierte Bewältigung, die vermeidende Bewältigung, die konstruktiv-palliative Bewältigung sowie die deskonstruktiv-ärgerbezogene Emotionsregulation über jeweils 6 Items mit einer 5-stufigen Likert-Skala erfasst.

Zur Beantwortung der insgesamt 30 Items wurde keine Zeitbegrenzung vorgegeben. Bevor die Versuchspersonen den Fragebogen bearbeiteten, wurde die Instruktion

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

vorgelesen und an Hand eines Beispiels (vgl. Abbildung 7.2) die Fragenbeantwortung sowie auftretende Unklarheiten geklärt. Alle eingesetzten Items sind Anhang

A.8 zu entnehmen.

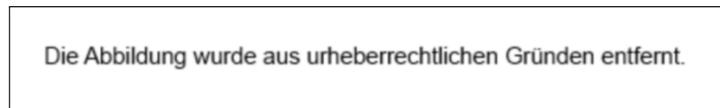


Abbildung 7.2.: *Beispielitem zur Erhebung der Stressbewältigungsstrategien*

Material zur Erfassung der abhängigen Variablen

Mit Hilfe des Aufgabenheftes wurde ermittelt, ob sich das entwickelte Training positiv auf die Fähigkeiten der Lernenden auswirkt. Daher müssen die Aufgaben die ganze Bandbreite, der im Abschnitt 2.3.4 beschriebenen Anforderungen abdecken. Außerdem sollte der Unterscheidung der Repräsentationen in Depiktionen und Deskriptionen Rechnung getragen werden. Im Folgenden werden nun die Aufgaben, welche zur Erfassung der Fähigkeiten hinsichtlich der einzelnen Teilprozesse entwickelt wurden, beschrieben.

Rezeption. Für die Erfassung der Rezeption wurden in je zwei Aufgaben Deskriptionen bzw. Depiktionen verwendet. Hierbei wurde hinsichtlich der Depiktionen zwischen Repräsentationen auf der mathematischen und der realen Modellebene unterschieden, so dass jede Ebene abgedeckt wurde.

Die *Rezeption der Stufe 1* wurde durch eine gezielte Anweisung zum Ablesen eines Wertes, beispielsweise „Lies ab, wie viele kostenpflichtige Downloads im Jahr 2005 stattfanden“, angeregt. Auch für das *Rezeption der Stufe 2* wurden Fragestellungen, wie „Beschreibe den Verlauf der kostenpflichtigen Musikdownloads von 2004 bis 2009“ verwendet. Die Prompts zum *Rezeption der Stufe 3* lauteten beispielsweise „Vergleiche den Verlauf der kostenpflichtigen mit den kostenfreien Musikdownloads“.

Es ist hier zu beachten, dass für die Rezeption die Depiktion Kreisdiagramm nicht verwendet wurde, da hier keine Verläufe zu erkennen sind. Daher wurden zur Erfassung der Rezeption Säulendiagramme und Funktionsgraphen verwendet.

Die Fähigkeit, aus Deskriptionen zu rezipieren, wurde mit Hilfe von Tabellen und Termen erfasst. Eine Übersicht über die zur Erfassung der Rezeption verwendeten Aufgaben liefert Tabelle 7.1.

Produktion. Auch um die Produktion abzu prüfen wurden wiederum jeweils zwei Aufgaben zu Deskriptionen und zwei zu Depiktionen erstellt (vgl. Tabelle 7.2). Terme und Tabellen wurden aus den Deskriptionen ausgewählt, da die *Produktion der Stufe*

7. Studie 2

Tabelle 7.1.: Aufgaben zur Erfassung der Rezeptionsleistung

Typ		Nummer Vortest / Nachtest	verwendete Repräsentationsart
Rezeption	Stufe 1	4a / 4a	Funktionsgraph
		9a / 8a	Säulendiagramm
		26a / 21a	Tabelle
	Stufe 2	4b / 4b	Funktionsgraph
		9b / 8b	Säulendiagramm
		26b / 21b	Tabellen
	Stufe 3	4c / 4c	Funktionsgraph
		9c / 8c	Säulendiagramm
		26c / 21c	Tabelle
		35 / 29	Funktionsterm

0 und die *Produktion der Stufe 1* aus Texten schlecht abgefragt werden kann und lediglich die *Produktion der Stufe 2* abgefragt werden könnte. Diese wird aber im Verlaufe der Erfassung der Fähigkeiten zur Transformation miterhoben. Die Fähigkeit zur Produktion von Depiktionen wurde mittels Säulen- und Kreisdiagrammen erfasst.

Um die *Produktion der Stufe 0* zu erfassen, wurden die Schüler aufgefordert, die entsprechende Repräsentation zu erstellen und die wichtigen Elemente zu benennen, beispielsweise durch „Sybille hat in der Schule gefehlt und verpasst, wie der Lehrer erklärt hat, was ein Kreisdiagramm ist. Bitte hilf ihr und erkläre mit Hilfe einer Skizze wie ein Kreisdiagramm aussieht und was die wichtigen Bestandteile sind“.

Mit Hilfe von Repräsentationen, bei denen ein einzelnes Element, beispielsweise eine Säule, fehlte, wurde die *Produktion der Stufe 1* erfasst, in dem die Schüler die mit der folgenden Aufgabe vergleichbare Aufgabenstellungen erhielten: „Du siehst ein Säulendiagramm. Es veranschaulicht, wie viel Prozent der Stimmen die Parteien bei der Landtagswahl in Berlin 2011 erhielten. Leider ist die Angabe für die Grünen verloren gegangen. Sie erhielten 20 %. Trage die Säule für die Grünen in das Diagramm ein.“

Da für die *Produktion der Stufe 2* die ganze Repräsentation mit inhaltlichen Angaben erstellt werden soll, wurde diese durch Aufforderungen wie „Erstelle ein Kreisdiagramm, welches die Marktanteile der Handyhersteller verdeutlicht. Die Marktanteile sind: Nokia 60%, Motorola 30%, LG 5%, Sonstiges 5%“ gepromptet.

Integration. Es galt hier die drei verschiedenen Arten der Integration, nämlich die *Integration der Stufe 1*, die *Integration der Stufe 2* und die *Integration der Stufe 3* abzudecken. Aus der Unterscheidung zwischen Depiktionen und Deskriptionen erga-

Tabelle 7.2.: Aufgaben zur Erfassung der Produktionsleistung

Typ		Nummer Vortest / Nachtest	verwendete Repräsentationsart
Produktion	Stufe 0	1 / 1	Kreisdiagramm
		2 / 2	Säulendiagramm
		3 / 3	Tabelle
	Stufe 1	15 / 13	Funktionsterm
		11 / 9	Kreisdiagramm
		24	Tabelle
		32	Säulendiagramm
	Stufe 2	31 / 27	Funktionsterm
		12 / 10	Tabelle
		18 / 16	Kreisdiagramm
		30 / 25	Funktionsterm
		34 / 28	Säulendiagramm

ben sich verschiedene Kombinationsmöglichkeiten: Es können entweder Depiktionen und Deskriptionen untereinander oder aber Deskriptionen mit Depiktionen integriert werden.

Hinsichtlich der Deskriptionen wurden entweder Texte mit Tabellen oder Terme mit Tabellen integriert. Die Möglichkeit, Terme mit Texten zu integrieren, wurde nicht berücksichtigt, da hier in den Texten konkrete Zahlen angegeben werden müssten und so nicht das Verständnis der Repräsentationen sondern das Absuchen der Repräsentationen nach gleichen Zahlenwerten im Vordergrund stehen würde.

Bei Depiktionen wurden Graphen und Diagramme jeweils mit einem alltäglichen Bild integriert. Für die Integration von Depiktionen und Deskriptionen stehen wiederum viele verschiedene Möglichkeiten zur Verfügung (beispielsweise: Text und Graph, Term und Graph, Tabelle und Graph usw.). Die Entscheidung fiel hier darauf, die Integration mit Tabellen und Graphen bzw. Termen und Graphen abzu prüfen.

Außerdem wurde eine Unterscheidung zwischen der *Integration der Stufe 1*, der *Integration der Stufe 2* und der *Integration der Stufe 3* gemacht. So wurde bei den beiden erstgenannten Stufen der Integration von der einen Repräsentationsform nur eine Repräsentation abgebildet während von der anderen Repräsentationsform mehrere präsentiert wurden. Es wurde beispielsweise eine Tabelle gezeigt und mehrere Funktionsgraphen, die dann mit der Tabelle integriert werden sollten.

Die *Integration der Stufe 1* wurde durch Aufforderungen wie „Eine Spalte der Tabelle ist rot markiert. Welche Graphen verlaufen durch diesen Punkt?“ gepromptet. Wohingegen die Lernenden durch Aufforderungen wie „Die y-Werte in der Tabelle

7. Studie 2

verändern sich mit dem Anstieg des x-Wertes. Einige Graphen steigen auch zeitweise an. Markiere in den Graphen die Bereiche mit demselben Anstieg wie in der Tabelle“ dazu angeregt werden sollten Relationen miteinander zu mappen und somit die *Integration der Stufe 2* durchzuführen. Durch Aufgabenstellungen wie „Versuche herauszufinden, welche Tabellen und Graphen zusammengehören“ wurden die Versuchspersonen letztlich zum *Integration der Stufe 3* aufgefordert.

Beim *Repräsentation-zu-Repräsentation-mapping* wurden hingegen von jeder Darstellungsform mehrere präsentiert. Die Gründe hierfür sind in der Art der Aufgabenstellung zu suchen: Während bei den beiden ersten Stufen jeweils einzelne Elemente integriert werden müssen, soll bei der dritten Stufe die ganze Repräsentation integriert werden. Daher ist es hier sinnvoller, ganze Repräsentationen auszuwählen und zu mappen. Bei den anderen beiden sollte es allerdings genügen, den angegebenen Punkt in den anderen Repräsentationsformen zu identifizieren und anzugeben. Die genaue Aufgabenübersicht liefert Tabelle 7.3.

Tabelle 7.3.: Aufgaben zur Erfassung der Integrationsleistung

Typ		Nummer Vortest / Nachtest	verwendete Repräsentationsart
Integration	Stufe 1	6a / 5a	Text und Tabelle
		13b / 11b	Term und Tabellen
		17a / 15a	Tabellen und Säulendiagramm
		20b / 17b	Funktionsterm und Funktionsgraphen
	Stufe 2	29a / 24a	Bild und Graphen
		6b / 5b	Text und Tabellen
		13e / 11e	Term und Tabellen
		17b / 15b	Tabellen und Säulendiagramm
		20d / 17d	Tabellen und Funktionsgraphen
		29b / 24b	Bild und Graphen
	Stufe 3	31 / 26a	Diagramm und Bilder
		8 / 7	Terme und Tabellen
		17c / 15c	Tabellen und Säulendiagramm
		25 / 20	Texte und Tabellen
		27 / 22	Tabellen und Graphen
	29c / 24c	Bild und Graphen	
	31 / 26b	Diagramm und Bilder	

Transformation. Auch für die Transformation können etliche verschiedene Aufgaben erstellt werden: Es kann einerseits ausgehend von einer Deskription eine Depiktion oder eine andere Deskription erstellt werden und andererseits ausgehend von einer

Depiktion eine Deskription oder eine andere Depiktion. Zu jedem dieser Aufgabentypen wurde mindestens eine Aufgabe erstellt. Für die Transformation von Deskription zu Depiktion soll einmal ausgehend von einem Term ein Graph und das andere Mal ausgehend von einer Tabelle ein Säulendiagramm erstellt werden. Die Möglichkeit, basierend auf einem Text eine Depiktion erstellen zu lassen, wurde nicht verwendet, da hier die *Transformation der Stufe 1* zu leicht erschien. Der umgekehrte Vorgang wurde mit denselben Repräsentationen getestet: Hier sollte ausgehend von einem Graphen ein Term und ausgehend von einer Tabelle ein Säulendiagramm erstellt werden. Die Transformation innerhalb der Depiktionen wurde mit einem Wechsel abgedeckt, indem zu einer im Bild dargestellten Situation die graphische Darstellung erstellt werden soll und hinsichtlich der Deskriptionen soll ausgehend von einem Term eine Wertetabelle erstellt werden. Auf die Möglichkeit, eine Darstellung explizit durch einen Text beschreiben zu lassen, wurde verzichtet, da, wie im Folgenden deutlich wird, dies schon innerhalb der *Transformation der Stufe 1* abgerufen wird.

Diese wird nämlich durch Aufforderungen wie „Beschreibe in eigenen Worten, wie sich die Geschwindigkeit des Balls während des Fluges verändert“ gepromptet. Da in der *Transformation der Stufe 2* erfasst werden soll, ob eine Vorstellung darüber vorhanden ist, wie die zu erstellende Repräsentation aussieht, lautet die hier verwendete Aufgabenstellung beispielsweise „Stell dir vor, du müsstest in einem Koordinatensystem die Geschwindigkeit des Balls im Zusammenhang mit dem Abstand zum Abschlag darstellen. Wie müsstest du die Achsen beschriften? Beschreibe, wie der Graph aussehen würde“. Die eigentliche Transformation wird im Schritt *Transformation der Stufe 3* abgeprüft, in dem die neue Repräsentation erstellt werden soll. Dies wird durch Aufforderungen wie „Erstelle den Graphen, der den Zusammenhang von Geschwindigkeit und Abstand zum Abschlag veranschaulicht“ hervorgerufen.

Auch die Reihenfolge der Aufgaben wurde mit Bedacht gewählt. Denn es ist einerseits zu beachten, dass durch vorherige Aufgaben kein Wissen vorweggenommen wurde und zum anderen sollte die Reihenfolge so abwechslungsreich wie möglich sein. So soll gewährleistet werden, dass die Versuchspersonen möglichst alle Aufgaben gleich motiviert bearbeiten. Aus diesen Überlegungen heraus ergibt sich folgende Reihenfolge, welche den gezeigten Tabellen zu entnehmen ist.

7.3.4. Bewertung der Aufgaben

In diesem Kapitel sollen nun die Aufgaben hinsichtlich Schwierigkeit der kognitiven Prozesse, die bei der Bearbeitung ablaufen müssen, beleuchtet und daraus die

7. Studie 2

Tabelle 7.4.: Aufgaben zur Erfassung der Transformationsleistung

Typ	Nummer Vortest / Nachtest	verwendete Repräsentationsart
Transformationsstufe 1	7a / 6a	Säulendiagramm zu Tabelle
	14a / 12a	Tabelle zu Säulendiagramm
	16a / 14a	Term zu Tabelle
	21a / 18a	Bild zu Graph
	23a / 19a	Funktionsterm zu Funktionsgraph
	28a / 23a	Funktionsgraph zu Funktionsterm
Stufe 2	7b / 6b	Säulendiagramm zu Tabelle
	14b / 12b	Tabelle zu Säulendiagramm
	16b / 14b	Term zu Tabelle
	21b / 18c	Bild zu Graph
	23b / 19b	Funktionsterm zu Funktionsgraph
	28b / 23b	Funktionsgraph zu Funktionsterm
Stufe 3	7c / 6b	Säulendiagramm zu Tabelle
	14c / 12c	Tabelle zu Säulendiagramm
	16c / 14c	Term zu Tabelle
	21c / 18c	Bild zu Graphen
	23c / 19c	Funktionsterm zu Funktionsgraph
	28b / 23c	Funktionsgraph zu Funktionsterm

jeweilige Punktevergabe abgeleitet werden.

Rezeption. Da die Aufgabenstellung der *Rezeption der Stufe 1* jeweils das reine Ablesen einer Information aus der Rezeption erfordert, kann hier nur zwischen richtig und falsch entschieden werden. Dementsprechend wurden für die richtige Lösung 1 Punkt bzw. für die falsche Lösung 0 Punkte vergeben.

Die *Rezeption der Stufe 2* erfordert einen Verlauf zu beschreiben, weshalb hier verschiedene Aspekte bewertet wurden. So wurde zum einen bewertet, ob die wichtigsten Abschnitte des Verlaufs oder ob spezielle Punkte, wie Hoch- oder Tiefpunkte aber auch Ausreißer, sowie deren Lage genannt wurden und zum anderen, ob der Start- und Endpunkt miteinander verglichen wurden. Außerdem wurde zusätzlich gewichtet, wenn die unterschiedlichen Abschnitte durch vergleichende Worte, wie beispielsweise „steiler“ oder „flacher als“, miteinander in Beziehung gesetzt wurden. Diese drei Anforderungen (nennen von Abschnitten und besonderen Punkten, Vergleich von Start- und Endpunkt sowie Vergleich zwischen Abschnitten) wurden unterschiedlich gewichtet. Da für den Vergleich von Elementen eine tiefere kognitive Verarbeitung notwendig ist und außerdem mehr Elemente im Arbeitsgedächtnis gehalten werden müssen, werden für diese Anforderungen jeweils 1 Punkt vergeben,

während für das Nennen von Abschnitten nur 0,5 Punkte zu erreichen sind.

Im nächsten Schritt, der *Rezeption der Stufe 3*, ist gefordert, zwei Verläufe zu vergleichen. Hierzu reicht es demnach nicht aus, wenn beide Verläufe analog zu der *Rezeption der Stufe 2* beschrieben werden. Die wichtige kognitive Herausforderung besteht nun darin, dass Vergleiche zwischen den beiden Verläufen genannt werden. Demnach sollten die Anfangs- und Endwerte verglichen werden und darüberhinaus die Unterschiede zwischen den Anfangs- und Endwerten der einzelnen Verläufe bewertet werden. Beispielsweise, „*während bei Verlauf 1 der Anfangswert übertroffen wird, bleibt der Endwert von Verlauf 2 unter dem Ausgangswert obwohl der Endwert von Verlauf 2 über dem Endwert von Verlauf 1 liegt*“. Außerdem sollten zusätzlich besondere Werte verglichen, Abschnitte genannt und hinsichtlich ihrer Qualität und Anzahl (beispielsweise steiler, flacher) verglichen werden. Auch hier wurde wiederum zwischen den Anforderungen unterschieden, wobei für die Vergleiche jeweils 1 Punkt und für das bloße Nennen der Abläufe 0,5 Punkte vergeben wurden.

Produktion. Bei der Bewertung der Produktionsleistung muss nun wieder differenzierter vorgegangen werden. Die Aufgaben zur *Produktion der Stufe 0* erforderten es, einen Prototyp der jeweiligen Repräsentation zu erstellen und dabei möglichst alle wichtigen Details zu beachten. Dabei können wiederum zwei Leistungen unterschieden werden: Zum einen das reine Erstellen der Grundform und zum anderen die Erweiterung dieser Grundform um Elemente, welche es erlauben, dass mit Hilfe dieser Repräsentation Informationen vermittelt werden können. Dies soll nun am Beispiel des Kreisdiagramms erläutert werden: Wird ein Kreis gezeichnet, welcher in einzelne Sektoren gegliedert ist, so ist eine Grundform vorhanden, es kann aber noch keine Information über den Sachverhalt, der in der Repräsentation vermittelt wird, entnommen werden. Wenn aber eine Legende oder eine Beschriftung integriert wird, so bekommt dieses Diagramm eine Aussagekraft. Daher ist die Leistung der Legende höher zu bewerten als die des Erstellens der Grundform.

Auf der *Produktion der Stufe 1* kann wiederum nur zwischen richtig oder falsch eingetragenen Werten bzw. Angaben unterschieden werden, so dass hier für die richtige Lösung 1 Punkt und ansonsten 0 Punkte vergeben werden.

Das selbstständige Erstellen einer kompletten Repräsentation (*Produktion der Stufe 2*) kann zwischen dem Erstellen der richtigen Form sowie dem Eintragen der Werte differenziert werden, wobei das Erstellen der richtigen Form als kognitiv anspruchsvoller anzusehen ist. Daher wurden für diese Schritte zwei Punkte vergeben.

Integration. Hinsichtlich der Integrationsleistung sind keine unterschiedlichen

7. Studie 2

Bewertungen notwendig, da hier stets entschieden werden kann, ob die Repräsentationen, Verläufe oder Punkte einander richtig zugeordnet wurden und somit die Integrationsleistung vollbracht wurde oder nicht. Daher wird hier für eine richtige Angabe stets ein Punkt vergeben.

Transformation. Die *Transformation der Stufe 1* setzt das Verständnis der Aussage der Repräsentation voraus. Diese muss zum Beschreiben der Elemente abgegrenzt werden, daher werden nur Zusammenfassungen über die Darstellung bewertet und keine Berichte über den Verlauf oder einzelne Angaben bewertet. Auf der *Transformation der Stufe 2* wurde einerseits bewertet, ob der Aufbau der Repräsentation, beispielsweise die Achsenbeschriftungen, richtig gewählt und beschrieben wurden und andererseits, ob die Einträge richtig beschrieben wurden. Dabei wird stets unterschieden, welches der kognitiv anspruchsvollere Prozess ist. Soll beispielsweise wie in Aufgabe 21 des Vortests beschrieben werden, wie der Graph aussieht, so wäre der kognitiv anspruchsvollere Teil dieser Aufgabe die Beschreibung der Linie, die eingezeichnet wird und der einfachere Prozess die Beschriftung des Koordinatensystems. An Hand dieser Kategorisierung wurden auch die Aufgaben zur *Transformation der Stufe 3* bewertet.

7.3.5. Durchführung

Wie aus Abbildung 7.3 hervorgeht, beinhaltete das Training insgesamt 5 Sitzungen, wobei am ersten und letzten Termin die Datenerhebungen stattfanden. Nachdem dabei jeweils der Code erstellt wurde, wurden am ersten Termin zunächst die demographischen Daten und die Stressbewältigungsstrategien erhoben. Anschließend bearbeiteten die Versuchspersonen die Aufgaben zur Erhebung der Fähigkeiten in den Bereichen der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation. Abschließend wurden die verbalen Fähigkeiten erhoben. Die Sitzungen zwei bis vier beinhalteten die Lernphase, in der entweder das Training *Fit in der Mathematik* oder *Fit im Alltag* durchgeführt wurde. Der letzte Termin lief entsprechend dem ersten ab, allerdings wurden statt der verbalen die logischen Fähigkeiten erhoben.

7.3.6. Das Training „Fit in der Mathematik“

Ziel des Trainings „Fit in der Mathematik“ war es, Schülerinnen und Schüler in die Lage zu versetzen Repräsentationen zu verstehen sowie sie produzieren, integrieren und transformieren zu können. Diese Fähigkeiten sollten mittels des Cognitive Apprenticeship (siehe Kapitel 3.1) sowie der Strategie des Fragenstellens (siehe Kapitel

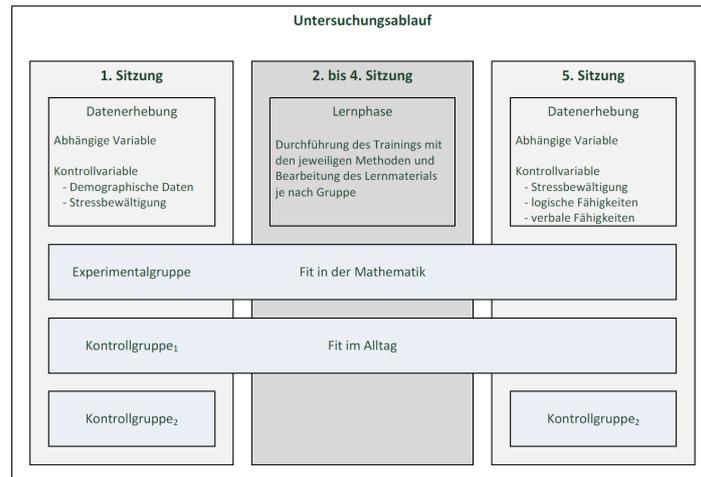


Abbildung 7.3.: Untersuchungsablauf der experimentellen Laborstudie

3.1) vermittelt und erlernt werden. Das Training fand an insgesamt fünf Nachmittagen außerhalb des Schulunterrichts statt, an denen die Prozesse in unterschiedlicher Gewichtung gefördert wurden. Abbildung 7.4 zeigt die zeitliche Reihenfolge, welche nun näher erläutert wird.

Erster Trainingstermin

Am ersten Termin fand die Datenerhebung statt, weshalb die Teilnehmer und Teilnehmerinnen (TuT) nur kurz begrüßt und über den Sinn der Datenerhebung aufgeklärt wurden. Im Anschluss an die Erklärung und Erstellung des persönlichen Codes (vgl. Anhang A.1), wurden die demographischen Daten (vgl. Anhang A.2) und die Stressbewältigungsstrategien der TeilnehmerInnen erfasst. Im Anschluss daran wurden mittels des eigensentwickelten Aufgabenheftes die abhängigen Variablen erhoben. Bevor die Lernenden wieder verabschiedet wurden, wurden abschließend die verbalen Fähigkeiten erhoben.

Zweiter Trainingstermin

Da in der Literatur (beispielsweise Perels, 2007; Souvignier, Streblov, Holodyski & Schiefele, 2007) die Bedeutung der Anfangssituation für den Erfolg des Trainings betont wird, wurde den TuT hier genügend Zeit gegeben, um sich in der Gruppe einzufinden und sich an die ungewohnte Umgebung zu gewöhnen. Daher wurden

7. Studie 2

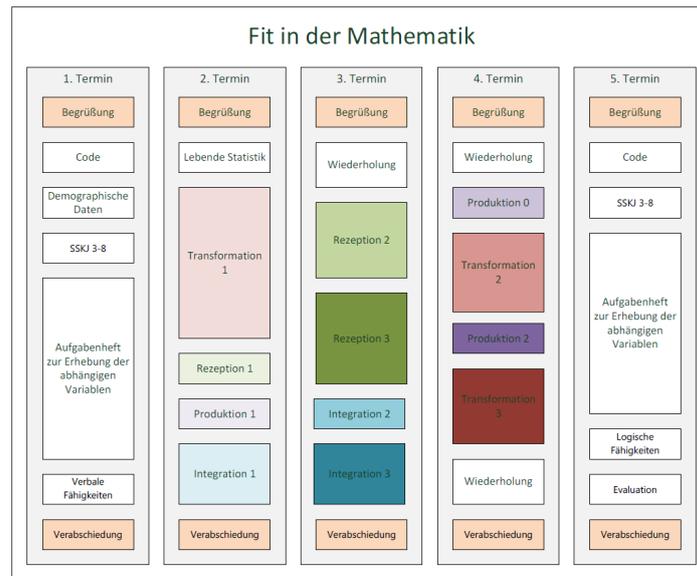


Abbildung 7.4.: Schematische Darstellung der Inhalte der Trainingstermine

in der Begrüßung zunächst noch einmal die Versuchsleiterin (VL) sowie die Inhalte des Trainings und dessen Ablauf vorgestellt (Klauer & Leutner, 2007; Huber, 2006), bevor die Lernenden selbst aktiv wurden und sich kennenlernen konnten. Dabei wurde, um doch schon einen Bezug zum Thema der multiplen Repräsentationen herzustellen und den TuT eine Idee davon zu vermitteln, in welcher Vielfalt Repräsentationen auftauchen können, die Methode der *Lebenden Statistik* angewandt. Hierbei sollten sich die Lernenden beispielsweise alphabetisch oder nach ihrer Größe ordnen.

Anschließend wurde mit dem eigentlichen Training begonnen. Der erste Zugriff auf das Thema der Repräsentationen wurde dabei mittels des Modeling geschaffen: Nachdem die TuT für die Methode sensibilisiert und darauf vorbereitet wurden (Stöger & Ziegler, 2007), dass nun für sie eine etwas ungewohnte Lernsituation stattfinden werde, erarbeitete sich die VL den Inhalt und die Bedeutung einer Repräsentation im Sinne des Cognitive Apprenticeship. Sie verbalisierte demnach laut ihre Gedanken bei der Erarbeitung, in dem sie sich Fragen stellte, welche sie bei der Aufgabenbearbeitung weiterbrachten. Ein Vorteil dieser Vorgehensweise ist es bereits am Anfang die Feinkörnigkeit eines Verarbeitungsprozesses deutlich zu machen und den TuT vermitteln zu können, wie ein Experte auf mögliche Misskonzepte reagiert bzw. wie es ihm möglich wird diese gegebenenfalls zu entdecken und zu verbessern.

Um hierbei nicht die Aufmerksamkeit der TuT zu verlieren, diese gleichzeitig in den Erarbeitungsprozess einzubinden und sie frühstmöglich für das Fragestellen zu

sensibilisieren, erhielten sie die Aufgabe sich die Fragen (Renkl, 2010), welche sich der VL stellt, zu notieren. Alle Materialien des Trainings „Fit in der Mathematik“ sind im Anhang A.11 (Stundenverlaufspläne) bzw. A.12 (Arbeitsblätter und weiteres Material) zu finden.

Da sowohl für die Rezeption als auch für die Integration und die Transformation eine vollständige Verarbeitung somit das richtige Verständnis der gegebenen Repräsentation unabdingbar sind, wurde diesem Prozess der *Transformation der Stufe 1* ausreichend Zeit beigemessen. Denn im Anschluss an das Modeling schloss sich eine Phase der Reflexion an, in der die TuT die Vorgehensweise des Experten reflektierten, mit ihrer eigenen Vorgehensweise verglichen und mögliche Auffälligkeiten oder überraschende Aspekte notieren. Nachdem sie diese mit einem Partner diskutiert hatten, wurde die Vorgehensweise im Plenum besprochen. Zusätzlich wurde noch einmal die Methode des Fragenstellens beleuchtet, deren Nutzen erklärt und erarbeitet, welche Fragen sinnvollerweise gestellt werden können.

Um weiterhin der instruktionalen Methode des Cognitive Apprenticeship Folge zu leisten, wurde nun in der nächsten Phase das Coaching, Scaffolding und Fading im Bezug auf das Verstehen von Repräsentationen angewandt. Dazu wurde die Methode des Gruppenpuzzles eingesetzt, wobei die Expertengruppen unterschiedliche Repräsentationen erhielten und im ersten Schritt deren Information und Aussage erarbeiteten. Dabei setzen sie, die in der vorhergehenden Phase, erarbeiteten Fragen ein. Der Vorteil der Gruppenarbeit liegt hier darin, dass die TuT ihre Gedankengänge verbalisieren und dementsprechend Missverständnisse aufgedeckt werden, denn durch eigenständiges erklären und erläutern, warum eine Lösung richtig ist, bieten sich vermehrte Anknüpfungspunkte für die Speicherung und das Gelernte wird langfristig behalten (Klauer & Leutner, 2007).

Außerdem können die Gruppenmitglieder sich gegenseitig die benötigte Unterstützung geben, sodass ein Coaching und Fading gegeben ist. Zusätzlich erhalten die TuT hier die Möglichkeit das *Fragestellen* mittels einer bekannten Aufgabenstellung zu üben, bevor sie diese Methode auf eine neue Aufgabe übertragen.

Da die Prozesse der *Rezeption der Stufe 1* und *Produktion der Stufe 2* basierend auf den Ergebnissen einer Vorstudie als weniger herausfordernd als andere Prozesse eingeschätzt wurden und die Phase des Modelings nicht zu häufig eingesetzt werden sollte, wurden diese beiden Prozesse in die Gruppenarbeit integriert und in den Expertengruppen erarbeitet. Hierbei wurde ebenfalls Wert darauf gelegt, dass die TuT selbstständig verbalisieren und das Stellen von gezielten Fragen üben. Daher erhielten einzelne Gruppenmitglieder verschiedene Arbeitsblätter: Ein einziges Grup-

7. Studie 2

penmitglied kannte die genaue Fragestellung und sollte die Frage beantworten, in dem sie laut denkt und sich Fragen stellt, während die anderen ihr zuhören, sich die Fragen notieren und gegebenenfalls weiterhelfen.

Nachdem die Aufgabe gelöst wurde, wurden die gesammelten Fragen in der Gruppe diskutiert und die wichtigsten Fragen zu einer Liste zusammengefasst, da gelernte Strategien notiert werden sollten (Huber, 2006).

Anschließend an eine kurze Pause folgte dann die Stammgruppenphase, in welcher die TuT sich gegenseitig die Aussage ihrer Repräsentation erklärten und ihre Fragen abglichen.

Zur Auflockerung und um die *Rezeption der Stufe 1* als Basis für die *Integration der Stufe 1* zu festigen, wurde im nächsten Schritt das Spiel „Bingo“ gespielt. Hierzu erhielten die TuT ein Arbeitsblatt mit einem aufgezeichneten Bingo-Feld. Desweiteren wurden verschiedene Repräsentationen an die Wand projiziert, welchen die TuT einzelne Informationen entnahmen und in die Zellen ihres Bingo-Feldes eintrugen. Anschließend las die VL unterschiedliche Informationen aus den Repräsentationen ab, indem sich wiederum das Modeling einsetzte. Falls ein TuT sich diese notiert hatte, durfte er diese Zelle durchstreichen. Wer zuerst drei Zellen in einer Reihe durchgestrichen hatte, gewann das Spiel.

Da nun behandelt wurde, wie mit Repräsentationen umgegangen wird und genügend Zeit zum Verstehen von Repräsentationen vorhanden war, konnte darauf aufgebaut werden. Daher wurde nun eine Partnerarbeit zur *Integration der Stufe 1* durchgeführt. Die Partner erhielten hierbei ein Arbeitsblatt mit verschiedenen Darstellungen und sollten die Übereinstimmungen markieren. Wichtiger, als dieser Schritt der Markierung, war aber wiederum die darauf aufbauende Phase der Articulation und Reflection. Hierbei verbalisierten die TuT einerseits ihre Vorgehensweise und verglichen diese andererseits mit der Vorgehensweise anderer. Außerdem wurden dieser Prozess den vorher behandelten gegenüber gestellt und die Besonderheiten herausgearbeitet.

Dieser Schritt diente zudem zur Festigung und Wiederholung der erarbeiteten Inhalte, bevor dieser Termin beendet und durch eine Verabschiedung abgerundet wurde, indem noch einmal die wesentlichen Inhalte reflektiert und zusammengefasst wurden (Perels, 2007).

Dritter Trainingstermin

Inhalt dieses dritten Termins waren neben der *Rezeption der Stufe 2* und *3* auch die *Integration der Stufe 2* und die *Produktion der Stufe 0*. Bevor diese Prozesse erarbeitet wurden, begrüßte die VL die Teilnehmerinnen und Teilnehmer und lud sie zur Wiederholung der Inhalte des letzten Treffens ein. Hierzu wurde die Methode des Brainstormings angewandt, bei dem alles, was die TuT erinnerten, auf Meta-plankarten festgehalten wurde. Anschließend wurden diese Karten geklastert und den Bereichen Rezeption, Produktion und Integration zugeordnet, wobei noch einmal die unterschiedlichen Prozesse wiederholt wurden.

Nach einem kurzen Überblick über die Inhalte dieses Termins wurde mit einer Übung zur *Rezeption der Stufe 2* begonnen. Hierzu wurde ein kurzer Film, welcher einen Tag in der Wittdüner Bucht im Zeitraffer (AmrumAstronom, 2013) zeigt. Die TuT bekamen dabei die Aufgabe auf einen Verlauf, sei es des Wasserstandes, des Lichtes oder der Anzahl der Boote am Steg, zu beobachten. Im Anschluss daran wurde ein „Speed-Dating“ durchgeführt: Hierbei saßen sich zwei Teilnehmer gegenüber und erklärten dem jeweils anderen ihren Verlauf. Eine Besonderheit hierbei war, dass auch die VL teilnahm. Dies hatte den Vorteil, dass auch eine Form des Modeling angewandt werden konnte und somit jeder Teilnehmer erfuhr, wie eine Expertin einen Verlauf beschreibt. Anschließend wurden im Plenum die verschiedenen Vorgehensweisen diskutiert und festgehalten, wie beim Beschreiben von Verläufen vorgegangen werden kann.

Aufbauend auf diesen Erkenntnissen sollte dann das Vergleichen von Verläufen mittels Interviews erarbeitet werden. Die Interviewtechnik wurde aus zweierlei Gründen angewandt: Zum einen wurde hierbei das Verbalisieren unterbewusst geübt, da es sozusagen von selbst geschieht und zum anderen die Methode des Fragestellens vertieft. Da dies allerdings für Lernende eine ungewohnte Methode darstellt, sollte deren Einsatz gut vorbereitet werden. Daher wurde zunächst das Beschreiben von Verläufen mit Hilfe eines Arbeitsblattes geübt. Hierbei wurden Fragen und die passenden Antworten, mit welchen der Verlauf beschrieben wurde, mit Lücken versehen vorgegeben. Die TuT erhielten zunächst die Aufgabe diesen Lückentext zu bearbeiten, sich mit der Vorgehensweise auseinanderzusetzen und sich zu überlegen, ob alle wichtigen Aspekte erwähnt wurden oder was noch ergänzt werden könnte. Anschließend fungierte ein TuT als Experte und wurde vom VL zum Verlauf interviewt. Dies ermöglichte es der VL gezielte Fragen zustellen und das ganze Wissen gewissermaßen aus dem TuT herauszukitzeln. Außerdem kann aufgezeigt werden, wie Verläufe beschrieben werden und wie ein Reporter am besten vorgeht. Bevor eine Pause ge-

7. Studie 2

macht wurde, wurde wiederum diese Aufgabenstellung zu den bisher behandelten kontrastiert und wichtige Aspekte besprochen.

Im Anschluss daran wurden die Teilnehmer in Teams à zwei Personen eingeteilt und erhielten je einen Laptop und ein Mikrofone. Sie simulierten dabei ein Szenario wie beispielsweise in der Sendung *Brennpunkt*, in dem ein Experte zu einem bestimmten Thema seine Meinung äußert. Hierbei sollte der Experte zu dem Vergleich von Verläufen interviewt werden. Dabei stand zunächst der bloße Vergleich der Verläufe im Vordergrund, während anschließend der Experte erklären sollte, wo mögliche Schwierigkeiten lagen, wie man seiner Meinung nach vorgehen sollte und welche Tipps er anderen zum Vergleichen von Verläufen geben würde. So hatte der Experte die Möglichkeit seine Vorgehensweise zu reflektieren und zu erläutern, wo er Schwierigkeiten hatte und andererseits wurde die gesamte Bearbeitung verbalisiert und artikuliert. Aber auch der Teilnehmer, welcher das Interview führte, konnte aktiv werden: Durch gezieltes Fragen hatte er die Möglichkeit seinen Partner zu lenken, bei Unklarheiten nachzuhacken oder sich spezielle Vorgänge noch einmal erklären zu lassen.

Nachdem die Erfahrungen mit dieser Aufgabenstellung ausgetauscht wurden, zeigte der Experte mittels Modeling, wie Verläufe und Repräsentationen gemappt werden. Diese Phase diente außerdem zur Einführung des folgenden „Repräsentationen-Memories“. Denn im Anschluss wurde in Kleingruppen Memorie gespielt. Die Besonderheit dabei war allerdings, dass die Memorie-Karten verschiedene Repräsentationen zeigten, diese gemappt und die beiden korrespondierenden identifiziert werden mussten. Bei jedem Spielzug sollte zunächst für jede der beiden aufgedeckten Karten verbalisiert werden, um welche Art der Darstellung es sich handelt und welche Informationen gegeben ist. Dann sollte erklärt werden, warum diese beiden Repräsentationen dieselbe Information transportieren oder nicht. Anschließend wurde in der Gruppe die Entscheidung diskutiert.

Vierter Trainingstermin

Wie auch an den bisherigen Terminen wurden zunächst die Teilnehmerinnen und Teilnehmer begrüßt sowie die bereits erarbeiteten Prozesse wiederholt und charakterisiert. Da nun das Augenmerk auf die Transformation gelegt werden sollte und hierfür ein Wissen über Repräsentationen, deren Gestalt, Einsatzmöglichkeit und Nutzen Voraussetzung ist, wurden vorab diese Fakten in einem Lehrer-Schüler-Gespräch erarbeitet und diskutiert.

Die *Transformation der Stufe 2* stellt einen elementaren Prozess bei der Transformation dar, da hier im Schritt der Modellinspektion bzw. -konstruktion der Übergang zur anderen Repräsentation und gegebenenfalls ein Wechsel der Abstraktionsebene oder des Zeichencodes stattfindet. Deshalb wurde zur Förderung dieses Prozesses noch einmal das Modeling angewandt. Dabei erhielt die VL eine Repräsentation (siehe Abbildung 2.17) und es wurde zunächst gemeinsam ermittelt, welche Informationen diese Repräsentationen transportiert. Im Anschluss daran erhielt die VL die Aufgabe die gegebenen Informationen mit Hilfe eines Säulendiagramms zu veranschaulichen. Diese Aufgabe wurde daher ausgewählt, da hier bei einer ungünstigen Wahl der Achsenskalierung wichtige Unterschiede im Gewichtsverlauf der beiden Kinder verloren gehen und nicht mehr vermittelt wurden. Daher wurde im Verlauf des Modelings besonders darauf geachtet sich Fragen zu stellen, welche die Vorgehensweise hinterfragten, kontrollierten und überprüfen, ob die Mittel adäquat angewandt wurden. Nach Abschluss des Modeling erhielten die TuT kurz Zeit sich selbst Gedanken über ihre Verhalten und das Beobachtete zu machen und Überraschendes oder aber auch Unterschiede festzuhalten. In der anschließenden Articulation und Reflection wurde die im Modeling gezeigte Vorgehensweise mit der Vorstellung der TuT gegenüber gestellt und diskutiert, wo Unterschiede liegen, wo möglicherweise Fehlerquellen zu suchen sind und wie diese ausgemerzt werden können.

Letztlich vollendete die VL die Aufgabe, indem die Repräsentation erstellt und dabei ebenfalls Gedankengänge und Arbeitsschritte verbalisiert wurden. Schließlich schloss sie diese einführende Phase durch eine Zusammenfassung ab.

Bevor dann die Lernenden selbst Transformationsaufgaben lösen sollten, wurde eine kleine Pause eingelegt, damit die erarbeiteten Inhalte sich kurz festigen konnten.

Nach der Pause wurden nun in einer Partnerarbeit zwei Transformationen durchgeführt. Hierbei war ein Text gegeben auf dessen Basis zuerst der eine Partner ein Graph und anschließend der andere Funktionsterme erstellen sollte. Diese Vorgehensweise bot die Möglichkeit gleichzeitig zur Transformation noch einmal zu verdeutlichen, dass dieselben Informationen mit den verschiedensten Repräsentationen dargestellt werden können. Auch bei dieser Aufgabe sollten sich die Partner unterschiedlichen Aspekten widmen: Während der eine die jeweilige Aufgabe durchführte, also zunächst in eigenen Worten wiedergab, welche Informationen gegeben sind, dann beschrieb, wie der Graph aussehen wird und anschließend den Graph zeichnete, sollte der andere sich die Gedankengänge genau schildern lassen und protokollieren, welche Überlegungen der Partner anstellte. Anschließend wurden die Rollen getauscht, sodass jeder einmal aktiv eine Transformation durchführte und dabei seine Gedan-

7. Studie 2

ken artikuliert und reflektiert, während der andere die Prozesse beobachtete und mögliche Konflikte erkannte.

Um noch einmal eine Möglichkeit zu geben Transformationen spielerisch zu üben, wurde das Spiel „Stille Post“ etwas abgewandelt. Die TuT saßen in Reihen hinter einander. Die erste Person bekam eine Repräsentation gezeigt und führte eine Transformation durch und gab die von ihr erstellte Repräsentation weiter. Basierend auf dieser Repräsentation führte dann der nächste Teilnehmer eine Transformation durch. Dies wiederholte sich zweimal, bis das letzte Gruppenmitglied die Aufgabe bekam, basierend auf der ihr gegebenen Repräsentation die Ausgangsrepräsentation zu erstellen. Dadurch konnten leicht überprüft werden, ob alle Transformationen geglückt waren.

Nachdem auch hier wiederum die Erfahrungen ausgetauscht wurden, wurden noch einmal alle Inhalte des Trainings spielerisch wiederholt. Hierfür wurde das bekannte Spiel „Jeopardy“ abgewandelt, in dem jeder der vier Prozesse, Rezeption, Produktion, Integration und Transformation eine Kategorie bildete. Die TuT wurden in zwei Gruppen eingeteilt und konnten sich nacheinander für ein Feld entscheiden, dessen Aufgabe sie dann lösen mussten. Die Aufgaben beinhalteten stets Verbalisierungen, sodass dies noch einmal geübt wurde und gegebenenfalls noch einmal die Möglichkeit bestand, Misskonzepte aufzudecken.

Zum Abschluss des eigentlichen Trainings ließ der VL das gesamte Training Revue passieren und fragte mittels eines Stimmungsbarometers die Meinung der TuT über die Trainingsstunde ab, bevor das Training beendet war.

Fünfter Trainingstermin

Nach dem Abschluss des Trainings in der vorigen Woche wurde nun die zweite Datenerhebung durchgeführt. Hierfür wurde nach einer kurzen Begrüßung der Code erstellt, sodass die Daten einander zugeordnet werden konnten und dennoch anonymisiert sind. Um einen ähnlichen Ablauf wie am ersten Messzeitpunkt zu gewährleisten, wurden wieder die Stressbewältigungsstrategien erhoben bevor die abhängige Variablen mittels des Aufgabenhefts erfasst wurden. Die Erhebung der Kontrollvariable der logischen Fähigkeiten stellte den Abschluss der Messreihe dar.

Zu allerletzt bedankte sich die Versuchsleitung bei den TuT und verteilte die Belohnung.

7.3.7. Das Training für die Kontrollgruppe 1: „Fit im Alltag“

Um möglicherweise auftretende Zuwendungseffekte kontrollieren zu können, wurde ein zweites Training entwickelt, dessen Inhalte zwei Ansprüche erfüllen mussten: Zum einen musste gewährleistet werden, dass die Probanden nicht auf Grund von im Training erworbenen Fähigkeiten im Nachtest bessere Ergebnisse erzielten. Dies würde ermöglichen, dass die Zuwendungseffekte kontrolliert und die Fortschritte der EG auf das spezielle Training „Fit in der Mathematik“ zurückgeführt werden können. Zum anderen war es aber aus ethischen Gründen notwendig, den Probanden aus KG₁ ein sinnvolles Training zukommen zu lassen und es ihnen zu ermöglichen, sich weiterzubilden. Daher wurde aus bereits bestehenden Trainings (Hampel, 2007; Hampel, Hampel-Petermann & Petermann, 1998; Junge, Neumer, Manz & Margraf, 2002; Seiwert, 1991; Wahl, Patak, Schmid & Hautzinger, 2011) Strategien zum Zeitmanagement und zur Stressbewältigung herausgegriffen und zum Training „Fit im Alltag“ zusammengestellt. Das Training für die KG₁ wurde für denselben zeitlichen Rahmen wie das Training „Fit in der Mathematik“ konzipiert. Da auch bei diesem Training am ersten und letzten Termin die Datenerhebung stattfand und diese somit analog zum Training für die EG abliefen, wird im Folgenden nur auf die drei Termine, an denen die Inhalte dieses Trainings vermittelt wurden, eingegangen.

Zweiter Trainingstermin

Im Verlauf des zweiten Trainingstermins (vgl. Anhang A.14) wurden drei Bereiche bearbeitet:

Zunächst stand die Einführung in das Training sowie das gegenseitige Kennenlernen im Vordergrund. Daher wurden zunächst die Inhalte dieses Treffens berichtet (Stöger & Ziegler, 2007) und die VL stellte sich selbst sowie ihr Vorhaben noch einmal genauer vor. Da im Verlauf dieses Trainings durchaus persönliche und kritische Themen angesprochen wurden, muss sichergestellt werden, dass sich alle TuT möglichst wohl und sicher fühlen, so dass gewährleistet wurde, dass sie im Folgenden bereit sind, offen und frei über ihre Probleme und Angelegenheiten zu sprechen.

Daher wurden den TuT ausreichend Möglichkeiten geboten, sich gegenseitig kennenzulernen (Huber, 2006). Innerhalb dieser Kennenlernrunde wurde das Augenmerk darauf gerichtet, dass sowohl alle TuT sich kennenlernen als auch eine gute Stimmung innerhalb der Gruppe herrscht. Aus diesem Grund wurde zunächst eine Art „Speed-Dating“ gespielt, innerhalb dessen sich jeweils zwei Personen gegenüber saßen und sich einander kurz vorstellten. Anschließend wurden dann in der ganzen

7. Studie 2

Gruppe kurze Spiele gespielt, um das Gruppengefühl zu stärken.

Nach dieser ersten einführenden Phase wurde im zweiten Teil der Begriff *Stress* (Hampel et al., 1998; Junge et al., 2002) erläutert und das Augenmerk auf die persönlichen Ressourcen und Anforderungen gerichtet. Hier wurde mit Hilfe der Stresswaage verdeutlicht, dass die persönlichen Anforderungen und Ressourcen in Balance sein sollten. Um diese theoretische Einleitung dann mit den alltäglichen Erlebnissen der TuT zu verbinden, wurden zunächst deren Anforderungen auf Metaplankarten gesammelt und von ihnen hinsichtlich ihrer Wichtigkeit bepunktet. Um dieser Fülle an genannten Anforderungen anschließend den Schrecken zu nehmen, wurden wiederum die persönlichen Ressourcen gesammelt und durch Punkte hinsichtlich ihrer Relevanz markiert.

Im Anschluss an dieses Themengebiet wurde eine kurze Pause von zehn Minuten eingelegt, um den TuT zu ermöglichen, diese neuen Inhalte zu verarbeiten.

Nachdem dann noch einmal auf die Ressourcen und Anforderungen eingegangen und diese hinsichtlich ihrer Wichtigkeit diskutiert wurden, war das Ziel der nächsten Einheit, den TuT eine erste Strategie zum Zeitmanagement an die Hand zu geben. Hierzu wurde die *ALPEN-Methode* (Seiwert, 1991) ausgewählt, wobei für jeden Buchstaben, der für eine spezielle Methode steht (A - Aufgaben notieren, L - Länge schätzen, P - Puffer einplanen, E - Entscheidungen treffen, N - Nachkontrolle) eine Stationsarbeit entwickelt wurde, welche die TuT in Gruppen bearbeiteten (alle Arbeitsblätter sind im Anhang A.15 zu finden). Jede Station bot zunächst Informationen über die Bedeutung des Buchstabens und welche Schritte damit gemeint sind. Anschließend wurden diese Informationen jeweils auf die eigenen Anforderungen angewandt. So wurden beispielsweise im Schritt „A - wie Aufgaben notieren“ zunächst die Vorteile der Schriftlichkeit im Gruppengespräch gesammelt, woraufhin dann jeder Einzelne sich seine Aufgaben und Termine für den nächsten Tag notierte.

Diese Phase der Gruppenarbeit wurde dann wieder durch eine Diskussion im Plenum abgeschlossen, indem zunächst die Vorteile der Schriftlichkeit festgehalten und besprochen wurden. Anschließend wurden dann Probleme angesprochen, welche beim Erstellen der eigenen To-do-Liste an Hand der ALPEN-Methode möglicherweise aufgetreten sind, besprochen und Tipps zur Erleichterung gegeben. Nachdem einzelne Tagespläne vorgestellt wurden, wurde das Training durch eine kurze Zusammenfassung der behandelten Themen und einen Ausblick auf die nächste Stunde abgerundet und die Versuchspersonen verabschiedet.

Dritter Trainingstermin

Zunächst wurden die Teilnehmer begrüßt und auf das Training eingestimmt (vgl. Anhang A.14). Da das letzte Zusammenkommen bereits eine Woche zurücklag und auch dieses Mal eine freundliche Atmosphäre wünschenswert war, wurde wiederum ein kurzes Spiel zum Auffrischen der Namen und zum mentalen Ankommen im Training gespielt.

Im Anschluss wurden dann die Inhalte der letzten Trainingsstunden wiederholt und ein Ausblick auf die Themen dieses Termins gegeben. Außerdem wurden in einem kurzen Blitzlicht die Erfahrungen, welche die Teilnehmer im Verlauf der vergangenen Woche mit der *ALPEN-Methode* gesammelt hatten, besprochen und analysiert. Da im Tagesablauf die Zeitdiebe ausgeschalten und genügend sinnvolle Pausen eingeplant werden sollten (Seiwert, 1991), wurde im ersten Teil dieses Trainingstermins noch einmal die Aufmerksamkeit auf sinnvolle Pausenbeschäftigungen sowie auf Zeitdiebe gerichtet. Hierzu wurden von den Teilnehmerinnen und Teilnehmern in Gruppen Plakate gestaltet (vgl. Anhang A.15, A.15). Anschließend wurden die Plakate zum Thema Zeitdiebe vorgestellt und diskutiert. Im Anschluss an diese Diskussion wurden die TuT aufgefordert, sich zwei Zeitdiebe auszusuchen und sich zum Ziel zu setzen, diese ab jetzt zu eliminieren.

Nachdem nun schon zwei Ziele gesetzt wurden, sollte dann genauer beleuchtet werden, wie sinnvolle Ziele formuliert werden. Daher wurde zunächst gemeinsam erarbeitet, was sich hinter dem Begriff „Ziel“ verbirgt und warum es sinnvoll ist, sich Ziele zu setzen. Anschließend wurde in einem Vortrag verdeutlicht, dass es weder gute noch schlechte Ziele, sondern nur gut oder schlecht formulierte Ziele gibt und daher nun im Fokus stehen soll, dass Ziele SMART, also spezifisch, messbar, akzeptiert, realistisch und terminierbar, sein sollen. Bei der Erarbeitung der einzelnen Begriffe wurden unterschiedliche Methoden eingesetzt: Beispielsweise musste aus gegensätzlichen Zielen das bessere ausgewählt und die Problematik beim schlechteren genannt werden. Somit konnte herausgefiltert werden, worauf geachtet werden muss. Andererseits wurden mehrere Beispiele vorgegeben, welche dann umformuliert werden sollten (Wahl et al., 2011). Nachdem dann die einzelnen Begriffe notiert und in eigenen Worten deren Bedeutung beschrieben wurde (vgl. Anhang A.15), wurde die Methode des Zielesetzens in die Metaplanwand integriert.

Im zweiten Block dieses Termins wurden zunächst die Pausenbeschäftigungen beachtet, welche hinsichtlich des Entspannungspotenzials, der Dauer sowie der Sinnhaftigkeit betrachtet, reflektiert und diskutiert wurden. Im Anschluss daran sollte den Schülerinnen und Schülern eine weitere sinnvolle Entspannungsmöglichkeit, nämlich

7. Studie 2

die progressive Muskelrelaxation (Hampel et al., 1998; Kaluza, 2011), aufgezeigt werden. Diese wurde zunächst vorgestellt und dann gemeinsam mit den Schülerinnen und Schülern durchgeführt. Nach dieser entspannenden Phase wurde das Schild „Muskelentspannung“ an der Metaplanwand angebracht, ein Handout zur Muskelrelaxation ausgeteilt (vgl. Anhang A.15) und eine kurze Zusammenfassung sowie ein Ausblick auf die nächste Trainingseinheit gegeben und erörtert, ob die Tagesziele erreicht wurden (Perels, 2007).

Vierter Trainingstermin

Im Fokus dieses Trainingstages (vgl. Anhang A.14) stand die soziale Kompetenz der Teilnehmer. Daher wurden, nachdem wie üblich die TuT begrüßt wurden, die Atmosphäre gelockert und die Inhalte des zurückliegenden Trainingstermins wiederholt wurden, nun eine Problemlösestrategie (Beyer, Fridrici & Lohaus, 2007) sowie ein Kommunikationsmodell vorgestellt.

Zunächst wurden im Brainstorming verschiedene Probleme aus dem Alltag der Kinder, die einer Lösung bedürfen, ohne Wertung gesammelt. Anschließend wurde eine dieser Lösungen ausgewählt und mit Hilfe des Problemlöseleitfadens (siehe Anhang A.15) nach einer Lösung gesucht. Dabei wurden stets die Schülervorschläge gesammelt, welche dann hinsichtlich ihres Nutzens, aber auch ihrer Problematik diskutiert wurden. Nachdem der Problemlöseleitfaden an Hand eines Problems erarbeitet wurde, beschrieben die TuT noch einmal die einzelnen Schritte mit eigenen Worten, bevor eine Zusammenfassung ausgeteilt wurde.

Anschließend wurde eine Übung durchgeführt, um die Teilnehmer für die Wahrnehmung von Aussagen sowie die Problematik, dass Aussagen vom Empfänger oft anders wahrgenommen werden als sie vom Sender gemeint waren, zu sensibilisieren. Hierzu wurden Paare gebildet, deren Partner Rücken an Rücken Platz nehmen und der eine die Aufgabe hat, dem anderen ein Bild seiner Wahl so genau wie möglich zu beschreiben, so dass der andere dieses malen kann.

Nachdem die Erfahrungen aus dieser Partnerarbeit diskutiert und ein weiterer Comic betrachtet wurde, wurde das Modell der *4-Seiten-einer-Nachricht* (Schulz Thun, 2001) eingeführt und zum Gruppenpuzzle übergeleitet. In diesem lernten alle Teilnehmer zunächst in der Expertengruppenphase eine Seite dieses Modells kennen, welches sie dann in der Stammgruppenphase ihren Gruppenmitgliedern vorstellten. Anschließend erarbeiteten sich die Gruppen Beispiele, welche dann im Plenum diskutiert und besprochen wurden.

Abschließend wurde ein Schild für diese richtige Kommunikation an der Stresswaage angebracht, an Hand derer dann die gesamte Gruppe das komplette Training Revue passieren ließ.

Nach einer ausführlichen Evaluation des Trainings wurden die TuT verabschiedet.

7.3.8. Statistische Auswertung

Wie schon in Studie 1 wurden die inferenzstatistische Analysen mit dem Statistikprogramm SPSS für Windows durchgeführt, wobei dieselben Analysen angewandt und Werte berichtet werden wie in Studie 1 (vgl. Abschnitt 7.3.8). Auch hier wurden wiederum die lernerspezifischen Daten analysiert. Allerdings wurde eine Varianzanalyse (ANOVA) bzw. im Falle einer Korrelation einer abhängigen mit einer unabhängigen Variablen eine Kovarivanalyse (ANCOVA) angewandt. Die Ergebnisse dieser Analysen sowie das Durchschnittsalter, die Geschlechterverteilung und die Mittelwerte der logischen und verbalen Fähigkeiten sind Tabelle 7.5 zu entnehmen.

Tabelle 7.5.: *Geschlecht, Alter, logische und verbale Fähigkeiten der EG, KG₁ und KG₂*

		EG	KG ₁	KG ₂	Ergebnis
Alter	N	46	17	24	F(2,84) = 1.73, p = .18, $\eta^2 = .06$
	M	14.07	14.35	14.63	
	SD	.57	.60	.62	
logische Fähigkeiten	N	39	16	25	F(2,74) < 1, n.s.
	M	65.38	63.44	68.58	
	SD	30.76	23.29	27.90	
verbale Fähigkeiten	N	48	17	26	F(2,88) = 2.78, p = .18, $\eta^2 = .04$
	M	14.07	14.35	14.63	
	SD	11.08	10.00	10.00	
Geschlecht	N	46	17	25	$\chi^2(2) = 7.40, p < .05$
	W	24	15	13	
	M	22	2	12	

Um die Reliabilität der Aufgabenhefte zu bestimmen wurden jeweils ein Drittel der Testhefte von zwei unabhängigen Personen korrigiert, hierbei ergab sich für das Aufgabenheft, welches zum Messzeitpunkt t_0 eingesetzt wurde eine Übereinstimmung von 86,34% und zum Messzeitpunkt t_1 eine Übereinstimmung von 85,12%, was sehr zufriedenstellend ist.

7.4. Ergebnisse der Studie 2

Die Korrelation zwischen den lernerspezifischen Merkmalen und den abhängigen Variablen wurde mittels einer bivariaten Korrelationsanalyse überprüft. Es wird der Korrelationskoeffizient r berichtet. Die Ergebnisse dieser Analysen werden im Anhang A.20 mit den im Zusammenhang stehenden Ergebnissen berichtet. Nachfolgend wird auch bei den jeweiligen Ergebnissen berichtet, welche Kontrollvariablen als Kovariate in die Analyse einbezogen wurden.

7.4.1. Verbessern sich die Schülerfähigkeiten hinsichtlich der Prozesse Rezeption, Produktion, Integration und Transformation auf Grund des Trainings im Labor?

Um zu analysieren, ob sich die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler durch das Training „Fit in der Mathematik“ hinsichtlich der Rezeptions-, Integrations-, Produktions- und Transformationsfähigkeit stärker verbesserten als die beiden Kontrollgruppen, wurde jeweils eine einfaktorielle Varianzanalyse mit der jeweiligen abhängigen Variable Differenz der Lösungswahrscheinlichkeit angewandt. Diese abhängige Variable war jeweils die Zuwachsvariable, welche aus der Differenz der Ergebnisse zum Messzeitpunkt t_1 und Messzeitpunkt t_0 gebildet wurde. In Tabelle 7.6 sind neben den deskriptiven Ergebnissen der erwähnten Analysen auch die Ergebnisse der Gruppen zu den zwei Messzeitpunkten dargestellt. Diese werden im Folgenden in den Diagrammen veranschaulicht, was den Vorteil hat, dass über den reinen Zuwachs hinaus auch Informationen über das Leistungsniveau vermittelt werden können, wodurch ein höherer Informationsgehalt gegeben ist.

Tabelle 7.6.: Deskriptive Ergebnisse der Lösungswahrscheinlichkeit zur Rezeption, Produktion, Integration und Transformation (Mittelwerte (M) und Standardabweichung (SD))

		Rezeption			Produktion			Integration			Transformation		
		t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0
EG (N = 41)	M	44.62	59.45	14.83	65.61	79.56	13.94	33.45	56.66	23.21	33.24	56.35	23.21
	SD	10.82	15.56	14.30	16.36	14.57	17.50	17.63	18.56	17.87	16.01	19.11	14.10
KG₁ (N = 16)	M	46.14	51.80	5.66	60.35	74.02	13.66	36.37	43.83	7.46	31.97	33.85	1.88
	SD	9.36	10.88	12.40	13.39	13.64	12.36	13.24	14.22	17.67	13.37	12.75	17.67
KG₂ (N = 22)	M	42.95	50.08	7.13	61.83	67.37	5.55	37.32	46.90	9.58	36.33	37.40	1.07
	SD	10.62	12.74	13.61	20.00	15.42	16.73	12.24	15.26	13.06	16.38	18.72	13.06

Es wurden hier keine Kovariaten in die Analysen einbezogen, da keine Korrelationen zwischen den abhängigen Variablen und den Kontrollvariablen bestand (vgl.

Tabelle siehe Anhang).

Rezeption

Hinsichtlich der Rezeption konnte ein signifikanter Effekt ($F(2,76) = 2.74, p < .05, \eta^2 = .07$) ermittelt werden.

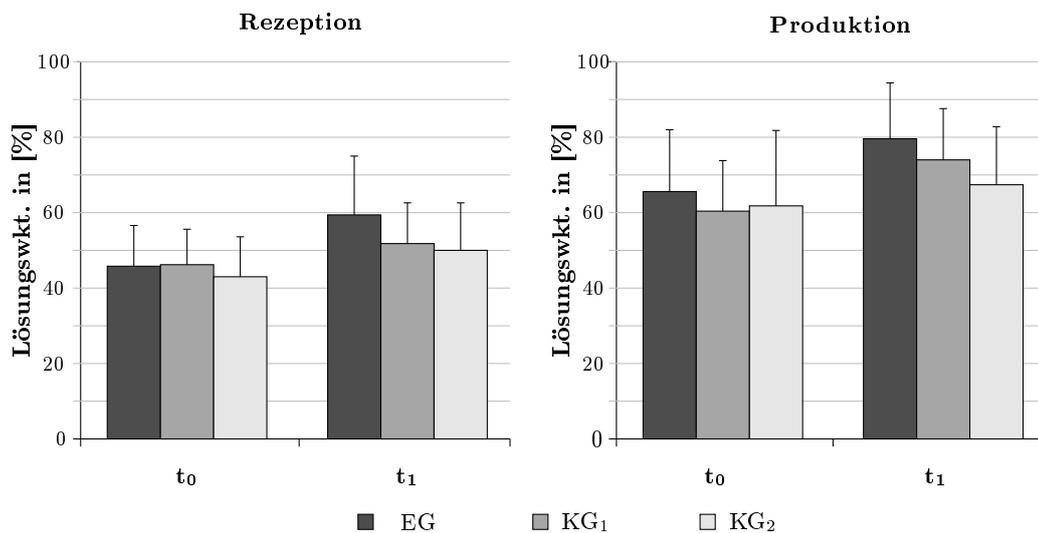


Abbildung 7.5.: Lösungswahrscheinlichkeit der Rezeptions- und Produktionsaufgaben zu den Messzeitpunkten t_0 und t_1

Auch die Kontraste zwischen den Gruppen zeigten, dass sich die EG sowohl signifikant stärker verbesserte als die KG_1 ($t(76) = 1.98, p_1 < .05, d = .60$) als auch die KG_2 ($t(76) = 1.80, p_1 < .05, d = .47$), was auch in Abbildung 7.5 ersichtlich ist. Daher konnten sowohl der Zuwendungseffekt als auch der zeitliche Aspekt ausgeschlossen und die Leistungsverbesserungen auf die Trainingsteilnahme zurückgeführt werden. Deshalb lässt sich schließen, dass durch das Training eine Verbesserung hinsichtlich der Rezeptionsfähigkeiten der Schülerinnen und Schüler erzielt werden kann und somit wurde Hypothese 4a bestätigt.

Produktion

Die Analyse der Produktionsfähigkeit ergab gegenteilige Ergebnisse: Wie aus Abbildung 7.5 hervorgeht, lag die Produktionsfähigkeit bei allen drei Gruppen schon zu Beginn auf einem sehr hohen Niveau und alle Gruppen verbesserten sich hinsichtlich

7. Studie 2

der Produktionsleistung, so dass der Effekt nicht signifikant ($F(2,76) = 2.05$, $p = .07$, $\eta^2 = .07$), aber eine Tendenz zu erkennen war. Der Vergleich der EG mit der KG_1 viel nicht signifikant aus ($t(76) < 1$, n. s.), wohingegen die EG aber einen signifikant größeren Leistungszuwachs als die KG_2 ($t(44.80) = 1.80$, $p_1 = .07$, $d = .02$) aufwies. Obwohl daher der zeitliche Lerneffekt ausgeschlossen werden konnte, können die Verbesserungen nicht ausschließlich auf die Trainingsteilnahme zurückgeführt werden und somit wird Hypothese 4b verworfen.

Integration

Die Ergebnisse hinsichtlich der Integrationsfähigkeit bestätigten die Erwartungen, denn es zeigte sich hier ein signifikanter Effekt ($F(2,76) = 7.58$, $p < .001$, $\eta^2 = .38$) und auch die Kontraste fielen signifikant aus (EG/ KG_1 : $t(76) = 3.21$, $p_1 < .001$, $d = .02$; EG/ KG_2 : $t(76) = 3.10$, $p_1 < .001$, $d = .49$). Wie auch aus Abbildung 7.6 hervorgeht, zeigte die EG somit einen größeren Leistungszuwachs als die KG_1 und die KG_2 . Dadurch konnten ein zeitlicher Lerneffekt sowie der Zuwendungseffekt ausgeschlossen und die Leistungsverbesserung auf das Training zurückgeführt werden, weshalb Hypothese 4c bestätigt werden konnte.

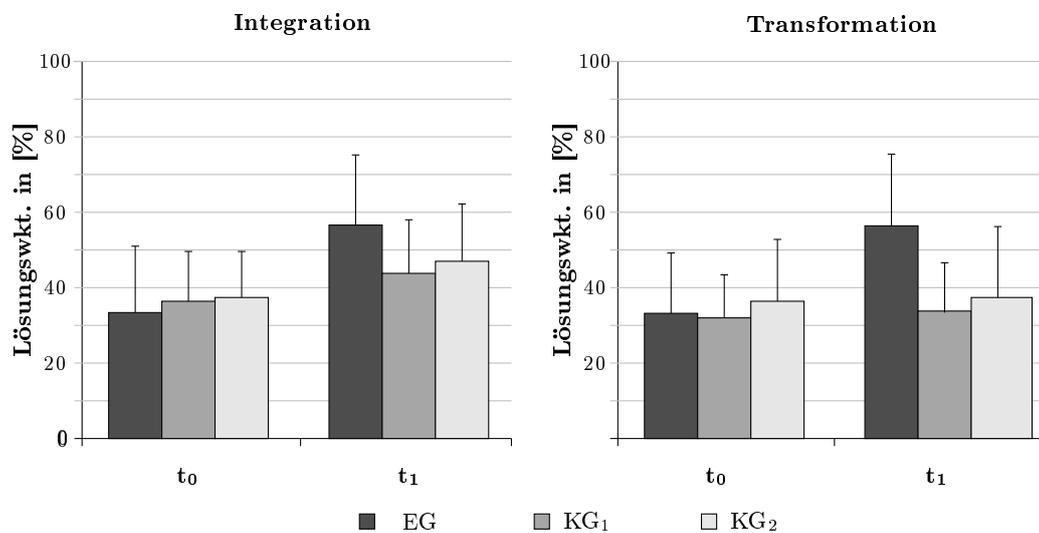


Abbildung 7.6.: Lösungswahrscheinlichkeit der Integrations- und Transformationsaufgaben zu den Messzeitpunkten t_0 und t_1

Transformation

Abbildung 7.6 macht deutlich, dass die EG von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen starken Leistungsanstieg aufweist, wohingegen die beiden Kontrollgruppen nach dem Trainingszeitraum in etwa dasselbe Leistungsniveau wie zuvor aufweisen. Dies bestätigte sich in einem signifikanten Effekt ($F(2,76) = 23.64, p < .001, \eta^2 = .38$) sowie signifikanten Kontrasten (EG/KG₁: $t(37.68) = 6.29, p_1 < .001, d = 1.74$; EG/KG₂: $t(38.55) = 5.42, p_1 < .001, d = 1.46$). Daher können der Zeiteffekt sowie der Zuwendungseffekt ausgeschlossen und die erhöhte Lösungswahrscheinlichkeit auf das Training zurückgeführt werden. Somit ist Hypothese 4d bestätigt.

7.4.2. Können auf den einzelnen Rezeptionsstufen Verbesserungen erzielt werden?

Wie in den theoretischen Grundlagen dargelegt, kann die Rezeption in drei Prozesse differenziert werden, daher soll nun analysiert werden, ob sich auch hinsichtlich dieser Prozesse Verbesserungen durch das Training erzielen lassen. Die Korrelationsanalyse ergab hier für die *Rezeption der Stufe 1* eine Korrelation mit der Kontrollvariable „verbale Fähigkeiten“ ($r = .26, p < .05$), weshalb diese als Kovariate in die Analyse einbezogen wurde. Für die beiden anderen Stufen wurde keine Korrelation mit den Kontrollvariablen ermittelt. Die deskriptiven Ergebnisse zu den beiden Messzeitpunkten sowie deren Differenz sind Tabelle 7.7 zu entnehmen.

Tabelle 7.7.: Deskriptive Ergebnisse der Lösungswahrscheinlichkeit zu den einzelnen Rezeptionsstufen (Mittelwerte (M) und Standardabweichung (SD))

		Stufe 1			Stufe 2			Stufe 3		
		t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0
EG (N = 41)	<i>M</i>	93.50	88.21	-5.28	34.39	55.12	20.73	20.28	40.68	20.40
	<i>SD</i>	13.37	19.81	22.50	17.63	22.58	24.41	13.33	17.89	16.64
KG ₁ (N = 16)	<i>M</i>	91.67	91.67	0	32.68	46.36	13.68	25.08	27.54	2.46
	<i>SD</i>	19.25	14.91	21.08	16.24	19.94	25.05	10.85	12.81	14.30
KG ₂ (N = 22)	<i>M</i>	90.91	93.94	3.03	29.59	42.84	13.30	15.95	21.84	5.89
	<i>SD</i>	15.20	13.16	22.79	16.18	20.08	17.95	9.87	13.96	15.66

Rezeption der Stufe 1

Die ANCOVA zur Analyse der Rezeptionsfähigkeit der *Stufe 1* ergab weder einen signifikanten Haupteffekt ($F(2,76) = 1.07, p = .30, \eta^2 = .05$) noch signifikante

7. Studie 2

Kontraste (EG/KG₁: $t(76) = -.06$, $p_I = .29$, $d = .24$; EG/KG₂: $t(76) = -1.10$, $p_I = .14$, $d = .37$). Wie auch aus Abbildung 7.7 hervorgeht, verbesserten sich lediglich die KG₂ während sich die EG und die KG₁ sogar minimal verschlechterten. Allerdings lagen die Lösungswahrscheinlichkeit auch zu Beginn schon in einem sehr hohen Bereich. Da, wie beschrieben, die Analyse keine signifikanten Ergebnisse erbrachte, muss Hypothese 5a verworfen werden.

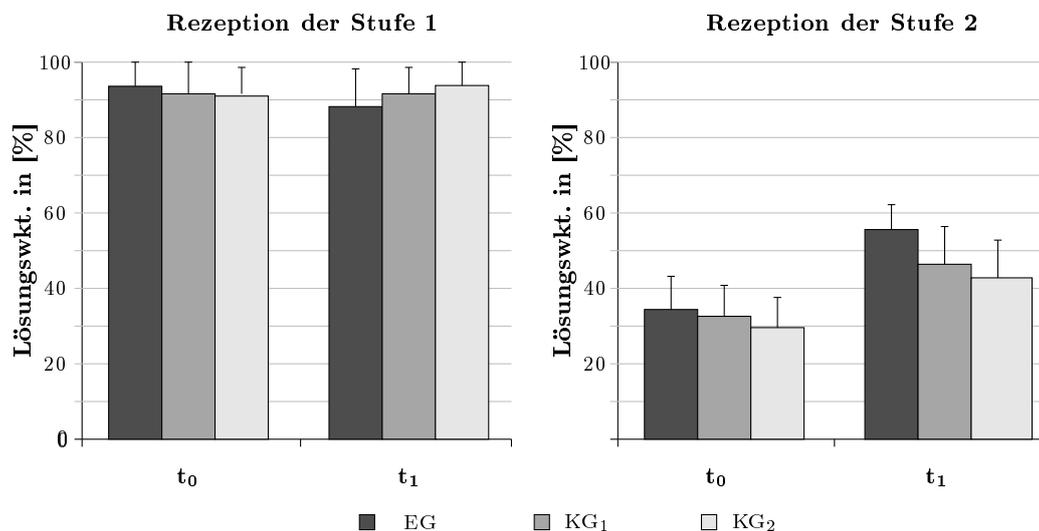


Abbildung 7.7.: Lösungswahrscheinlichkeit der Aufgaben für die Rezeption der Stufe 1 und 2 zu den Messzeitpunkten t_0 und t_1

Rezeption der Stufe 2

Wie Abbildung 7.7 deutlich macht, verbesserten sich alle Gruppen im Bereich der *Rezeption der Stufe 2*. Zwar zeigten die deskriptiven Ergebnisse, dass die Verbesserung der EG am größten ausfiel, trotzdem war der Effekt nicht signifikant ($F(2,76) < 1$, n.s.) und auch die Kontraste fielen nicht signifikant aus (EG/KG₁: $t(26.80) = .96$, $p_I = .17$, $d = .29$; EG/ KG₂: $t(44.95) = 1.37$, $p_I = .09$, $d = .35$). Daher konnte weder der Zuwendungseffekt noch ein zeitlicher Lerneffekt ausgeschlossen werden, weshalb die Verbesserung nicht ausschließlich auf das Training zurückgeführt werden konnte, weshalb Hypothese 5b verworfen wird.

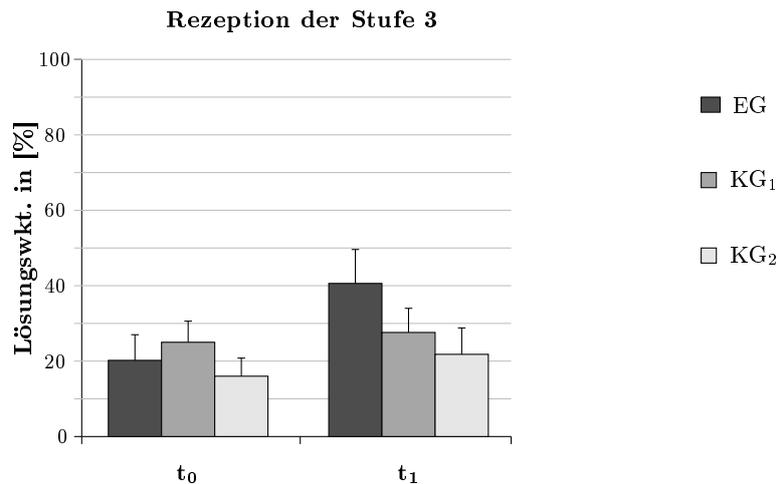


Abbildung 7.8.: Lösungswahrscheinlichkeit der Aufgaben für die Rezeption der Stufe 3 zu den Messzeitpunkten t_0 und t_1

Rezeption der Stufe 3

Die Analyse der Ergebnisse zur *Rezeption der Stufe 3* ergab einen hochsignifikanten Haupteffekt ($F(2,76) = 10.11$, $p < .001$, $\eta^2 = .21$). Wie auch aus Abbildung 7.8 hervorgeht, verbesserten sich zwar alle Gruppen hinsichtlich dieser Fähigkeit, aber die Verbesserung der EG fiel sowohl größer aus als die der KG₁ ($t(76) = 3.82$, $p_1 < .001$, $d = 1.79$) als auch die der KG₂ ($t(76) = 3.45$, $p_1 < .01$, $d = 1.50$). Da der Vergleich der EG mit der KG₁ hochsignifikant ausfällt, kann der Zuwendungseffekt ausgeschlossen werden und da der Vergleich der EG mit der KG₂ auch signifikant war, kann Hypothese 5c bestätigt werden.

7.4.3. Konnten auf den einzelnen Produktionsstufen Verbesserungen erzielt werden?

Auch im Bereich der Produktionsfähigkeit wurden drei Stufen unterschieden und analysiert inwieweit sich die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler in den einzelnen Bereichen weiterentwickelten. Die Mittelwerte und Standardabweichungen der Ergebnisse im Vor- und Nachtest sowie die Differenzen zwischen diesen sind Tabelle 7.8 zu entnehmen.

7. Studie 2

Tabelle 7.8.: Deskriptive Ergebnisse der Lösungswahrscheinlichkeit zu den einzelnen Produktionsstufen (Mittelwerte (M) und Standardabweichung (SD))

		Stufe 0			Stufe 1			Stufe 2		
		t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0
EG ($N = 41$)	M	57.10	75.51	18.41	72.41	73.78	1.22	70.93	87.64	16.71
	SD	23.90	19.92	27.54	30.00	30.08	33.98	21.81	16.23	23.27
KG₁ ($N = 16$)	M	42.50	62.24	19.74	68.75	75.00	6.25	74.01	85.47	11.46
	SD	24.50	18.29	22.13	25.00	22.36	28.14	14.65	18.10	22.12
KG₂ ($N = 22$)	M	50.00	61.93	11.93	80.68	69.32	-11.36	72.92	71.70	-1.21
	SD	28.84	23.01	25.29	30.80	33.57	40.63	27.32	23.83	30.97

Produktion der Stufe 0

Zur Analyse der *Produktion der Stufe 0*, welche das Erstellen einer Repräsentationsvorlage bedeutet, wurde wiederum eine einfaktorielle Varianzanalyse mit der abhängigen Variablen Lösungswahrscheinlichkeit angewandt. Wie Abbildung 7.9 veranschaulicht, verbesserten sich alle Gruppen über den Zeitraum hinweg und der Haupteffekt fiel nicht signifikant aus ($F(2,76) < 1$, n.s.). Da sich für die Prüfgröße F ein Wert kleiner als 1 ergab, wurden keine weiteren Kontraste berechnet und die Hypothese 6a verworfen.

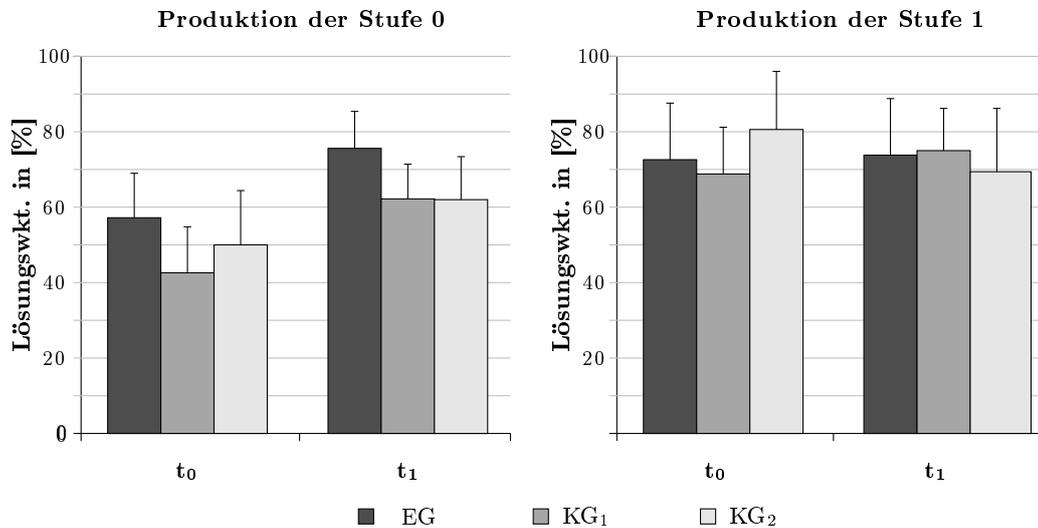


Abbildung 7.9.: Lösungswahrscheinlichkeit der Aufgaben für die Produktion der Stufe 0 und 1 zu den Messzeitpunkten t_0 und t_1

Produktion der Stufe 1

Die Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Produktion der Stufe 1* lag zu Beginn bei allen drei Gruppen bereits auf einem sehr hohen Niveau (vgl. Abbildung 7.9). Während die beiden Kontrollgruppen nach dem Trainingszeitraum sogar eine geringere Lösungswahrscheinlichkeit aufzeigten als davor, konnte bei der EG das Ausgangsniveau gehalten werden. Trotzdem fällt der Haupteffekt nicht signifikant aus ($F(2,76) = 1.39$, $p = .13$, $\eta^2 = .04$). Der Einzelvergleich der Gruppen ergab allerdings für die EG und die KG_1 keinen signifikanten Unterschied ($t(76) < 1$, n.s.) und für die EG und die KG_2 ein Trend zur Signifikanz ($t(76) = 1.36$, $p_1 = .09$, $d = .34$). Da weder der Zuwendungseffekt noch der Zeitfaktor ausgeschlossen werden konnten, wird Hypothese 6b somit verworfen.

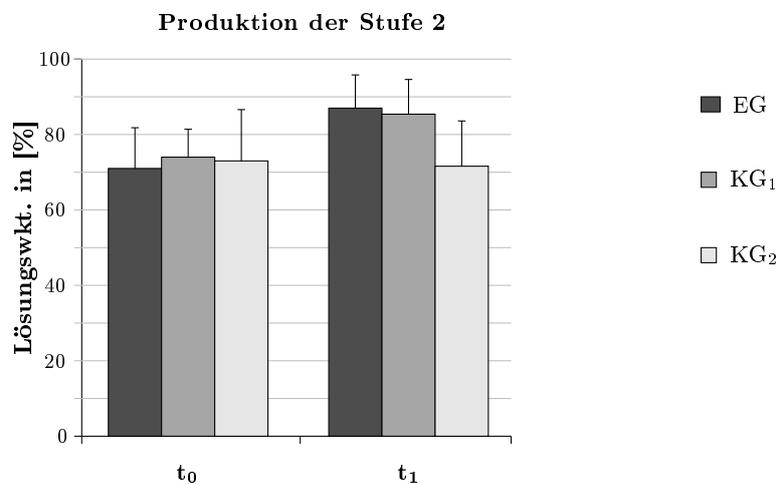


Abbildung 7.10.: Lösungswahrscheinlichkeit der Aufgaben für die Produktion der Stufe 2 zu den Messzeitpunkten t_0 und t_1

Produktion der Stufe 2

Auch die Lösungswahrscheinlichkeit der Aufgaben im Bereich der *Produktion der Stufe 2* lag bei allen drei Gruppen schon zu Beginn auf einem recht hohen Niveau (siehe Abbildung 7.10). Alle Gruppen konnten demnach von Beginn an einfache Repräsentationen selbstständig erstellen. Die statistische Auswertung ergab allerdings einen signifikanten Effekt ($F(2,76) = 3.57$, $p < .05$, $\eta^2 = .09$). Um nun die Verbesserung der EG auf das Training zurückführen zu können, wurden wiederum Kontraste betrachtet. Wie auch Abbildung 7.9 zeigt, verbesserten sich die EG und die KG_1

7. Studie 2

während sich die KG₂ sogar verschlechterte. Dies schlug sich in einem nicht signifikanten Vergleich der EG mit der KG₁ ($t(28.74) < 1$, n.s.) und einem signifikanten Vergleich der EG mit der KG₂ ($t(34.01) = 2.38$, $p_1 < .01$, $d = .66$) nieder. Da nur der Vergleich der EG mit der KG₂ signifikant war, kann der Zuwendungseffekt nicht ausgeschlossen werden, weshalb Hypothese 6c verworfen wird.

7.4.4. Können auf den einzelnen Stufen der Integration Verbesserungen erzielt werden?

Auch im Bereich der Integration können drei Stufen unterschieden werden, weshalb analysiert werden sollte, ob sich auf den einzelnen Stufen Verbesserungen zeigen. Tabelle 7.9 zeigt wiederum die deskriptiven Ergebnisse aus dem Vor- und Nachtest sowie die Differenzwerte, welche in die statistischen Analysen einfließen.

Tabelle 7.9.: Deskriptive Ergebnisse der Lösungswahrscheinlichkeit zu den einzelnen Integrationsstufen (Mittelwerte (*M*) und Standardabweichung (*SD*))

		Stufe 1			Stufe 2			Stufe 3		
		<i>t</i> ₀	<i>t</i> ₁	<i>t</i> ₁ - <i>t</i> ₀	<i>t</i> ₀	<i>t</i> ₁	<i>t</i> ₁ - <i>t</i> ₀	<i>t</i> ₀	<i>t</i> ₁	<i>t</i> ₁ - <i>t</i> ₀
EG (N = 41)	M	23.60	63.23	39.63	28.23	43.30	15.07	47.29	64.84	17.57
	SD	23.87	28.75	30.62	20.56	20.75	19.95	21.66	18.10	24.88
KG₁ (N = 16)	M	28.33	46.88	18.54	32.81	32.53	-.28	46.61	52.52	5.90
	SD	22.24	19.23	33.80	15.95	14.08	16.35	15.74	23.62	20.93
KG₂ (N = 22)	M	26.02	44.89	18.86	29.43	30.73	1.29	61.82	65.28	3.45
	SD	19.00	24.42	25.68	18.47	16.63	16.98	21.58	17.44	23.55

Integration der Stufe 1

Die Lösungswahrscheinlichkeit hinsichtlich der *Integration der Stufe 1* lag bei allen drei Gruppen zu Beginn auf einem sehr geringen Niveau (siehe Abbildung 7.11) und verbesserte sich über den Trainingszeitraum bei allen drei Gruppen. Allerdings wird schon in der Abbildung 7.11 deutlich, dass sich die EG sehr stark verbesserte und nach dem Training eine Lösungswahrscheinlichkeit von über 60 % erreichte. Auch die statistische Auswertung ergab einen signifikanten Haupteffekt ($F(2,76) = 4.78$, $p < .01$, $\eta^2 = .11$) sowie zwei signifikante Einzelvergleiche (EG/KG₁ $t(76) = 2.38$, $p_1 < .01$, $d = .65$; EG/KG₂ $t(76) = 2.71$, $p_1 < .01$, $d = .74$). Aus diesem Grund können zeitlich begründete Lerneffekte sowie ein möglicher Zuwendungseffekt ausgeschlossen werden und der Lerneffekt der Trainingsteilnahme zugeschrieben werden. Daher wird Hypothese 7a bestätigt.

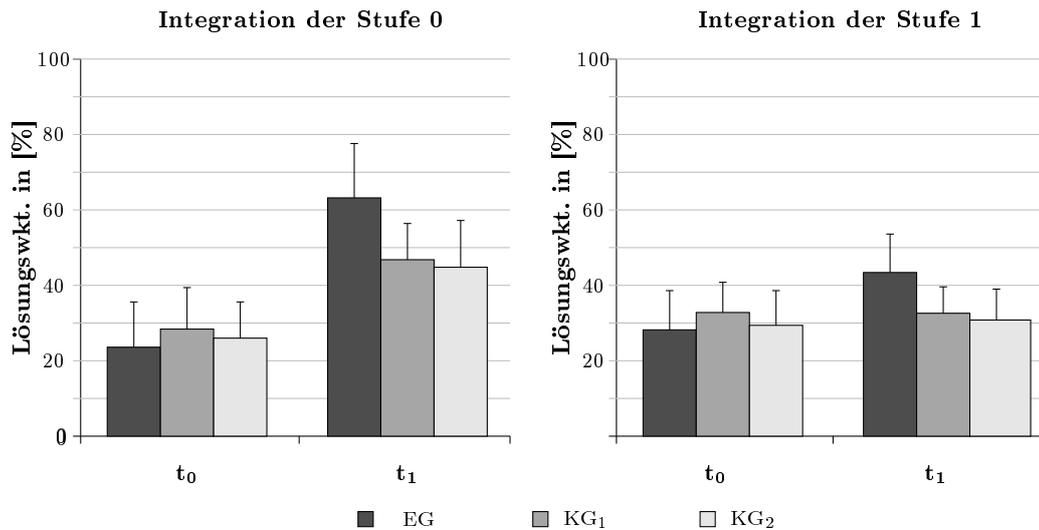


Abbildung 7.11.: Lösungswahrscheinlichkeit der Aufgaben für die Integration der Stufe 1 und 2 zu den Messzeitpunkten t_0 und t_1

Integration der Stufe 2

Auch die Aufgaben zur *Integration der Stufe 2* wurden zu Beginn der Untersuchung von allen Gruppen nur zu einem geringen Teil richtig gelöst. Doch wie Abbildung 7.11 deutlich macht, erreichten die Teilnehmer der EG nach der Intervention eine höhere Lösungswahrscheinlichkeit, während die anderen beiden Gruppen in etwa die gleiche Lösungswahrscheinlichkeit wie zu Beginn zeigten. Dies schlug sich auch in einem signifikanten Effekt ($F(2,76) = 6.05, p < .01, \eta^2 = .14$) und signifikanten Einzelvergleichen (EG/KG₁: $t(76) = 2.82, p_1 < .01, d = .85$; EG/KG₂: $t(76) = 2.89, p_1 < .01, d = .75$) nieder. Da auch die Einzelvergleiche signifikant ausfielen, kann der Zuwendungseffekt und ein Lerneffekt durch die Zeit ausgeschlossen und Hypothese 7b bestätigt werden.

Integration der Stufe 3

Die Analyse der *Integration der Stufe 3* ergab einen signifikanten Haupteffekt ($F(2,76) = 3.04, p < .05, \eta^2 = .08$). Wie in Abbildung 7.12 dargestellt ist, erreichten die EG und die KG₁ zu Beginn in etwa die gleiche Lösungswahrscheinlichkeit (vgl. Tabelle 7.9) sowie Abbildung 7.11, wohingegen die KG₂ schon zu Beginn mehr Aufgaben richtig bearbeitete. Diese zeigte aber keinen Leistungszuwachs wodurch die EG und

7. Studie 2

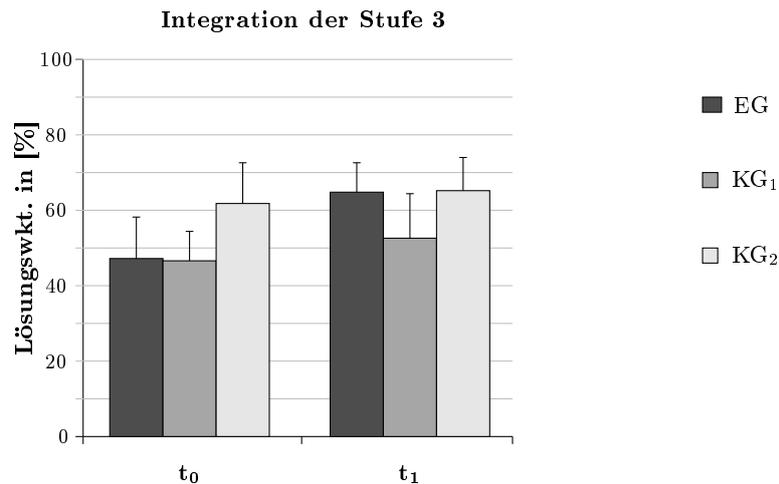


Abbildung 7.12.: Lösungswahrscheinlichkeit der Aufgaben für die Integration der Stufe 3 zu den Messzeitpunkten t_0 und t_1

die KG₂ zum Messzeitpunkt t_1 in etwa die gleiche Lösungswahrscheinlichkeit zeigten. Dies schlug sich auch in einem signifikanten Kontrast nieder ($t(76) = 2.25$, $p_I < .05$, $d = .58$). Für den Kontrast der EG mit der KG₁ ergab sich auch ein signifikantes Ergebnis ($t(76) = 1.67$, $p_I = .05$, $d = .51$), weshalb Hypothese 7c bestätigt wurde.

7.4.5. Konnten auf den einzelnen Transformationsstufen Verbesserungen erzielt werden?

Abschließend wurden die unterschiedlichen Transformationsstufen betrachtet und analysiert, ob sich auch auf diesen Stufen Verbesserungen durch das Training erzielen ließ. Die deskriptiven Ergebnisse dieser Analysen sind in Tabelle 7.10 dargestellt.

Tabelle 7.10.: Deskriptive Ergebnisse zu den einzelnen Transformationsstufen (Mittelwerte (M) und Standardabweichung (SD))

		Stufe 1			Stufe 2			Stufe 3		
		t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0
EG (N = 41)	M	38.59	61.01	22.40	24.28	48.71	24.43	36.86	58.21	21.35
	SD	15.35	17.98	18.05	19.24	21.90	19.98	22.15	25.52	19.24
KG₁ (N = 16)	M	32.20	42.37	10.13	22.40	23.07	0.68	41.32	35.59	-5.73
	SD	18.64	14.68	16.60	14.15	13.56	11.57	17.21	18.62	20.81
KG₂ (N = 22)	M	43.28	47.69	4.47	25.78	29.49	3.71	39.78	34.97	-4.81
	SD	21.70	17.52	20.70	18.58	22.47	19.09	22.13	23.04	23.28

Abbildung 7.13 macht deutlich, dass sich die EG von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 stark verbesserte, während die Verbesserungen der beiden Kontrollgruppen geringer erscheinen. Dies wurde durch die statistische Auswertung bestätigt, da sich ein signifikanter Haupteffekt ($F(2,76) = 6.82, p < .01, \eta^2 = .15$) und signifikante Einzelvergleiche ergaben (EG/KG₁: $t(76) = 2.16, p_1 < .05, d = 3.10$; EG/KG₂: $t(76) = 3.52, p_1 < .001, d = 4.98$). Somit können der Zuwendungseffekt und der zeitliche Einfluss als Grund für eine Veränderung ausgeschlossen und die Verbesserungen der Trainingsteilnahme zugeschrieben werden, weshalb Hypothese 8a bestätigt wird.

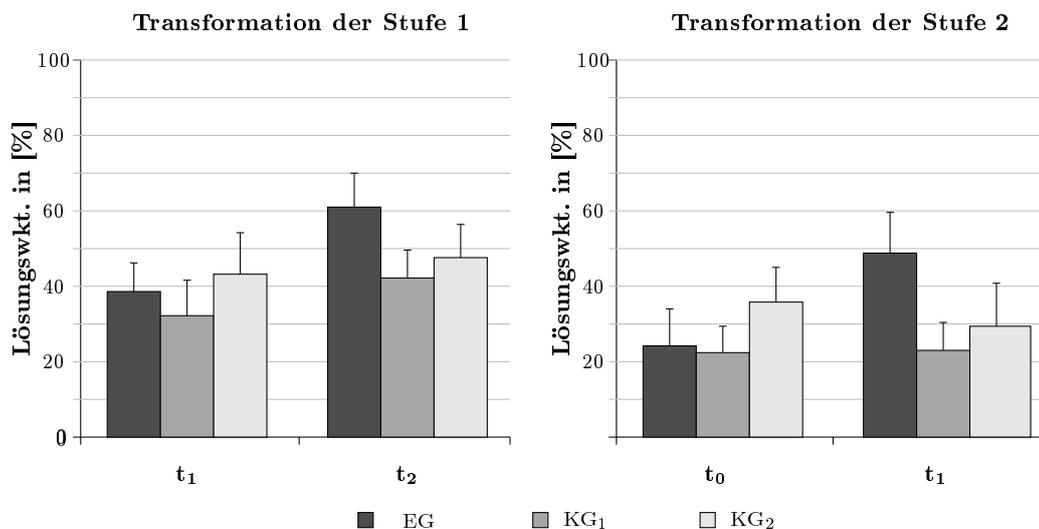


Abbildung 7.13.: Lösungswahrscheinlichkeit der Aufgaben für die Transformation der Stufe 1 und 2 zu den Messzeitpunkten t_0 und t_1

Transformation der Stufe 2

Die Analyse der Ergebnisse zur *Transformation der Stufe 2* erfolgte mittels einer ANCOVA, da hier eine Korrelation zwischen der abhängigen Variablen und der Kontrollvariablen *logische Fähigkeiten* vorlag ($r = -.26, p < .05$), und ergab einen hochsignifikanten Haupteffekt ($F(2,76) = 14.28, p < .001, \eta^2 = .27$) sowie zwei signifikante Kontraste (EG/KG₁: $t(76) = -4.63, p_1 < .001, d = 1.51$; EG/KG₂: $t(76) = -3.84, p_1 < .001, d = 1.06$). Wie auch Abbildung 7.13 zeigt, erreichten die EG und die beiden Kontrollgruppen zum Messzeitpunkt t_0 in etwa die gleiche Lösungswahr-

7. Studie 2

scheinlichkeit. Allerdings zeigte die EG zum Messzeitpunkt t_1 eine sehr viel höhere Lösungswahrscheinlichkeit sowohl zum Messzeitpunkt t_0 als auch die beiden anderen Gruppen, denn die KG_2 verbesserte sich nur gering während die KG_1 keine Veränderung aufwies. Auf Grund dieser Ergebnisse kann Hypothese 8b bestätigt werden.

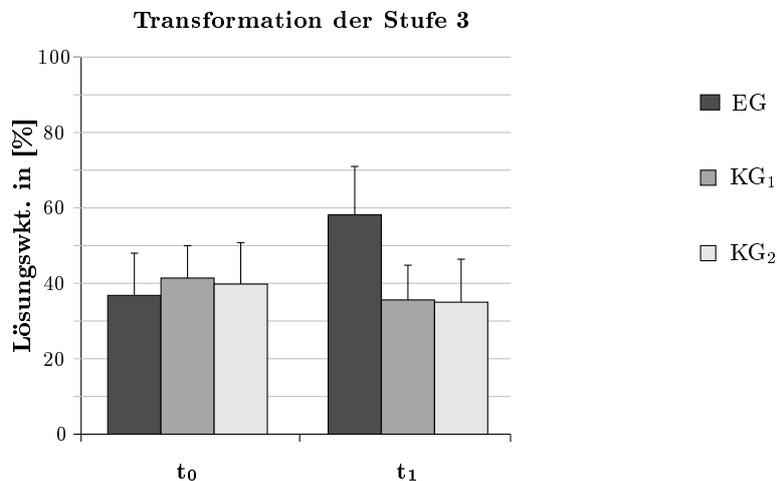


Abbildung 7.14.: Lösungswahrscheinlichkeit der Aufgaben für die Transformation der Stufe 3 zu den Messzeitpunkten t_0 und t_1

Transformation der Stufe 3

Hinsichtlich der *Transformation der Stufe 3* ergab die statistische Auswertung einen hochsignifikanten Haupteffekt ($F(2,76) = 16.84, p < .001, \eta^2 = .31$) sowie zwei hochsignifikante Kontraste (EG/ KG_1 : $t(76) = 4.43, p_1 < .001, d = 1.45$; EG/ KG_2 : $t(76) = 4.77, p_1 < .001, d = 1.23$). Diese Effekte werden in Abbildung 7.14 verdeutlicht: Während sich die beiden Kontrollgruppen von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 verschlechterten, zeigte die EG eine deutliche Leistungssteigerung, sodass sich die Lösungswahrscheinlichkeit von unter 40 % auf knapp unter 60 % steigerte. Daher wurde Hypothese 8c bestätigt.

7.5. Zusammenfassung und Diskussion der Studie 2

Ziel dieser zweiten Studie war es einerseits, die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler zur Rezeption, Produktion, Integration und Transformation zu fördern und andererseits die erfolgreichen Bausteine des Trainings zu identifizieren, sodass diese

in den Unterricht implementiert werden können. Des Weiteren sollten neben dem Arbeitsmaterial vor allem die Erhebungsinstrumente getestet werden, um diese für den Einsatz im Feld gegebenenfalls verbessern zu können.

Um die empirischen Forschungsfragen beantworten zu können und die erwarteten Verbesserungen der Fähigkeiten im Umgang mit multiplen Repräsentation der Schülerinnen und Schüler auf das Training „Fit im Alltag“ zurückführen zu können, wurde ein experimentelles Kontrollgruppen-Design angewandt. Hierbei nahmen insgesamt $N = 93$ Schülerinnen und Schüler neunter Klassen des Gymnasiums oder der Realschule teil, welche sich dann auf die Experimental- und die beiden Kontrollgruppen aufteilten. Die Experimentalgruppe erhielt ein spezielles Fördertraining zum Umgang mit multiplen Repräsentation, während die KG_1 an einem Training zur Stressbewältigung im selben zeitlichen Umfang teilnahm, um Zuwendungseffekte kontrollieren zu können. An den beiden Messzeitpunkten, vor und nach dem Training, wurden neben den abhängigen Variablen auch Kontrollvariablen, wie Alter, Geschlecht, logische und verbale Fähigkeiten, erhoben, um deren Einflüsse gegebenenfalls kontrollieren zu können.

Insgesamt zeigte sich, dass die meisten Hypothesen bestätigt werden konnten und somit die Verarbeitungsprozesse durch das Training „Fit in der Mathematik“ gefördert werden konnten. Lediglich hinsichtlich der *Produktion* sowie der *Rezeption der Stufen 1 und 2* mussten die Hypothesen verworfen werden.

Nachfolgend werden nun zunächst die einzelnen Ergebnisse in Bezug zu den generierten Hypothesen diskutiert und anschließend in einen Zusammenhang gestellt, um bewerten zu können, inwieweit die Ziele erreicht wurden und das Training „Fit in der Mathematik“ erfolgreich war.

7.5.1. Verbesserten sich die Schülerfähigkeiten hinsichtlich den Prozessen Rezeption, Produktion, Integration und Transformation?

Die Frage, ob sich die Schülerinnen und Schüler hinsichtlich ihrer Fähigkeiten aus Darstellungen Informationen zu entnehmen, diese selbstständig zu erstellen, Informationen miteinander abzugleichen oder gar eine Transformation durchzuführen, über den Trainingszeitraum hinweg verbesserten, konnte nicht einheitlich beantwortet werden:

Die Analyse der Rezeptionsfähigkeit lieferte einen signifikanten Effekt und da auch die beiden Kontraste zwischen der EG und den beiden KGs signifikant waren, konnten die beiden erwarteten Störgrößen ausgeschlossen und Hypothese 4a bestätigt werden.

7. Studie 2

Daher kann geschlossen werden, dass das Training im Bereich der Rezeption erfolgreich war und es gelang die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler Informationen aus Repräsentationen zu entnehmen und diese zu verbalisieren zu fördern.

Ähnliche Befunde lieferten die Analysen zu den Leistungsverbesserungen in den Bereichen der Integration und der Transformation. Hier konnten sowohl hochsignifikante Effekte als auch hochsignifikante Kontraste gefunden werden, weshalb für beide Bereiche der Zeit- und der Zuwendungseffekt ausgeschlossen werden konnte und die Hypothesen bestätigt wurden. Die Leistungen der Schülerinnen und Schüler verbesserten sich demnach in diesen Bereichen auf Grund des Trainings. Neben der Förderung der Rezeptionsfähigkeit gelang es somit auch die Fähigkeiten Informationen aus unterschiedlichen Repräsentationen abzugleichen und des Weiteren Repräsentationen mit demselben Informationsgehalt wie eine gegebene Repräsentation zu erstellen zu fördern. Es zeigte sich demnach, dass sich die Fähigkeit zur Transformation, wenn sie anders als in der Vorstudie (Felsmann, 2011; Geiger et al., 2012) direkt gefördert wird, unterstützen lässt.

Allerdings konnte das Ergebnis aus der genannten Vorstudie (Felsmann, 2011; Geiger et al., 2012) nicht exakt repliziert werden. Denn in dieser Vorstudie konnte, durch ein spezielles Training der Produktion, die Produktionsfähigkeit, nicht aber die Transformationsfähigkeit gefördert werden. Die Analyse ergab in dieser Vorstudie zwar eine Tendenz hinsichtlich der Transformation und es zeigte sich auch rein deskriptiv, dass die EG vom Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Leistungsanstieg aufwies als die anderen beiden Gruppen, aber da sich nur für den Kontrast zwischen der EG und der KG₂ ein signifikantes Ergebnis ergab, konnte der Zuwendungseffekt in diesem Fall nicht ausgeschlossen werden. Daher war es nicht möglich, den Leistungszuwachs ausschließlich auf die Trainingsteilnahme zurückzuführen.

Weshalb das Training sich nicht erfolgreich auf die Produktionsfähigkeit auswirkte ist nun fraglich. Zum einen wurde die Produktionsfähigkeit im Training „Fit in der Mathematik“ nicht so stark gefördert, wie in der Vorstudie und zum anderen schienen die Aufgaben, welche zur Erhebung der Produktionsfähigkeit entwickelt wurden, für die Lernenden schwer durchschaubar, so dass ihnen zum Messzeitpunkt t_0 nicht klar war, wie bestimmte Aufgaben zu lösen sind. Es ist aber durchaus möglich, dass die Schülerinnen und Schüler sich im Anschluss an die Datenerhebung darüber ausgetauscht haben, wie die unterschiedlichen Aufgaben zu lösen sind, sodass ihnen dies zum Messzeitpunkt t_1 gelang. Dies war vermutlich in allen Gruppen der Fall, da wie auch in Abbildung 7.5 deutlich macht, sich alle Gruppen hinsichtlich ihrer

Produktionsfähigkeit verbesserten.

7.5.2. Konnten auf den einzelnen Rezeptionsstufen Verbesserungen erzielt werden?

Innerhalb des Bereiches der Rezeption können drei Prozesse unterschieden werden. Da diese drei Stufen getrennt voneinander mit unterschiedlichen Methoden gefördert wurden und neben der Analyse der Leistungsveränderung auch Ziel dieser Studie war, die erfolgreichen Bausteine zu identifizieren, sollten die unterschiedlichen Stufen der Rezeption getrennt analysiert werden. Die Ergebnisse, welche sich zur Beantwortung der Forschungsfragen ergaben, werden nun diskutiert:

Hypothese 5a, welche im Bezug auf die *Rezeption der Stufe 1* aufgestellt wurde, musste verworfen werden, da sich weder ein Haupteffekt noch signifikante Kontraste ergaben. Allerdings lässt sich mit Blick auf die deskriptiven Ergebnisse feststellen, dass diese bei allen Gruppen schon zum Messzeitpunkt t_0 über 90% lagen. Dadurch ist kaum noch eine weitere Verbesserung möglich und es kann von Deckeneffekten gesprochen werden (Rost & Schilling, 2006). Es zeigte sich demnach, dass die Fähigkeit der Lernenden Informationen aus Repräsentationen zu entnehmen in dieser Altersgruppe sehr gut ist und keiner gezielten Förderung bedarf.

Auch die Analyse der Ergebnisse, welche für die *Rezeption der Stufe 2* ermittelt wurden, ergab keinen signifikanten Haupteffekt. Allerdings ergab sich für den Vergleich der EG mit der KG_1 ein signifikanter Kontrast, so dass der Zuwendungseffekt ausgeschlossen werden konnte. Die Hypothese musste aber verworfen werden, da der Kontrast zwischen EG und KG_2 nur eine Tendenz zur Signifikanz aufzeigte.

Das nur tendenziell signifikante Ergebnis weist zwar darauf hin, dass das Training in diesem Fall nicht als erfolgreich angesehen werden kann. Dennoch lassen sich hier positive Schlüsse für das Training ableiten. Da dieser Prozess vor allem zu Beginn des Trainings fokussiert wurde, ist es möglich, dass die Trainingsinhalte hier bei den Lernenden noch nicht richtig griffen, weil sie in der neuen Lernsituation noch nicht angekommen waren. Dies kann einerseits mit der ungewohnten Lernumgebung und den unbekanntem Mitlernenden zusammenhängen. Das Training wurde zwar nach dem von Perels (2007) konzipiert, es ist dennoch möglich, dass die Aufwärmphase nicht ausgiebig genug war. Andererseits könnte es auch damit erklärt werden, dass gerade hier die neue Strategie des Fragestellens eingeführt wurde und die Lernenden mit dieser kognitiv ausgelastet waren. Solche lernhemmenden Auswirkungen von neuen Strategien werden nach Artelt (2000) in der Literatur als mathemathandische Effekte bezeichnet und als Grund dafür angeführt, dass Lernende, nachdem eine neue

7. Studie 2

Strategie eingeführt wurde, zunächst schlechtere Lernresultate zeigen. Daher könnte durch eine längere Kennenlernphase oder eine intensivere Beschäftigung mit dem Lerninhalt doch ein signifikantes Ergebnis erzielt werden.

Für die *Rezeption der Stufe 3* ergab sich sowohl ein hochsignifikanter Haupteffekt sowie ein hochsignifikanter Vergleich der EG mit der KG_1 und ein signifikanter Vergleich mit der KG_2 . Daher konnte Hypothese 5c bestätigt werden. Es zeigte sich demnach, dass die erhöhte Lösungswahrscheinlichkeit mit der die EG die Aufgaben bearbeitete, auf die Teilnahme am Training zurückgeführt werden konnte. Somit können die Strategien, welche für die Förderung der *Rezeption der Stufe 3* angewandt wurden, als erfolgreich bewertet werden.

Besonders bemerkenswert und erfreulich ist allerdings, dass im Bereich der Rezeption der kognitiv anspruchsvollste Prozess gefördert werden konnte. Hier bedürfen Lernende die meiste Hilfe und diese wurde ihnen durch die Förderungen gegeben. Da auch innerhalb des Trainings dieser Prozess einen größeren Stellenwert inne hatte, kann davon ausgegangen werden, dass bei einer intensiveren Förderung auch die *Rezeption der Stufe 2* gefördert werden könnte.

7.5.3. Konnten auf den einzelnen Produktionsstufen Verbesserungen erzielt werden?

Bereits die Ergebnisse, welche die Analyse des Produktionsprozesses im Allgemeinen ergab, fielen nicht einheitlich aus, machten eine genauere Betrachtung der einzelnen Stufen der Produktion interessant und wiesen daraufhin, dass die Produktionsprozesse eventuell durch die Teilnahme an der Datenerhebung bereits gefördert wurden. Nun können diese Annahmen in Zusammenhang mit den Ergebnissen der Analysen der unterschiedlichen Stufen gebracht und diskutiert werden. Auch für die erwähnten Stufen ergaben sich keine einheitlichen Ergebnisse. So ergab sich für die *Produktion der Stufe 0* eine Prüfgröße, deren Wert unterhalb der 1 lag, so dass keine Kontraste verglichen und die aufgestellte Hypothese verworfen wurde. Die deskriptiven Ergebnisse zeigten, dass der Mittelwert der EG schon zu Beginn auf einem etwas höheren Niveau als der anderen lag, aber sich die Gruppen in etwa gleichem Maße verbesserten. Allerdings lagen alle Mittelwerte zum Messzeitpunkt t_0 in einem niedrigen Bereich. Daher ist davon auszugehen, dass die bereits in der Diskussion der Produktionsergebnisse (vgl. Abschnitt 7.5.1) aufgezeigten Probleme hier zu suchen sind:

Die Aufgaben zur Erfassung der Fähigkeiten zur *Produktion der Stufe 0* waren für die Lernenden vermutlich so ungeläufig, dass ihnen nicht klar war, wie sie die

Aufgaben richtig bearbeiten sollten. Da es aber doch in allen drei Gruppen zum Messzeitpunkt t_1 Schülern häufiger gelang, die Aufgaben richtig zu lösen, ist davon auszugehen, dass die Schüler sich über die richtige Vorgehensweise austauschten, die Aufgabenstellung dann richtig verstanden und somit die Aufgaben lösen konnten. Dennoch ließ sich hier kein Trainingserfolg ermitteln.

Die Analyse der Ergebnisse für die *Produktion der Stufe 1* sowie der *Produktion der Stufe 2* zeigten ähnliche Muster. Zwar war bei der *Produktion der Stufe 1* der Effekt nicht signifikant und bei der *Produktion der Stufe 2* signifikant, doch die Kontraste verweisen auf die gleiche Problematik:

Die Vergleiche der EG mit der KG_2 ergaben für die *Produktion der Stufe 2* einen signifikanten Effekt und für die *Produktion der Stufe 1* ein tendenziell signifikantes Ergebnis. Dies zeigt, dass ein längeres oder intensiveres Training auf diesen beiden Ebenen erfolgreich sein könnte. Allerdings konnte auf beiden Ebenen kein signifikanter Kontrast zwischen der EG und der KG_1 ermittelt werden. Daher konnte in beiden Fällen der Zuwendungseffekt nicht ausgeschlossen werden. Es ist nun hier fraglich, ob die Produktion im Training „Fit im Alltag“ nicht doch an einigen Stellen gefördert wurde, so dass sich die Teilnehmer dieser Gruppe auf Grund ihrer Teilnahme verbesserten oder aber die Teilnehmer beider Gruppen bemühten sich zu Messzeitpunkt t_1 mehr um eine korrekte Bearbeitung der Fragen, da sie sich der Gruppe zugehörig fühlten und sie eine gute Leistung zeigen wollten, was öfter als Grund für ein besseres Abschneiden angesehen wird (Klauer, 2001a).

7.5.4. Konnten auf den einzelnen Integrationsstufen und Transformationsstufen Verbesserungen erzielt werden?

Die Diskussion der Ergebnisse für die einzelnen Integrations- und Transformationsstufen wird im Folgenden zusammengefasst, da sich hierfür einheitliche Ergebnisse ergaben und die Hypothesen bestätigt werden konnten. In allen hier besprochenen Bereichen wurden signifikante Haupteffekte ermittelt und auch die Einzelvergleiche waren bis auf eine Ausnahme, der *Integration der Stufe 3*, signifikant. Hier konnte für den Kontrast der EG mit der KG_1 nur ein tendenziell signifikantes Ergebnis ermittelt werden, so dass der Zuwendungseffekt nicht mit Sicherheit ausgeschlossen werden kann. Dennoch können in allen Bereichen die Lernzuwächse auf die Trainingsteilnahme zurückgeführt werden.

Somit können die Ergebnisse der Analyse der Studie 2 in zwei Hauptaussagen zusammengefasst werden. Zum einen kann das Training als erfolgreich eingestuft werden, da in fast allen Bereichen Leistungsverbesserungen erzielt wurden und zum

7. Studie 2

anderen ist bemerkenswert, dass sich gerade in den kognitiv anspruchsvolleren Prozessen Effekte zeigten. Dies gilt einerseits, wenn die Prozesse im Gesamten betrachtet werden und andererseits, wenn die Teilprozesse fokussiert werden. So war die Förderung der Rezeption und die Produktion weniger erfolgreich als die der Integration und der Transformation. Aber innerhalb der Rezeptionsprozesse konnte wiederum gezeigt werden, dass der Prozess der *Rezeption der Stufe 3* gefördert werden konnte. Auch der Prozess der *Produktion der Stufe 2*, welcher der anspruchsvollste darstellt, konnte im Gegensatz zu den anderen Prozessen gefördert werden.

Da es erstrebenswert ist, gerade für die anspruchsvollen Prozesse erfolgsversprechende Hilfestellungen zu geben, ist dies ein sehr zufriedenstellendes Ergebnis und das Training kann als erfolgreich bezeichnet werden.

Dennoch können aus den Erkenntnissen der Studie 2 Folgerungen und Verbesserungen für Studie 3 gezogen werden. Es ist notwendig alle Prozesse zu fördern, sodass auch die Fähigkeiten zur *Produktion* und zur *Rezeption der Stufe 2* gefördert werden. Außerdem zeigte die Analyse der Rezeption, dass die Schülerinnen und Schüler auf der Ebene *Rezeption der Stufe 1* sehr gute Ergebnisse lieferten, so dass diese nicht trainiert und somit auch nicht erhoben werden muss.

Wie bereits diskutiert, konnten nicht alle Prozesse gefördert werden, weshalb sich die Frage stellt, wie diese Befunde begründet werden können. Auffallend ist, dass gerade die vermeintlich kognitiv weniger anspruchsvollen Prozesse der Rezeption und Produktion nicht gefördert werden konnten. Möglicherweise ist gerade für diese Aspekte der Ansatz des Cognitive Apprenticeship nicht geeignet oder wurde hier sowohl von den Lernenden als auch von der Lehrperson nicht intensiv genug angewandt. Ein essentieller Aspekt des Cognitive Apprenticeship (vgl. Abschnitt 3.1) stellt das Aufzeigen von Fehlern sowie die aktive Suche nach diesen und deren verbale Begründung auf Seiten des Experten in der Phase des Modeling dar. Es ist nun zu vermuten, dass es dem Experten bezüglich der oben genannten Prozesse schwer fiel Fehler zu machen oder zumindest mögliche Fehlerquellen aufzuzeigen, sodass diese Lernchancen ungenutzt verstrichen. Auch die Lernenden haben möglicherweise in der Phase des Coachings nicht alle Möglichkeiten den Experten um Hilfe zu bitten genutzt und daher nicht durch das Cognitive Apprenticeship profitiert. Da dies Vorgehensweise für alle Beteiligten ungewohnt ist, müsste evt. ein längerer Zeitraum für die Gewöhnung an diese Vorgehensweise eingeplant werden.

In der vorliegenden Studie wurden zwar die Lernermerkmale wie Alter, Geschlecht aber auch vor allem das Lernverhalten erhoben, aber nicht während der Förderung berücksichtigt. Diese Variablen wurden entsprechend des Studiendesigns erhoben, um

sie in der statistischen Analyse als Kovariaten einbeziehen zu können. Da aber etliche Literatur (z. B. Sturm, 2016) auf die Heterogenität der Schülerschaft hinweist und hier auf die verschiedenen Bedürfnisse der Lernenden eingegangen wird, wäre es für zukünftige Studien denkbar die Lernermerkmal im Training zu berücksichtigen. Wie in Abschnitt 4.1 beschrieben, lernen Serealisten und Holisten unterschiedlich. Seralisten nehmen sich für Einzelheiten Zeit und gehen konsequent nach der vorgegebenen Reihenfolge vor, während Holisten sich zunächst einen Überblick verschaffen. Diesem Unterschied könnte in verschiedenen Phasen den Cognitive Apprenticeship Ansatzes Folge geleistet werden.

Verbesserungspotential besteht außerdem im Hinblick auf das Aufgabenheft. Die möglichen Veränderungen werden im folgenden Abschnitt erläutert.

7.5.5. Folgerungen aus der zweiten für die dritte Studie

Neben der Beantwortung der inhaltlichen Fragestellungen sollte mit Hilfe dieser zweiten Studie das Testmaterial erprobt werden und gegebenenfalls hinsichtlich seiner Eignung angepasst werden.

Eignung der Testmaterialien

Hinsichtlich des inhaltlichen Aufbaus der Aufgabenhefte konnte, wie in der Diskussion zur Studie 2 (vgl. Abschnitt 7.5) bereits festgestellt, nur hinsichtlich der *Produktion der Stufe 1* eine gewisse Problematik festgestellt werden. Daher werden diese Aufgaben hinsichtlich der Aufgabenstellung überarbeitet.

Der Sachverhalt der linearen Funktionen erwies sich hingegen als geeignet, da diese bei allen Teilnehmern gleichermaßen bekannt war. Allerdings wurde die Annahme, dass das Testmaterial sehr ausführlich ist bestätigt, sodass nun zwei Änderungen angestrebt werden:

Zum einen werden die Aufgaben zur Erfassung des repräsentationsspezifischen Vorwissens wieder aus dem Aufgabenheft herausgenommen und zu einem gesonderten Heft zusammengefasst, sodass die VP eine geringere Anzahl an Aufgaben am Stück zu erfüllen haben und zum anderen werden die geeignetsten Aufgaben aus dem getesteten Aufgabenpool ausgewählt und das Aufgabenheft dahingehend umgestaltet, dass jedes Konstrukt mit drei Aufgaben abgeprüft wird.

Zur Erfassung der Rezeption wurden die in Tabelle 7.1 aufgeführten Aufgaben angewandt. Von den vier erprobten Aufgaben erwies sich Aufgabe 4 am wenigsten geeignet. Hier zeigte sich eine große Diskrepanz zwischen den Erwartungen der Ver-

7. Studie 2

suchsleitung und den Lösungen der Versuchspersonen. Dies zeigte sich vor allem im Vergleich der beiden Rater, weshalb nun Aufgabe 4 zur Erfassung der Rezeption nicht weiter verwendet wird. Außerdem wird die *Rezeption der Stufe 1* nicht mehr erfasst, da sich hier Deckeneffekte zeigten.

Für die Erfassung der *Produktion auf der Stufe 0* wurden vier Aufgaben erprobt, wobei sich alle als geeignet erwiesen. Da aber Aufgabe 1 und Aufgabe 2 jeweils die Erstellung eines Diagramms erforderte, wurde hier im Folgenden auf Aufgabe 2 verzichtet. Für die *Produktion der Stufe 2* zeigte sich ein ähnliches Bild wie für die Rezeption: Während eine Aufgabe von den Schülerinnen und Schülern missverstanden wurde und eine geringe Lösungswahrscheinlichkeit darauf zurückgeführt werden konnte, die andern Aufgaben aber wiederum Deckeneffekte aufzeigten, wurde auf eine Erfassung der *Produktion der Stufe 1* in Studie 3 verzichtet.

Hinsichtlich der *Produktion der Stufe 2* wurde im Folgenden auf Aufgabe 18 verzichtet, da deren Lösungswahrscheinlichkeit bereits zum Messzeitpunkt t_0 bei über 90% lag und somit nicht davon ausgegangen werden kann, dass durch das Training eine Leistungsverbesserung zu erzielen ist.

Auch bei der Integration erwiesen sich einige Aufgaben entweder hinsichtlich der Korrektur als schwierig oder sie waren für die Versuchspersonen missverständlich. Daher wurden Aufgabe 6, Aufgabe 20, Aufgabe 25 sowie Aufgabe 27, Aufgabe 29c und letztlich Aufgabe 31 aus der weiteren Erhebung ausgeschlossen.

Auch zur Erfassung der Transformationsleistung wurden aus den erprobten Aufgaben die geeignetsten ausgewählt. Da sich hier die Aufgabenstellung der Aufgabe 14 als ungeeignet erwies und sich Aufgabe 16 und Aufgabe 28 als redundant erwiesen, wurde im Weiteren auf diese verzichtet.

8. Studie 3

Das Ziel dieser dritten Studie ist es, die erfolgreichen Bausteine des Trainings „Fit in der Mathematik“ in den Unterricht zu implementieren und zu analysieren, ob durch ein lehrervermitteltes, in den Unterricht integriertes Strategietraining Fortschritte der Schülerinnen und Schüler in den Bereichen der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation erzielt werden können. Hierfür müssen Lehrerinnen und Lehrer zu Experten in den jeweiligen Lehr- und Lernstrategien ausgebildet werden, weshalb eine fünfständige Fortbildung entwickelt wurde, deren Inhalte und Ablauf vorgestellt und erläutert werden. Außerdem werden im Folgenden die Fragestellungen sowie das Design und die Materialien der dritten Studie vorgestellt.

8.1. Zielsetzung und Fragestellung

Wie schon im Abschnitt 3.3, ist es basierend auf den theoretischen Befunden (Baker et al., 2001; Even, 1998; Markovits et al., 1986; Radford, 2009; Stern, 1992; Vogel, 2006; Yerushalmy, 1991) und den zu erwartenden Ergebnissen der Studie 1 der vorliegenden Arbeit notwendig, die Prozesse der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation zu fördern. Da aber eine Förderung im Labor auf lange Sicht nicht praktikabel ist und durch diese nicht alle Schüler und Schülerinnen erreicht werden können, ist es notwendig, die Förderung in den Unterricht zu implementieren. Hierdurch wäre es möglich langfristig viele Schüler und Schülerinnen zu erreichen.

Nachdem in Studie 1 analysiert wurde, wo die Schwierigkeiten der Schülerinnen und Schüler beim Verbalisieren zu verorten sind und in Studie 2 die Prozesse der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation im Labor gefördert wurden, wurden die hier erfolgreichen Strategien in den Unterricht implementiert, indem eine Fortbildung (vgl. Abschnitt 8.2.6) abgehalten wurde. Damit die erwarteten Verbesserungen der Lernenden auf das in den Unterricht implementierte Training zurückgeführt werden können, wurden die Ergebnisse der Klassen, welche das Training erhielten (Experimentalgruppe), mit den Ergebnissen von Klassen (Kontrollgruppen) verglichen, welche das Training nicht erhielten.

8. Studie 3

Nun werden noch einmal die unterschiedlichen Prozesse beleuchtet und die entsprechenden Hypothesen generiert.

8.1.1. Verbessern sich die Fähigkeiten zur Rezeption, Produktion, Integration und Transformation durch das in den Unterricht integrierte Training?

Der Prozess der Rezeption wurde auf zwei Arten gefördert: Zum einen wurde dieser im Unterricht direkt gefördert, da dieser in der Fortbildung besprochen wurde und daher im Schulunterricht direkt auf den Prozess der Rezeption eingegangen werden kann. Zum anderen werden diese Prozesse durch die dem Cognitive Apprenticeship eigenen Schritte der Articulation und Reflection auch bei der Förderung anderer Prozesse ständig wiederholt.

Da die Rezeption in Studie 2 erfolgreich gefördert werden konnte, kann auch für Studie 3 davon ausgegangen werden, dass der Prozess der Rezeption durch das in den Unterricht implementierte Training gefördert werden kann.

Die Prozesse der Produktion nehmen im herkömmlichen Unterricht viel Raum ein und werden innerhalb des Trainings genauer betrachtet, analysiert und diskutiert. Da Pawley (2005) zeigen konnte, dass gerade durch ein spezielles Fragen-Training die Produktionsfähigkeit gesteigert werden kann, ist davon auszugehen, dass sich die Produktionsfähigkeit der Schülerinnen und Schüler über den Messzeitraum hinweg verbessern.

Auch für die Prozesse der Integration und der Transformation kann davon ausgegangen werden, dass die Schülerinnen und Schüler hinsichtlich ihrer Fähigkeiten, diese Prozesse durchführen und von dem in den Unterricht implementierten Training profitieren, da das Training Strategien und Methoden beinhaltet, welche in anderen Studien erfolgreich waren (Brenner et al., 1997; Beck et al., 1991; Seufert & Brünken, 2006).

Basierend auf der Theorie werden daher folgende Fragestellungen generiert.

Frage 10a. Verbessern sich die Fähigkeiten zur Rezeption durch das in den Unterricht implementierte Training?

Hypothese 10a. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der Rezeption als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 10b. Verbessern sich die Fähigkeiten zur Produktion durch ein in den Unterricht implementiertes Training?

Hypothese 10b. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der Produktion als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 10c. Verbessern sich die Fähigkeiten zur Integration durch ein in den Unterricht implementiertes Training?

Hypothese 10c. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der Integration als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 10d. Verbessern sich die Fähigkeiten zur Transformation durch ein in den Unterricht implementiertes Training?

Hypothese 10d. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der Transformation als die beiden Kontrollgruppen .

8.1.2. Können auf den einzelnen Rezeptionsstufen Verbesserungen durch das in den Unterricht integrierte Training erzielt werden?

Im Bereich der Rezeption wurden für das in den Unterricht integrierte Training die Prozesse der *Rezeption der Stufe 2* sowie der *Stufe 3* fokussiert. In Studie 2 war bezüglich des Prozesses der *Rezeption der Stufe 2* die Problematik aufgetreten, dass die Verbesserungen der Schülerinnen und Schüler nicht auf die Trainingsteilnahme zurückgeführt werden konnten. Diese Beobachtung wurde damit begründet, dass die Rezeption zu Beginn des Trainings gefördert wurde und hier das Lernen möglicherweise durch die unbekannte Lernsituation sowie die unbekanntes Mitlernenden behindert wurde. Diese beiden Faktoren können während des in den Unterricht integrierten Trainings ausgeschlossen werden. Denn einerseits liegt hier ein längerer Lernzeitraum vor, innerhalb dessen die Rezeption mehrmals geübt werden kann und andererseits kennen die Schülerinnen und Schüler ihre Klassenkameraden in der neunten Klasse bereits seit einigen Jahren. Daher kann davon ausgegangen werden, dass die Lernenden sowohl hinsichtlich der *Rezeption der Stufe 2* als auch der *Stufe 3*, wie auch in der Studie von Klepsch (2012), von dem Training profitieren und an dessen Ende bessere Leistungen zeigen als zu Beginn.

Frage 11a. Können hinsichtlich der *Rezeption der Stufe 2* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das in den Unterricht

8. Studie 3

integrierte Training erzielt werden?

Hypothese 11a. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Rezeption der Stufe 2* als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 11b. Können hinsichtlich der *Rezeption der Stufe 3* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das Training im Labor erzielt werden?

Hypothese 11b. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Rezeption der Stufe 3* als die beiden Kontrollgruppen.

8.1.3. Können auf den einzelnen Produktionsstufen Verbesserungen durch das in den Unterricht integrierte Training erzielt werden?

Wie schon im Bereich der Rezeption wurde auch hinsichtlich des Prozesses der Produktion nicht in das hier angewandte Training integriert. Die Lehrkräfte wurden in der Fortbildung (vgl. Abschnitt 8.2.6) auf den Prozess der Produktion aufmerksam gemacht. Außerdem bekamen sie vermittelt, wie sie diese mittels des Cognitive Apprenticeship Ansatzes vermitteln können. Daher ist davon auszugehen, dass die Schülerinnen und Schüler sowohl hinsichtlich der *Produktion der Stufe 0* als auch der *Produktion der Stufe 2* vom Training profitieren. Daher werden folgende Fragestellungen und Hypothesen generiert.

Frage 12a. Können hinsichtlich der *Produktion der Stufe 0* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das in den Unterricht integrierte Training erzielt werden?

Hypothese 12a. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Produktion der Stufe 0* als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 12b. Können hinsichtlich der *Produktion der Stufe 2* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das in den Unterricht integrierte Training erzielt werden?

Hypothese 12b. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Produktion der Stufe 2* als die beiden Kontrollgruppen.

8.1.4. Können auf den einzelnen Integrationsstufen Verbesserungen durch ein in den Unterricht integriertes Training erzielt werden?

In Studie 2 konnten alle Prozesse der Integration erfolgreich gefördert werden. Da die Lehrkräfte einerseits für diese Prozesse sensibilisiert wurden und genau diese erfolgreichen Strategien vermittelt bekamen, kann davon ausgegangen werden, dass auch hier die Förderung erfolgreich ist.

Frage 13a. Können hinsichtlich der *Integration der Stufe 1* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das in den Unterricht integrierte Training erzielt werden?

Hypothese 13a. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Integration der Stufe 1* als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 13b. Können hinsichtlich der *Integration der Stufe 2* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das Training im Labor erzielt werden?

Hypothese 13b. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Integration der Stufe 2* als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 13c. Können hinsichtlich der *Integration der Stufe 3* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das Training im Labor erzielt werden?

Hypothese 13c. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Integration der Stufe 3* als die beiden Kontrollgruppen.

8.1.5. Können auf den einzelnen Transformationsstufen Verbesserungen durch ein in den Unterricht integriertes Training erzielt werden?

Auch hinsichtlich des Prozesses der Transformation wurden in Studie 2 im Labor positive Effekte erzielt. Daher wurden auch hier die erfolgreichen Strategien wiederum eingesetzt und in der Fortbildung vermittelt und eingeübt. Da bereits in Studie 2 begründet angenommen wurde, dass sich die Lösungswahrscheinlichkeiten hinsichtlich

8. Studie 3

des Prozesses der Transformation durch ein gezieltes Training verbessern, kann auch für Studie 3 von einer erfolgreichen Trainingsmaßnahme ausgegangen werden.

Frage 14a. Können hinsichtlich der *Transformation der Stufe 1* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das in den Unterricht integrierte Training erzielt werden?

Hypothese 14a. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Transformation der Stufe 1* als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 14b. Können hinsichtlich der *Transformation der Stufe 2* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das Training im Labor erzielt werden?

Hypothese 14b. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Transformation der Stufe 2* als die beiden Kontrollgruppen.

Frage 14c. Können hinsichtlich der *Transformation der Stufe 3* Verbesserungen der Lösungswahrscheinlichkeit durch das Training im Labor erzielt werden?

Hypothese 14c. Die EG zeigt von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit im Bereich der *Transformation der Stufe 3* als die beiden Kontrollgruppen.

8.2. Methode

8.2.1. Stichprobe

An dieser quasiexperimentellen Feldstudie, welche zu Beginn des Schuljahres 2011/12 in den 8. und 9. Klassen eines Gymnasiums in Baden-Württemberg durchgeführt wurden, nahmen insgesamt 245 Versuchspersonen teil. Da leider nicht zu allen drei Messzeitpunkten auf Grund von Krankheit oder anderen Umständen alle Teilnehmer anwesend waren, können nicht immer alle Teilnehmer in die Analysen eingezogen werden, sodass die Stichprobenzahlen variieren können.

Die teilnehmenden Klassen wurden dem Design entsprechend (vgl. Abschnitt 8.2.2) der Experimental- (EG) oder der Kontrollgruppe (KG) zugeordnet: Für die *Originalstudie* ergab sich dadurch in der EG eine Größe von $n = 92$ und für die KG eine Größe von $n = 130$. In der *Replikationsstudie* wurden $n = 45$ Probanden in

der EG und $n = 44$ in der KG in die Analysen miteinbezogen. Die geringere Stichprobengröße resultiert aus Problemen bei der Datenerhebung zum Messzeitpunkt t_2 , weshalb zwei Klassen aus der Analyse ausgeschlossen werden mussten.

8.2.2. Design der Studie 3

Um die unter Abschnitt 8.1 erwähnten Fragen zu untersuchen, wurde ein quasi-experimentelles Wartekontrollgruppendesign mit drei Messzeitpunkten angewandt, um eine Verbesserung der Lernenden hinsichtlich ihrer Rezeptions-, Produktions-, Integrations- und Transformationsfähigkeit auf das gezielte Training zurückführen zu können. Hierzu wurden zwei Kontrollgruppen eingeführt: Eine der beiden Kontrollgruppen fungierte dabei als Warte-Kontrollgruppe, während die andere eine reine Kontrollgruppe war.

Wie Abbildung 8.1 zeigt, nahmen alle Gruppen am ersten Messzeitpunkt (t_0) teil, sodass gleichzeitig die abhängige Variable *Lösungswahrscheinlichkeit* sowie die verbalen Fähigkeiten, das Alter und das Geschlecht der Versuchspersonen erhoben wurden. Im Anschluss daran wurde in den Unterricht der EG das Training implementiert, wohingegen die beiden anderen Gruppen den gewöhnlichen Unterricht erhielten. Allerdings wurde vereinbart, dass alle Klassen parallel unterrichtet werden. Dadurch beschäftigten sich alle Klassen mit denselben Themengebieten. Eine Interaktion der unterrichteten und somit neu gelernten Themengebiete mit dem Förderprogramm kann somit ausgeschlossen werden. Allerdings erhielt dadurch die Wartekontrollgruppe während ihres Trainingszeitraums einen anderen Lerninhalt vermittelt, wie die Trainingsgruppe im ersten Messzeitraum.

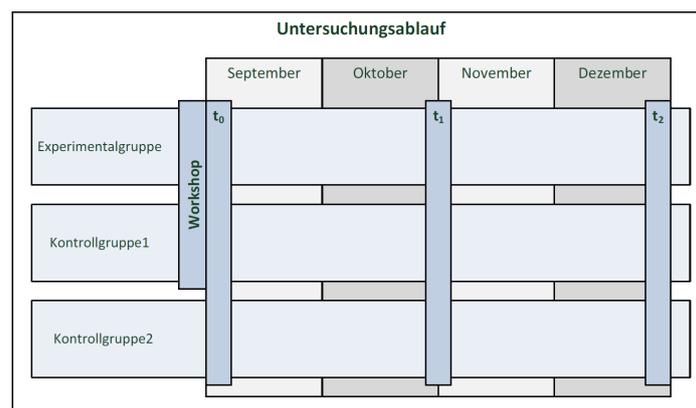


Abbildung 8.1.: Untersuchungsablauf der quasiexperimentellen Studie

8. Studie 3

Durch dieses Design konnten zweierlei Effekte untersucht werden: Zum einen konnte analysiert werden, ob sich die EG auf Grund des Trainings im Hinblick auf die geförderten Prozesse verbesserte. Denn mit Hilfe der Kontrollgruppen konnte ermittelt werden, inwieweit sich die Lernenden rein durch den Besuch des Mathematikunterrichts hinsichtlich dieser Prozesse verbesserten. Somit konnte durch den Vergleich der EG mit der KG ermittelt werden, ob diese sich in größerem Maße verbesserte und demnach vom Training profitierte.

Zum anderen nahmen aber, wie auch aus Abbildung 8.1 hervorgeht, nur die Lehrkräfte der EG und der KG₁ an der Fortbildung teil. Daher waren auch die Lehrkräfte der KG₁ schon von Beginn an über die Inhalte informiert und es kann nicht ausgeschlossen werden, dass durch die Fortbildung ihr Unterricht beeinflusst wurde. Dieser Aspekt kann aber durch den Vergleich mit der KG₂ kontrolliert werden.

Die Lehrer der Klassen, welche zur Experimental- und zur Wartekontrollgruppe der **Originalstudie** zugeordnet wurden, nahmen vor Beginn des Schuljahres am Workshop zum Projekt Fit in der Mathematik (vgl. Abschnitt 8.2.6) teil. Hierdurch ergab sich die Möglichkeit, über den gesamten Zeitraum hinweg, einerseits die Studie im Original einmal durchzuführen und sie andererseits noch einmal zu replizieren.

Nach Messzeitpunkt t_1 , an dem neben der abhängigen Variablen auch die logischen Fähigkeiten ermittelt wurden, erhielt die EG der Originalstudie kein weiteres Training mehr, wohingegen im Unterricht der Wartekontrollgruppe nun gezielt die Strategien eingesetzt wurden. Hierdurch fungieren die Klassen der Wartekontrollgruppe in dieser „Replikation“ als Experimentalgruppe. Ihre Leistungen werden mit denen der Klassen der Kontrollgruppe verglichen, während die EG der Originalstudie in diese Auswertungen nicht einbezogen wird.

Abgeschlossen wurde die Studie mit der Erhebung der abhängigen Variablen zu Messzeitpunkt t_2 .

8.2.3. Untersuchungsmaterial

In Studie 3 wurden wiederum neben der abhängigen Variablen unterschiedliche Kontrollvariablen erhoben. Deren Erfassung sowie das Aufgabenheft zur Erhebung der abhängigen Variablen werden im Folgenden beschrieben.

Material und Instrumente zur Erhebung der Kontrollvariablen

In Studie 3 wurden, wie bereits in Studie 2, die verbalen und die logischen Fähigkeiten sowie das Alter und Geschlecht der Versuchspersonen erhoben. Hierzu wurde,

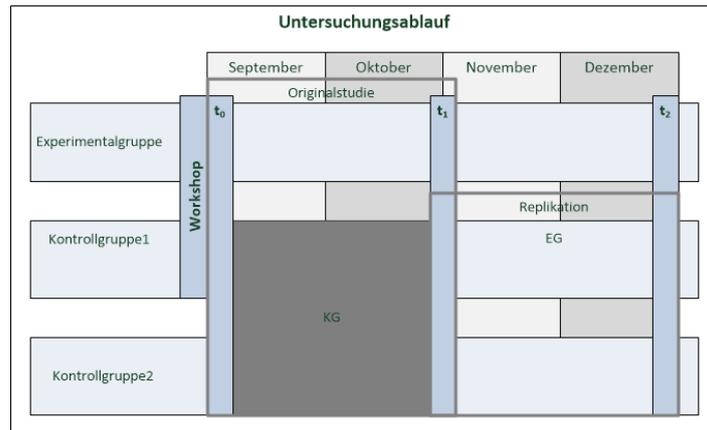


Abbildung 8.2.: Untersuchungsablauf der quasiexperimentellen Studie

wie bereits in Abschnitt 6.2.3 beschrieben, vorgegangen und die dort beschriebenen Materialien und Fragebögen eingesetzt.

Außerdem wurde die Erfassung der Kontrollvariablen des repräsentationsspezifischen Vorwissens aus dem Aufgabenheft zur Erfassung der abhängigen Variablen ausgegliedert und zu einem eigenständigen Testheft zusammengefügt (siehe Anhang A.19). Grund war die angestrebte Verkürzung des Aufgabenheftes, sodass die Lernenden bei der Bearbeitung des Aufgabenheftes nicht durch die Anzahl der Aufgaben abgeschreckt werden.

Material und Instrumente zur Erhebung der abhängigen Variablen

Wie bereits in Abschnitt 7.5.5 erwähnt, erwiesen sich die in Studie 2 geprüften Aufgaben psychometrisch als geeignet. Allerdings wurde in Studie 2 festgestellt, dass deren Anzahl zu groß ist und die Lernenden überfordert. Daher wurden die in Studie 2 beschriebenen Änderungen vorgenommen und die einzelnen Prozesse mit weniger Aufgaben erfasst.

Um die Aufgaben objektiv zu bewerten, wurde, wie in den vorangegangenen Studien, vorgegangen.

8.2.4. Durchführung der Studie 3

Wie bereits erwähnt, wurde die Studie zu Beginn des Schuljahres durchgeführt, wobei die Lehrerfortbildung bereits in den letzten Schultagen des vorherigen Schuljahres stattfand. Um die Inhalte der Fortbildung aufzufrischen, wurde allerdings vor dem Schuljahr an alle teilnehmenden Lehrerinnen und Lehrern eine Zusammenfassung

8. Studie 3

versandt. Durch diese Vorgehensweise war es möglich, dass die Daten zum Messzeitpunkt t_0 in den ersten Schultagen erhoben werden und dann direkt mit dem Training begonnen werden konnte. Wie aus Abbildung 8.1 hervorgeht, nahmen nur die Lehrerinnen und Lehrer der EG und der KG₁ an der Fortbildung teil, wohingegen alle Schülergruppen an allen drei Messzeitpunkten an der Datenerhebung teilnahmen. An allen drei Messzeitpunkten wurden die abhängigen Variablen *Lösungswahrscheinlichkeit* in den Bereichen *Rezeption*, *Produktion*, *Integration* und *Transformation* erhoben, nachdem vorab der Code erstellt wurde. Bei der ersten Datenerhebung wurden außerdem die unabhängigen Variablen (*Alter*, *Geschlecht*, *Vorwissen* und *verbale Fähigkeiten*) erhoben. Um keinen Messzeitpunkt zu lange auszudehnen, wurden diese dahingehend aufgeteilt, dass zu Messzeitpunkt t_0 die persönlichen Daten sowie die verbalen Fähigkeiten erhoben wurden und zu Messzeitpunkt t_1 die logischen Fähigkeiten.

8.2.5. Statistische Auswertung

Die inferenzstatistische Analyse wurde wie in Studie 1 und 2, mit dem Statistikprogramm SPSS für Windows durchgeführt, wobei dieselben Analysen angewandt und Werte berichtet werden wie in den genannten Studien. Auch hier wurden wiederum die lernerspezifischen Daten analysiert. Allerdings wurde eine ANOVA bzw. im Falle einer Korrelation einer abhängigen mit einer Kontrollvariablen eine ANCOVA angewandt, da hier drei Gruppen verglichen wurden. Die Ergebnisse dieser Analysen sowie das Durchschnittsalter, die Geschlechterverteilung und die Mittelwerte der logischen und verbalen Fähigkeiten und die anschließenden Kontrastberechnungen sind Tabelle 8.1 zu entnehmen.

Tabelle 8.1.: *Geschlecht, Alter, logische und verbale Fähigkeiten der EG und KG in der Originalstudie und der Replikation*

			EG	KG ₁	Ergebnis
Originalstudie	Alter	<i>M</i>	13.75	13.68	$t(220) = .69, p = .49, d = .10$
		<i>SD</i>	.71	.74	
	Vorwissen	<i>M</i>	44.70	45.22	$t(174.12) = -.22, p = .83, d = -.22$
		<i>SD</i>	19.24	16.18	
	logische Fähigkeiten	<i>M</i>	70.38	75.69	$t(220) = -2.01, p < .05, d = -.27$
		<i>SD</i>	19.63	19.29	
verbale Fähigkeiten	<i>M</i>	65.75	64.93	$t(213.64) = .58, p = .56, d = .08$	
	<i>SD</i>	9.64	11.49		
Geschlecht	W	47	56	$\chi^2(1) = 1.02, p < .31$	
	M	45	73		
Replikation	Alter	<i>M</i>	13.47	13.87	$t(88) = -2.61, p < .05, d = -.55$
		<i>SD</i>	.73	.73	
	Vorwissen	<i>M</i>	44.79	43.95	$t(89) = .24, p = .81, d = .05$
		<i>SD</i>	17.10	16.22	
	logische Fähigkeiten	<i>M</i>	72.78	77.39	$t(89) = -1.17, p = .25, d = -.25$
		<i>SD</i>	20.19	17.38	
	verbale Fähigkeiten	<i>M</i>	64.81	64.80	$t(89) = .00, p = .99, d = .00$
		<i>SD</i>	10.85	11.35	
	Geschlecht	W	28	20	$\chi^2(1) = 1.02, p < .31$
		M	17	25	

8. Studie 3

8.2.6. Fortbildung zur Implementation des Trainings in den Schulunterricht

Da es Ziel der dritten Studie war, die erfolgreichen Bausteine des Trainings *Fit in der Mathematik* in den Unterricht zu implementieren und zu analysieren, ob auch durch ein lehrervermitteltes, in den Unterricht integriertes Strategietraining Fortschritte der Schülerinnen und Schüler (SuS) in den Bereichen der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation erzielt werden können. Hierfür müssen Lehrerinnen und Lehrer (LuL) zu Experten in den jeweiligen Lehr- und Lernstrategien ausgebildet werden, weshalb eine fünfstündige Fortbildung entwickelt wurde, deren Inhalte und Ablauf nun vorgestellt werden sollen.

Ziel dieser Fortbildung war es, die LuL zum einen für die unterschiedlichen Repräsentationen, deren Eigenschaften und deren mentale Verarbeitung zu sensibilisieren und ihnen zum anderen die Lehr- und Lernstrategien so zu vermitteln, dass diese von ihnen im Unterricht eingesetzt werden können. Schließlich sollen die LuL die SuS in die Lage versetzen, gekonnt mit multiplen Repräsentationen in der Mathematik umzugehen. Daher wurde die Fortbildung in die beiden Themengebiete „Kognitionspsychologische Aspekte“ und „Didaktische Aspekte“ gegliedert (Folien siehe Anhang A.16), wobei eine Einstiegs- und eine Reflektionsphase die Fortbildung abrundeten.

Einstieg. Nachdem sich die Mitarbeiterinnen der Universität Ulm, welche die Fortbildung leiteten, vorgestellt hatten, wurde abgefragt, welche Erwartungen die LuL an die Fortbildung hätten und welche Lehr- und Lernstrategien diese bereits im Mathematikunterricht einsetzten. Diese wurden auf Metaplankarten festgehalten und für alle Teilnehmer sichtbar fixiert, sodass am Ende der Fortbildung noch einmal die Möglichkeit bestand, die Erwartungen aufzugreifen und mit den Inhalten abzugleichen (vgl. Abbildung 8.3).

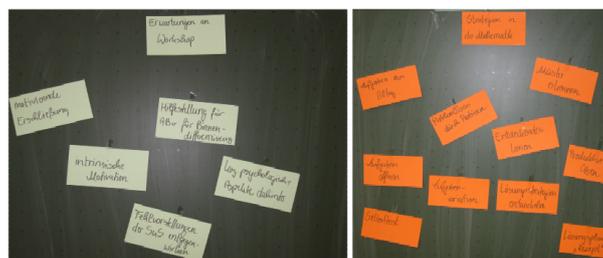


Abbildung 8.3.: Erwartungen an die Fortbildung und eingesetzte Strategien im Mathematikunterricht

Obwohl bereits einige Wochen vor der Fortbildung eine Informationsveranstaltung

über die Relevanz des Themas sowie über das gesamte Projekt „Analyse und Förderung von Transformationsprozessen beim Lernen mit multiplen Repräsentationen in der Mathematik“ stattfand, wurde noch einmal die Motivation für das Projekt sowie die einzelnen Studien kurz aufgegriffen, bevor die kognitionspsychologischen Inhalte vermittelt wurden.

Kognitionspsychologischer Teil.

Hier wurden zunächst verschiedene Repräsentationen aufgezeigt und über deren Unterschiede und Eigenschaften gesprochen, um daran die Unterscheidung in Deskriptionen und Depiktionen, die in Abschnitt 2.1.1 beschrieben wurden, deutlich zu machen. Anschließend wurde deren unterschiedliche Verarbeitung an Hand des integrierten Modells des Text- und Bildverstehens (Schnotz & Bannert, 1999) (vgl. Abschnitt 2.2.2) erläutert. Hier war es wichtig den LuL die unterschiedlichen Prozesse zu verdeutlichen und hervorzuheben, warum es essentiell ist, dass Lernende Repräsentationen vollständig verarbeiten und mentale Modelle generieren. Denn nur dann ist ein flexibler Umgang mit multiplen Repräsentationen möglich, was ein Ziel des in den Unterricht integrierten Trainings ist.

Da diese Phase sehr theoretisch gehalten war und durchaus schwierige Komponenten beinhaltete, wurde den LuL nun die Gelegenheit gegeben, die Inhalte noch einmal nachzuvollziehen, in dem sie das Modell mit kleinen Karten nachlegen und dabei über die Verarbeitungsprozesse, Konstrukte und Überbegriffe diskutieren konnten.

Durch diese Übung wurde die Grundlage geschaffen, anschließend die Prozesse der Rezeption, Integration, Produktion und Transformation an Hand des integrierten Modells des Text- und Bildverstehens (Schnotz & Bannert, 1999) zu erläutern und die dabei ablaufenden Verarbeitungsprozesse zu verdeutlichen. Dabei wurde vor allem das Augenmerk darauf gerichtet, die LuL für die Unterschiede zu sensibilisieren. Um dies zu konkretisieren wurden, die LuL nun dazu aufgefordert, Schulaufgaben, welche den an der Schule verwendeten Mathematikbüchern entnommen wurden (siehe Anhang A.17), den vier Prozessen zuzuordnen. Die LuL erhielten dabei zunächst die Möglichkeit, die Zuordnung in Kleingruppen zu beraten, bevor dann die Aufgaben im Plenum diskutiert wurden. Diese Phase wurde im Hinblick auf den Einsatz im Unterricht und somit im Training durchgeführt. Wenn die LuL wissen, welche Prozesse sich hinter der Bearbeitung der Aufgabe verbergen, können sie diese gezielt unterstützen und durch Einsatz der geeigneten Methode (z.B. Modeling) schulen.

8. Studie 3

Dadurch können die Ziele die Schülerinnen und Schüler hinsichtlich der Prozesse der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation zu fördern, erreicht werden.

Der Diskussion anschließend wurde in einem Kurzvortrag die unter Abschnitt 2.3.4 berichteten die Teilprozesse der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation kurz erläutert und der kognitionspsychologische Teil abgeschlossen.

Didaktischer Teil.

Im didaktischen Teil lernen die LuL, die mentalen Verarbeitungsprozesse der Schülerinnen und Schüler auf ein hohes Niveau zu heben und die Lernenden anzuleiten, Repräsentationen so zu verarbeiten, dass sie mentale Modelle der Repräsentationen generieren. Da dies mit Hilfe des Cognitive Apprenticeship (siehe Abschnitt 3.1) geschehen soll, wurden dessen Schritte zunächst in einem Kurzvortrag erläutert. Da für das Training die Komponenten *Modeling*, *Articulation* und *Reflection* die größte Bedeutung haben, wurden diese gesondert aufgegriffen. Das *Modeling* nahm hierbei den größten Teil ein.

Um den Lehrenden den Unterschied zwischen ihrer gewohnten Vorgehensweise und dem *Modeling* aufzuzeigen und sie in der richtigen Anwendung zu schulen, wurde von der Versuchsleitung eine bereits aus dem ersten Teil der Fortbildung bekannte Aufgabe ausgewählt und mittels *Modeling* gelöst. Dabei wurde bereits die Strategie des Lernens mit selbstgenerierten Fragen integriert, da der Experte die Aufgabe mit Hilfe selbstgestellter Fragen löste. Um die Teilnehmer einzubinden und ihnen gleichzeitig eine Möglichkeit aufzuzeigen, die Lernenden in das *Modeling* zu integrieren, erhielten sie die Aufgabe, sich ein *metakognitives Lesezeichen* anzulegen. Dieses ist eine Methode, welche angewandt werden kann, wenn die Metakognition geschult werden soll. Denn auf diesem sogenannten metakognitiven Lesezeichen, bei dem es sich um eine farbige Karteikarte handelt, werden die für die Person wichtigsten Fragen, Denkansätze, Hilfestellungen oder ähnliches notiert. Diese Erinnerungsstütze hilft dann beim Einsatz der Metakognition und führt zu deren Automatisierung.

Im Anschluss an eine kurze Reflektion dieser Übung erhielten die LuL nun die Möglichkeit, in einer Partnerarbeit das *Modeling* zu üben und ihre eigenen Erfahrungen zu machen. Dabei nahm einer Person die Rolle des Experten und die andere die des Novizen ein, dessen Aufgabe es, war dem Experten anschließend Rückmeldung über seine Vorgehensweise und evtl. Unklarheiten zu geben. Anschließend wurden die Erfahrungen der Gruppen im Plenum ausgetauscht und diskutiert, ob und auf welche Weise diese Strategie im Unterricht eingesetzt werden kann.

Nachdem die Komponenten *Articulation* und *Reflection* vorgestellt wurden, wurden im Plenum Strategien zu deren Umsetzung gesammelt und diskutiert, bevor abschließend die Strategie des Lernens durch selbstgenerierte Fragen vorgestellt wurde. Hier wurden vor allem deren Vor- und Nachteile präsentiert und erklärt, wie diese mit Hilfe des Cognitive Apprenticeship vermittelt werden soll und weshalb sich durch diese Strategie Lernerfolge erzielen lassen.

Abschluss.

Die abschließende Phase umfasste neben der Klärung aller noch auftretenden Fragen sowie der Organisation der Studiendurchführung. Mit Rückgriff auf die zu Beginn gesammelten Erwartungen wurde ein Resümee der Fortbildung gezogen und diese mittels eines Fragebogens (siehe Anhang A.18) evaluiert.

8.3. Ergebnisse der Studie 3

Ziel dieser Studie war es, das Projekt „Fit in der Mathematik“ in den Unterricht zu implementieren und zu analysieren, inwieweit sich hierdurch die Fähigkeiten von Schülerinnen und Schüler zur Rezeption, Produktion, Integration und Transformation fördern lassen. Im Folgenden werden nun die Ergebnisse zu den einzelnen Prozessen berichtet, wobei stets zunächst die Ergebnisse der Originalstudie gefolgt von denen der Replikationsstudie genannt werden.

8.3.1. Verbessern sich die Schülerfähigkeiten hinsichtlich der verschiedenen Prozesse auf Grund des in den Unterricht integrierten Trainings?

Um die Frage zu beantworten, ob sich die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler die Prozesse der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation durchzuführen, durch das in den Unterricht implementierte Training stärker verbesserten als die der untrainierten Kontrollgruppe wurde jeweils eine einfaktorische Kovarianzanalyse mit der jeweiligen abhängigen Variablen angewandt. Im Falle der Originalstudie wurden die logischen Fähigkeiten auf Grund des signifikanten Unterschieds zwischen der EG und der KG als Kovariate berücksichtigt und bei der Replikation die unabhängige Variable Alter. Falls sich zwischen einer abhängigen Variablen und einer weiteren unabhängigen Variablen eine Korrelation ergab, wird dies bei der Vorstellung der jeweiligen Ergebnisse erläutert.

Auch bei diesen Analysen wurde die abhängige Variable wiederum aus der Differenz der erreichten Lösungswahrscheinlichkeit zum Messzeitpunkt t_1 und der Lösungswahrscheinlichkeit zum Messzeitpunkt t_0 gebildet bzw. hinsichtlich der Replikation zwischen dem Messzeitpunkt t_1 und Messzeitpunkt t_2 . Wie schon in Studie 2, werden in den Diagrammen nicht die Differenzen, sondern die tatsächlich erreichten Werte zu den einzelnen Messzeitpunkten veranschaulicht, um zusätzlich Informationen über das Leistungsniveau liefern zu können. In Tabelle 8.2 werden die deskriptiven Statistiken für diese Analysen zur Rezeptions-, Produktions-, Integrations- und Transformationsfähigkeit dargestellt.

Tabelle 8.2.: Deskriptive Ergebnisse der Lösungswahrscheinlichkeit (in %) zur Rezeption, Produktion, Integration und Transformation der Originalstudie sowie der Replikation (Mittelwerte (*M*) und Standardabweichung (*SD*))

Orinalstudie		Rezeption			Produktion			Integration			Transformation		
		<i>t</i> ₀	<i>t</i> ₁	<i>t</i> ₁ - <i>t</i> ₀	<i>t</i> ₀	<i>t</i> ₁	<i>t</i> ₁ - <i>t</i> ₀	<i>t</i> ₀	<i>t</i> ₁	<i>t</i> ₁ - <i>t</i> ₀	<i>t</i> ₀	<i>t</i> ₁	<i>t</i> ₁ - <i>t</i> ₀
EG (n = 90)	<i>M</i>	30.74	39.57	8.83	60.09	71.78	11.70	37.81	58.99	21.18	29.60	42.65	13.05
	<i>SD</i>	14.75	16.61	15.72	17.96	13.30	18.71	15.91	17.70	21.68	14.79	14.33	13.03
KG (n = 130)	<i>M</i>	32.53	25.72	-6.81	64.66	71.72	7.06	43.82	57.25	13.43	30.69	41.93	11.24
	<i>SD</i>	12.06	9.66	12.35	20.03	13.46	18.08	19.25	19.82	19.91	16.24	14.57	15.28
Replikation		Rezeption			Produktion			Integration			Transformation		
		<i>t</i> ₁	<i>t</i> ₂	<i>t</i> ₂ - <i>t</i> ₁	<i>t</i> ₁	<i>t</i> ₂	<i>t</i> ₂ - <i>t</i> ₁	<i>t</i> ₁	<i>t</i> ₂	<i>t</i> ₂ - <i>t</i> ₁	<i>t</i> ₁	<i>t</i> ₂	<i>t</i> ₂ - <i>t</i> ₁
EG (n = 45)	<i>M</i>	24.70	30.57	5.88	69.30	82.28	16.30	53.74	62.83	9.69	42.38	43.11	.73
	<i>SD</i>	9.63	12.55	13.65	15.34	14.27	25.17	15.66	18.15	18.09	14.48	13.97	13.66
KG (n = 44)	<i>M</i>	25.83	26.17	.35	73.19	77.58	8.26	58.27	64.24	6.92	39.47	35.32	-4.15
	<i>SD</i>	10.06	11.73	11.96	11.49	15.76	29.66	21.13	18.51	23.04	13.43	15.67	12.19

Rezeption

Originalstudie. Wie die linke Darstellung in Abbildung 8.4 veranschaulicht, lag die Lösungswahrscheinlichkeit der Rezeptionsaufgaben beider Gruppen zu Messzeitpunkt *t*₀ auf einem niedrigen Niveau. Allerdings verbesserte sich die EG über den Trainingszeitraum hinweg, wohingegen die KG zu Messzeitpunkt *t*₁ sogar eine noch geringere Lösungswahrscheinlichkeit zeigte, was sich in einem signifikanten Haupteffekt ($F(1,219) = 65.00, p_1 < .001, \eta^2 = .23$) niederschlug. Daher kann davon ausgegangen werden, dass sich die Fähigkeiten zur Rezeption der EG durch das in den Unterricht implementierte Training verbesserten.

Replikation. Zur Analyse der Rezeptionsfähigkeiten in der Replikation wurde zusätzlich zu der Kovariate *Alter* auch die unabhängige Variable *repräsentationsspezifisches Vorwissen* auf Grund einer Korrelation mit der abhängigen Variablen ($r = .23, p < .01$) als Kovariate in die Berechnung miteinbezogen. Es zeigte sich (vgl. rechte Darstellung in Abbildung 8.4), dass zum Messzeitpunkt *t*₁ die Lösungswahrscheinlichkeit beider Gruppen auf einem ähnlichen, geringen Niveau, ähnlich wie bei der Originalstudie, lag und es nur einem Viertel der Probanden gelang, die Aufgaben korrekt zu bearbeiten. Zwar verbesserten sich beide Gruppen zum Messzeitpunkt *t*₂, allerdings fiel der Anstieg bei der EG größer aus als bei der KG, wie auch die rechte Darstellung in Abbildung 8.4 veranschaulicht. Dies wirkte sich in einem signifikanten Effekt ($F(1,84) = 5.31, p_1 < .05, \eta^2 = .06$) aus.

Da sowohl in der Originalstudie sowie der Replikation eine signifikanter größere

8. Studie 3

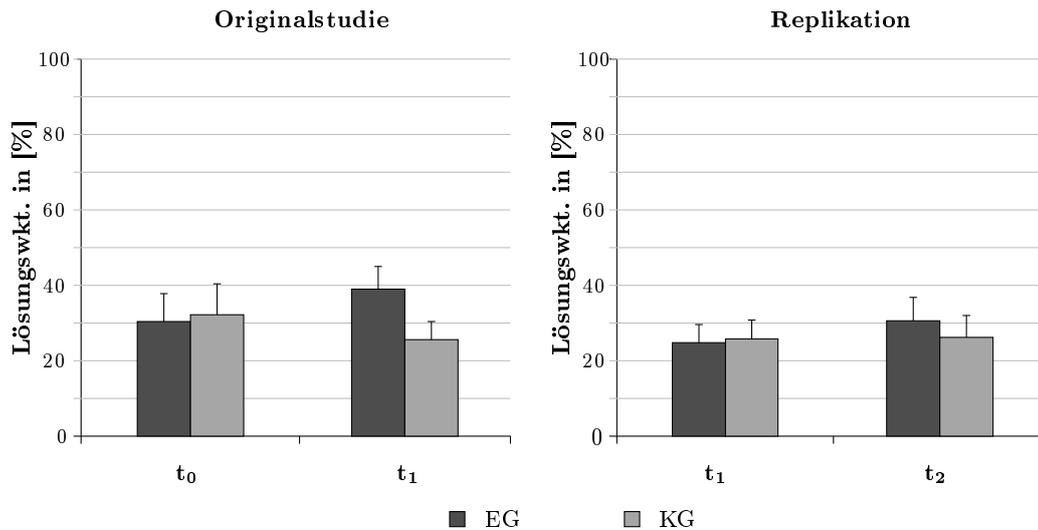


Abbildung 8.4.: Lösungswahrscheinlichkeit der Rezeptionsaufgaben der Originalstudie sowie der Replikation

Verbesserung der EG gegenüber da KG ermittelt wurde, kann Hypothese 10a bestätigt werden.

Produktion

Originalstudie. Auch zur Analyse der Fähigkeiten im Bereich der Produktion wurde eine zusätzliche Kovariate, nämlich die *verbalen Fähigkeiten* ($r = -.19, p < .01$), miteinbezogen. Hier konnte ein signifikanter Effekt des Trainings ($F(1,218) = 4.36, p_1 < .05, \eta^2 = .02$) ermittelt werden: Wie die linke Darstellung in Abbildung 8.5 veranschaulicht, verbesserten sich beide Gruppen über den Messzeitraum hinweg. Allerdings erreichte die KG zu Messzeitpunkt t_0 eine höhere Lösungswahrscheinlichkeit als die EG. Da die EG allerdings einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit zeigte als die KG, wurde dieser Unterschied zu Messzeitpunkt t_1 nivelliert und beide Gruppen zeigten in etwa die gleiche Lösungswahrscheinlichkeit von ca. 70%.

Replikation. Für die Analyse der Produktionsfähigkeit in der Replikationsstudie wurde außer dem Alter keine weitere Kovariate berücksichtigt. Wie auch die rechte Darstellung in Abbildung 8.5 zeigt, lag die Lösungswahrscheinlichkeit der EG zu Beginn des Trainings unter der der KG. Die EG zeigte nach dem Training, zum Messzeitpunkt t_2 , eine höhere Lösungswahrscheinlichkeit als die KG. Dennoch wurde

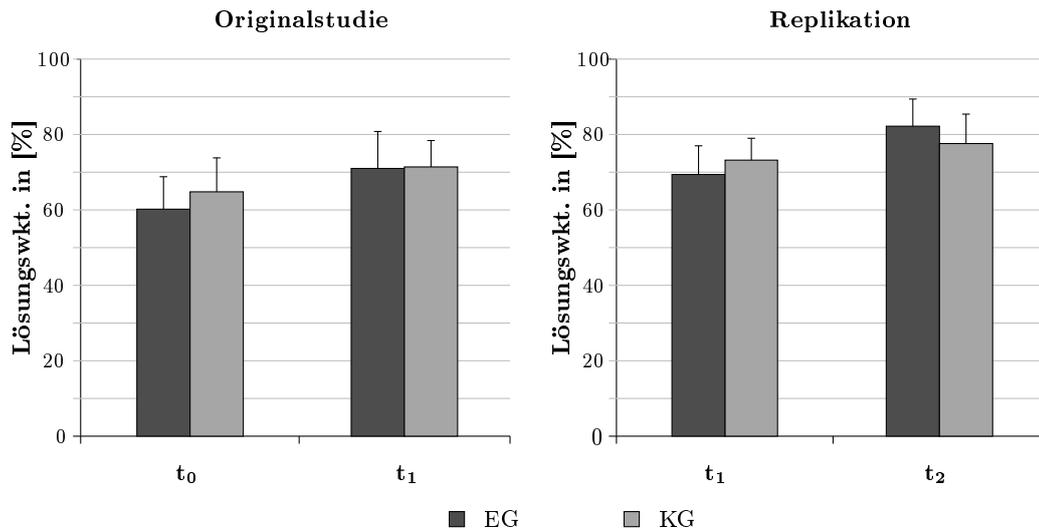


Abbildung 8.5.: Lösungswahrscheinlichkeit der Produktionsaufgaben der Originalstudie sowie der Replikation

lediglich eine Tendenz zur Signifikanz ermittelt ($F(1,85) = 2.13$, $p_1 = .07$, $\eta^2 = .02$).

Demnach konnten hinsichtlich der Produktion keine einheitlichen Ergebnisse ermittelt werden, da in der Originalstudie eine signifikante Verbesserung der EG im Vergleich zur KG ermittelt wurde, welche lediglich tendenziell repliziert werden konnte. Daher kann Hypothese 10b nur für die Originalstudie bestätigt werden und muss für deren Replikation verworfen werden.

Integration

Originalstudie. Die Analyse der Entwicklung der Integrationsfähigkeiten ergab einen signifikanten Unterschied hinsichtlich der Verbesserung der Lösungswahrscheinlichkeit zwischen der EG und der KG ($F(1,219) = 8.56$, $p_1 < .01$, $\eta^2 = .04$). Wie aus der linken Darstellung in Abbildung 8.6 hervorgeht, verbessern sich zwar beide Gruppen über den Zeitraum hinweg. Allerdings fiel der Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit bei der EG größer aus, sodass sie, obwohl sie zum Messzeitpunkt t_0 eine geringere Lösungswahrscheinlichkeit als die KG zeigte, diese zum Messzeitpunkt t_1 übertraf.

8. Studie 3

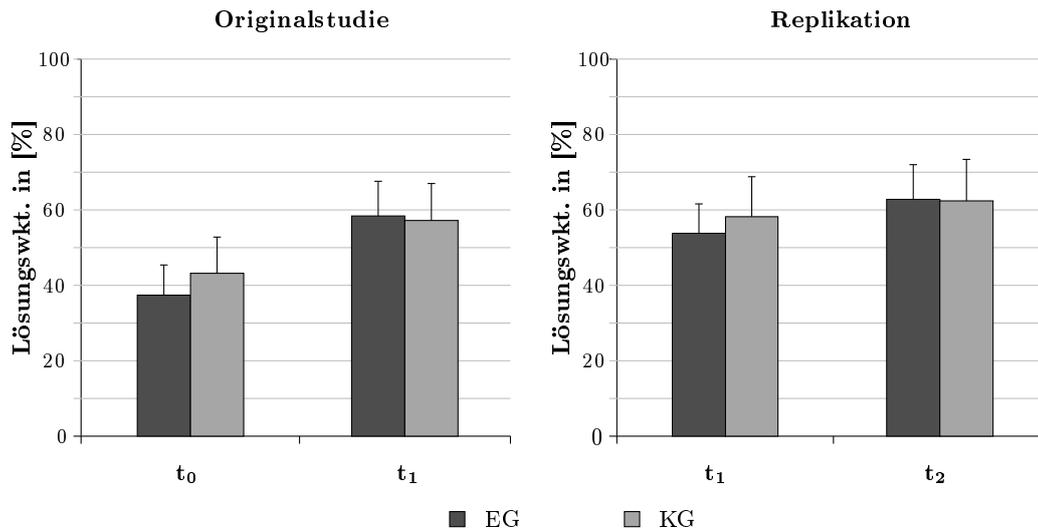


Abbildung 8.6.: Lösungswahrscheinlichkeit der Integrationsaufgaben der Originalstudie sowie der Replikation

Replikation. Auch hier zeigte die EG zu Beginn eine geringere Lösungswahrscheinlichkeit als die KG (vgl. rechte Darstellung in Abbildung 8.6) und wiederum konnte ein größerer Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit bei der EG erreicht werden, sodass beide Gruppen zu Messzeitpunkt t_2 in etwa die gleiche Lösungswahrscheinlichkeit zeigten. Allerdings war die Verbesserung der EG im Vergleich mit der KG nicht signifikant ($F(1,85) < 1$, n.s.).

Somit konnte Hypothese 10c in der Originalstudie bestätigt werden, musste aber in der Replikation verworfen werden, da hier keine signifikanten Unterschiede zwischen der EG und der KG ermittelt wurden.

Transformation

Originalstudie. Hinsichtlich der Transformation konnte kein Unterschied der Entwicklung der Lösungswahrscheinlichkeit zwischen der EG und der KG ermittelt werden ($F(1,231) < 1$, n.s.): Wie das linke Diagramm in Abbildung 8.7 zeigt, lag die Lösungswahrscheinlichkeit beider Gruppen zu Messzeitpunkt t_0 auf einem niedrigen Niveau und verbesserte sich bei beiden Gruppen. Rein deskriptiv zeigt sich, dass die EG einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit aufweist als die KG. Dies wirkt sich aber nicht in einem signifikanten Unterschied aus.

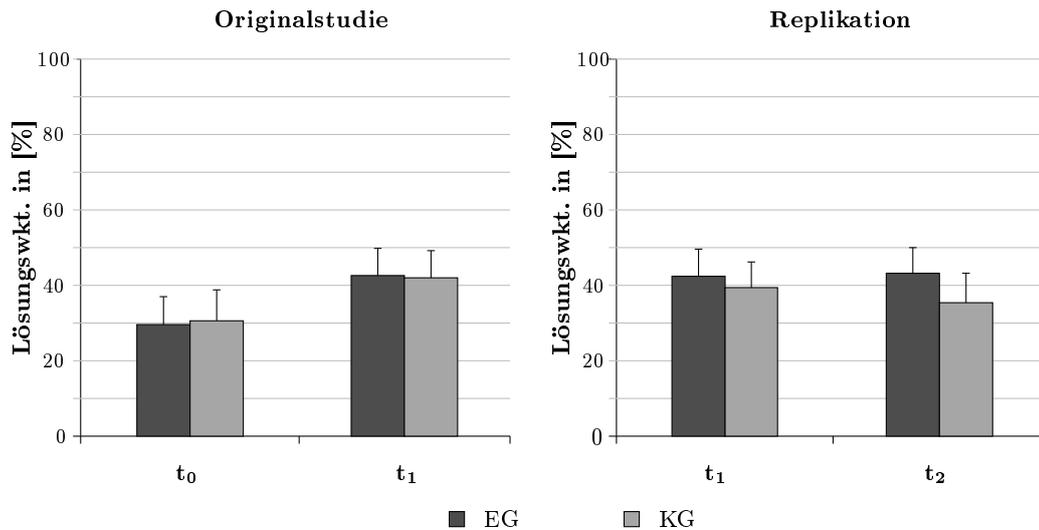


Abbildung 8.7.: Lösungswahrscheinlichkeit der Transformationsaufgaben der Originalstudie sowie der Replikation

Replikation. In der Replikationsstudie zeigte sich allerdings ein anderes Ergebnis (siehe rechtes Diagramm in Abbildung 8.7): Während sich die Lösungswahrscheinlichkeit, welche die KG zeigte, von Messzeitpunkt t₁ zu Messzeitpunkt t₂ deutlich verringerte, konnte bei der EG ein geringfügiger Anstieg erreicht werden, sodass ein signifikanter Effekt ($F(1,85) = 2.58$, $p_1 = .05$, $\eta^2 = .03$) ermittelt wurde.

Insgesamt zeigte sich hinsichtlich der Transformationsfähigkeit ein uneinheitliches Ergebnis, da in der Originalstudie keine Unterschiede zwischen der EG und der KG ermittelt werden konnten, wohingegen die Unterschiede in der Replikationsstudie signifikant ausfielen. Daher wurde Hypothese 10d für die Originalstudie verworfen und mit der Replikationsstudie bestätigt.

8.3.2. Können auf den einzelnen Rezeptionsstufen Verbesserungen erzielt werden?

Da innerhalb der Rezeption drei Prozesse (Auslesen einzelner Elemente, Auslesen von Verläufen, Verständnis der gesamten Repräsentation) differenziert werden können, ist es über den gesamten Rezeptionsprozess hinaus von Interesse, ob die Lernenden hinsichtlich dieser verschiedenen Prozesse durch das in den Unterricht integrierten Training profitierten. Daher werden im Folgenden die Ergebnisse, welche zu den einzelnen

8. Studie 3

Stufen ermittelt wurden, vorgestellt. Tabelle 8.3 zeigt die deskriptiven Statistiken der beiden Prozesse, welche in dieser Studie beinhaltet waren.

Tabelle 8.3.: Deskriptive Ergebnisse der Lösungswahrscheinlichkeit (in %) zu den einzelnen Rezeptionsstufen der Original- sowie der Replikationsstudie (Mittelwerte (*M*) und Standardabweichung (*SD*))

Originalstudie		Stufe 2			Stufe 3		
		<i>t</i> ₀	<i>t</i> ₁	<i>t</i> ₁ - <i>t</i> ₀	<i>t</i> ₀	<i>t</i> ₁	<i>t</i> ₁ - <i>t</i> ₀
EG (<i>n</i> = 92)	<i>M</i>	43.48	44.43	0.95	21.46	36.53	15.06
	<i>SD</i>	22.67	22.15	27.34	14.64	18.27	17.76
KG (<i>n</i> = 130)	<i>M</i>	45.83	23.51	-22.32	23.08	27.20	4.12
	<i>SD</i>	18.04	8.93	17.87	12.88	13.25	15.12
Replikation		Stufe 2			Stufe 3		
		<i>t</i> ₀	<i>t</i> ₁	<i>t</i> ₁ - <i>t</i> ₀	<i>t</i> ₀	<i>t</i> ₁	<i>t</i> ₁ - <i>t</i> ₀
EG (<i>n</i> = 45)	<i>M</i>	23.89	35.21	11.32	25.24	27.46	2.22
	<i>SD</i>	8.97	18.71	17.08	13.74	12.84	15.26
KG (<i>n</i> = 44)	<i>M</i>	22.67	27.18	4.50	27.93	25.45	-2.48
	<i>SD</i>	8.84	19.22	15.57	13.43	13.88	19.33

Rezeption der Stufe 2

Originalstudie. Die Analyse der Fähigkeiten der *Rezeption der Stufe 2* ergab einen signifikanten Unterschied zwischen der EG und der KG ($F(1,219) = 56.35$, $p_1 < .001$, $\eta^2 = .21$). Wie auch Abbildung 8.8 veranschaulicht, zeigten die beiden Gruppen zu Messzeitpunkt *t*₀ eine ähnliche Lösungswahrscheinlichkeit. Doch während die EG dieses Leistungsniveau halten konnte, verschlechterte sich die KG zum Messzeitpunkt *t*₁.

Replikation. Zu Messzeitpunkt *t*₁ zeigte die EG rein deskriptiv eine etwas höhere Lösungswahrscheinlichkeit als die KG. Wie aber auch die rechte Darstellung in Abbildung 8.8 zeigt, vergrößerte sich die Lösungswahrscheinlichkeit beider Gruppen zum Messzeitpunkt *t*₂. Allerdings fiel dieser Anstieg bei der EG signifikant höher aus ($F(1,84) = 5.58$, $p_1 < .01$, $\eta^2 = .20$).

Daher konnte sowohl in der Originalstudie sowie in deren Replikation die Fähigkeiten zur *Rezeption der Stufe 2* gefördert werden und Hypothese 11a bestätigt werden.

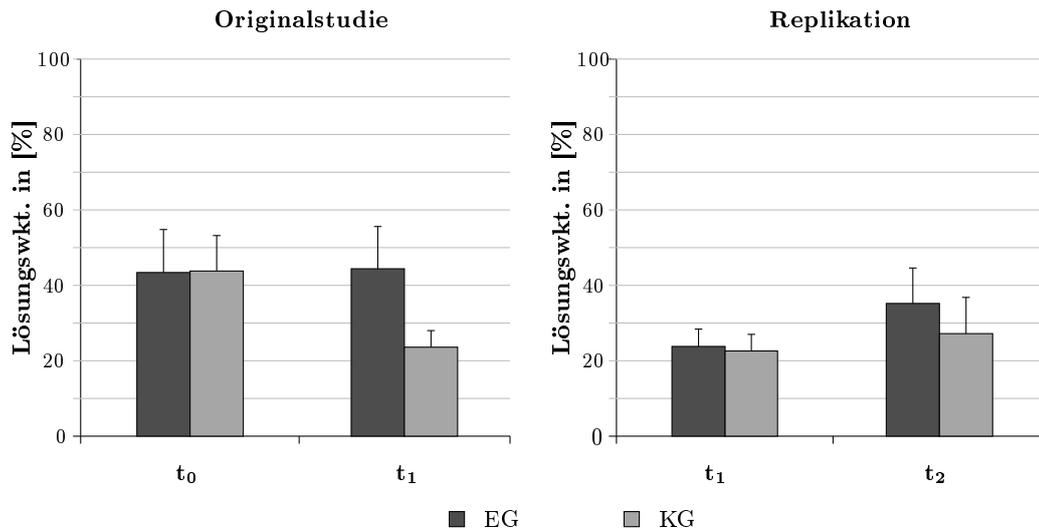


Abbildung 8.8.: Lösungswahrscheinlichkeit der Aufgaben für die Rezeption der Stufen 2 der Originalstudie sowie Replikation

Rezeption der Stufe 3

Originalstudie. Bei der Bearbeitung von Aufgaben zum Prozess der *Rezeption der Stufe 3* zeigten die Lernenden zu beiden Messzeitpunkten eine geringe Lösungswahrscheinlichkeit (vgl. Abbildung 8.9, linke Darstellung). Allerdings verbesserte sich die EG in größerem Ausmaß als die KG, was sich in einem signifikanten Effekt ($F(1,220) = 24.41$, $p_1 < .001$, $\eta^2 = .10$) niederschlug.

Replikation. Für die Replikation wurde eine signifikante Korrelation zwischen der unabhängigen Variablen *repräsentationsspezifische Vorwissen* und der abhängigen Variablen festgestellt ($r = .21$, $p < .05$), weshalb diese in die statistischen Analysen als Kovariate einbezogen wurde.

Zu Messzeitpunkt t₁ lag die Lösungswahrscheinlichkeit der EG unter der der KG. Allerdings stieg die Lösungswahrscheinlichkeit der EG an, während sich die der KG sogar verringerte, sodass, wie auch die rechte Darstellung in Abbildung 8.9 zeigt, zum Messzeitpunkt t₂ die Lösungswahrscheinlichkeit der EG höher war als die der KG. Dennoch konnte in der statistischen Analyse, nur eine Tendenz zur Signifikanz ($F(1,84) = 1.70$, $p_1 = .09$, $\eta^2 = .20$) ermittelt werden.

8. Studie 3

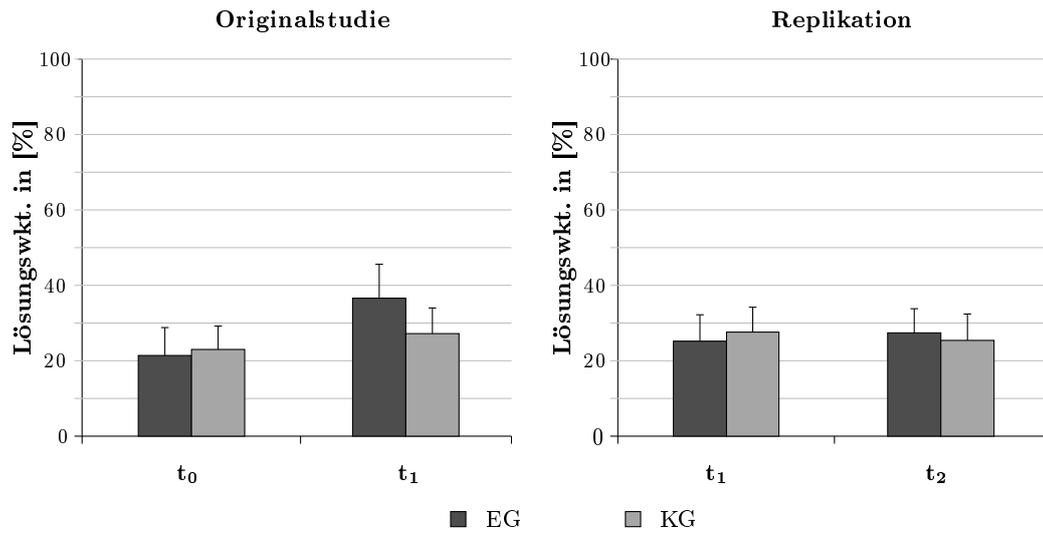


Abbildung 8.9.: Lösungswahrscheinlichkeit der Aufgaben für die Rezeption der Stufen 3 der Originalstudie sowie Replikation

In beiden Studien zeigte die EG einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit als die KG, sodass Hypothese 11b bestätigt wurde.

8.3.3. Können auf den einzelnen Produktionsstufen Verbesserungen erzielt werden?

Auch im Bereich der Produktion wurde die Auswirkung des Trainings auf zwei der identifizierten Prozesse untersucht. Die deskriptiven Ergebnisse zu den verschiedenen Messzeitpunkten sowie die Differenzen, die in der Originalstudie sowie deren Replikation ermittelt wurden, sind in Tabelle 8.4 dargestellt.

Tabelle 8.4.: Deskriptive Ergebnisse der Lösungswahrscheinlichkeit (in %) zu den einzelnen Produktionsstufen (Mittelwerte (M) und Standardabweichung (SD))

Originalstudie		Stufe 0			Stufe 2		
		t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0
EG ($n = 41$)	M	66.85	65.04	-1.81	51.44	78.53	27.09
	SD	21.73	14.51	24.72	26.80	19.94	28.96
KG ($n = 16$)	M	66.47	66.11	-0.35	62.41	77.27	14.89
	SD	22.27	18.31	25.61	27.97	18.96	27.23
Replikation		Stufe 0			Stufe 2		
		t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0
EG ($N = 41$)	M	60.86	81.11	20.25	77.73	83.41	5.68
	SD	22.25	13.05	23.00	19.77	20.25	21.71
KG ($N = 16$)	M	69.48	76.49	15.76	77.73	78.53	0.80
	SD	14.74	13.65	52.21	17.77	23.37	23.96

Produktion der Stufe 0

Originalstudie. Die deskriptiven Ergebnisse (siehe Tabelle 8.4) sowie Abbildung 8.10 zeigen bereits, dass die Lernenden über ein relativ gutes Vermögen zur *Produktion der Stufe 0* verfügten und dieses Niveau über den Trainingszeitraum hinweg beinahe gehalten werden konnte. Allerdings lassen sich keine Unterschiede zwischen der Entwicklung der EG und der KG ($F(1,219) < 1$, n.s.) erkennen.

Replikation. Wie die rechte Darstellung in Abbildung 8.10 veranschaulicht, war die Lösungswahrscheinlichkeit der EG zum Messzeitpunkt t_1 geringer als die der KG und zum Messzeitpunkt t_2 höher. Doch dies schlug sich nicht in einem signifikanten Effekt ($F(1,84) < 1$, n.s.) nieder.

8. Studie 3

Somit konnte weder in der Originalstudie noch in der Replikation ein Effekt des in den Unterricht implementierten Trainings auf die Fähigkeiten zur *Produktion der Stufe 0* ermittelt werden, weshalb Hypothese 12a verworfen wurde.

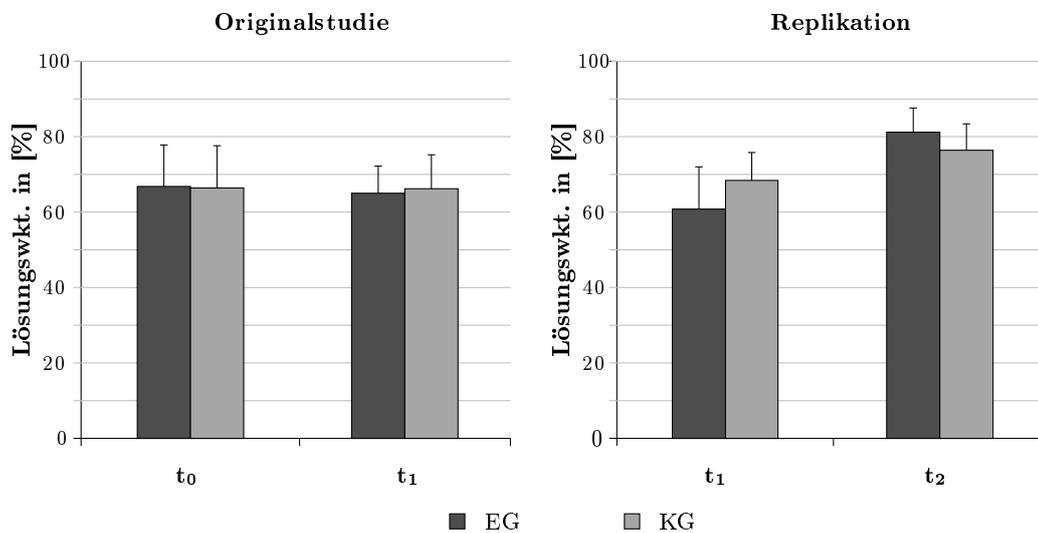


Abbildung 8.10.: Lösungswahrscheinlichkeit der Aufgaben für die Produktion der Stufe 0 der Originalstudie sowie der Replikation

Produktion der Stufe 2

Originalstudie. Da in der vorab durchgeführten Korrelationsanalyse zwischen der unabhängigen Variablen *verbale Fähigkeiten* und der abhängigen Variablen *Lösungswahrscheinlichkeit der Produktion der Stufe 2* eine signifikante Korrelation ($r = -.14$, $p < .05$) ermittelt wurde, wurde zur Analyse der Entwicklung der Fähigkeiten zur *Produktion der Stufe 2* eine ANCOVA mit der Kovariate *verbale Fähigkeiten* angewandt. Diese ergab einen signifikanten Effekt ($F(1,218) = 10.37$, $p_1 = .001$, $\eta^2 = .05$): Wie auch aus der linken Darstellung in Abbildung 8.11 hervorgeht, zeigte die EG zu Messzeitpunkt t₀ eine geringere Lösungswahrscheinlichkeit als die KG. Zu Messzeitpunkt t₁ zeigten zwar beide Gruppen eine höhere Lösungswahrscheinlichkeit als sie zu Beginn zeigten, allerdings fiel dieser Anstieg bei der EG höher aus.

Replikation. Zu Messzeitpunkt t₁ zeigten beide Gruppen exakt dieselbe Lösungswahrscheinlichkeit (vgl. Abbildung 8.11), welche außerdem auf einem hohen Niveau von 77.73 % lag. Während die KG zu Messzeitpunkt t₂ nur eine geringfügig höhe-

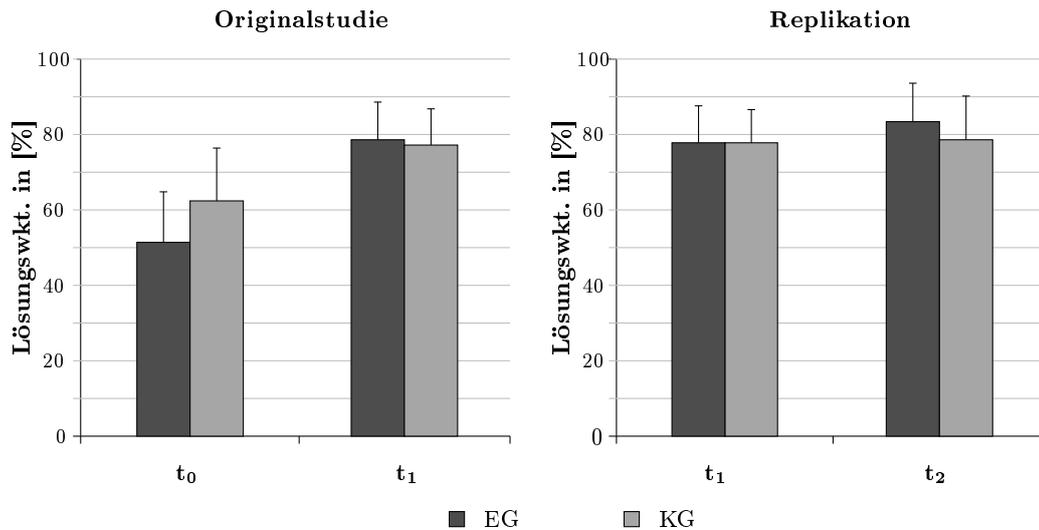


Abbildung 8.11.: Lösungswahrscheinlichkeit der Aufgaben für die Produktion der Stufe 2 der Originalstudie sowie der Replikation

re Lösungswahrscheinlichkeit zeigte, erhöhte sich diese bei der EG stärker, was sich zwar nicht in einem signifikanten Effekt, aber doch in einer Tendenz zur Signifikanz ($F(1,84) = 1.82$, $p_1 = .09$, $\eta^2 = .02$) auswirkte.

Daher konnte hinsichtlich der *Produktion der Stufe 2* nur in der Originalstudie ein signifikanter Effekt ermittelt und die Hypothese 12b bestätigt werden, wohingegen sie für die Replikation verworfen wurde.

8.3.4. Können auf den einzelnen Integrationsstufen Verbesserungen erzielt werden?

Auch der Integrationsprozess wurde in drei Stufen differenziert, die alle trainiert und zu beiden Messzeitpunkten erfasst wurden, um die Fortschritte der Lernenden in diesen Bereichen ermitteln und gegebenenfalls auf das Training „Fit in der Mathematik“ zurückführen zu können. Wiederum sind die deskriptiven Ergebnisse zu den Analysen zur *Integration der Stufen 1, 2 und 3* in Tabelle 8.5 dargestellt.

Tabelle 8.5.: Deskriptive Ergebnisse der Lösungswahrscheinlichkeit (in %) zu den einzelnen Integrationsstufen der Originalstudie sowie der Replikation (Mittelwerte (*M*) und Standardabweichung (*SD*))

Originalstudie		Stufe 1			Stufe 2			Stufe 3		
		t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0
EG (n = 92)	<i>M</i>	31.52	58.88	27.36	36.87	49.64	12.77	45.51	68.45	22.94
	<i>SD</i>	24.24	24.89	33.21	20.42	23.18	31.09	25.72	22.13	30.31
KG (n = 130)	<i>M</i>	36.28	57.95	21.67	41.67	46.15	4.49	53.51	67.65	14.13
	<i>SD</i>	24.94	28.47	31.45	22.09	27.34	28.29	27.21	20.27	30.13
Replikation		Stufe 1			Stufe 2			Stufe 3		
		t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0
EG (n = 45)	<i>M</i>	54.07	72.59	18.52	38.89	53.70	14.81	68.27	62.44	-4.26
	<i>SD</i>	23.34	24.66	27.80	20.72	22.72	27.11	21.18	22.88	28.20
KG (n = 44)	<i>M</i>	58.53	76.74	18.22	49.22	61.05	11.82	67.05	56.72	-9.63
	<i>SD</i>	30.73	25.95	36.11	29.31	28.62	31.09	20.12	17.84	22.28

Integration der Stufe 1

Originalstudie. Die Fähigkeiten hinsichtlich des Prozesses zur *Integration der Stufe 1* verbesserten sich beiden Gruppen von Messzeitpunkt t_0 zu Messzeitpunkt t_1 . Allerdings konnte kein signifikant größerer Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit der EG als der KG ermittelt werden ($F(1,219) = 2.03$, $p_1 = .08$, $\eta^2 = .01$). Lediglich deskriptiv sowie in der linken Darstellung in Abbildung 8.12 ist ersichtlich, dass die EG eine größere Verbesserung aufweist als die KG, was auch aus dem Trend zur Signifikanz hervorgeht.

Replikation. Zu Beginn der Studie lag die Lösungswahrscheinlichkeit der EG, wie auch das linke Diagramm in Abbildung 8.12 zeigt, unter der Lösungswahrscheinlichkeit, welche die KG erreichte. Allerdings verbesserten sich beide Gruppen über den Messzeitraum hinweg, sodass kein signifikanter Effekt des Trainings ($F(1,84) < 1$, n.s.) ermittelt wurde.

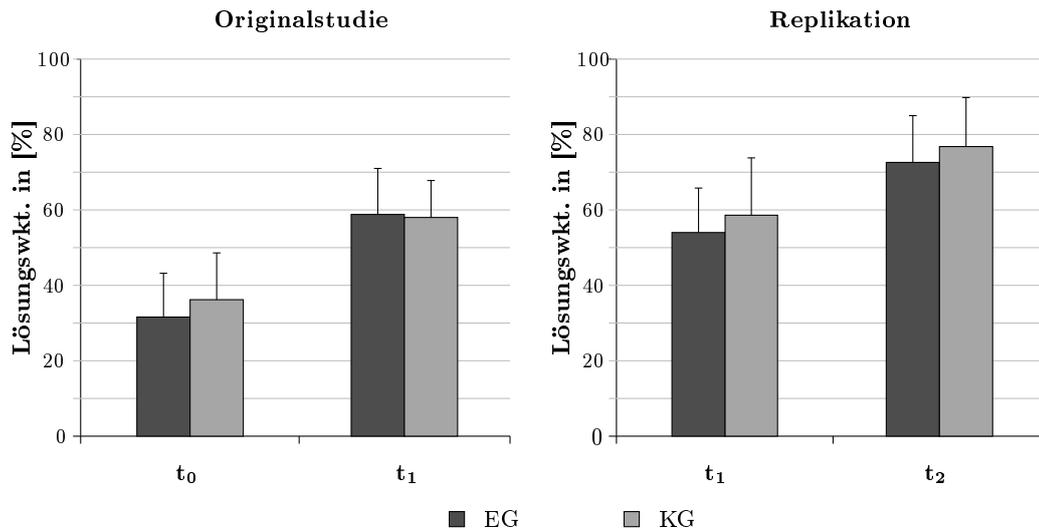


Abbildung 8.12.: Lösungswahrscheinlichkeit für die Integration der Stufen 1 der Originalstudie und der Replikation

Hinsichtlich des Prozesses der *Integration der Stufe 1* konnte kein einheitliches Ergebnis erzielt werden: Während in der Originalstudie zumindest eine Tendenz zur Signifikanz ermittelt wurde, konnte in der Replikation kein Unterschied zwischen der EG und der KG ausgemacht werden. Daher wurde Hypothese 13a abgelehnt.

Integration der Stufe 2

Originalstudie. Obwohl sich beide Gruppen über den Messzeitraum hinweg verbesserten (vgl. Abbildung 8.13), zeigte die EG einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit (vgl. Abbildung 8.12), was sich in einem signifikanten Effekt ($F(1,219) = 5.65$, $p_1 < .01$, $\eta^2 = .03$) auswirkte.

Replikation. Auch in der Replikation verbesserten sich beide Gruppen über den Messzeitraum hinweg (vgl. linkes Diagramm in Abbildung 8.13). Aber obwohl die EG einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit zeigte als die KG und dadurch der Unterschied zwischen den beiden Lösungswahrscheinlichkeiten zum Messzeitpunkt t₂ geringer ausfiel als zu Messzeitpunkt t₁, war der Effekt nicht signifikant ($F(1,84) < 1$, n.s.).

Daher zeigte sich auch hinsichtlich der *Integration der Stufe 2* kein einheitliches Ergebnis, da nur in der Originalstudie ein signifikantes Ergebnis ermittelt werden

8. Studie 3

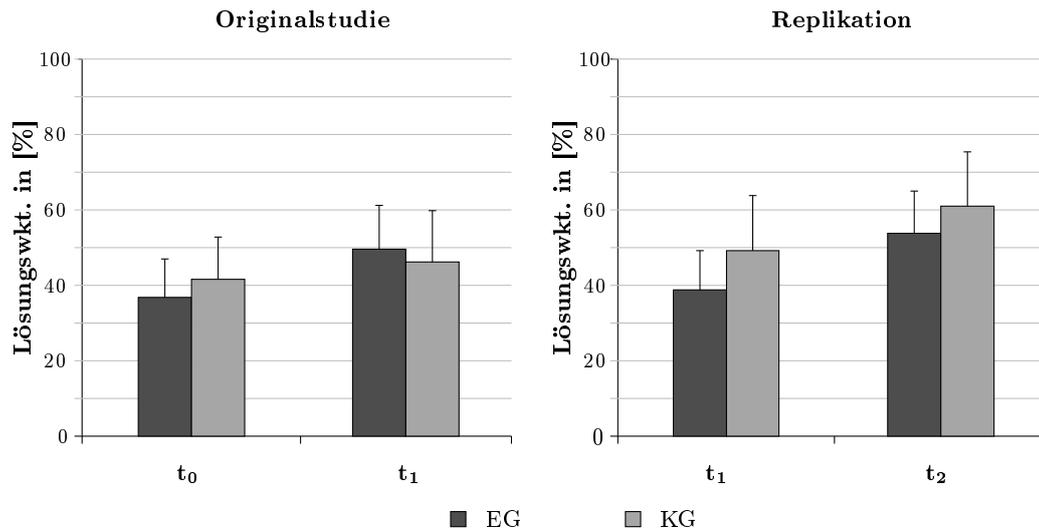


Abbildung 8.13.: Lösungswahrscheinlichkeit für die Integration der Stufen 2 der Originalstudie und der Replikation

konnte. Aus diesem Grund wurde Hypothese 13b für die Originalstudie bestätigt und für die Replikation verworfen.

Integration der Stufe 3

Originalstudie. Wie Abbildung 8.14 veranschaulicht, lag die Wahrscheinlichkeit mit der Aufgaben der *Integration der Stufe 3* von der EG richtig gelöst wurden zum Messzeitpunkt t_0 unterhalb der Lösungswahrscheinlichkeit der KG. Allerdings gelang es mittels des Trainings, die Fähigkeiten der EG soweit zu verbessern, dass sie zu Messzeitpunkt t_1 sogar eine höhere Lösungswahrscheinlichkeit erreichte als die KG. Dies konnte durch einen signifikanten Effekt ($F(1,220) = 4.58$, $p_1 < .05$, $\eta^2 = .02$) bestätigt werden.

Replikation. In der Replikation zeigte sich eine gegenteilige Entwicklung (vgl. rechte Darstellung in Abbildung 8.14). Während zum Messzeitpunkt t_1 die Lösungswahrscheinlichkeit über 65% lag, sank sie bei beiden Gruppen zum Messzeitpunkt t_2 hin ab. Allerdings fiel dieser Abfall der Lösungswahrscheinlichkeit bei der EG geringer aus als bei der KG, was sich aber nicht in einen signifikanten Effekt ($F(1,84) = 1.46$, $p_1 = .11$, $\eta^2 = .02$) auswirkte.

Auch hinsichtlich der *Integration der Stufe 3* konnte kein einheitliches Ergebnis

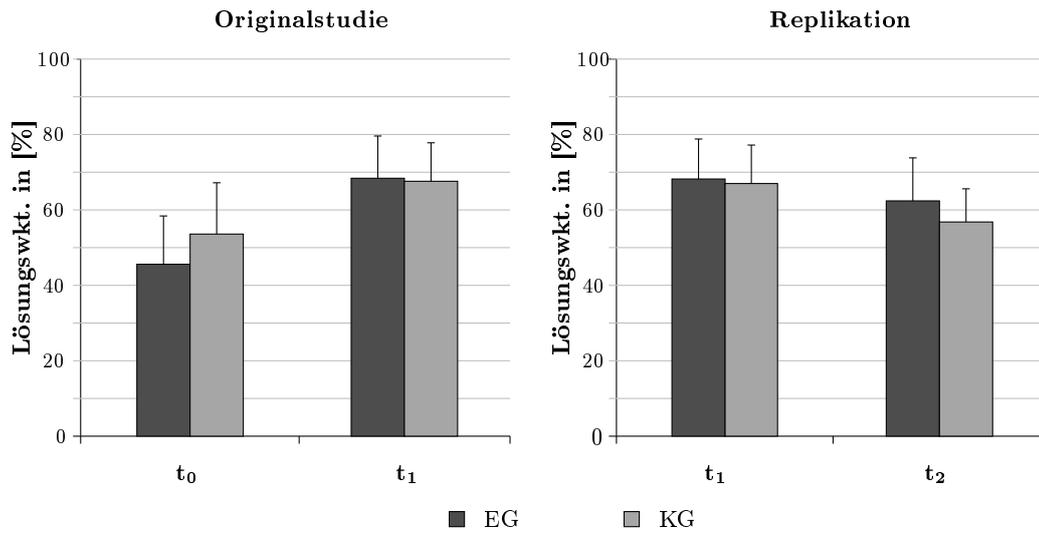


Abbildung 8.14.: Lösungswahrscheinlichkeit für die Integration der Stufen 3 der Originalstudie und der Replikation

erzielt werden, da wiederum in der Originalstudie ein signifikantes Ergebnis ermittelt wurde, welches nicht repliziert werden konnte. Daher wurde Hypothese 13c für die Originalstudie bestätigt und für die Replikation verworfen.

8.3.5. Können auf den einzelnen Transformationsstufen Verbesserungen erzielt werden?

Wie bereits beim Integrationsprozess wurden auch hinsichtlich der Transformation alle drei Teilprozesse innerhalb des Unterrichts gefördert und zu den beiden Messzeitpunkten erfasst. Die deskriptiven Ergebnisse zu den beiden Messzeitpunkten sowie die Differenzwerte sind in Tabelle 8.6 dargestellt.

Tabelle 8.6.: Deskriptive Ergebnisse zu den einzelnen Transformationsstufen der Originalstudie sowie der Replikation (Mittelwerte (M) und Standardabweichung (SD))

Originalstudie		Stufe 1			Stufe 2			Stufe 3		
		t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0
EG (N = 41)	M	33.12	49.47	16.35	21.81	32.56	10.75	33.88	42.81	8.94
	SD	20.07	15.22	18.358	16.83	22.57	21.25	22.80	19.50	26.46
KG₁ (N = 16)	M	33.13	49.86	16.73	23.59	28.72	5.13	35.38	42.91	7.52
	SD	18.58	13.74	18.17	19.15	25.10	26.19	25.01	21.57	27.46
Replikation		Stufe 1			Stufe 2			Stufe 3		
		t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0	t_0	t_1	t_1-t_0
EG (N = 41)	M	48.70	48.15	-0.56	27.23	38.33	11.11	46.67	42.84	-3.83
	SD	14.12	15.28	14.41	27.44	20.98	28.23	18.02	18.30	19.71
KG₁ (N = 16)	M	48.97	43.54	-5.43	25.39	25.58	0.19	39.28	36.56	-2.71
	SD	13.09	21.03	16.98	25.16	18.13	24.09	19.45	17.54	20.48

Transformation der Stufe 1

Originalstudie. Für die Analyse der Messwerte zur *Transformation der Stufe 1* wurde eine ANCOVA mit der Kovariate *Alter* angewandt, da vorab eine Korrelation zwischen der abhängigen Variablen und der unabhängigen Variablen *Alter* ($r = -.19$, $p < .01$) ermittelt wurde. Wie die linke Darstellung in Abbildung 8.15 zeigt, konnte für beide Gruppen zu Messzeitpunkt t_1 eine höhere Lösungswahrscheinlichkeit ermittelt werden als zum Messzeitpunkt t_0 . Es konnte allerdings kein signifikanter Unterschied des Anstiegs der Lösungswahrscheinlichkeit EG zum Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit der KG ermittelt werden ($F(1,232) < 1$, n.s.).

Replikation. Wie die rechte Darstellung in Abbildung 8.15 verdeutlicht, wiesen beide Gruppen zu Messzeitpunkt t_1 dieselbe Lösungswahrscheinlichkeit auf. Allerdings zeigte sich, dass die Lösungswahrscheinlichkeit der KG zu Messzeitpunkt t_2 geringer wird und die der EG bis auf eine geringe Abweichung stagniert. Dies wirkte sich in einer Tendenz zur Signifikanz aus ($F(1,85) = 2.47$, $p_1 = .06$, $\eta^2 = .03$).

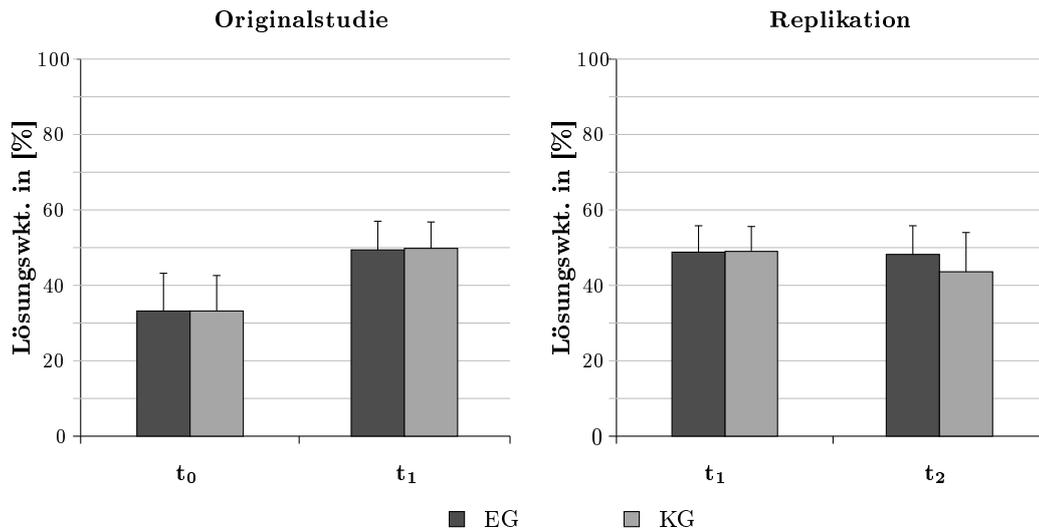


Abbildung 8.15.: Lösungswahrscheinlichkeit für die Transformation der Stufe 1 der Originalstudie sowie der Replikation

Somit konnte zwar in der Replikation die Fähigkeit zur *Transformation der Stufe 1* gefördert werden, während sich dies in der Originalstudie nicht zeigte. Daher wurde Hypothese 14a für die Originalstudie verworfen und für die Replikation bestätigt.

Transformation der Stufe 2

Originalstudie. Ein anderes Ergebnis liefert die Analyse der Transformation der Stufe 2, bei der die verbalen Fähigkeiten als Kovariate miteinbezogen wurden ($r = -.14$, $p < .05$): Die Lösungswahrscheinlichkeit der EG war zu Messzeitpunkt t_0 noch geringer als die der KG. Diese Situation veränderte sich allerdings zum Messzeitpunkt t_1 (vgl. Abbildung 8.16), da hier die EG eine höhere Lösungswahrscheinlichkeit zeigte. Somit war der Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit der EG größer als die der KG, was sich in einem signifikanten Effekt ($F(1,219) = 3.23$, $p_1 < .05$, $\eta^2 = .02$) niederschlug.

Replikation. In der Replikation zeigte sich (vgl. rechte Darstellung in Abbildung 8.16), dass die EG zwar zu Messzeitpunkt t_1 bereits eine höhere Lösungswahrscheinlichkeit zeigte als die KG, aber im Gegensatz zur Lösungswahrscheinlichkeit der KG steigerte sich die Lösungswahrscheinlichkeit der EG zum Messzeitpunkt t_2 , weshalb ein Trend zur Signifikanz ($F(1,85) = 2.16$, $p_1 = .07$, $\eta^2 = .03$) festgestellt wurde.

8. Studie 3

Somit konnte die Hypothese 14b für die Originalstudie bestätigt werden und wurde für die Replikation verworfen.

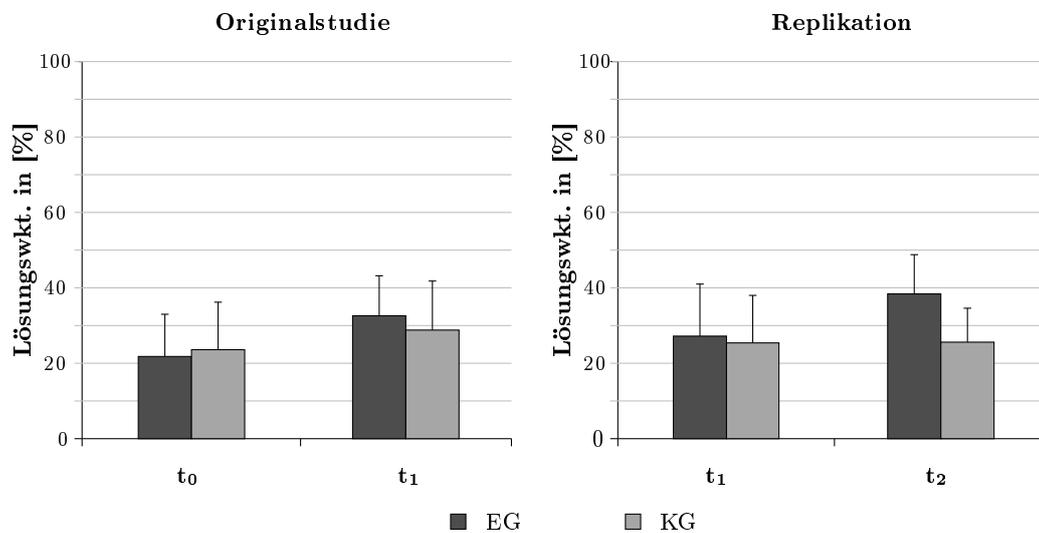


Abbildung 8.16.: Lösungswahrscheinlichkeit für die Transformation der Stufe 2 der Originalstudie sowie der Replikation

Transformation der Stufe 3

Originalstudie. Wie Abbildung 8.17 veranschaulicht, liegt die erreichte Lösungswahrscheinlichkeit der EG zu Messzeitpunkt t_0 unter der der KG und ist zu Messzeitpunkt t_1 höher. Allerdings steigt auch die Lösungswahrscheinlichkeit, welche die KG erreicht, über den Messzeitraum an, wobei der Anstieg, welcher die EG aufweist, rein deskriptiv höher ist. Trotzdem ist das Ergebnis der Analyse nicht signifikant ($F(1,232) < 1$, n.s.).

Replikation. Wie Abbildung 8.17 zeigt, lag die Lösungswahrscheinlichkeit der EG zu Messzeitpunkt t_1 über der Lösungswahrscheinlichkeit der KG. Da aber die Lösungswahrscheinlichkeiten beider Gruppen zum Messzeitpunkt t_2 geringer sind, sich die Abnahmen der Lösungswahrscheinlichkeiten beider Gruppen aber nicht unterscheiden, konnte kein signifikanter Effekt ($F(1,84) < 1$, n.s.) festgestellt werden.

Es zeigte sich demnach sowohl in der Originalstudie als auch in der Replikation kein Effekt hinsichtlich der *Transformation der Stufe 3*, weshalb Hypothese 14c verworfen wurde.

8.4. Diskussion der einzelnen in Studie 3 geförderten Prozesse

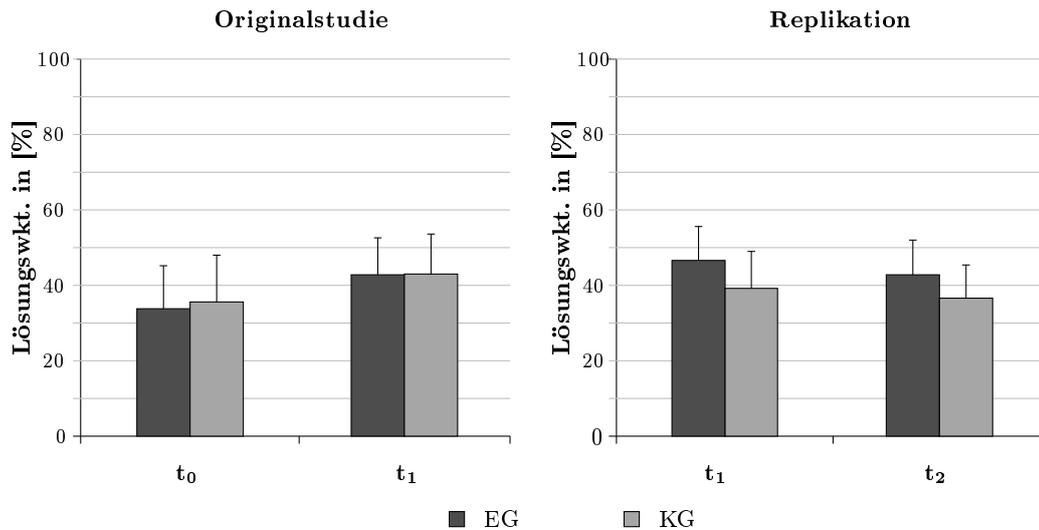


Abbildung 8.17.: Lösungswahrscheinlichkeit für die Transformation der Stufe 3 der Originalstudie sowie der Replikation

8.4. Diskussion der einzelnen in Studie 3 geförderten Prozesse

Das Ziel dieser dritten Studie war es, die in der zweiten Studie untersuchte Intervention in den Unterricht zu implementieren und einerseits zu analysieren inwieweit durch dieses in den Unterricht implementierte Training die Prozesse der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation sowie deren Teilprozesse gefördert werden können und andererseits zu untersuchen, ob dieses Training eine langfristige Wirkung auf die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler hat.

Um die unter Kapitel 5 und Abschnitt 8.1 beschriebenen Forschungsfragen zu beantworten, wurde, nachdem die betreffenden LuL in einer Fortbildung geschult wurden, ein quasiexperimentelles Kontrollgruppendesign angewandt. Diese wurden den Fragestellungen folgend der EG oder der KG zugeordnet, wobei im Unterricht der EG die Strategien integriert wurden und die KG den herkömmlichen Unterricht erhielt. Die N = 245 Probanden rekrutierten sich aus fünf achten und fünf neunten Klassen eines Gymnasiums in Baden-Württemberg. Die jeweiligen Klassen wurden dann entweder der EG der Originalstudie, der EG der Replikation oder der KG zu gewiesen, abhängig davon, wann das Training in deren Unterricht implementiert wurde. Alle Klassen, die zu Beginn des Schuljahres mit dem Training begannen, bildeten die EG der Originalstudie, während diejenigen, in deren Unterricht das Training erst

8. Studie 3

nach der zweiten Datenerhebung implementiert wurde, die EG der Replikationsstudie bildeten ($n = 45$). Wurde das Training aber zu keinem Zeitpunkt in den Unterricht implementiert, bildeten diese Klassen die KG der Replikationsstudie. Die KG der Originalstudie setzte sich aus $n = 130$ Probanden zusammen, da hierzu die EG der Replikationsstudie sowie die KG der Replikationsstudie zusammengefasst wurden.

Außerdem wurden zu drei Messzeitpunkten die abhängigen Variablen erhoben und zu den ersten beiden Messzeitpunkten Kontrollvariablen, wie das Alter und das Geschlecht der Probanden sowie deren verbale und logische Fähigkeiten, erhoben.

Hinsichtlich des Erfolgs des in den Unterricht implementierten Trainings sowie dessen Effekt auf die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler hinsichtlich der Prozesse der Rezeption, Produktion, Integration und Transformation konnten keine einheitlichen Ergebnisse ermittelt werden. So konnten in der Originalstudie fast alle Hypothesen mit Ausnahme der Untersuchung der Transformation, der *Produktion der Stufe 0*, der *Integration der Stufe 1*, der *Transformation der Stufe 1* sowie der *Transformation der Stufe 3* bestätigt werden, wobei für die *Integration der Stufe 1* eine Tendenz zur Signifikanz ermittelt wurde.

Die Replikationsstudie lieferte allerdings uneinheitlichere und abweichende Ergebnisse. Hier konnte lediglich hinsichtlich der Rezeption, der Transformation, der *Rezeption der Stufen 2 und 3* sowie der *Transformation der Stufe 1* ein Effekt des Trainings ermittelt werden, wobei zusätzlich für die Produktion eine Tendenz festgestellt werden konnte.

8.4.1. Verbesserten sich die Fähigkeiten hinsichtlich den Prozessen Rezeption, Produktion, Integration und Transformation?

Die Betrachtung der Prozesse in ihrer Gesamtheit brachte weder für die Originalstudie noch für deren Replikation sowie im Zusammenhang dieser beiden einheitliche Ergebnisse:

Hinsichtlich der *Rezeption* ergab sich zwar in beiden Studien ein signifikanter Effekt, sodass die Hypothese bestätigt wurde und davon ausgegangen werden kann, dass das in den Unterricht integrierte Training für den Prozess der Rezeption erfolgreich war. Doch gerade die Ergebnisse der Originalstudie sollten kritisch betrachtet werden. Denn während in der Replikation die EG auf einem geringeren Niveau der Lösungswahrscheinlichkeit startet als die KG, konnte für beide Gruppen ein Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit ermittelt werden, auch wenn dieser bei der KG sehr gering ausfällt. Bei der Originalstudie verhält es sich hingegen so, dass zwar zu Beginn die EG wiederum ein etwas geringeres Niveau zeigt als die KG, aber dann ihre

8.4. Diskussion der einzelnen in Studie 3 geförderten Prozesse

Lösungswahrscheinlichkeit steigert, wohingegen die der KG recht stark abfällt.

Die Ergebnisse der Replikation weisen also daraufhin, dass sich die Schülerinnen und Schüler hinsichtlich des Prozesses der *Rezeption* auch ohne ein Training verbessern. Dies ist im Falle der Originalstudie bei der KG nicht der Fall. Fraglich ist nun, worauf dieser Leistungsanstieg der KG in der Replikation zurückzuführen ist. Der Grund könnte darin zu suchen sein, dass im Schulunterricht der KG zwischen Messzeitpunkt t_0 und t_1 die Rezeption nicht thematisiert wurde, im ersten Messzeitraum allerdings schon.

Grundsätzlich gilt es bei der Diskussion aller Ergebnisse den Faktor Mensch zu betrachten. Es ist nicht auszuschließen, dass beispielsweise die Lehrperson der KG entgegen der Anweisung in ihrem Unterricht doch das Training einsetzte und somit die KG eine Förderung erhielt. Dies könnte im Falle der Replikation der Fall sein, da sich hier die KG verbesserte. Außerdem ist es umgekehrt auch für jeden Prozess möglich, dass die Lehrperson der EG die Strategien nicht im erforderlichen Maße einsetzte. Die Gründe hierfür könnten vielfältig sein: Möglicherweise war die Person nicht überzeugt von der Wirksamkeit der Strategie oder sie empfand die Strategie im Schulalltag zu zeitaufwändig (Ichikawa, 1993, zit. nach Ueska et al., 2007, S. 16), sodass sie zu ihrem gewohnten Stil zurückkehrte. Ein anderer Grund könnte darin zu suchen sein, dass die Strategien und Vorgehensweisen nicht richtig verstanden wurden und daher nicht korrekt oder gar nicht angewandt wurden.

Im Verlauf der Studien wurde zwar versucht diese Risiken gewissermaßen zu kontrollieren, indem Kontrolllisten ausgegeben wurden und die Lehrerinnen und Lehrer gebeten wurden zum einen die Intensität als auch Häufigkeit der Strategieverwendung zu dokumentieren. Der Rücklauf dieser Bögen war allerdings nicht zufriedenstellend. Zudem konnte der Wahrheitsgehalt der Daten nicht überprüft werden, weshalb diese Aspekte nicht konkret berücksichtigt werden können.

Wie bereits erwähnt, wurde vor Studienbeginn abgesprochen in welchem Zeitraum welche Lerninhalte vermittelt werden sollen. Dadurch sollte ausgeschlossen werden, dass mögliche Unterschiede zwischen der EG und der KG durch die Lerninhalte und nicht durch das Training hervorgerufen wurden. Es ist natürlich denkbar, dass einzelne Lehrkräfte von dieser Absprache abwichen. Möglicherweise fühlten sie sich bei anderen Themen besser in der Lage den Ansatz des Cognitive Apprenticeship umzusetzen oder die Themen mussten aus organisatorischen Gründen getauscht werden.

Für den Prozess der Produktion konnte kein einheitliches Ergebnis ermittelt werden, da für die Originalstudie die Hypothese bestätigt wurde, während sich für die Replikationsstudie lediglich ein Trend zur Signifikanz ergab. Es zeigte sich, dass in

8. Studie 3

der Originalstudie beide Gruppen bereits zu Beginn eine recht ordentliche Lösungswahrscheinlichkeit von ca. 60 % zeigten, wobei die der EG zu Beginn unter der der KG lag. Doch dieser Unterschied konnte durch das Training ausgeglichen werden, weshalb davon ausgegangen werden kann, dass die Lernenden vom Training profitierten. Auch die Messergebnisse der Replikation zeigten, dass die EG zu Beginn eine geringere Lösungswahrscheinlichkeit erreichte als die KG und sich beide Gruppen über den Messzeitraum hinweg verbesserten. Doch auch wenn die Steigerung der EG größer ausfiel als bei der KG, schlug sich diese nicht in einem signifikanten Ergebnis nieder. Es gilt dabei zu beachten, dass beide Gruppen bereits eine Lösungswahrscheinlichkeit von ca. 70 % zeigten. Daher ist es umso schwieriger, eine Steigerung der Produktionsfähigkeit durch ein in den Unterricht integriertes Training hervorzurufen. Da allerdings erzielt wurde, dass die EG nach dem Training eine Lösungswahrscheinlichkeit von über 80 % zeigte, kann dies dennoch als Erfolg gewertet werden.

Hinsichtlich der Integration wurden ähnliche Ergebnisse gefunden: Wiederum zeigte die jeweilige EG sowohl zu Trainingsbeginn eine geringere Lösungswahrscheinlichkeit als die KG als auch insgesamt einen höheren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit. Wobei in der Originalstudie dieser Anstieg so hoch ausfiel, dass die EG am Ende eine höhere Lösungswahrscheinlichkeit zeigte als die KG, während in der Replikationsstudie lediglich das Niveau der KG erreicht wurde. Somit zeigte sich durch die Ergebnisse der Originalstudie für die Prozesse der Produktion und Integration, dass diese durch das in den Unterricht integrierte Training gefördert werden können. Allerdings sollte hinterfragt werden, warum der Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit der EG in der Replikationsstudie nicht signifikant größer ausfiel als die der KG. Es sind hier zwei Gründe denkbar: Zum einen ist es möglich, dass die Lerninhalte und Themengebiete, welche im Unterricht zwischen dem Messzeitpunkt t_0 und Messzeitpunkt t_1 behandelt wurden, geeigneter waren, um diese Prozesse der Produktion und Integration zu fördern als die Inhalte, welche zwischen dem Messzeitpunkt t_1 und Messzeitpunkt t_2 behandelt wurden. Daher ist es möglich, dass es im Unterricht der EG der Originalstudie mehr Möglichkeiten zur Förderung dieser Prozesse gab als im Unterricht der EG der Replikationsstudie. Dieser Umstand könnte durch die Tatsache unterstützt worden sein, dass auf Grund gewisser schuljahresbezogener Terminlichkeiten innerhalb der Replikationsstudie geringere Trainingsmöglichkeiten geboten werden konnten. Somit ist es möglich, dass durch eine intensivere Förderung auch in der Replikationsstudie ein Trainingserfolg hervorgerufen werden könnte. Wird hier außerdem die Häufigkeit betrachtet, mit der diese beiden Prozesse wäh-

8.4. Diskussion der einzelnen in Studie 3 geförderten Prozesse

rend der Original- bzw. der Replikationsstudie gefördert wurden, so wird deutlich, dass dies in der Originalstudie um einiges öfter geschehen ist. Dadurch ließe sich erklären, weshalb in der Replikationsstudie entweder lediglich ein Trend zur Signifikanz oder kein Effekt des Trainings ermittelt wurde. Es zeigte sich demnach, dass zwar für den kognitiv weniger anspruchsvollen Prozess der Produktion die geringere Förderung immerhin dazu ausreichte, die Fähigkeiten der EG soweit zu fördern, dass sich diese Steigerung in einem Trend auswirkte, die aber für den anspruchsvolleren Prozess der Integration, welcher sogar für Mathematikstudenten herausfordernd (Baker et al., 2001; Even, 1998; Yerushalmy, 1991) ist, was sich in der Theorie zeigte, nicht ausreichend war und eine intensivere Förderung nötig ist.

Auch hinsichtlich des Prozesses der Transformation wurde das Ergebnis der Originalstudie nicht repliziert:

In der Originalstudie konnten beide Gruppen über den Trainingszeitraum hinweg ihre Lösungswahrscheinlichkeit steigern, wobei der Anstieg bei der EG geringfügig größer ausfiel, was aber nicht zu einem signifikanten Ergebnis führte. In der Replikationsstudie hingegen zeigte die KG nach Beendigung des Trainings eine niedrigere Lösungswahrscheinlichkeit als zu Beginn, während hinsichtlich der EG durch das Training das Niveau der Lösungswahrscheinlichkeit gehalten werden konnte und somit dieser Abfall abgefangen werden konnte.

Möglicherweise decken sich diese Beobachtungen mit den bereits berichteten hinsichtlich der Produktion und der Integration. Denn es ist denkbar, dass wiederum während der Originalstudie im Unterricht beider Gruppen Inhalte behandelt wurden, welche den Prozess der Transformation fördern, sodass durch das spezielle Training im Unterricht der EG kein bemerkenswerter Effekt erzielt werden konnte. Außerdem zeigen die Dokumentationen, dass gerade der anspruchsvolle Prozess der Transformation weniger häufig gefördert wurde als die anderen Prozesse, was erklären könnte, warum sich hier kein Effekt des Trainings zeigte, denn gerade hier wären die Lernenden sicherlich auf mehr Unterstützung angewiesen gewesen. Da während der Replikationsstudie andere Inhalte als in der Originalstudie im Unterricht behandelt wurden, kam die Förderung des Prozesses der Transformation zumindest im Unterricht der KG zu kurz, sodass diese die Fähigkeiten hierzu wieder verlor und eine geringere Lösungswahrscheinlichkeit erzielte. Gegensätzlich hierzu gelang es, durch das Training die Fähigkeiten der EG zu erhalten, sodass diese dieselbe Lösungswahrscheinlichkeit erzielte.

Es zeigt sich demnach, dass durch das Training, wenn es zum richtigen Zeitpunkt eingesetzt wird, die Fähigkeiten zur Transformation unterstützt werden können.

8. Studie 3

Zusammenfassend können die Ergebnisse positiv gewertet werden, da in der Originalstudie hinsichtlich der Prozesse der *Rezeption*, *Produktion* und *Integration* die Leistungen auf das Training zurückgeführt werden konnten. Diese Ergebnisse konnten zwar nicht überzeugend, aber doch tendenziell repliziert werden. Lediglich hinsichtlich der *Transformation* konnten weder in der Originalstudie noch in der Replikation keine signifikanten Ergebnisse erzielt werden.

8.4.2. Konnten auf den einzelnen Rezeptionsstufen Verbesserungen erzielt werden?

Auf Grund der Ergebnisse in Studie 2 wurden von den drei voneinander abgegrenzten Rezeptionsprozesse in Studie 3 nur die *Rezeption der Stufe 2* sowie der *Stufe 3* gefördert, da für die *Rezeption der Stufe 1* kein Förderpotential festgestellt wurde.

Wie schon in der Diskussion des gesamten Rezeptionsprozesses, sind die Ergebnisse der Original- und der Replikationsstudie hinsichtlich der *Rezeption der Stufe 2* unterschiedlich und müssen daher differenziert betrachtet werden:

Zwar zeigte sich in beiden Studien ein signifikanter Effekt, doch dieser wurde durch verschiedene Entwicklungen hervorgerufen. Während für die EG eine verschwindend kleine Differenz zwischen den beiden Lösungswahrscheinlichkeiten ermittelt wurde, zeigte sich für die KG eine große negative Differenz, was bedeutete, dass sich diese verschlechterte. Es zeigte sich demnach wiederum, dass durch das Training diese Verschlechterung abgefangen werden konnte.

In der Replikationsstudie zeigte sich hingegen, dass sich zwar beide Gruppen von dem niedrigen Niveau aus verbesserten. Doch die Differenz der Lösungswahrscheinlichkeiten fiel bei der EG signifikant höher aus als bei der KG. Somit konnte das Ergebnis der Originalstudie dahingehend repliziert werden, dass ein Effekt des Trainings festgestellt werden konnte.

Ein ähnliches Bild weisen die Ergebnisse der Analyse der *Rezeption der Stufe 3* auf, denn auch in diesem Fall gelang es in der Originalstudie, die EG soweit zu fördern, dass sie einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit zeigte als die KG und in der Replikation konnte die EG zumindest ihr Ausgangsniveau halten, während sich die KG sogar verschlechterte. Somit konnte das Ergebnis der Originalstudie repliziert werden.

Durch die Ergebnisse der KG konnten noch einmal die Vermutungen bestätigt werden, dass die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler gefördert werden müssen, denn diese liegen ab Messzeitpunkt t_1 stets unter 30 %. Hier besteht demnach ein sehr großer Förderbedarf, wie er bereits in den theoretischen Grundlagen aufgezeigt

wurde.

8.4.3. Konnten auf den einzelnen Produktionsstufen Verbesserungen erzielt werden?

Auch hinsichtlich der Produktion wurde, wie schon hinsichtlich der Rezeption ein Prozess, die *Produktion der Stufe 1*, in dieser Studie nicht berücksichtigt, da in Studie 2 kein Förderbedarf festgestellt wurde. Für die beiden geförderten Stufen wurden allerdings keine einheitlichen Ergebnisse erzielt:

Denn es konnte weder innerhalb der Originalstudie noch in deren Replikation die *Produktion der Stufe 0* dahingehend gefördert werden, dass ein Effekt ermittelt wurde, welcher auf die Trainingsteilnahme zurückgeführt werden konnte. Fraglich ist demnach, warum die auf der Theorie basierenden Hypothesen nicht bestätigt werden konnten. Werden die deskriptiven Ergebnisse, die hinsichtlich der *Produktion der Stufe 0* betrachtet, werden zwei Dinge deutlich: Zum einen liegt das Ausgangsniveau der Lösungswahrscheinlichkeit beider Gruppen über 60 %, was relativ hoch ist. Somit ist eine erfolgreiche Förderung schwieriger als in anderen Bereichen, in denen von Beginn an große Defizite vorliegen. Zum anderen zeigt sich, dass über das Schuljahr hinweg die Fähigkeit, Repräsentationen zu produzieren auch ohne das Training ansteigen würde, da die KG der Replikation zu Messzeitpunkt t_2 eine Lösungswahrscheinlichkeit von 78,53 % erreichte. Im Verlauf des 9. Schuljahres werden verschiedene Repräsentationen behandelt und von den Schülern produziert, sodass die Produktion stets gefördert wird.

Auffällig ist allerdings, dass die EG der Replikation rein deskriptiv einen größeren Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit erreichte als die KG. Bezeichnend hierbei ist, dass die EG der Replikation zu Messzeitpunkt t_1 , sprich bevor in deren Unterricht das Training implementiert wurde, die geringste Lösungswahrscheinlichkeit erreichte. Dies könnte als Hinweis darauf gewertet werden, dass ein Training der *Produktion der Stufe 0* für Schülerinnen und Schüler, welche hier größere Defizite haben, hilfreich sein könnte.

Auch für die *Produktion der Stufe 2* wurden keine einheitlichen Ergebnisse gefunden, da der signifikante Effekt, welcher in der Originalstudie ermittelt wurde, nicht repliziert wurde. Allerdings gilt hier zu beachten, dass die Lösungswahrscheinlichkeit beider Gruppen zu Messzeitpunkt t_1 bereits knapp unter 80 % lag. Hier kommt demnach wieder die Überlegung, welche bereits hinsichtlich der *Produktion der Stufe 0* und in der Studie 2 hinsichtlich der *Rezeption der Stufe 1* gemacht wurde, zum tragen: Liegt bereits zu Beginn eine sehr hohe Lösungswahrscheinlichkeit vor, wird es

8. Studie 3

sehr schwierig, durch ein gezieltes Training eine Verbesserung zu erzielen, da meist nur Deckeneffekte gefunden werden können. Umso erstaunlicher ist es, dass dennoch rein deskriptiv eine Verbesserung der EG erzielt wurde.

8.4.4. Konnten auf den einzelnen Integrationsstufen Verbesserungen erzielt werden?

Der Prozess der Integration wurde auf allen voneinander abgegrenzten Stufen gefördert, wobei wiederum keine einheitlichen Ergebnisse erzielt werden konnten. Denn während in der Replikationsstudie keine signifikanten Effekte ermittelt wurden, musste in der Originalstudie nur die Hypothese zur *Integration der Stufe 1* verworfen werden.

Es zeigte sich demnach, dass die *Integration der Stufe 1* nicht speziell gefördert werden konnte. Es liegt aber der Verdacht nahe, dass diese Fähigkeiten in dieser Altersstufe auch ohne das Training sehr stark gefördert wird, sodass ein gezieltes Training hier wenig Auswirkungen hat. Denn betrachtet man die Entwicklung der Lösungswahrscheinlichkeit der KG, so zeigt sich, dass diese zu Beginn des Schuljahres auf einem geringen Niveau von ca. 35 % lag und am Ende der Studie auf immerhin ca. 75 % angewachsen war. Möglicherweise werden im Schulunterricht genau in diesem Zeitraum Integrationsprozesse geübt, sodass alle Lernenden hierdurch profitierten. Spannend wäre allerdings zu analysieren, ob sich dieser Anstieg der Fähigkeiten nur in gewissen Bereichen, beispielsweise Repräsentationen der linearen Funktionen, finden lassen oder auf alle Repräsentationen ausgeweitet werden. Dies könnte durch eine differenzierte Betrachtung der Aufgaben analysiert werden.

Ähnliche Ergebnisse zeigen die Analysen zu den Prozessen der *Integration der Stufe 2* und *Integration der Stufe 3*. Es wurde jeweils in der Originalstudie ein Effekt ermittelt, welcher aber nicht repliziert werden konnte. Werden nun die Prozesse einzeln betrachtet, zeigt sich, dass in der Replikationsstudie beide Gruppen in etwa den selben Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit zeigten, während in der Originalstudie ein größerer Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit der EG ermittelt wurde. Auch hier könnte wieder der Zeitpunkt, zu welchem die Fördermaßnahme eingesetzt wurde, als Grund für den ausbleibenden Effekt in der Replikationsstudie angeführt werden: Möglicherweise werden die Prozesse der Integration im zweiten Trainingszeitraum im Unterricht auf Grund des Lehrplans vermehrt gefördert, sodass eine gezielte Trainingsmaßnahme hier nicht effektiv eingesetzt werden kann.

Die Analyse des Prozesses der *Integration der Stufe 3* lieferte allerdings überraschende Ergebnisse. Es zeigte sich nämlich, dass wiederum in der Originalstudie ein

signifikanter Effekt ermittelt wurde, welcher nicht repliziert wurde. Allerdings zeigte sich hier zwar, dass in der Originalstudie durch das Training die Lösungswahrscheinlichkeit der EG auf dasselbe Niveau gehoben werden konnte als das der KG. Aber in der Replikation zeigte sich, dass beide Gruppen das relativ gute Niveau der Lösungswahrscheinlichkeit, welche sie zum Messzeitpunkt t_1 zeigten, nicht halten konnten und zum Messzeitpunkt t_2 eine geringere Lösungswahrscheinlichkeit erreichten. Positiv zu werten ist zwar, dass rein deskriptiv der Abfall bei der EG etwas abgefangen wurde, was sich aber nicht in einem signifikanten Ergebnis niederschlug. Fraglich ist nun, ob durch eine intensivere Trainingsmaßnahme oder durch einen längeren Trainingszeitraum zumindest erzielt werden könnte, dass sich die EG nicht verschlechtert und dieselbe Lösungswahrscheinlichkeit zeigt wie zu Beginn der Trainingsmaßnahme.

8.4.5. Konnten auf den einzelnen Transformationsstufen Verbesserungen erzielt werden?

Auch die innerhalb der Transformation gegeneinander abgegrenzten Stufen wurden in der vorliegenden Studie alle gefördert, weshalb nun diskutiert werden soll, wo Effekte gefunden wurden und wo gegebenenfalls Defizite der Förderung aufgedeckt wurden.

Wie auch schon für die bereits diskutierten Prozesse konnte auch hinsichtlich der Transformation keine einheitlichen Ergebnisse gefunden werden. Es zeigte sich nämlich, dass für die *Transformation der Stufe 1* nur in der Replikationsstudie ein Effekt gefunden wurde, während für die *Transformation der Stufe 2* nur in der Originalstudie die Hypothese bestätigt wurde und für die *Transformation der Stufe 3* sogar in beiden Studien keine Effekte gefunden wurden.

Für die *Transformation der Stufe 1* zeigte sich in der Originalstudie kein Effekt. Aber beide Gruppen zeigten einen großen Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit, sodass davon auszugehen ist, dass auch dieser Prozess im Schulunterricht innerhalb dieses Zeitraums stark gefördert wurde und ein noch größerer Anstieg durch eine Trainingsmaßnahme schwerlich hervorgerufen werden kann.

Interessant ist allerdings, dass sich gerade für den kognitiv anspruchsvollen Prozess der *Transformation der Stufe 2*, durch welchen die Modellinstruktion sowie Modellkonstruktion bezeichnet und abgeprüft wird, in der Originalstudie ein Effekt findet, welcher zumindest in der Tendenz repliziert werden konnte. Es zeigte sich demnach, dass dieser schwierige Prozess durch das Training gefördert werden kann und es zumindest gelingt, das Niveau der Lösungswahrscheinlichkeit in der Originalstudie anzuheben und dies möglicherweise durch ein intensiveres Training auch in der Replikation gelingen könnte.

8. Studie 3

Diese Ergebnisse konnten allerdings für die *Transformation der Stufe 3* nicht gefunden werden, da hier weder in der Originalstudie noch in deren Replikation ein Effekt gefunden wurde. In der Originalstudie zeigten beide Gruppen in etwa den selben Anstieg der Lösungswahrscheinlichkeit während, in der Replikation ein Abfall ermittelt wurde. Es gilt nun zu klären, weshalb gerade für diesen Prozess keine Effekte gefunden wurden: Zum einen ist es möglich, dass dies im Unterricht einen zu geringen Stellenwert einnahm oder intensiver beispielsweise durch mehrmaliges Modeling oder häufigere Reflection oder Articulation gefördert werden kann. Denn dass dieser Prozess gefördert werden kann, konnte in Studie 2 gezeigt werden. Hier könnte allerdings auch ein Effekt, welchen de Brock et al. (2003) hinsichtlich der Strategie gezeichneter Skizzen berichten, eingetroffen sein. Sie berichten nämlich, dass spontan gezeichnete Skizzen leistungsförderlich sind, wohingegen Skizzen, welche nur nach Aufforderung gezeichnet werden, sich sogar negativ auf die Leistung auswirken. Da nun die Schülerinnen und Schüler im Verlauf des Trainings immer wieder auf die Strategien aufmerksam gemacht wurden, ist es möglich, dass sich auch hier dieser negative Effekt zeigt: Die Lernenden setzten die Strategien nicht spontan ein, sondern weil sie implizit zu aufgefordert wurden. Es ist durchaus möglich, dass die Schülerinnen und Schüler nicht ausreichend überzeugt von der Nützlichkeit der Strategien waren und sie daher nicht spontan einsetzten. Denn es konnte gezeigt werden, dass Strategien häufiger eingesetzt werden, wenn die Lernenden von deren Effizienz überzeugt sind (Berger & Krabenick, 2011).

Wie bereits beschrieben können verschiedene Vermutungen angestellt werden, weshalb das Training nicht in allen Bereichen erfolgreich war. Über diese bereits genannten Punkte hinaus, könnte ein weiterer Grund darin liegen, dass die Lehrkraft die gewünschten Methoden nicht soweit verstanden oder verinnerlicht hatten, dass sie diese selbst erfolgreich umsetzen konnten. Dies hätte zur Folge, dass die Schülerinnen und Schüler nicht ausreichend unterstützt wurden und somit nicht vom Training profitieren konnten. Die Lehrkräfte wurden, wie in Kapitel 8.2.6 beschrieben, an einem Nachmittag geschult. Dies stellt eine große Herausforderung an. Hier wäre es denkbar die Schulung auf mehrere, aufeinanderfolgende Termine auszuweiten, was die Möglichkeit der Vertiefung und Wiederholung bieten würde. Außerdem auch das Wissen der Lehrkräfte zu Messzeitpunkt t_0 zu erheben und dieses dann in den Analysen berücksichtigen zu können.

Das Training wurde nur über wenige Wochen in den Schulunterricht integriert. Möglicherweise war diese Zeitspanne zu kurz, um einen Effekt hervorzurufen. Durch einen längeren und intensiveren Trainingszeitraum könnten evt. die noch nicht er-

8.4. *Diskussion der einzelnen in Studie 3 geförderten Prozesse*

folgreichen Teile auch noch geschult werden.

Ein anderer zu bedenkender Aspekt wäre, dass die Methoden des „Cognitive Apprenticeships“ und „Fragestellens“ nicht für das Training aller zu fördernden Prozesse geeignet sind. Es lies sich zwar belegen, dass die diese Ansätze erfolgreich sein können, es ist aber dennoch denkbar, dass andere Methoden (vgl. Mandl & Friedrich, 2006) erfolgreicher sein könnten.

9. Gesamtdiskussion und Ausblick

Die Ergebnisse der einzelnen Studien wurden bereits zum Abschluss der jeweiligen Studie im Zusammenhang mit der jeweiligen Methodik separat diskutiert, weshalb nun abschließend die Ergebnisse der Studien in Zusammenhang gebracht werden sollen. Außerdem werden sowohl die Befunde in den theoretischen Kontext als auch praktische Implikationen sowohl für den Einsatz im schulischen aber auch universitären Bereich daraus abgeleitet.

Dabei werden die Befunde in Zusammenhang mit den theoretischen Grundlagen gebracht und analysiert inwieweit sie mit diesen übereinstimmen oder ob die gefundenen Ergebnisse möglicherweise auf Ergänzungen oder Erweiterungen der Theorien hinweisen.

Zentrale Themen der vorliegende Arbeit waren einerseits das Verbalisieren mathematischer Repräsentationen aus dem Themenfeld der linearen Funktionen und andererseits der Umgang mit multiplen Repräsentationen, der in vier Einzelprozesse untergliedert wurde. Außerdem stellt ein zentraler Aspekt dieser Arbeit die entwickelte Fördermaßnahme basierend auf den Methoden des Fragestellens und des Cognitive Apprenticeship dar.

9.1. Theoretische Implikationen

In den theoretischen Grundlagen dieser Arbeit wurden hinsichtlich des Verbalisierens im Zusammenhang mit mathematischen Repräsentationen basierend auf Dölling (1999a), Hölscher (1999) und Kaput (1989) drei Verarbeitungstiefen gegeneinander abgegrenzt.

- **Mathematische Syntax** meint dabei eine Verbalisierung basierend auf reiner subsemantischer Verarbeitung ohne die Beziehung der Symbole und deren Bedeutung zu analysieren.
- **Mathematische Semantik** stellt wiederum deren Beziehung und Bedeutung in den Vordergrund, wobei aber keine Beziehung zu einem alltäglichen Sachverhalt hergestellt wird.

9. Gesamtdiskussion und Ausblick

- **Mathematischer Kontext** stellt gerade diesen Zusammenhang her und ermöglicht dadurch eine situationsbezogene Interpretation.

Da das Verbalisieren sowohl ein grundlegender Aspekt des Cognitive Apprenticeship darstellt als auch ausschlaggebend für den erfolgreichen Umgang mit multiplen Repräsentationen nicht nur in der Mathematik ist, wurden die Fähigkeiten zu Verbalisieren der Schülerinnen und Schüler in der ersten Studie analysiert.

Dabei ergab sich das Spannungsfeld, dass aus Graphen und Tabellen spontan auf der Ebene der kontextbezogenen Semantik und aus Funktionsgleichungen auf der Ebene der mathematischen Semantik verbalisiert wurde, die größte Lösungswahrscheinlichkeit hingegen aber auf der Ebene der mathematischen Syntax erzielt wurde. Diese Ergebnisse zeigen, dass Schülerinnen und Schüler zwar Repräsentationen Informationen entnehmen und diese durchaus auch in einen Kontext einzubetten versuchen, ihnen dies aber nicht gut gelingt. Ein interessanter Aspekt stellt hier der Bezug zum integrierten Modell des Text- und Bildverstehens von Schnotz und Bannert (1999) (vgl. Abschnitt 2.2.2) dar. Dieses besagt, dass eine Repräsentation zunächst in zwei Schritten (subsemantisch und semantisch bzw. Wahrnehmung und thematische Selektion) mental verarbeitet und ein mentales Modell der gegebenen Repräsentation generiert wird. Basierend auf diesem generierten mentalen Modell wäre dann eine Modellinspektion und somit das Erstellen einer neuen, externen Repräsentation, nämlich der Verbalisierung, möglich.

Die hier ermittelten Ergebnisse weisen aber auf das Phänomen hin, dass zwar eine Verbalisierung versucht wird, diese aber keinen hohen Ansprüchen genügt, weshalb davon ausgegangen werden kann, dass die gegebenen Informationen nicht vollständig mental verarbeitet und somit die Informationen nicht von einem mentalen Modell abgelesen wurden. Vielmehr liegt nun die Vermutung nahe, dass bereits nach der subsemantischen Verarbeitung bzw. der Wahrnehmung also basierend auf der Textoberflächenrepräsentation oder der visuellen Wahrnehmung, verbalisiert wurde. Ähnliche Befunde berichten auch Wagner und Seufert (2010), was als Hinweis darauf gesehen werden kann, dass das in Abschnitt 2.2.2 berichtete integrierte Modell des Text- und Bildverstehens um eine „Abkürzung“ erweitert werden müsste.

Wie Abbildung 9.1 zeigt, wäre es denkbar, dass die Schülerinnen und Schüler bereits ausgehend von der visuellen Wahrnehmung zur Textoberflächenrepräsentation übergehen. Dadurch wäre die gegebene Repräsentation nur oberflächlich verarbeitet und es würde auch nur eine oberflächliche Verbalisierung resultieren.

Diese Hypothese kann durch das Ergebnis, dass aus einer Funktionsgleichung hauptsächlich auf der Ebene der mathematischen Semantik verbalisiert wurde, un-

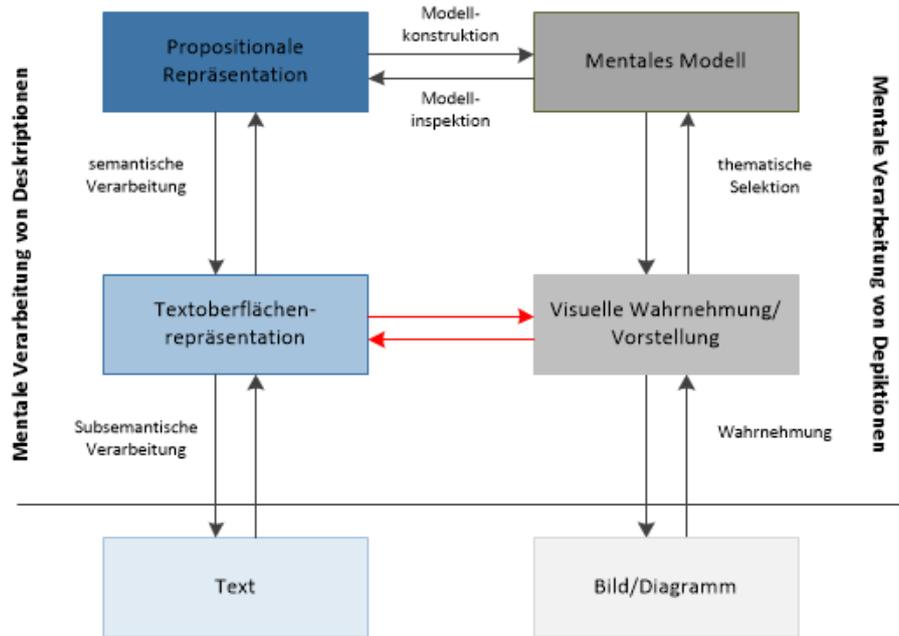


Abbildung 9.1.: *Ergänztes integriertes Modell des Text- und Bildverstehens nach Schnotz und Bannert (1999)*

termauert werden. Im Themengebiet der linearen Funktionen treten die beiden Fachbegriffe „y-Achsenabschnitt“ sowie „Steigung“ sehr stark in den Vordergrund und werden den Schülerinnen und Schülern antrainiert. Daher kann davon angenommen werden, dass es sich hier häufig schlicht um auswendig gelerntes Wissen, also um eine Textoberflächenrepräsentation, und nicht um tieferes Verständnis handelt.

Untermuert wird dieser Befund, dass die Komplexität der Verbalisierung über die drei Ebenen hinweg ansteigt und gerade für eine Verbalisierung auf der Ebene des mathematischen Kontexts eine vollständige mentale Verarbeitung der gegebenen Repräsentation notwendig ist, durch den Vergleich der Gruppen mit unterschiedlichem Vorwissen. Es wurde kein Einfluss des Vorwissens auf die Lösungswahrscheinlichkeit auf der Ebene der mathematischen Syntax festgestellt werden. Allerdings zeigte sich bereits auf der Ebene der mathematischen Semantik, dass die Gruppe mit geringem Vorwissen eine geringere Lösungswahrscheinlichkeit als die Gruppe mit mittlerem Vorwissen und diese wiederum eine geringere als die Gruppe mit hohem Vorwissen erzielte. Dies bestätigt das bereits aufgezeigt Phänomen, dass die Verbalisierung auf der Ebene des mathematischen Kontexts nur mit hohem Vorwissen gelingt, aber von allen Versuchspersonen unternommen wurde. Somit weist dies wiederum in die Richtung, dass Verbalisierungen stets unternommen werden, aber leider nur eine ge-

9. Gesamtdiskussion und Ausblick

ringe Qualität aufweisen. Weshalb Förderkonzepte, wie sie in der vorliegenden Arbeit entwickelt wurden, umso notwendiger erscheinen.

In der Modell-Repräsentationsebenen-Matrix (Vogel, 2006) (vgl. Abschnitt 2.3) wurden die mathematischen Repräsentationen nicht nur hinsichtlich der Symbolebene sondern auch hinsichtlich der Abstraktionsebene differenziert. Auch hier wurde analysiert inwieweit die Abstraktionsebene sich auf die Lösungsgüte auswirkt. Es zeigte sich dabei, dass gerade aus Repräsentationen auf der mathematischen Modellebene eine geringe Lösungswahrscheinlichkeit erreicht wurde. War dieselbe Repräsentation in die reale Modellebene einzuordnen, wurde eine höhere Lösungswahrscheinlichkeit erreicht. Wie die kognitive Theorie des multimedialen Lernens nach Mayer (Mayer, 2005a) (vgl. Abschnitt 2.2.1) beschreibt, muss im Arbeitsgedächtnis im Schritt der Integration das generierte Modell mit den Vorwissen aus dem Langzeitgedächtnis integriert werden. Gerade dieser Schritt der Anreicherung der gegebenen Information stellt demnach eine große Herausforderung dar und ist für die Schülerinnen und Schüler nicht ohne Weiteres zu leisten. Dieser Schritt nimmt für die hier beschriebene Anforderung eine entscheidende Rolle ein.

Da die Ergebnisse auf eine mangelnde Verarbeitungstiefe hinweisen, könnte auch eine Erklärung in der Kapazitätsbeschränkung des Arbeitsgedächtnisses gesucht werden. Wie in Abschnitt 4.3 beschrieben, ist diese beschränkt, weshalb sowohl der ICL als auch der ECL so gering wie möglich gehalten werden sollten. Möglicherweise wurde sowohl während des Trainings also auch während der Datenerhebung durch das Lernmaterial ein zu hoher ICL oder ECL verursacht, sodass nicht mehr genügend Kapazität für den GCL vorhanden war.

Auch in der zweiten und dritten Studie können Hinweise darauf gefunden werden, dass die Schülerinnen und Schüler die Repräsentationen nicht vollständig mental verarbeiten sondern schon bevor sie ein mentales Modell generiert haben die Fragen beantworten.

In der Theorie wurden hier im Abschnitt 2.3.4 vier Teilprozesse beschrieben, die in sich noch weiter differenziert wurden.

- **Rezeption:** Aufnahme und mentale Verarbeitung einer Repräsentation
 - **Rezeption der Stufe 1:** Ablesen einer begrenzter Anzahl an Einzelwerten
 - **Rezeption der Stufe 2:** Ablesen einer Gruppe von Elementen
 - **Rezeption der Stufe 3:** Verläufe werden betrachtet und verglichen
- **Produktion:** Veräußern eine mentalen Repräsentation

- **Produktion der Stufe 0:** Kenntnisse über den Aufbau einer Repräsentation
- **Produktion der Stufe 1:** Einzeichnen oder Eintragen einzelner Werte
- **Produktion der Stufe 2:** Erstellen einer kompletten Repräsentation

So konnten beispielsweise hinsichtlich der *Rezeption der Stufe 1* als auch der *Produktion der Stufe 0* keine Effekte gefunden werden. Es wurden hier einerseits sehr gute Lösungswahrscheinlichkeiten erzielt, sodass eine Verbesserung kaum möglich war und andererseits erzielten auch die Kontrollgruppen gute Ergebnisse. Auch hier kann davon ausgegangen werden, dass die gegebenen Repräsentationen nicht vollständig verarbeitet werden und die Informationen, die für die Bearbeitung der Aufgabenstellung benötigt werden, nicht am mentalen Modell sondern von der geringeren mentalen Verarbeitungsstufe abgelesen werden. Da die Anforderung hier nicht so hoch ist, gelingt dies sowohl in der EG und in der KG. Notwendig ist aber, dass die Schülerinnen und Schüler dahingehend unterstützt werden, dass Repräsentationen so mental verarbeitet werden, dass mentale Modelle generiert werden und erst aus dem mentalen Modell Informationen abgelesen werden.

Wie bereits erwähnt, wurden die Ebenen der mathematischen Syntax, mathematische Semantik und kontextbezogene Semantik basierend auf bereits bestehenden Konstrukten theoretisch abgeleitet. Ziel der ersten Studie war es die Fähigkeit zu Verbalisieren zu analysieren, weshalb die Ebenen beschrieben wurden, um die Verbalisierungen einordnen zu können. Dennoch können aus den Ergebnissen Rückschlüsse auf das theoretisch abgeleitete Konstrukt gezogen werden:

Die spontanen Verbalisierungen wurden von zwei unabhängigen Ratern in die Ebenen eingeordnet, wobei eine hohe Übereinstimmung erzielt wurde. Dies zeigt, dass diese Ebenen unabhängig erkannt werden und eine Verbalisierung in diese Ebenen eingeordnet werden kann. Auch durch die in den weiteren Analysen ermittelten Ergebnissen können diese Ebenen weiter fundiert werden. Zum Beispiel konnten hinsichtlich des Vorwissens ganz klar Unterschiede abgegrenzt werden. Gerade auf der *Ebene der mathematischen Semantik* konnten Unterschiede zwischen allen Vorwissensgruppen aufgezeigt werden, welche auf der *Ebene der mathematischen Semantik* und der *Ebene der kontextbezogenen Semantik* nicht gefunden wurden. Daher könnte dieses theoretische Konstrukt der drei verschiedenen Ebenen des Verbalisierens weiter empirische fundiert werden, indem einerseits der Fragebogen hinsichtlich der Validität und Reliabilität weiterentwickelt wird und andererseits die Stufen weiter differenziert und beschrieben werden.

9. Gesamtdiskussion und Ausblick

Ähnlich kritisch kann die Erläuterung der verschiedenen Prozesse in Abschnitt 2.3.3 beleuchtet werden. Hier wurde der Prozess der Transformation (Zech, 2002; Dufour-Janvier et al., 1987) und basierend auf Seufert (Seufert, 2003a) die Integration beschrieben. Diese beiden Prozesse wurden weiter in drei Stufen differenziert, welche auch bereits in der Literatur aufgezeigt worden waren (Seufert, 2003a; Lachmayer et al., 2007; Schnotz & Bannert, 1999; Lachmayer et al., 2007).

- **Integration:** Verständnis mehrerer Repräsentationen und deren Verknüpfung
 - **Integration der Stufe 1:** Einzelne Elemente werden in Verbindung gebracht
 - **Integration der Stufe 2:** Relationen werden in Verbindung gebracht
 - **Integration der Stufe 3:** Repräsentationen als Ganzes werden gemappt

- **Transformation:** Wechsel zwischen Zeichencode- oder Abstraktionsebene
 - **Transformation der Stufe 0:** Verständnis der Ausgangssituation und Verknüpfung mit dem Vorwissen
 - **Transformation der Stufe 1:** Vorstellung über die zu erstellende Repräsentation
 - **Transformation der Stufe 2:** Verständnis und Erstellen einer Repräsentation

Zusätzlich zu diesen relativ gut beschriebenen Prozessen wurden die bereits oben genannten Prozesse Rezeption und Produktion herausgearbeitet. Hinsichtlich der Rezeption wurden die *Rezeption der Stufe 1* (Schnotz, 1994; Leinhardt et al., 1990), *Rezeption der Stufe 2* (Curcio, 1987; Lachmayer et al., 2007; Schnotz, 2001) und Stufe 3 (Schnotz, 1994) beschrieben. Gerade bei der *Rezeption der Stufe 3* ist aber die Abgrenzung zur Transformation schwierig. Denn auch hier müssen am mentalen Modell Informationen gegen einander abgeglichen werden. Ist zum Beispiel ein Diagramm gegeben aus dem Informationen abgelesen werden sollen, so ist streng genommen eine Transformation notwendig um die Rezeption wiederzugeben. Die Schwierigkeit stellt sich hier nämlich dadurch, dass nicht die direkte Wahrnehmung und Verarbeitung gemessen werden kann, sondern die Versuchspersonen ihre Lösung niederschreiben müssen. Sie produzieren demnach eine Deskription und haben aus einer Depiktion abgelesen. Diese Abgrenzung sollte noch trennschärfer erarbeitet werden, indem möglicherweise Diskussionen über das Material gefilmt werden oder aber durch lautes Denken die Verarbeitungsprozesse der Versuchspersonen protokolliert

werden. Ziel sollte es hier sein, eine konkrete Unterscheidung zwischen Rezeption und Transformation sowohl theoretisch als auch innerhalb eines Messinstruments zu erlangen.

Ähnlich verhält es sich bei der Produktion. Hier ist Ziel die „Idee eines Sachverhalts, der mental vorhanden ist“ (vgl. Abschnitt 2.3.4), sichtbar zu machen. Die Schwierigkeit stellt hier eben dieses Sichtbarmachen dar. Zunächst muss eine Idee einer Repräsentation gepromptet werden, sodass ein mentales Modell einer Repräsentation entsteht und diese muss dann im Anschluss veräußert werden. Das Spannungsfeld ist demnach, dass der jeweilige Prompt so gewählt werden muss, dass keine Transformation gefordert wird und doch diese mentale Idee der Repräsentation veräußert wird. Wie auch schon in der Diskussion zur Studie 2 beschrieben (vgl. Abschnitt 7.5), wurde vermutet, dass die Items zur Erhebung der Produktionsfähigkeit nicht optimal gewählt waren. Diese wurden dann für die Studie 3 angepasst. Allerdings kann hier in Zukunft angesetzt werden und sowohl die Stufen innerhalb der Produktion empirisch gegeneinander als auch der Prozess der Produktion zum Prozess der Transformation abgegrenzt werden.

9.2. Methodische Implikationen

Die Ergebnisse der drei Studien bestätigten größtenteils die Hypothesen, weisen aber auch darauf hin, dass zum einen im Bereich des Verbalisierens Schwächen der Schülerinnen und Schüler zu finden sind und zum anderen auch, dass eine weitere Förderung und Analyse gewinnbringend sein könnte.

So konnte beispielsweise in der Datenerhebung hinsichtlich der Produktion, Rezeption und Transformation mittels Fragebögen nicht abschließend geklärt werden, ob und inwieweit der jeweilige Prozess durchgeführt wurde. Auch das Verbalisieren stellt stets strenggenommen eine Transformation dar, da nicht rein verbalisiert werden sondern ein Text geschrieben werden sollte.

Eine Möglichkeit hier entgegenzuwirken wäre eine Videoanalyse oder Sprachanalyse, denn diese ermöglichen es nicht sichtbare Prozesse zu dokumentieren (Krug, 2009). Dadurch wäre es möglich den Gedankengang zu analysieren und einerseits die Prozesse gegeneinander besser abgrenzen und andererseits tatsächlich die Defizite der Versuchspersonen konkret feststellen zu können.

Die videobasierte Analyse setzte beispielsweise Kobarg (2007) zur „prozessorientierten Lernbegleitung“ (S. 155) ein und analysierte dabei den Physikunterricht von neunten Klassen. Mittels zweier Kameras wurden hierbei Unterrichtsgeschehen

9. Gesamtdiskussion und Ausblick

festgehalten, welche zeigten, dass vor allem die Schülerinnen und Schüler geringe Gesprächsanteile hatten. Von der geringen Schülerbeteiligung waren dann wiederum nur 14 Prozent auf eine aktive Beteiligung am Problemlöseprozess ausgerichtet.

Auch diese Studie zeigt wieder, dass das aktive Verbalisieren von Schülerinnen und Schülern im Unterricht wenig vorkommt, sodass diese Fähigkeit, obwohl gering ausgeprägt, zu wenig gefördert wird.

Um gerade das Verbalisieren in den Vordergrund zu rücken, wurde der Ansatz des Cognitive Apprenticeships als Basis für die Fördermaßnahme ausgewählt. Denn, wie in Abschnitt 3.1 dargestellt, liefern die einzelnen Phasen etliche Möglichkeiten zu verbalisieren. So sollen einerseits im Modeling die Ansätze und Irrwege vom Experten direkt sichtbar gemacht werden und andererseits sollen in den nachfolgenden Phasen auftretende Probleme verbalisiert und Lösungsansätze diskutiert werden.

Auch hier könnte wieder die Videografie zum Einsatz kommen, denn so könnte analysiert werden inwiefern Cognitive Apprenticeship wirklich umgesetzt wird. Dies würde neben der Analyse der Dauer der einzelnen Phasen des Cognitive Apprenticeships im Unterrichtsgang auch Aufschluss darüber liefern auf welchen Ebenen Schülerinnen und Schüler aber auch die Lehrperson verbalisieren. Da natürlich der Trainingserfolg von der Umsetzung des Cognitive Apprenticeships abhängig ist, böte dies einerseits die Möglichkeit während des Trainings zu moderieren und die Lehrperson in der Umsetzung des Trainings zu unterstützen (Dalehefte & Kobarg, 2012) andererseits könnten hieraus Informationen über die Quantität des Strategieeinsatzes gewonnen werden, der dann in die Studiaauswertung einbezogen werden könnte. Denn, wie schon in der Diskussion der Studie 3 (vgl. Abschnitt 8.4) beschrieben, war es sehr schwer belastbare Informationen darüber zu erhalten wie intensiv die einzelnen Lehrer und Lehrerinnen das Training umgesetzt haben. Es wurden zwar Fragebögen ausgegeben, aber deren Rücklauf war sehr gering, sodass diese nicht einbezogen werden konnten.

Natürlich wäre die Methode der Videografie auch für die Lehrerfortbildung denkbar. Denn so gäbe es die Möglichkeit einerseits die Experten zu videografieren, um die Situationen zu diskutieren (Dalehefte & Kobarg, 2012) und andererseits die Fortbildungsteilnehmer zu videografieren damit sie ihre eigene Umsetzung reflektieren können. Denn dadurch gibt es einerseits neue Gesprächs- und Diskussionsansätze und andererseits nennt Kramer (2014) einige Studien, die zeigen, dass unter dem Einsatz von Videos differenzierter und inhaltlich fokussierter reflektiert wird (Baechler, Kung, Jewkes & Rosalia, 2013 Rich & Hannafin, 2009; Rosaen, Carlisle, Mihocko, Melnick & Johnson, 2008, zit. nach Kramer, 2014, S. 165).

Durch diese Maßnahmen könnten die ohnehin schon guten Ergebnisse der in den Unterricht integrierten Trainingsmaßnahme verbessert werden.

Ein anderer Aspekt stellt der Einsatz der erhobenen Kontrollvariablen dar, welche auf vielfältige Weise einerseits innerhalb des Trainings andererseits auch bei der Auswertung differenziert eingesetzt werden könnten:

In Studie 3 wurden lediglich die Kontrollvariablen Alter, Geschlecht, Vorwissen, logische und die verbalen Fähigkeiten erhoben (vgl. Abschnitt 8.2.4). Es wäre aber durchaus denkbar auch, wie in Studie 1 (vgl. Abschnitt 6.2.3), die Lerngewohnheit zu erheben. Wie in Abschnitt 4.1 beschrieben unterscheidet Pask (1976) zwischen den Serealisten, welche sich von vorneherein mit Details beschäftigen, und Holisten, die sich zuerst einen Überblick über das Thema verschaffen. Eine dritte Gruppe, die mit Versatile bezeichnet wird, fasst Lernende zusammen, welche zwischen den beiden Extremen angesiedelt werden können.

Da diese Lernenden unterschiedlich vorgehen, ist davon auszugehen, dass sie auch in ihrem Lernen unterschiedlich unterstützt werden können oder sogar unterschiedliche Hilfestellungen benötigen. Daher könnte durch eine Erhebung der Lerngewohnheit eine Einteilung in spezielle Lernergruppen möglich werden oder durch eine spezielle Anpassung des Lernmaterials ein noch größerer Erfolg des Trainings erzielt werden. Ähnliches wäre auch für die logischen oder verbalen Fähigkeiten denkbar.

Aber vor allem hinsichtlich des repräsentationsspezifischen Vorwissens wäre eine genauere Analyse und eine Einteilung nicht nur für die Auswertung der erhobenen Daten sondern auch für das Training sicherlich lohnenswert. Denn wie aus Abschnitt 4.2 hervorgeht, haben Experten gegenüber Novizen bei der Chunk-Bildung einen Vorteil und können somit mehr Informationen im Gedächtnis behalten. Daher profitieren Novizen von anderen Unterstützungsmaßnahmen wie Experten. Es könnte beispielsweise möglich sein, dass Schülerinnen und Schüler mit einem höheren Vorwissen nicht von der ausführlichen Modeling-Phase profitieren. Denn wie der „expertise reversal effect“ (Seufert, 2009) beschreibt, werden Lernende durch Redundanzen in ihrem Lernprozess sogar gestört. Somit könnte es sich als gewinnbringend erweisen, Lernenden mit höherem Vorwissen andere Inhalte gezielt zu vermitteln als den Lernenden mit geringem Vorwissen.

Die lernerspezifischen Merkmale, welche in allen drei Studien erhoben worden, könnten aber nicht nur hinsichtlich der Differenzierung innerhalb des Trainings sondern auch in der Auswertung der Daten eingesetzt werden, um noch detailliertere Informationen darüber zu erhalten, welche Lerner durch das Training ihre Lösungswahrscheinlichkeit hinsichtlich der vier Prozesse verbessern konnten und für welche

9. Gesamtdiskussion und Ausblick

Lerner das Training verändert oder intensiviert werden müsste. Denn wie bereits erwähnt sind verschiedenste Effekte z.B. *ability as compensator-Hypothese*, *ability as enhancer-Hypothese* und andere (vgl. Abschnitt 4.2) beschrieben, welche sich auf den Lernerfolg förderlich oder hemmend auswirken können. Daher könnte ein interessanter, auf die bisherigen Analysen aufbauender Aspekt sein, die lernerspezifischen Merkmale genauer zu analysieren. Denn Pawley (2005) berichtet, dass sich Schülerinnen und Schüler mit hohem Vorwissen durch ein Fragen-Training verschlechterten, wohingegen sich dieselbe Gruppe in anderen Studien von einem Training mit Hyperlinks profitierte (Seufert, Jänen & Brünken, 2007) oder wiederum in anderen Studien Schülerinnen und Schüler mit mittlerem Vorwissen profitierten (Seufert, 2003a).

Es könnte natürlich auch hier der ATI-Effekt (Aptitude treatment Effekt) (Snow, 1989) gefunden werden. Dieser besagt, dass die Effektivität einer Lehrmethode von den individuellen Fähigkeiten der einzelnen Lernenden abhängig ist. Es wird davon ausgegangen, dass Schülerinnen und Schüler mit geringeren kognitiven Fähigkeiten von stark strukturierten Lernumgebungen profitieren, da dadurch die Komplexität verringert wird. So erzielen diese Lernenden höhere Leistungen, wenn ihnen weniger Freiheit geboten wird. Schülerinnen und Schüler mit höheren kognitiven Fähigkeiten profitieren hingegen mehr von weniger strukturierten Lernumgebungen.

Daher kann einerseits die Auswertung aber auch die Durchführung des Cognitive Apprenticeships dahingehend ausgeweitet werden. Hinsichtlich des Cognitive Apprenticeships könnte analysiert werden wo stark strukturierte und wo weniger stark strukturierte Lernarrangements vorliegen. Denn eine geringere Strukturierung und die damit verbundene Komplexität wirkt sich auch auf die Motivation der Schülerinnen und Schüler aus (Reinmann & Mandl, 2006). Da im bisherigen Training keine emotionalen Aspekte beachtet wurden, wäre es also denkbar hier anzusetzen um diesen möglicherweise entstehenden Motivationsschwierigkeiten entgegenzusteuern, beispielsweise durch Leittexte, Strategieleitungen oder andere hypermediale Hilfssysteme (Gräsel, 2006).

Außerdem beschreiben Hasselhorn und Gold (2006) im *Modell der kognitiven und motivational-volitionalen individuellen Voraussetzungen des erfolgreichen Lernens* (vgl. Abbildung 9.2), dass das erfolgreiche Lernen nicht nur kognitive Aspekte, welche im Training gefördert werden, sondern auch motivational-volitionale Aspekte beeinflussen.

Um demnach das Training auf ein besseres Fundament zu stellen, bietet es sich an auch hinsichtlich des zweiten, bisher nicht beachteten Bereichs eine Förderung einzubauen, sodass sich die Motivation und Emotionen nicht lernhinderlich auswirken.



Abbildung 9.2.: Modell der kognitiven und motivational-volitionalen individuellen Voraussetzungen erfolgreichen Lernens (INVO-Modell) (Hasselhorn und Gold, 2006)

Ein letzter Aspekt, welcher hinsichtlich der angewandten Methodik diskutiert werden kann, ist das Alter der Versuchspersonen bzw. die Jahrgangsstufe in der das Training in den Unterricht implementiert wurde. In der vorliegenden Arbeit wurde das 9. gymnasiale Schuljahr untersucht, obwohl natürlich eingewandt werden kann, dass schon in jüngeren Jahren mit Repräsentationen gearbeitet wird.

So lassen sich bereits im Bildungsplan der Grundschule Ansätze der Rezeption, wie etwa „relevante Informationen aus Sachtexten und anderen Darstellung der Lebenswirklichkeit entnehmen“ oder sogar der Transformation z.B. „Sachsituationen oder -probleme in die Sprache der Mathematik übersetzen“ bzw. „eine Darstellung in eine andere übertragen“ (Ministerium für Kultus Jugend und Sport Baden-Württemberg, 2016) finden.

Natürlich müssen auch in diesem frühen Alter schon Repräsentationen mental verarbeitet werden und diese Anforderungen werden auch in den weiterführenden Klassen an die Schülerinnen und Schüler gestellt. Dennoch werden tiefgreifende Transformations- und Integrationsleistungen erst mit der Einführung von Funktionen und dem damit verbundenen funktionalen Denken (Vollrath, 1989) (vgl. Abschnitt 2.3.5) notwendig. Da diese aber erst in der Sekundarstufe I eingeführt werden und vor dem Training ein Grundwissen über Funktionen und deren Eigenschaften vorhanden sein müssen, wurde hier nur mit der Sekundarstufe I gearbeitet.

9. Gesamtdiskussion und Ausblick

Ein auf dem Ansatz des Cognitive Apprenticeships basierendes auf jüngere Schülerinnen und Schüler angepasstes Training wäre aber, basierend auf den hier gewonnenen, vielversprechenden Ergebnissen, sicherlich denkwürdig.

Es wurden nun schon verschiedene Aspekte, hinsichtlich derer die erhobenen Daten differenzierter ausgewertet werden könnten, angedeutet. Hier soll nun noch die Analyse des Vorwissens diskutiert werden:

In Studie 1 wurden Vorwissensunterschiede betrachtet, wozu die kontinuierliche Variable „Vorwissen“ erhoben wurde. Da hier eine kontinuierliche Variable verwendet wird, welche nicht experimentell variiert wurde, könnte eine Regressionsanalyse statt der Varianzanalyse angewandt werden (Florack, 2000). Da aber die vorliegende Studie vor allem Praxisrelevanz anstrebt und es wünschenswert wäre die positiven Effekte des Trainings in den Unterricht implementieren zu können, wurde von dieser Vorgehensweise abgesehen.

In einem Training, sei es im Labor oder aber im Unterricht, kann nicht ein auf jeden einzelnen Lernertyp individuell angepasstes Programm angewandt werden, sondern viel mehr müssen die Lerner zu Gruppen mit übereinstimmenden Merkmalen zusammengefasst werden. Dies wird auch im „Übergangskonzept Oberstufe“ (Stoch, 2016) für die Vertiefungsstunden in den Pflichtfächern umgesetzt. Hier sollen Schülerinnen und Schüler gezielt und individuell gefördert werden, weshalb sie in Form geteilter Klassen unterrichtet werden. Für einen solchen Unterricht können Analysen für die aus zunächst kontinuierlichen Variablen über Teilungen Extremgruppen gebildet werden (Florack, 2000) herangezogen werden. Daher wurde die Variable Vorwissen in Terzile aufgeteilt. Durch diese Vorgehensweise sollten praxisnähere Ergebnisse erzielt werden, welche dann auch in den Unterricht implementiert werden können.

9.3. Praktische Implikationen

Wie schon im vorangegangenen Abschnitt 9.2 angedeutet, ist ein Ziel dieser Arbeit zum einen Aussagen darüber treffen zu können, welche Fähigkeiten Schülerinnen und Schüler hinsichtlich des Verbalisierens haben und zum anderen ein Training zu entwickeln, das vollständig oder zumindest dessen erfolgreiche Teilkomponenten in den Unterricht implementiert werden können.

Der Ansatz des Cognitive Apprenticeships zeigte sich in den meisten Fällen als erfolgreich, weshalb er umgesetzt werden sollte. Natürlich gilt es hier zu beachten, dass diese Strategie nur behutsam umgesetzt werden kann. Im herkömmlichen

Unterricht sind es Schülerinnen und Schüler gewohnt richtige Antworten oder Lösungswege präsentiert zu bekommen. Oftmals werden im Lehrer-Schüler-Gespräch Schritte erarbeitet oder aber direkt aufgezeigt. Beim Cognitive Apprenticeship geht es nun aber vielmehr darum den Weg zum Ziel, vor allem was dabei gedacht wird und welche Irrwege beschränkt werden, zu veranschaulichen. Diese Vorgehensweise und das Verbalisieren des Experten sind im Unterrichtsgang ungewohnt. Daher müssen Lehrerinnen und Lehrer aber auch Schülerinnen und Schüler für die Methode sensibilisiert werden. Es muss deutlich gemacht werden, dass in dieser Methode nun eine Lernchance besteht. Ansonsten besteht die Gefahr, dass Lehrerinnen und Lehrer besorgt darüber sein könnten sich vor der Klasse durch das Verbalisieren und Zeigen von Fehlern lächerlich zu machen. Wie schon in Abschnitt 7.5.2 erwähnt, gilt es den Störfaktor einer unbekannteren Lernsituation oder Lernmethode möglichst auszuschließen oder klein zu halten. Denn eine kognitive Auslastung mit der Methode verhindert einen Lernzuwachs (Artelt, 2000).

Es ist demnach notwendig die Methoden in den Schulalltag zu übertragen, weshalb die Methodik einerseits bereits ins Referendariat integriert und andererseits Fortbildungsreihen für aktive Lehrerinnen und Lehrer entwickelt werden sollten.

Dabei muss beachtet werden, dass der Ansatz des Cognitive Apprenticeships auf die bereits etablierten Unterrichtsmethoden abgestimmt werden oder zu diesen passen sollte. Denn die hier erarbeiteten Methoden sollten nicht isoliert vermittelt werden, weshalb durch eine gute Passung eine möglichst große Akzeptanz erreicht werden kann, wodurch mit einem häufigeren Einsatz zu rechnen ist.

In den naturwissenschaftlichen Fächern wird beispielsweise das *Problemorientierte Lernen* (POL), bei dem transferfähiges Wissen und fachspezifische Denkstrategien vermittelt werden sollen, eingesetzt. Dabei wird in diesem kognitiv aktivierenden Unterricht zunächst ein Problem vorgegeben, welches dann in Kleingruppen gelöst wird (Reusser, 2005).

Reusser (2005) bezeichnet gerade den Ansatz des Cognitive Apprenticeships als gut geeignet für den Einsatz in problemorientierten Lernumgebungen. Auch die hier erprobten Methoden können leicht angepasst werden, in dem im Scaffolding gruppenbezogene Hilfestellungen oder abgestufte Hilfen bereitgestellt werden, sodass der Experte nicht zu sehr in den Erarbeitungsprozess eingreift. Auch in den weiteren Phasen kann der Experte mit den Gruppen, wie in Abschnitt 3.1 beschrieben, arbeiten oder diese können wie von Reusser (2005) beschrieben, angepasst werden.

Neben dem problemorientierten Lernen wird von den Schulen auch vermehrt gefördert, dass Schülerinnen und Schüler selbstorganisiert oder aber mit digitalen Me-

9. Gesamtdiskussion und Ausblick

dien z.B. Tablets lernen. Hinsichtlich des selbstorganisierten Lernens nennt Kraft (1999) vier verschiedene Formen, von denen die Lernorganisation und die Lernkontrolle für den Einsatz des Cognitive Apprenticeships denkbar wären. Denn bei der Entscheidungsfindung über Lerntempo, Ressourcen usw. kann ein Novize vom Experten unterstützt werden genauso wie in der Lernzielkontrolle, welches Aspekte des Cognitive Apprenticeship darstellen.

Während zu Beginn die neuen Medien eher zum Trainieren und Üben eingesetzt wurden, soll deren Einsatz nun dazu führen, dass das kognitive Leistungsvermögen gestärkt wird (Schulz-Zander, 2001). Dabei sollen die Schülerinnen und Schüler einerseits die Welt analysieren aber andererseits auch vor allem ihr eigenes Wissen strukturieren und ihren Wissenserwerb aktiv gestalten können. Da gerade dies auch Ziele der vorliegenden Arbeit sind, können die neuen Medien zukünftig mit den Methoden kombiniert werden. So können beispielsweise die Verbalisierungen, Denkprozesse und Überlegungen der Lernenden dokumentiert werden. Wie bereits oben angesprochen bietet sich die Möglichkeit der Videografie oder Mitschnitte von Diskussionen. Dadurch wäre es möglich in späteren Analysen darauf zurückzugreifen und so könnten beispielsweise Sackgassen diskutiert und als Lernchance aufgegriffen werden. Auch die Möglichkeit verschiedene Vorgehensweisen wie Mapping, Skizzen und andere miteinander zu verknüpfen werden von neuen Medien geboten, weshalb diese eine weitere Möglichkeit zur Unterstützung der Lernenden im Umgang mit multiplen Repräsentationen bieten.

Da, wie bereits erwähnt, auch im Schulalltag die Differenzierung immer stärkeren Einzug erhält und sogar bereits Differenzierungsstunden im Stundenpool ausgeschrieben sind, könnte auf Basis einer Analyse der lernerspezifischen Eigenschaften das Trainingskonzept passgenauer zugeschnitten werden. Dies würde es ermöglichen in den Kleingruppen die Schülerinnen und Schüler ihren Fähigkeiten angepasst zu fördern.

In den Schulen wird aktuell vermehrt der Ansatz des Coachings (Fischer & Albert, 2018) aufgegriffen um Schülerinnen und Schüler gezielt in ihrem Lernen unterstützen zu können. Dabei führt der Coach bis zu sechsmal im Schuljahr ein Einzelgespräch mit dem Coachee und bespricht mit ihm Erfolge aber auch Probleme, die sich beim Lernen im vergangenen Zeitraum ergeben haben. Hier könnten auch die Aspekte des Cognitive Apprenticeships diskutiert werden, sodass diese beiden neuen Komponenten verknüpft werden könnten.

Da sich aber zeigte, dass nicht nur Schülerinnen und Schüler flexibel mit Repräsentationen umgehen sollen und dabei Schwierigkeiten aufweisen sondern sich das

9.3. Praktische Implikationen

gleiche Phänomen auch bei Erwachsenen (Stradtman, 2010) finden lässt, wäre es wünschenswert, diese Situation zu verbessern. Daher wäre es denkbar das Training dahingehend zu modifizieren, dass es beispielsweise in Übungen oder Tutorien auch während des Studiums einsetzbar wird und somit auch Studentinnen und Studenten davon profitieren können.

10. Zusammenfassung

Basierend auf den Erkenntnissen, dass Lernende große Probleme im Umgang mit multiplen Repräsentationen haben, was verschiedene Studien zeigten, aber gleichzeitig genau dieser Umgang in den Bildungsstandarts gefordert wird und Repräsentationen im alltäglichen Leben in vielfältiger Weise auftreten, erwies es sich als notwendig, zum einen die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler genauer zu analysieren und zum anderen Methoden zu entwickeln um die Lernenden in die Lage zu versetzen mit multiplen Repräsentationen flexibel umgehen zu können.

Daher wurde die erste Studie erarbeitet, deren Ziel es war, mittels eines Within-subject-Designs zu analysieren, welche die Fähigkeiten der Schülerinnen und Schüler der 9. Jahrgangsstufe haben, Informationen aus verschiedenen Repräsentationen zu verbalisieren. Dabei ergab sich, dass die Lernenden zwar spontan aus Graphen und Tabellen auf der *Ebene der kontextbezogenen Semantik* verbalisierten, sie aber wiederum genau damit die größten Schwierigkeiten hatten. Denn es zeigten sich vor allem Probleme, wenn Informationen aus Repräsentationen auf der mathematischen Modellebene entnommen und in einen alltäglichen Kontext eingebettet werden sollten.

Ausgehend von diesen Ergebnissen wurde basierend auf dem Cognitive Apprenticeship eine Trainingsmaßnahme entwickelt, mit deren Hilfe die Fähigkeiten zur Rezeption, Produktion, Integration und Transformation unterstützt werden sollten.

Dieses Training mit dem Titel „Fit in der Mathematik“ wurde zunächst im Labor erprobt und anschließend ins Feld implementiert. Dabei zeigte sich vor allem im Labor, dass die Prozesse mittels des Trainings gefördert werden können und dass vor allem die kognitiv anspruchsvollen Prozesse unterstützt werden konnten.

Dass die im Labor erprobten Methoden zwar durchaus erfolgreich in den Unterricht implementiert werden können, aber doch an manchen Stellen noch eine tiefer gehende Förderung nötig ist. Denn es zeigte sich, dass eine Implementierung in den Unterricht nur gelingen kann, wenn die Fördermaßnahme einerseits über einen ausreichend langen Zeitraum implementiert und andererseits auch häufig genug eingesetzt wird. Es sollte demnach in weiteren Trainingsstudien dafür Sorge getragen werden,

10. Zusammenfassung

dass diese beiden Aspekte berücksichtigt werden. Für eine weitere Analyse und Förderung könnten, wie berichtet, sowohl standardisierte Tests sowie Material entwickelt werden. Dies hätte zum einen den Vorteil, dass alle Gruppen dieselben Materialien verwenden würden und zum anderen, dass die Hemmschwelle zum Einsatz der geforderten Methoden im Unterricht durch die Lehrerinnen und Lehrer geringer wäre.

Insgesamt zeigte sich aber, dass durch ein in den Unterricht implementiertes Training, welches auf dem Konzept des Cognitive Apprenticeships beruht, die Fähigkeiten zur Rezeption, Produktion, Integration und Transformation der Schülerinnen und Schüler gefördert werden können. Da bei einigen Prozessen keine einheitlichen Ergebnisse erzielt werden konnten, wäre es denkbar in diesem Bereich über das Konzept des Cognitive Apprenticeships hinaus andere erfolgreiche Fördermaßnahmen zu integrieren. So berichtet Vogel (2007) von einem auf Supplanationen basierenden Training, von welchem die Lernenden dahingehend profitierten, dass sie im Umgang mit Funktionsgraphen erfolgreicher waren. Die Erweiterung der Fördermaßnahme böte somit die Möglichkeit alle Prozesse ausreichend zu fördern.

11. Literaturverzeichnis

- Acevedo Nistal, A., Dooren, W., Clarebout, G., Elen, J. & Verschaffel, L. (2009). Conceptualising, investigating and stimulating representational flexibility in mathematical problem solving and learning: a critical review. *ZDM*, 41 (5), 627–636.
- Acevedo Nistal, A., Dooren, W. van, Clarebout, G., Elen, J. & Verschaffel, L. (2010). Representational flexibility in linear-function problems: a choice/no-choice study. In L. Verschaffel, E. De Corte, J. Elen & T. De Jong (Hrsg.), *Use of External Representations in Reasoning and Problem Solving* (S. 74–93). Amsterdam: Elsevier.
- Ainsworth, S. (1999). The functions of multiple representations. *Computers and Education*, 33, 131–152.
- Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, 16 (3), 183–198.
- Ainsworth, S., Bibby, P. & Wood, D. (1998). Analysing the cost and benefits of multi-representational learning environments. In M. W. van Someren (Hrsg.), *Learning with multiple representations* (S. 120–134). Amsterdam ;, New York: Pergamon.
- AmrumAstronom. (2013). *2008-06-27 Ein Tag in der Wittdüner Bucht: (Gezeiten Zeitraffer)*. Verfügbar unter <https://www.youtube.com/watch?v=WFyKesK4KgA>
- Anderson, J. (1996). *Kognitive Psychologie: Eine Einführung*. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag.
- Appell, K. (1999). *Relationen zwischen Funktionen als Thema im Mathematikunterricht: Univ., Diss.–Würzburg, 1999* (Bd. 8). Hildesheim: Franzbecker.
- Artelt, C. (2000). *Strategisches Lernen*. Münster: Waxmann.
- Ayres, P., Sweller, J. & Kalyuga, S. (2011). *Cognitive load theory*. New York: Springer.
- Baddeley, A. D. (1987). *Working memory*. Oxford [England], New York: Clarendon Press and Oxford University Press.

11. Literaturverzeichnis

- Baddeley, A. D. (1992). Working memory. *Science* (255), 556–559.
- Baddeley, A. D. (1994). The magical number seven: Still magical after all these years? *Psychological Review*, 101 (2), 353–356.
- Baechler, L., Kung, S.-C., Jewkes, A. & Rosalia, C. (2013). The role of video for self-evaluation in early field experiences. *Teaching and Teacher Education*, 36, 189–197.
- Baker, R. S., Corbett, A. T. & Koedinger Kenneth, R. (2001). Toward a model of learning data representations. In J. Moore & K. Stenning (Hrsg.), *Proceedings of the Twenty-third Annual Conference of the Cognitive Science Society* (S. 45–50). Edinburgh: Erlbaum.
- Ballstaedt, S.-P. (1997). *Wissensvermittlung: Die Gestaltung von Lernmaterial*. Weinheim: Beltz.
- Barzel, B. & Hußmann, S. (2008). Schlüssel zu Variable, Term und Formel. In B. Barzel, T. Berlin, D. Bertalan & Fischer Astrid (Hrsg.), *Entwicklung des algebraischen Denkens* (S. 6–17). Hildesheim: Franzbecker.
- Bauer, A. (Hrsg.). (2014). *Einfluss externer multipler und dynamischer Repräsentationen auf Schülerargumentationen*. Koblenz: Gesellschaft für Didaktik der Mathematik.
- Bayrhuber-Habeck, M. (2009). *Konstruktion und Evaluation eines Kompetenzstrukturmodells im Bereich mathematischer Repräsentationen*. Unveröffentlichte Dissertation.
- Beck, E., Guldemann, T. & Zutavern, M. (1991). Eigenständig lernende Schülerinnen und Schüler: Bericht über ein empirisches Forschungsprojekt. *Zeitschrift für Pädagogik*, 37 (5), 735–768.
- Berger, J. & Krabenick, S. A. (2011). Motivation and students' use of learning strategies: Evidence of unidirectional effects in mathematics classrooms. *Learning and Instruction*, 21 (3), 416–428.
- Bertin, J. (1974). *Graphische Semiologie (Sémiologie graphique, dt.)*. Diagramme, Netze, Karten (2. franz. Aufl. v. Georg Jensch [u. a.] Aufl.). Berlin: de Gruyter.
- Beyer, A., Fridrici, M. & Lohaus, A. (2007). Trainingsprogramme für Jugendliche. In I. Seiffge-Krenke & A. Lohaus (Hrsg.), *Stress und Stressbewältigung im Kindes- und Jugendalter* (S. 245–263). Göttingen: Hogrefe.
- Blomberg, J. & Schukajlow, S. (2017). Ist das Zeichnen einer Skizze überhaupt nützlich? Theorien, Forschungsbefunde und Messinstrumente zu Visualisierungen und ihrer Valenz. In U. Kortenkamp & A. Kuzle (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht 2017* (S. 1093–1096). Münster: WTM-Verlag.

- Blum, W., Neubrand, M., Ehmke, T., Jordan, M., Uflig, F. & Carstensen, C. H. (2004). Mathematische Kompetenz. In M. Prenzel (Hrsg.), *PISA 2003: Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland ; Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs* (S. 153–176). Münster: Waxmann.
- Bodemer, D., Ploetzner, R., Feuerlein, I. & Spada, H. (2004). The active integration of information during learning with dynamic and interactive visualisations. *Learning and Instruction, 14* (3), 325–341.
- Böer, H. & Kliemann, S. (2009). *Mathe live: Mathematik für Sekundarstufe I* (Neubearb., 1. Aufl. Aufl.). Stuttgart: Klett Verlag.
- Bortz, J. (2005). *Statistik für Human- und Sozialwissenschaftler: Mit 242 Tabellen* (6., vollst. überarb. und aktualisierte Aufl. Aufl.). Berlin: Springer.
- Bramaier, U. & Fraedrich, W. (2011). Geographie. In Freie und Hansestadt Hamburg Behörde für Schule und Berufsbildung (Hrsg.), *Bildungsplan Gymnasium Sekundarstufe I*. Hamburg.
- Brenner, M. E., Brar, T., Duran, R., Mayer, R. E., Moseley, B., Smith, B. R. et al. (1997). Learning by understanding: The role of multiple representations in learning algebra. *American Educational Research Journal, 34* (4), 663–689.
- Brock, D. d., Verschaffel, L., Janssens, D., Dooren, W. van & Claes, K. (2003). Do realistic contexts and graphical representations always have a beneficial impact on students' performance? Negative evidence from a study on modelling non-linear geometry problems. *Learning and Instruction, 13* (4), 441–463.
- Bruder, R. (2002). Lernen, geeignete Fragen zu stellen: Was ist es, das uns hilft, eine Aufgabe oder ein Problem zu lösen? Neugieriges und zielgerichtetes Fragen, heuristische Strategien und Hilfsmittel liefern Impulse zum Weiterdenken. *mathematik lehren* (115), 4–8.
- Brünken, R., Seufert, T. & Zander, S. (2005). Förderung der Kohärenzbildung beim Lernen mit mutliplen Repräsentationen. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie, 19* (1/2), 67–75.
- Busse, A. (2000). Zum Kontextbegriff in der Mathematikdidaktik. In M. Neubrand (Hrsg.), *Beiträge zum Mathematikunterricht (Tagungsband der 34. Tagung für Didaktik der Mathematik in Potsdam)*. Hildesheim, Berlin: Franzbecker.
- Carswell, C. M. (1992). Choosing specifiers: An evaluation of the basic tasks model of graphical perception. *Human Factors, 34*, 535–554.
- Chafe, W. L. (1994). *Discourse, consciousness, and time*. Chicago: University of Chicago Press.
- Chan, P., Miller, R. & Monroe, E. (2009). Cognitive apprenticeship as an instruc-

11. Literaturverzeichnis

- tional strategy for solving corporate training challenges. *TechTrends: Linking Research & Practice to Improve Learning*, 53 (6), 35–41.
- Collins, A. (1990). Cognitive Apprenticeship and Instructional Technology. In B. F. Jones & L. Idol (Hrsg.), *Dimensions of thinking and cognitive instruction*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Collins, A., Brown, J. S. & Holum, A. (1991). Cognitive Apprenticeship: Making Thinking Visible. *American Educator*.
- Collins, A., Brown, J. S. & Newman, S. E. (1989). Cognitive Apprenticeship: Teaching the crafts of reading, writing, and mathematics. In L. B. Resnick & R. Glaser (Hrsg.), *Knowing, learning, and instruction* (S. 453–494). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Cox, R. (199). Representation construction, externalised cognition and individual differences. *Learning and Instruction*, 9 (4), 343–363.
- Cramer, E. & Nešlehová, J. (2006). *Vorkurs Mathematik: Arbeitsbuch zum Studienbeginn in den Wirtschafts- und Sozialwissenschaften* (2. Aufl.). Berlin [u.a.]: Springer.
- Cuccio-Schirripa, S. & Steiner, H. E. (2000). Enhancement and analysis of science question level for middle school students. *Journal of research in science teaching*, 37 (2), 210–224.
- Curcio, F. R. (1987). Comprehension of the mathematical relationship expressed in graphs. *Journal for Research in Mathematics Education* (18), 382–393.
- Dalehefte, I. M. & Kobarg, M. (2012). Einführung in die Grundlagen systematischer Videoanalysen in der empirischen Bildungsforschung. In M. Gläser-Zikuda, T. Seidel, C. Rohlf, A. Gröschner & S. Ziegelbauer (Hrsg.), *Mixed Methods in der empirischen Bildungsforschung* (S. 15–26). Münster, New York, München, Berlin: Waxmann.
- Davey, B. & McBride, S. (1986). Effects of question-generation training on reading comprehension. *Journal of Educational Psychology*, 78, 256–262.
- Deiser, O. (2010). *Grundbegriffe der wissenschaftlichen Mathematik: Sprache, Zahlen und erste Erkundungen*. Berlin ;, Heidelberg: Springer.
- Dillon, J. T. (1988). *Questioning and teaching: A manual of practice*. London: Croom Helm.
- Dölling, E. (1999a). Kategorialstruktur ikonischer Sprachen und Syntax der visuellen Sprache. In K. Sachs-Hombach & K. Rehkämper (Hrsg.), *Bildgrammatik: Interdisziplinäre Forschungen zur Syntax bildlicher Darstellungsformen* (Bd. 1, S. 123–134). Magdeburg: Scriptorum-Verl.

- Dölling, E. (1999b). Kategorialstruktur ikonischer Sprachen und Syntax der visuellen Sprache. In K. Sachs-Hombach & K. Rehkämper (Hrsg.), *Bildgrammatik: Interdisziplinäre Forschungen zur Syntax bildlicher Darstellungsformen* (S. 123–134). Magdeburg: Scriptorum-Verl.
- Dufour-Janvier, B., Bednarz, N. & Belanger, M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. In C. Janvier (Hrsg.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (S. 109–122). Hillsdale, N.J: Erlbaum.
- Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61 (1-2), 103–131.
- Edens, K. & Potter, E. (2008). How students "unpack" the structure of a word problem: Graphic representations and problem solving. *School Science Mathematics*, 108 (5), 184–196.
- Ehret, C. & Schmidt, M. (2009). Verantwortung übernehmen-auf dem Fehlerhelferblatt. *PM - Praxis der Mathematik in der Schule*, 51 (27), 28–48.
- Even, R. (1998). Factors involved in linking representations of functions. *Journal of mathematical behavior*, 17 (1), 105–121.
- Fahrmeir, L. (2010). *Statistik: Der Weg zur Datenanalyse* (7., neu bearb Aufl.). Heidelberg: Springer.
- Falkenhainer, B., Forbes, K. D. & Gentner, D. (1989/90). The structure-mapping engine: algorithm and examples. *Artificial Intelligence*, 41, 1–63.
- Favell, J. H., Miller, P. H. & Miller, S. H. (1993). *Cognitive development*. Eaglewood Cliffs: Prentice Hall.
- Felsmann, J. (2011). *Förderung von Transformationsprozessen in der Mathematik*. Unveröffentlichte Dissertation, Ulm.
- Fischer & Albert. (2018). *schüler coaching: Ein Modell macht Schule*. Verfügbar unter <http://www.schueler-coaching.org/website/index.php?id=5>
- Florack, A. (2000). *Datenanalyse mit SPSS - Statistik für Fortgeschrittene*. Unveröffentlichte Dissertation, Universität Münster, Münster.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematik als pädagogische Aufgabe*. Stuttgart: Klett Verlag.
- Frey, A., Heinze, A., Mildner, D., Hochweber, J. & Asseburg, R. (2010). Mathematische Kompetenz von PISA 2003 bis PISA 2009. In E. Klieme et al. (Hrsg.), *PISA 2009* (S. 154–176). Münster, New York, NY, München, Berlin: Waxmann.
- Friel, S. N., Curcio, F. R. & Bright, G. W. (2001). Making sense of graphs: Critical

11. Literaturverzeichnis

- factors influencing comprehension and instructional implications. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32 (2), 124–158.
- Gage, N. L., Berliner, D. C. & Bach, G. (1996). *Pädagogische Psychologie* (5., vollständig überarb. Aufl.). Weinheim: Beltz.
- Geiger, M., Felsmann, J., Vogel, M. & Seufert, T. (2012). *How to support transformation processes between multiple representation*. Regensburg (DE).
- Geiger, M., Stradtman, U. & Vogel, M. (2011). Transformationsprozesse beim Lernen mit multiplen Repräsentationen in der Mathematik. In M. Mitchell & J. Abel (Hrsg.), *Nationale und regionale empirische Bildungsforschung. Abstractband der Sektionstagung für empirische Bildungsforschung 2011* (S. 178). Bamberg: Otto-Friedrich-Universität Bamberg.
- Geiger, M., Stradtman, U., Vogel, M. & Seufert, T. (in Vorbereitung). Transformation zwischen Darstellungsformen: Welche Fähigkeiten haben Schüler?
- Gentner, D. (1983). Structure-mapping: A theoretical framework for analogy. *Cognitive Science* (7), 155–170.
- Gläser-Zikuda, M. (2007). Training selbstregulierten Lernens auf der Basis des Portfolio-Ansatzes. In M. Landmann & B. Schmitz (Hrsg.), *Selbstregulation erfolgreich fördern* (S. 111–130). Stuttgart: Kohlhammer.
- Good, T. L., Slavings, R. L. & Harel, K. (1987). Student passivity: A study of question asking in K-12 classrooms. *Sociology of Education*, 60, 181–199.
- Graesser, A. C., Person, N. K. & Huber, J. D. (1992). Mechanisms that generate questions. In T. W. Lauer, E. Peacock & A. C. Graesser (Hrsg.), *Questions and information systems* (S. 167–187). Hillsdale, N.J.: L. Erlbaum.
- Gräsel, C. (2006). Lernstrategien in Lernumgebungen. In H. Mandl & H. F. Friedrich (Hrsg.), *Handbuch Lernstrategien* (S. 325–333). Göttingen: Hogrefe.
- Gutzmer, A. (1980). Bericht betreffend den Unterricht in der Mathematik an den neunklassigen höheren Lehranstalten. *MU*, 26 (6), 53–62.
- Hager, W. & Hasselhorn, M. (1995). Zuwendung als Faktor der Wirksamkeit kognitiver Trainings für Kinder. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie* (9), 163–179.
- Hampel, P. (2007). Stressbewältigungstraining im Kindesalter. In I. Seiffge-Krenke & A. Lohaus (Hrsg.), *Stress und Stressbewältigung im Kindes- und Jugendalter* (S. 235–246). Göttingen: Hogrefe.
- Hampel, P., Hampel-Petermann & Petermann, F. (1998). *Anti-Streß-Training für Kinder*. Weinheim: Beltz.
- Hasselhorn, M. & Gold, A. (2006). *Pädagogische Psychologie. Erfolgreiches Lernen*

- udn Lehren*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Hasselhorn, M. & Grube, D. (2006). Gedächtnistraining (Grundlagen). In W. Schneider & B. Sodian (Hrsg.), *Enzyklopädie der Psychologie, Themenbereich C: Theorie und Forschung, Serie V: Entwicklungspsychologie, Band 2: Kognitive Entwicklung* (S. 271–325). Göttingen: Hogrefe.
- Healy, L. & Hoyley, C. (1998). *Justifying and proving in school mathematics. Summary of the results from a survey of the proof conceptions of students in the UK*. Unveröffentlichte Dissertation, University of London, London.
- Hegarty, M. & Just, M. A. (1989). Understanding machines from text and diagrams. In H. Mandl & J. R. Levin (Hrsg.), *Knowledge acquisition from text and pictures* (S. 171–194). Amsterdam, New York: Elsevier Science Pub. Co.
- Hegarty, M. & Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 91 (4), 684.
- Heller, K. A. & Perleth, C. (2000). *Kognitiver Fähigkeitstest für die 4.-12. Klassen, Revision (KFT 4-12+R)*. Göttingen: Hogrefe.
- Hembree, R. (1992). Experiments and Relational Studies in Problem Solving: A Meta-Analysis. *Journal for Research in Mathematics Education*, 23 (2), 242–273.
- Hoffmann, M. H. G. (2003). Einleitung: Warum Semiotik? In M. H. G. Hoffmann (Hrsg.), *Mathematik verstehen* (S. 1–18). Hildesheim: Franzbecker.
- Hölscher, T. (1999). "Bild" und "Grammatik" bei WITTGENSTEIN. In K. Sachs-Hombach & K. Rehkämper (Hrsg.), *Bildgrammatik: Interdisziplinäre Forschungen zur Syntax bildlicher Darstellungsformen* (Bd. 1). Magdeburg: Scriptorum-Verl.
- Hopp, M. & Wagner, F. (Hrsg.). (2010). *EARLI SIG 6/7 Meeting 2010 "Instructional Design for motivated and competent learning in a digital world"*. Ulm: Ulm University.
- Huber, G. L. (2006). Lernen in Gruppen/Kooperatives Lernen. In H. Mandl & H. F. Friedrich (Hrsg.), *Handbuch Lernstrategien* (S. 262–272). Göttingen: Hogrefe.
- Huk, T., Steinke, M. & Floto, C. (2003). Computer animations as learning objects: What is an efficient instructional design, and for whom? *Proceedings of IADIS international conference WWW/Internet 2003*, 1187–1190.
- Ichikawa, S. (1993). *Cognitive counseling that supports learning: A new approach bridging psychology and education*. Tokyo: Brain Press.

11. Literaturverzeichnis

- Jäger, A. O. & Althoff Klaus. (1983). *Der WILDE-Intelligenz-Test (WIT): Ein Strukturdiagnostikum*. Göttingen: Verlag für Psychologie.
- Jänich, K. (2005). *Mathematik 1: Geschrieben für Physiker* (2., korrigierte Aufl. Aufl.). Berlin: Springer.
- Janke, W. (Hrsg.). (1969). *Experimentelle Untersuchungen zur psychologischen Wirkung von Placebos bei gesunden Personen*. Meisenheim: Hain.
- Janvier, C. (Hrsg.). (1987a). *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics*. Hillsdale, N.J: Erlbaum.
- Janvier, C. (1987b). Representation and Understanding: The Notion of Function as an Example. In C. Janvier (Hrsg.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (S. 67–71). Hillsdale, N.J: Erlbaum.
- Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental models. Towards a cognitive science of language, inference, and consciousness*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Johnson-Laird, P. N. & Byrne, R. M. J. (1991). *Deduction*. Hillsdale, N.J: Erlbaum.
- Jonassen, D. H. (2003). Experiments and Relational Studies in Problem Solving: A Meta-Analysis. *Educational Psychology Review*, 5 (3), 267–296.
- Junge, J., Neumer, S., Manz, R. & Margraf, J. (2002). *Gesundheit und Optimismus: GO ; Trainingsprogramm für Jugendliche* (1. Aufl.). Weinheim: Beltz.
- Kaluza, G. (2011). *Stressbewältigung: Trainingsmanual zur psychologischen Gesundheitsförderung ; mit 14 Tabellen ; [CD mit Trainingsmaterialien]* (2., vollüberarb Aufl.). Berlin: Springer.
- Kalyuga, S. (2005). Prior knowledge principle in multimedia learning. In R. E. Mayer (Hrsg.), *The Cambridge handbook of multimedia learning* (S. 325–337). Cambridge: Cambridge University Press.
- Kalyuga, S. (2007). Expertise Reversal Effect and Its Implications for Learner-Tailored Instruction. *Educational Psychology Review*, 19 (4), 509–539.
- Kalyuga, S. (2011). Cognitive Load Theory: How Many Types of Load Does It Really Need? *Educational Psychology Review*, 23 (1), 1–19.
- Kalyuga, S., Chandler, P. & Sweller, J. (1999). Managing split-attention and redundancy in multimedia instruction. *Applied Cognitive Psychology*, 13, 351–371.
- Kaput, J. J. (1985). Representation and Problem Solving: Methodological issues related to modeling. In E. A. Silver (Hrsg.), *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving* (S. 381–398). Hillsdale, N. J: Erlbaum.
- Kaput, J. J. (1987). Representation systems and mathematics. In C. Janvier (Hrsg.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (S. 20–26). Hillsdale, N.J: Erlbaum.

- Kaput, J. J. (1989). Linking representations in the symbol system of Algebra. In S. Wagner (Hrsg.), *Research agenda for the teaching and learning mathematics* (S. 167–194). Reston: National Council of Teachers of Mathematics.
- Kemnitz, A. (2010). *Mathematik zum Studienbeginn: Grundlagenwissen für alle technischen, mathematisch-naturwissenschaftlichen und wirtschaftswissenschaftlichen Studiengänge* (9., überarb. und erw. Aufl.). Wiesbaden: Vieweg + Teubner.
- King, A. (1989). Effects of self-questioning training on college students' comprehension of lectures. *Contemporary Educational Psychology* (14), 366–381.
- King, A. (1990). Enhancing peer interaction and learning in the classroom through reciprocal questioning. *American Educational Research Journal*, 27 (4), 664–687.
- King, A. (1991a). Effects of training in strategic questioning on children's problem-solving performance. *Journal of Educational Psychology*, 83 (3), 307–317.
- King, A. (1991b). Improving lecture comprehension: effects of a metacognitive strategie. *Applied Cognitive Psychology* (5), 331–346.
- King, A. (1994a). Autonomy and question asking: the role of personal control in guided student-generated questioning. *Learning and Individual Differences*, 6 (2), 163–185.
- King, A. (1994b). Guiding knowledge construction in the classroom: effects of teaching children how to question and how to explain. *American Educational Research Association* (2), 338–368.
- King, A. (1997). ASK to THINK-TEL WHY®©: A model of transactive peer tutoring for scaffolding higher level complex learning. *Educational Psychology*, 32 (4), 221–235.
- King, A. (1999). Discourse Patterns for Mediating Peer Learning. In A. O' Donnell & A. King (Hrsg.), *Cognitive Perspectives on Peer Learning* (S. 87–115). Englewood Cliffs, NJ: Merrill/Prentice Hall.
- Klauer, K. J. (Hrsg.). (2001a). *Handbuch kognitives Training*. Göttingen [u.a.]: Hogrefe.
- Klauer, K. J. (2001b). Trainingsforschung: Ansätze - Theorien - Ergebnisse. In K. J. Klauer (Hrsg.), *Handbuch kognitives Training* (S. 5–68). Göttingen [u.a.]: Hogrefe.
- Klauer, K. J. & Leutner, D. (2007). *Lehren und Lernen*. Weinheim: Basel: Beltz.
- Klepsch, M. & Seufert, T. (2012). *An on-site training on picture-reading: useful or not?* Regensburg (DE).

11. Literaturverzeichnis

- Kobarg, M. & Seidel, T. (2007). Prozessorientierte Lernbegleitung - Videoanalysen im Physikunterricht der Sekundarstufe I. *Unterrichtswissenschaft*, 35 (2), 148–168.
- Kolikant, Y. B.-D., Gatchell, D. W., Hirsch, P. L. & Linsenmeier, R. A. (2006). A cognitive-apprenticeship-inspired instructional approach for teaching scientific writing and reading. *Journal of College Science Teaching*, 36 (3), 20–26.
- Kraft, S. (1999). Selbstgesteuertes Lernen. Problembereiche in Theorie und Praxis. *Zeitschrift für Pädagogik*, 45 (6), 833–845.
- Krammer, K. (2014). Fallbasiertes Lernen mit Unterrichtsvideos in der Lehrerinnen und Lehrerbildung. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung*, 32 (2), 164–175.
- Krause, U.-M. & Stark, R. (2006). Vorwissen aktivieren. In H. Mandl & H. F. Friedrich (Hrsg.), *Handbuch Lernstrategien* (S. 38–49). Göttingen: Hogrefe.
- Krug, M. (2009). Videobasierte Methoden der Bildungsforschung. Sozial-, erziehungs- und kulturwissenschaftliche Nutzungsweisen. *Zeitschrift für qualitative Forschung* (1), 161–167.
- Laakmann, H. (2011). Funktionen besser verstehen durch computergestütztes, systematisches Variieren. *PM - Praxis der Mathematik in der Schule*, 53 (38), 27–32.
- Lachmayer, S., Nerdel, C. & Prechtel, H. (2007). Modellierung kognitiver Fähigkeiten beim Umgang mit Diagrammen im naturwissenschaftlichen Unterricht. *Zeitschrift für Didaktik der Naturwissenschaften*, 13, 145–160.
- Landeswahlleiterin für Berlin. (2015). *Berliner Wahlen 2011*. Verfügbar unter <https://www.wahlen-berlin.de/wahlen/BE2011/ergebnis/region/a2-GI9900.asp?sel1=1052&sel2=0655&tabtitel=Berlin>
- Larkin, J. H. & Simon, H. A. (1987). Why a diagram is (sometimes) worth than thousand words. *Cognitive Science*, 11, 65–99.
- Leinhardt, G., Zaslavsky, O. & Stein, M. K. (1990). Functions, Graphs, and Graphing: Tasks, Learning, and Teaching. *Review of Educational Research*, 60 (1), 1–64.
- Leuders, T. & Prediger, S. (2005). Funktioniert's? - Denken in Funktionen. *PM - Praxis der Mathematik in der Schule* (2), 1–7.
- Levin, A. (2005). *Lernen durch Fragen: Wirkung von strukturierenden Hilfen auf das Generieren von Studierendenfragen als begleitende Lernstrategie*. Münster: Waxmann.
- Liepmann, D., Beauducel, A., Brocke, B. & Amthauer, R. (2007). *Intelligenz-Struktur-Test 2000R: 2., erweiterte und überarbeitete Auflage*. Göttingen:

- Hogrefe.
- Lohaus, A., Eschenbeck, H., Kohlmann, C.-W. & Klein-Heßling, J. (2006). *SSKJ 3-8: Fragebogen zur Erhebung von Stress und Stressbewältigung im Kindes- und Jugendalter*. Göttingen: Hogrefe.
- Lowe, R. (2003). Animation and learning: selective processing of information in dynamic graphics. *Learning and Instruction*, 13 (2), 157–176.
- Malle, G. (2000a). Funktionen untersuchen - ein durchgängiges Thema. *mathematik lehren* (103), 4–7.
- Malle, G. (2000b). Zwei Aspekte von Funktionen: Zuordnung und Kovariation: Eine Funktion ähnelt einer Medaille mit zwei Seiten. Nur wer beide Seiten kennt, kann sinnvoll untersuchen. *mathematik lehren* (103), 8–11.
- Mandl, H. & Friedrich, H. F. (Hrsg.). (2006). *Handbuch Lernstrategien*. Göttingen: Hogrefe.
- Markovits, Z., Eylon, B. & Bruckheimer, M. (1986). Functions today and yesterday. *For the Learning of Mathematics*, 6 (2), 18–28.
- Mayer, R. E. (1997). Multimedia learning: Are we asking the right question? *Educational Psychologist*, 32 (1), 1–19.
- Mayer, R. E. (2001). *Multimedia learning*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Mayer, R. E. (Hrsg.). (2005a). *The Cambridge handbook of multimedia learning*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Mayer, R. E. (2005b). Cognitive Theory of Multimedia Learning. In R. E. Mayer (Hrsg.), *The Cambridge handbook of multimedia learning* (S. 31–48). Cambridge: Cambridge University Press.
- McKnight, C. C. (1990). Critical evaluation of quantitative arguments. In G. Kulm (Hrsg.), *Assessing higher order thinking in mathematics* (S. 169–185). Washington, DC: American Association for the Advancement of Science.
- Miller, G. A. (1956). The magical number seven, plus or minus two: some limits on our capacity for processing information. *Psychological Review*, 63 (2), 81–97.
- Ministerium für Kultus Jugend und Sport Baden-Württemberg. (2004). *Bildungsplan 2004 - Allgemein bildendes Gymnasium*. Ditzingen: Philipp Reclam Jun., Graph. Betrieb GmbH.
- Ministerium für Kultus Jugend und Sport Baden-Württemberg. (2016). *Bildungsplan der Grundschule 2016: Mathematik*. Villingen-Schwenningen: Neckar-Verlag.
- Monk, G. S. (1989). Students' understanding of functions in calculus courses. *Humanistic Mathematics Network Journal* (9), 21–27.
- Moreno, R. & Park, B. (2010). Cognitive Load Theory: Historical Development and

11. Literaturverzeichnis

- Relation to Other Theories. In J. L. Plass, R. Moreno & R. Brünken (Hrsg.), *Cognitive load theory* (S. 9–28). Cambridge, New York: Cambridge University Press.
- Morris, C. W. (1946). *Signs, language and behavior* (deutsch: *Zeichen, Sprache und Verhalten*). Frankfurt a. M., Berlin/Wien: Ullstein.
- Neber, H. (1974). *Die Erforschung spontanen Lernens: Grundlagen und Methoden der Untersuchung epistemischen Verhaltens bei Grundschulern*. Weinheim [u.a.]: Beltz.
- Neber, H. (1987). Self-directed questioning - a survey of German-language research. *Questioning Exchange*, 1, 189–192.
- Neber, H. (1996). Förderung der Wissensgenerierung in Geschichte: Ein Beitrag zum entdeckenden Lernen durch epistemisches Fragen. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 10 (1), 27–38.
- Neber, H. (1999). Aktives Lernen durch epistemisches Fragen: Generieren versus Kontrollieren im Kontext des Geschichtsunterrichts. *Zeitschrift für Pädagogische Psychologie*, 13 (4), 212–222.
- Niegemann, H. M. (Hrsg.). (2004). *Instructional design for multimedia learning*. Münster, New York, München, Berlin: Waxmann.
- Niegemann, H. M., Domagk, S., Hessel, S., Hein, A., Hupfer, M. & Zobel, A. (2008). *Kompodium multimediales Lernen*. Berlin, Heidelberg: Springer.
- Niegemann, H. M. & Stadler, S. (2001). Hat noch jemand eine Frage? Systematische Unterrichtsbeobachtung zu Häufigkeit und kognitivem Niveau von Fragen im Unterricht. *Unterrichtswissenschaft*, 29 (2), 171–192.
- OECD. (1995). *Literacy, economy, and society: Results of the first international adult literacy survey*. Ottawa: Statistics Canada.
- OECD. (2004). *Lernen für die Welt von morgen. Erste Ergebnisse von PISA 2003*. Paris: Autor.
- Paas, F. G. W. C. (1992). Training Strategies for Attaining Transfer of Problem-Solving Skill in Statistics: A Cognitive-Load Approach. *Journal of Educational Psychology* (4), 429–434.
- Paas, F. G. W. C., Renkl, A. & Sweller, J. (2003). Cognitive Load Theory and Instructional Design: Recent developments. *Educational Psychologist*, 38 (1), 1–4.
- Paivio, A. (1975). Perceptual comparisons through the mind's eye. *Memory and Cognition* (3), 635–647.
- Paivio, A. (Hrsg.). (1986). *Mental representations: A dual coding approach*. Oxford:

Oxford University Press.

- Palmer, S. E. (1978). Fundamental aspects of cognitive representation. In B. Lloyd & E. Roach (Hrsg.), *Cognition and Categorization*. Hillsdale, N. J: Lawrence Erlbaum Associates.
- Panoura, A. & Michael, P. (2010). Students' self-concept beliefs about the use of geometrical shapes on mathematical problem solving. *Acta Didactica Universitatis Comenianae - Mathematics*, 10, 87–102.
- Pape, S. J. (2004). Middle school children's problem-solving behavior: A cognitive analysis from a reading comprehension Perspective. *Journal for Research in Mathematics Education*, 3 (35), 187–219.
- Pask, G. (1976). Styles and strategies of learning. *British Journal of Educational Psychology*, 46, 128–148.
- Pawley, D., Ayres, P., Cooper, M. & Sweller, J. (2005). Translating Words Into Equations: A cognitive load theory approach. *Educational Psychology*, 25 (1), 75–97.
- Peirce, C. S. (1906). Prolegomena to an apology pragmatism. *The Monist*, 4 (4), 492–546.
- Perels, F. (2007). Hausaufgaben-Training für Schüler der Sekundarstufe I: Förderung selbstregulierten Lernens in Kombination mit mathematischem Problemlösen bei der Bearbeitung von Textaufgaben. In M. Landmann & B. Schmitz (Hrsg.), *Selbstregulation erfolgreich fördern* (S. 33–51). Stuttgart: Kohlhammer.
- Peterson, D. (1996). *Forms of Representation*. Exeter: Intellect.
- Pólya, G. (1981). *Mathematical discovery: On understanding, learning, and teaching problem solving* (Combined Aufl.). New York: Wiley. Verfügbar unter <http://www.worldcat.org/oclc/7282874>
- Posner, R. (2003). Ebenen der Bildkompetenz. In K. Sachs-Hombach (Hrsg.), *Was ist Bildkompetenz?* (Bd. 10). Wiesbaden: Dt. Univ.-Verl.
- Prediger, S. & Wittmann, E. C. (2009). Aus Fehlern Lernen - (wie) ist das möglich? *PM - Praxis der Mathematik in der Schule* (27), 1–7.
- Pummer, A. (2000). *Neue Theorieansätze und empirische Untersuchung zur Didaktik des Funktionsbegriffs*. Diplomarbeit an der formal- und naturwissenschaftlichen Fakultät Wien.
- Radford, L. (2009). "No! He starts walking backwards!": interpreting motion graphs and the question of space, place and distance. *ZDM*, 41 (4), 467–480.
- Reinmann, G. & Mandl, H. (2006). Unterrichten und Lernumgebungen gestalten. In A. Krapp & B. Weidenmann (Hrsg.), *Pädagogische Psychologie* (S. 613–658).

11. Literaturverzeichnis

Weinheim: Beltz.

- Renkl, A. (2010). Gründe und Wege einer Synthese aus Strukturierung und Aktivierung: Das Konzept "Lernen aus Lösungsbeispielen". In T. Bohl, K. Kansteiner-Schäzlin, M. Kleinknecht, B. Kohler & A. Nold (Hrsg.), *Selbstbestimmung und Classroom-Management* (S. 191–205). Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Renkl, A. & Atkinson, R. K. (2003). Structuring the transition from example study to problem solving in cognitive skill acquisition: a cognitive load perspective. *Educational Psychologist*, 38 (1), 15–22.
- Renkl, A., Atkinson, R. K. & Große, C. S. (2004). How Fading Worked Solution Steps Works – A Cognitive Load Perspective. *Instructional Science*, 32 (1/2), 59–82.
- Reusser, K. (1992). Kognitive Modellierung von Text-, Situations- und mathematischem Verständnis beim Lösen von Textaufgaben. In K. Reiss & M. Reiss (Hrsg.), *Maschinelles Lernen - Modellierung von Lernen mit Maschinen*. Berlin: Springer.
- Reusser, K. (2005). Problemorientiertes Lernen. - Tiefenstruktur, Gestaltungsformen, Wirkung. *Beiträge zur Lehrerinnen- und Lehrerbildung*, 23 (2), 159–182.
- Rich, P. & Hannafin, M. (2009). Video annotation tools. Technologies to scaffold, structure, and transform teacher reflection. *Journal of Teacher Education*, 60 (1), 52–67.
- Roethlisberger, F. J. & Dickson, W. J. (Hrsg.). (1939). *Management and the worker*. New York: Wiley.
- Rosaen, C., Carlisle, J., Mihocko, E., Melnick, A. & Johnson, J. (2008). Noticing noticing. How does investigation of video records change how teachers reflect on their experiences? *Journal of Teacher Education*, 59 (4), 347–360.
- Rost, D. H. & Schilling, S. R. (2006). Pädagogische Verhaltensmodifikation. In D. H. Rost (Hrsg.), *Handwörterbuch pädagogische Psychologie* (S. 548–559). Weinheim [u.a.]: Beltz.
- Rubitzko, T. (2008). *Aktives Lernen mit multiplen Repräsentationen: Zur Vermittlung komplexer physikalischer Inhalte mit Texten, Bildern, Animationen und Simulationen: Pädag. Hochsch., Dissertation, Ludwigsburg, 2006*. Saarbrücken: VDM Verlag Dr. Müller.
- Rudolf, D. (2012). *Training zur Erstellung graphischer Repräsentationen als Verstehenshilfe beim Lernen aus Text und Bild*. Unveröffentlichte Zulassungsarbeit, Universität Ulm. Ulm.
- Ruf, U. & Gallin, P. (2005). *Austausch unter Ungleichen: Grundzüge einer interak-*

- tiven und fächerübergreifenden Didaktik (3. Aufl.). Seelze-Velber: Kallmeyer.
- Saint-Martin, F. (1989). From visible to visual language. Artificial intelligence and visual semiology. *Semiotica*, 77 ((1-3)), 303–316.
- Schelske, A. (1999). Wie wirkt die Syntax von bildhaften Zeichen kommunikativ? In K. Sachs-Hombach & K. Rehkämper (Hrsg.), *Bildgrammatik: Interdisziplinäre Forschungen zur Syntax bildlicher Darstellungsformen* (Bd. 1). Magdeburg: Scriptorum-Verl.
- Schlagmüller, M. & Schneider, W. (2002). The development of organizational strategies in children: Evidence from a microgenetic longitudinal study. *Journal of Experimental Child Psychology*, 81, 298–319.
- Schnotz, W. (1990). *Aufbau von Wissensstrukturen: Untersuchungen zur mentalen Kohärenzbildung beim Wissenserwerb mit Texten*. Tübingen: Deutsches Institut für Fernstudien an der Universität Tübingen.
- Schnotz, W. (1994). Wissenserwerb mit logischen Bildern. In B. Weidenmann (Hrsg.), *Wissenserwerb mit Bildern: Instruktionale Bilder in Printmedien, Film/Video und Computerprogrammen*. Bern: H. Huber.
- Schnotz, W. (2001). Kognitive Prozesse bei der sprach- und bildgestützten Konstruktion mentaler Modelle. In L. Sichelschmidt & H. Strohner (Hrsg.), *Sprache, Sinn und Situation* (S. 43–57). Wiesbaden: Deutscher Universitäts-Verlag.
- Schnotz, W., Baadte, C., Müller, A. & Rasch, R. (2010). Creative thinking and problem solving with depictive and descriptive representations. In L. Verschaffel, E. De Corte, J. Elen & T. De Jong (Hrsg.), *Use of External Representations in Reasoning and Problem Solving* (S. 11–35). Amsterdam: Elsevier.
- Schnotz, W. & Bannert, M. (1999). Einflüsse der Visualisierungsform auf die Konstruktion mentaler Modelle beim Text- und Bildverstehen. *Zeitschrift für Experimentelle Psychologie*, 46 (3), 217–235.
- Schnotz, W. & Bannert, M. (2003). Construction and interference in learning from multiple representation. *Learning and Instruction*, 13 (2), 141–156.
- Schnotz, W. & Kürschner, C. (2007). A reconsideration of cognitive load theory. *Educational Psychology Review*, 19 (4), 469–508.
- Schnotz, W., Seufert, T. & Bannert, M. (2001). Lernen mit Multimedia: Pädagogische Verheißungen aus kognitionspsychologischer Sicht. In R. K. Silbereisen & M. Reizle (Hrsg.), *Psychologie 2000* (S. 457–467). Lengerich: Pabst.
- Schröder, M. (2000). *Maßstab: Mathematik* (Dr. A,1, Realschule, [Euro-Ausgabe für Nordrhein-Westfalen, Saarland, Schleswig-Holstein] Aufl.). Hannover: Schroedel.

11. Literaturverzeichnis

- Schukajlow, S. & Leiss, D. (2011). Selbstberichtete Strategienutzung und mathematische Modellierungskompetenz. *Journal für Mathematikdidaktik*, 32 (1), 53–77.
- Schulz Thun, F. v. (2001). *Stile, Werte und Persönlichkeitsentwicklung: Differentielle Psychologie der Kommunikation* (Originalausg., Sonderausg. April 2001 Aufl.). Reinbek bei Hamburg: Rowohlt.
- Schulz-Zander, R. (2001). Lernen mit neuen Medien in der Schule. *Zeitschrift für Pädagogik*, 43. Beiheft, 181–195.
- Sedlmeier, P. & Renkewitz, F. (2008). *Forschungsmethoden und Statistik in der Psychologie*. München [u.a.]: Pearson Studium.
- Seifert, J. W. (1995). *Visualisieren - Präsentieren - Moderieren* (8. Aufl., 50. - 60. Tsd. Aufl.). Offenbach: GABAL.
- Seiwert, L. J. (1991). *Das 1 x 1 des Zeitmanagement* (14., unveränd. Aufl., 251. - 290. Tsd. Aufl.). Speyer: GABAL.
- Senator für Bildung und Wissenschaft. (2006). *Mathematik: Bildungsplan für das Gymnasium*. Bremen: Landesinstitut für Schule.
- Seufert, T. (2003a). Supporting coherence formation in learning from multiple representations. *Learning and Instruction*, 13, 227–237.
- Seufert, T. (2003b). *Wissenserwerb mit multiplen Repräsentationen: Wirksamkeit von Kohärenzbildungshilfen* (1. Aufl.). Berlin: Logos Verlag Berlin.
- Seufert, T. (2007). *Erfolgreiche Strategien für den Umgang mit multimedialen Lernmaterialien*. Unveröffentlichte Dissertation, Universität des Saarlandes, Saarbrücken.
- Seufert, T. (2009). Lernen mit multiplen Repräsentationen - Gestaltungs- und Verarbeitungsstrategien. In R. Plötzner, T. Leuders & A. Wichert (Hrsg.), *Lernchance Computer* (S. 45–66). Münster, New York, München, Berlin: Waxmann.
- Seufert, T. (2018). The interplay between self-regulation in learning and cognitive load. *Educational Research Review* (24), 116–129.
- Seufert, T. & Brünken, R. (2004). Supporting coherence formation in multimedia learning. In P. Gerjets, P. Kirschner, J. Elen & R. Joiner (Hrsg.), *Instructional design for effective and enjoyable computer-supported learning. Proceedings of the first joint meeting of the EARLI SIGs Instructional Design and Learning and Instruction with Computers* (S. 138–147). Tübingen: Knowledge Media Research Center.
- Seufert, T. & Brünken, R. (2006). Cognitive Load and the Format of Instructional

- Aids for Coherence Formation. *Applied Cognitive Psychology* (20), 321–331.
- Seufert, T., Jänen, I. & Brünken, R. (2007). The impact of intrinsic cognitive load on the effectiveness of graphical help for coherence formation. *Computers in Human Behavior* (23), 1055–1071.
- Seufert, T., Schütze, M. & Brünken, R. (2009). Memory characteristics and modality in multimedia learning: An aptitude-treatment-interaction study. *Learning and Instruction*, 19, 29–42.
- Seufert, T., Zander, S. & Brünken, R. (2007). Das Generieren von Bildern als Verstehenshilfe beim Lernen aus Texten. *Zeitschrift für Entwicklungspsychologie und Pädagogische Psychologie*, 39 (1), 33–42.
- Singer, H. & Donlan, D. (1982). Active comprehension: Problem-solving schema with question generation for comprehension of complex short stories. *Reading Research Quarterly*, 27, 166–1982.
- Snow, R. (1989). Aptitude-Treatment Interaction as a framework for research on individual differences in learning. In R. Ackerman, R. Sternberg & R. Glaser (Hrsg.), *Learning and Individual Differences* (S. 13–59). New York, NY, US: WH Freeman/Times Books/Henry Holt & Co.
- Sonnentaler. (2015). *Wie viel Uhr ist es in Paris, in Peking oder in Sydney? – Die Zeitzonen*. Verfügbar unter <http://www.sonntaler.net/aktivitaeten/astronomie/himmel-erde/zeitzonen/>
- Souvignier, E., Streblov, L., Holodynski, M. & Schiefele, U. (2007). Textdetektive und LEKOLEMO - Ansätze zur Förderung von Lesekompetenz und Lesemotivation. In M. Landmann & B. Schmitz (Hrsg.), *Selbstregulation erfolgreich fördern* (S. 52–88). Stuttgart: Kohlhammer.
- Statistika GmbH. (2011). *Das Statistik-Portal*.
- Stein, M. K. & Leinhardt, G. (1989). *Interpreting graphs: An analysis of early performance and reasoning*. unveröffentlicht: Unpublished manuscript, University of Pittsburgh, Learning Research and Development Center.
- Stern, E. (1992). Warum werden Kapitänsaufgaben "gelöst"? Das Verstehen von Textaufgaben aus psychologischer Sicht. *Der Mathematikunterricht* (4), 7–29.
- Stern, E. (2005). Kognitive Entwicklungspsychologie des mathematischen Denkens. In M. v. Aster & J. Lorenz (Hrsg.), *Rechenstörungen bei Kindern. Neurowissenschaft, Psychologie, Pädagogik* (S. 137–149). Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht.
- Stern, E. & Guthke, J. (Hrsg.). (2001). *Perspektiven der Intelligenzforschung*.

11. Literaturverzeichnis

Lengerich: Pabst Publisher.

- Stoch, A. (2016). *Übergangskonzept Oberstufe*. Verfügbar unter https://www.km-bw.de/Lde_DE/131491_131594_344885_3962731_3962746_3740769/?LISTPAGE=3962746
- Stöger, H. & Ziegler, A. (2007). Trainingsprogramm zur Verbesserung lernökologischer Strategien im schulischen und häuslichen Lernkontext. In M. Landmann & B. Schmitz (Hrsg.), *Selbstregulation erfolgreich fördern*. Stuttgart: Kohlhammer.
- Stradtman, U. (2010). *Analyse der Fähigkeiten zur Übersetzung zwischen verschiedenen Darstellungsformen in der Mathematik*. Unveröffentlichte Zulassungsarbeit, Universität Ulm. Ulm.
- Sturm, T. (2016). *Lehrbuch Heterogenität in der Schule: 2., überarbeitete Auflage*. München: Ernst Reinhardt GmbH & Co KG.
- Suchmann, J. R. (1981). Fragetraining: Aufbau von Fertigkeiten zur selbständigen Entdeckung. In H. Neber (Hrsg.), *Entdeckendes Lernen* (S. 224–271). Weinheim: Beltz.
- Swan, M. (1985). *The language of functions and graphs: An examination module for secondary schools*. Manchester: Joint Matriculation Board.
- Sweller, J. (2005). Implications of cognitive load theory for multimedia learning. In R. E. Mayer (Hrsg.), *The Cambridge handbook of multimedia learning* (S. 19–30). Cambridge: Cambridge University Press.
- Sweller, J. (2008). *Extraneous Cognitive Load*. Verfügbar unter www.youtube.com/watch?v=Ryu0U2RasRQ
- Sweller, J., Merriënboer, J. J. G. van & Paas, F. G. W. C. (1998). Cognitive architecture and instructional design. *Educational Psychology Review*, 10 (3).
- Taxis, S.-S., Gutmann, C. & Seufert, T. (2010). Effects of a Learning Strategy Training for Children. In M. Hopp & F. (Hrsg.), *EARLI SIG 6/7 Meeting 2010 "Instructional Design for motivated and competent learning in a digital world"*. Program Book (S. 44–46). Ulm: Ulm University.
- Ueska, Y., Manalo, E. & Ichikawa, S. (2007). What kind of perceptions and daily learning behaviors promote students' use of diagrams in mathematics problem solving? *Learning and Instruction*, 17 (3), 322–335.
- Ueska, Y., Manalo, E. & Ichikawa, S. (2010). The Effects of Perception and Efficacy and Diagram Construction Skills on Students' Spontaneous Use of Diagrams When Solving Math World Problems. In A. K. Goel, M. Jamnik & N. H. Narayanan (Hrsg.), *Diagrammatic Representation and Inference* (S. 197–211). Berlin;

- Heidelberg: Springer-Verlag.
- Verschaffel, L., Greer, B. & Corte, E. d. (2000). *Making sense of word problems*. Lisse: Swets & Zeitlinger.
- Vogel, M. (2006). *Mathematisieren funktionaler Zusammenhänge mit multimedialer Supplantation: Theoretische Grundlegung und empirische Untersuchung* (Bd. 49). Hildesheim: Franzbecker.
- Vogel, M. (2007). Multimediale Unterstützung zum Lesen von Funktionsgraphen: Grundlagen, Anwendungen und empirische Untersuchungen eines theoriegeleiteten Ansatzes zur Arbeit mit multiplen Repräsentationen. *mathematica didactica*, 30, 3–28.
- Vollrath, H.-J. (1989). Funktionales Denken. *Der Mathematikunterricht*, 10, 3–37.
- Vollrath, H.-J. & Weigand, H.-G. (2007). *Algebra in der Sekundarstufe* (3. Aufl.). München: Elsevier Spektrum Akad. Verl.
- Wagner F. & Seufert, T. (2010). Learner generated representations as a learning strategy for learning with text and pictures. In M. Hopp & F. Wagner (Hrsg.), *EARLI SIG 6/7 Meeting 2010 "Instructional Design for motivated and competent learning in a digital world"* (S. 153–155). Ulm: Ulm University.
- Wahl, M., Patak, M., Schmid, P. & Hautzinger, M. (2011). *Lebenslust mit Lars & Lisa: Lebenskompetenzen und Emotionsregulation; Ressourcen für die Hauptschüler der 8. Klasse*. Unveröffentlichte Dissertation, Universität Tübingen and Fakultät für Informations- und Kognitionspsychologie and Abteilung Klinische und Entwicklungspsychologie, Tübingen.
- Wainer, H. (1992). Understanding Graphs and Tables. *Educational Researcher*, 21 (1), 14–23.
- Weidenmann, B. (1997). Multicodierung und Multimedialität im Lernprozeß. In L. J. Issing & P. Klimsa (Hrsg.), *Information und Lernen mit Multimedia* (S. 65–84). Weinheim: Beltz.
- Yerushalmy, M. (1991). Student perceptions of aspects of algebraic function using multiple representation software. *Journal of Computer Assisted Learning* (7), 42–57.
- Zech, F. (2002). *Grundkurs Mathematikdidaktik: Theoretische und praktische Anleitungen für das Lehren und Lernen von Mathematik* (10., unveränd. Aufl.). Weinheim: Beltz.

A. Anhang

A. Anhang

A.1. Bogen zur Erstellung des vertraulichen Codes

Alles streng vertraulich!				
Alle Antworten, die du uns gibst, werden unter einem Code gespeichert. Wir werden deine Angaben an Niemanden weitergeben. Alles, was du uns über dich verrätst, bleibt vertraulich.				
Hier kannst du dir deinen Code zusammenstellen:				
Der Code hat 3 Buchstaben und 2 Zahlen:				
1. Buchstabe	2. Buchstabe	3. Buchstabe	1. Zahl	2. Zahl
_____	_____	_____	_____	_____
Wie heißt deine <u>Mutter mit Vornamen</u> ? Schreibe hier den ersten Buchstaben des Namens auf.	Wie heißt dein <u>Vater mit Vornamen</u> ? Schreibe hier den ersten Buchstaben des Namens auf.	In welchem <u>Monat</u> hast du <u>Geburtstag</u> ? Schreibe hier nur den ersten Buchstaben des Monats auf.	An welchem <u>Tag</u> im Monat hast du <u>Geburtstag</u> ? Schreibe hier die Zahl auf (auf jeden Strich eine Ziffer). Wenn die Zahl einstellig ist, schreibe davor eine Null (z.B.: Du hast am 5. Geburtstag? Dann schreibe <u>05</u>).	

A.2. Fragebogen zur Erfassung demographischer Daten

Code _____	
Fragen über Dich	
Wir möchten Dir zuerst ein paar Fragen über Dich stellen:	
Dein Geschlecht:	weiblich <input type="checkbox"/> männlich <input type="checkbox"/>
Wie alt bist Du?	_____ Jahre
In welche Klasse gehst Du?	_____
Wer ist Dein(e) Klassenlehrer(in)?	_____

A.3. I-S-T 2000R - Test zur Erfassung der Fähigkeiten zum logischen Denken

A.3. I-S-T 2000R - Test zur Erfassung der Fähigkeiten zum logischen Denken

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.4. KFT - Test zur Erfassung der verbalen Fähigkeiten

Version A

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.4. KFT - Test zur Erfassung der verbalen Fähigkeiten

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Version B

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.4. KFT - Test zur Erfassung der verbalen Fähigkeiten

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. *Anhang*

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.5. WIT - Test zur Erfassung der Gedächtniskapazität

Version A - Lernmaterial

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.5. *WIT - Test zur Erfassung der Gedächtniskapazität*

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Version A - Testmaterial

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.5. *WIT - Test zur Erfassung der Gedächtniskapazität*

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.5. *WIT - Test zur Erfassung der Gedächtniskapazität*

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.5. *WIT - Test zur Erfassung der Gedächtniskapazität*

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.5. *WIT - Test zur Erfassung der Gedächtniskapazität*

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.5. *WIT* - Test zur Erfassung der Gedächtniskapazität

Version B - Lernmaterial

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.5. *WIT - Test zur Erfassung der Gedächtniskapazität*

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Version B - Testmaterial

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.5. *WIT - Test zur Erfassung der Gedächtniskapazität*

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.5. *WIT - Test zur Erfassung der Gedächtniskapazität*

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.5. *WIT - Test zur Erfassung der Gedächtniskapazität*

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.5. *WIT - Test zur Erfassung der Gedächtniskapazität*

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.6. Test zur Erfassung der Lerngewohnheiten

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.7. Test zur Erfassung des Vorwissens

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. *Anhang*

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.8. SSKJ 3-8: Fragebogen zur Erhebung von Stress und Stressbewältigung im Kindes- und Jugendalter

**A.8. SSKJ 3-8: Fragebogen zur Erhebung von Stress
und Stressbewältigung im Kindes- und
Jugendalter**

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.9. Aufgabenheft zur Erfassung der abhängigen Variablen der Studie 1

Code _____

Aufgabenheft

Mit den nun folgenden Aufgaben wollen wir herausfinden, wie gut du mathematische Informationen in Worte fassen kannst.

Du siehst also beispielsweise eine Tabelle, deren Informationen du dann in eigenen Worten beschreiben sollst.

Schreibe deine Lösungen bitte jeweils unter die Aufgabe. Bearbeite jede Aufgabe vollständig und blättere nicht zurück! Verwende kein zusätzliches Papier, sondern trage alles auf dem Aufgabenheft ein. Sollte der Platz nicht ausreichen, kannst du dich gerne melden. Dann bekommst du zusätzliches Papier ausgeteilt. Bei der Bearbeitung kannst Du auch zusätzliche Hilfsmittel, wie Lineal, Bleistift oder Radiergummi benutzen.

Du hast so viel Zeit wie du benötigst, arbeite also möglichst konzentriert und ohne Eile. Bearbeite die Aufgaben so gut wie du kannst. Du musst dir aber keine Sorgen machen, es gibt keine Noten. Deine Ergebnisse werden vertraulich behandelt und der Fragebogen wird ohne Namen ausgefüllt.

Außerdem interessiert uns, wie schwierig oder anstrengend die Aufgaben für dich sind. Daher siehst du unter jeder Aufgabe die folgenden Fragen. Es kommt dabei darauf an, dass du ehrlich angibst, wie du dich beim Bearbeiten der jeweiligen Aufgabe gefühlt hast.

		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

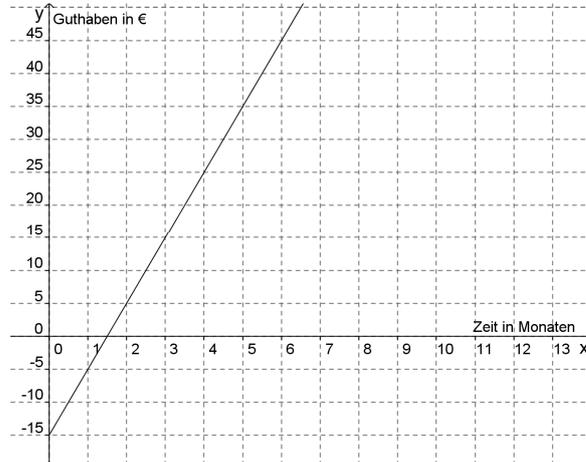
Hast du noch Fragen?

Viel Spaß!

A. Anhang

Aufgabe 1

Was fällt dir zu dem unten abgebildeten Funktionsgraphen **spontan** ein?



Antwort:

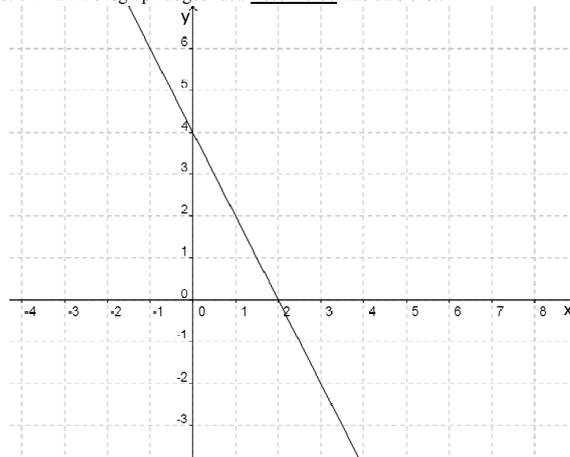
Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:

		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

OA 1

Aufgabe 2

Unten ist ein Funktionsgraph abgebildet. **Beschreibe** was du siehst.



Antwort:

Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:

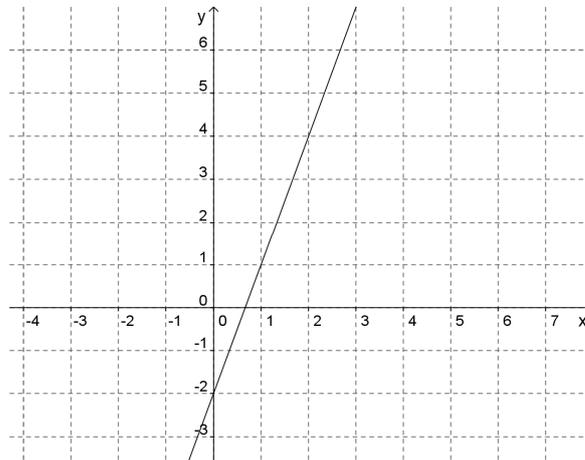
		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

OA 2

A. Anhang

Aufgabe 3

Dein Lehrer fragt, um welche Art von Funktion es sich bei dem dargestellten Funktionsgraphen handelt und welche Eigenschaften sie hat.
Schreibe deine Antwort auf und verwende die dir **bekanntesten mathematischen Begriffe**.



Antwort:

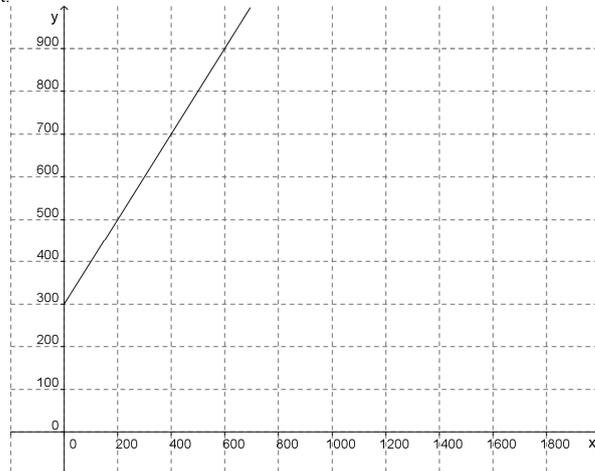
Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:

		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

OA 3

Aufgabe 4

Unten ist ein Funktionsgraph dargestellt. Er stellt die Kosten einer Firma je nach Produktionsmenge dar. Erzähle in einer kleinen Geschichte, was du dem Graph entnehmen kannst.



Antwort:

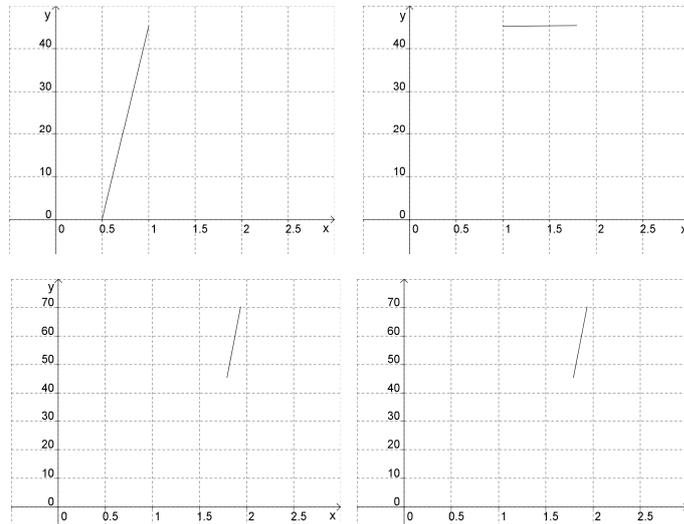
Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:

		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>				
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>				
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>				

OA 4

Aufgabe 5

Unten sind mehrere Graphen abgebildet. Sie stellen den Verlauf des Wasserstands in einer Badewanne dar. Erzähle in einer kleinen Geschichte, was du den Graphen entnehmen kannst.



Antwort:

Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:

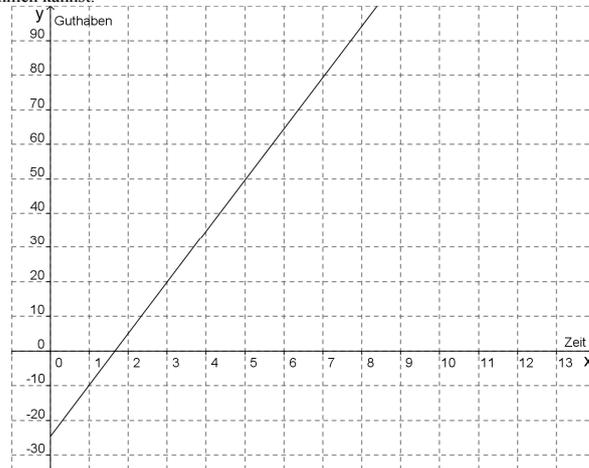
		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

OA 5

Aufgabe in Anlehnung an: (Swan, 1985)

Aufgabe 6

Unten ist ein Funktionsgraph abgebildet. Er stellt dar, wie viel Geld ein Mädchen zu welchem Zeitpunkt auf ihrem Konto hat. Erzähle in einer kleinen Geschichte, was du dem Graphen entnehmen kannst.



Antwort:

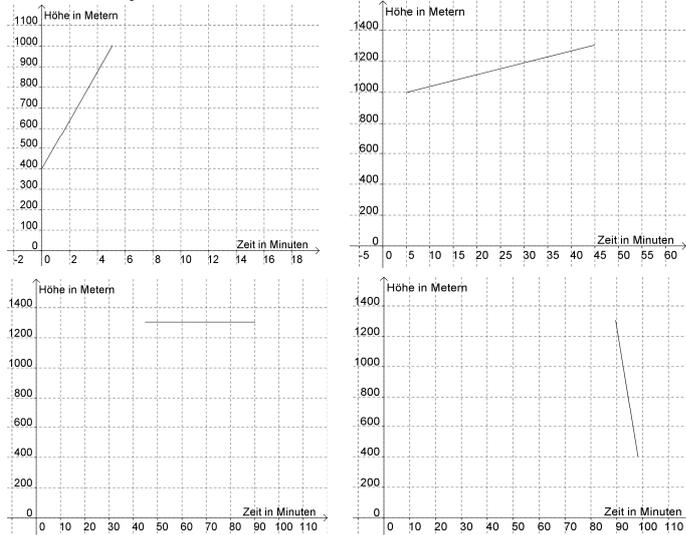
Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:

		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

OA 6

Aufgabe 7

Unten sind mehrere Funktionsgraphen abgebildet. Sie zeigen, welche Höhe ein Wanderer pro Stunde zu Fuß oder mit anderen Hilfsmitteln zurücklegt. Erzähle in einer kleinen Geschichte, was du den Graphen entnehmen kannst.



Antwort (Du kannst auch auf dem nächsten Blatt antworten):

Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:

		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>				
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>				
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>				

OA 7

Aufgabe in Anlehnung an: (Swan, 1985)

Aufgabe 8

Was fällt dir zu der abgebildeten Tabelle **spontan** ein?

Stunden (x)	Wasserstand (in cm) (y)
0	1
1	4
2	7
3	10

Antwort:

Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:

		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

OA 8

A. Anhang

Aufgabe 9

Hinter den Werten dieser Tabelle steckt eine lineare Funktion. Kannst du die Funktion herausfinden?

Schreibe deine Lösung **Wort für Wort** so auf, wie du sie deiner Freundin am Telefon diktieren würdest.

x	y
0	3
1	7
2	11
3	15

Antwort:

Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:

		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>				
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>				
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>				

OA 9

Aufgabe 10

Dein kleiner Bruder lernt in der Schule gerade die linearen Funktionen kennen. Leider hat er es nicht richtig verstanden. Kannst du ihm mit Hilfe der Tabelle alle **wichtigen Eigenschaften** von linearen Funktionen erklären?

x	y
0	-1
1	-8
2	-15
3	-22

Antwort:

Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:

		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

OA 10

A. Anhang

Aufgabe 11

Unten ist eine Tabelle dargestellt. Sie gibt die Höhe der Schneedecke in Abhängigkeit von der Zeit an. Erzähle in einer kleinen Geschichte, was du der Tabelle entnehmen kannst.

x	y
0	0
1	10
2	20
3	30

Antwort:

Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:

		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

OA 11

Aufgabe 12

Unten sind mehrere Tabellen abgebildet. Sie stellen ein Guthaben in Abhängigkeit von der Zeit dar. Erzähle in einer kleinen Geschichte, was du den Tabellen entnehmen kannst.

x	y
0	0
1	10
2	20

x	y
3	20
4	20
5	20

y	y
6	-30
7	-20
28	-10

Antwort:

Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:

		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>				
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>				
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>				

OA 12

Aufgabe 13

Unten ist eine Tabelle abgebildet. Sie stellt Johannas Gehalt in Bezug zu den geleisteten Überstunden dar. Erzähle Johannas Geschichte.

Überstunden	Gehalt in €
0	1500
1	1510
2	1520

Antwort:

Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:

		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>				
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>				
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>				

OA 13

Aufgabe 14

Unten sind mehrere Tabellen abgebildet. Sie stellen dar, in welcher Zeit sich ein Mädchen während eines Stadtbummels von ihrem Startpunkt entfernt. Erzähle in einer kleinen Geschichte, was du den Tabellen entnehmen kannst.

Zeit in Minuten	Weg in Meter
0	0
10	100
20	200

Zeit in Minuten	Weg in Meter
25	200
30	200
35	200

Zeit in Minuten	Weg in Meter
37	300
39	400
41	500

Antwort:

Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:

		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>				
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>				
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>				

OA 14

Aufgabe 15

Was fällt dir zu dem Ausdruck spontan ein?

$$y = -2x + 6$$

Antwort:

Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:

		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

OA 15

Aufgabe 16

Du sollst den Funktionsterm einem Mitschüler am Telefon diktieren. Schreibe die Worte auf, die du sagst.

$$y = -9x - 0,5$$

Antwort:

Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:

		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

OA 16

A. Anhang

Aufgabe 17

Du siehst einen Funktionsterm. Um welche Art von Funktion handelt es sich, und welche Eigenschaften hat sie? Verwende zur Erklärung die **mathematischen Begriffe**, die du in dem Zusammenhang kennst.

$$y = \frac{13}{4}x + 7$$

Antwort:

Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:

		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

OA 17

Aufgabe 18

Du siehst hier eine Formel. Stell dir vor, der y-Wert steht für die Länge einer brennenden Stabkerze in Zentimetern. Der x-Wert steht für die Zeit in Stunden. Beschreibe, wie sich die Kerzenlänge über die Zeit verhält.

$$y = -x + 10$$

Antwort:

Bitte bewerte, wie anstrengend die Aufgabe für dich war:

		trifft nicht zu	trifft eher nicht zu	weder noch	trifft eher zu	trifft zu
1	Für mich war es anstrengend die Aufgaben richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Ich habe mich besonders angestrengt die Frage richtig zu beantworten.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Meine Denkanstrengung war bei der Aufgabenbearbeitung hoch.	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

OA 18

A.10. Aufgaben zur Erfassung der abhängigen Variablen der Studie 2 im Vortest

Aufgabe 1

Aufgabe 1

Sybille hat in der Schule gefehlt und verpasst, wie der Lehrer erklärt hat, was ein Kreisdiagramm ist. Bitte hilf ihr und

zeichne ein Kreisdiagramm, **nenne** die wichtigsten Elemente und **erkläre**, was man damit am besten darstellen kann.

Antwort:

Aufgabe 2

Aufgabe 2

Anton hat in der Schule gefehlt und verpasst, wie der Lehrer erklärt hat, was ein Säulendiagramm ist. Bitte hilf ihm und

zeichne ein Säulendiagramm, **nenne** die wichtigsten Elemente und **erkläre**, was man damit am besten darstellen kann.

Antwort:

Aufgabe 3

Aufgabe 3

Lisa fährt mit dem Auto von Ulm nach Berlin. Bei jedem Tankvorgang schreibt sie sich das verbrauchte Benzin, die gefahrenen Kilometer und die vergangene Zeit auf.

Erstelle eine Vorlage für eine Tabelle, in die Lisa den Zusammenhang zwischen dem verbrauchten Benzin, den gefahrenen Kilometern und der vergangenen Zeit eintragen könnte.

Antwort:

Aufgabe 4

Aufgabe 4

Unten sind ein Koordinatensystem und mehrere Funktionsgraphen abgebildet.



- a) Gib den Punkt an, in dem sich die Funktionen a und g schneiden.

Antwort:

- b) Beschreibe den Verlauf von Funktion g so genau, dass ein Mitschüler ihn sich vorstellen und skizzieren könnte.

Antwort:

- c) Vergleiche die Verläufe von Funktion f und h.

Antwort:

Aufgabe 5

Aufgabe 5

Zähle alle Elemente **auf**, die ein Punktediagramm enthalten sollte.

Antwort:

Aufgabe 6

Aufgabe 6

Unten siehst du einige Tabellen und zwei Texte, die verschiedene Situationen beschreiben.

- a) In Text 1 sind ein paar Worte grün markiert. **Zeichne** in den Tabellen **grün** ein, wo du dies wiederfinden kannst.

Text 1:

Auf Grund der schlechten Prognosen aus der Wirtschaft brach der **Euro innerhalb von einem Tag stark ein.**

- b) Im Text sind ein paar Worte blau markiert. **Zeichne** in den Tabellen **blau** ein, wo du dies wiederfinden kannst.

Text 2:

Der Wechselkurs **pendelte sich auf einem geringen Niveau** ein.

Tabelle 1:

Tag	0	1	2	3	4	5
Wechselkurs	1,48	1,40	1,45	1,43	1,42	1,43

Tabelle 2:

Tag	0	1	2	3	4	5
Wechselkurs	2,5	2,8	4,0	3,0	2,9	2,0

Tabelle 3:

Tag	0	1	2	3	4	5
Wechselkurs	1,9	1,8	1,9	1,8	1,9	1,8

Tabelle 4:

Tag	0	1	2	3	4	5
Wechselkurs	1,7	1,6	1,6	1,5	1,7	1,8

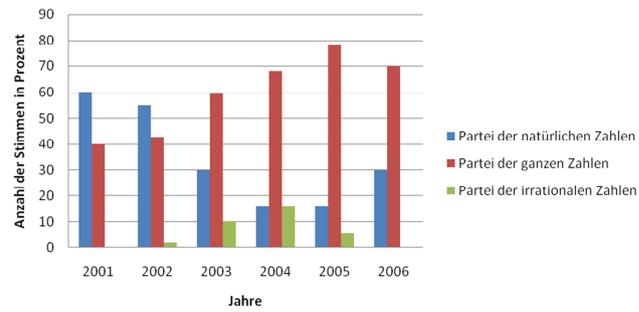
Tabelle 5:

Tag	0	1	2	3	4	5
Wechselkurs	1,58	1,50	1,53	1,55	1,57	1,58

Aufgabe 7

Aufgabe 7

Im „Land der Zahlen“ wurden die Wahlergebnisse veröffentlicht.



- a) **Erkläre** in ein bis zwei Sätzen, was in dem Diagramm zu sehen ist.

Antwort:

- b) Stell die vor, du sollst eine Tabelle mit den Angaben aus dem Diagramm erstellen.

Beschreibe, wie du diese aufbauen würdest?

Antwort: (Wichtig: Du sollst hier nicht zeichnen, sondern zunächst nur das Aussehen beschreiben.)

- c) Erstelle eine Tabelle, der man die Anzahl der Stimmen in Prozent für die einzelnen Parteien für die Jahre 2004, 2005 und 2006 entnehmen kann.

Lösung:

Aufgabe 8

Aufgabe 8

Du siehst unten einige Funktionsterme und Wertetabellen. Welcher Funktionsterm passt zu welcher Wertetabelle? **Schreibe den passenden Buchstaben** auf die jeweilige Linie.

Beachte, dass nicht zu jedem Funktionsterm eine passende Wertetabelle gegeben ist.

- a) $y = 7x - 1$
- b) $y = -2x^3 + 6$
- c) $y = 3x + 3$
- d) $y = -2x - 1$
- e) $y = -3x + 2$

Wertetabelle 1: _____

x	0	1	2	3	4	5
y	-1	-3	-5	-7	-9	-11

Wertetabelle 2: _____

x	0	1	2	3	4	5
y	2	-1	-4	-7	-10	-13

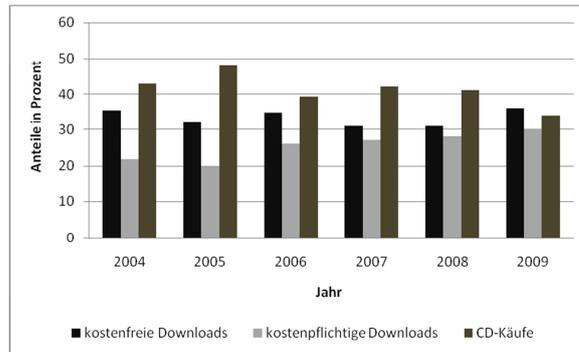
Wertetabelle 3: _____

x	0	1	2	3	4	5
y	3	6	9	12	15	18

Aufgabe 9

Aufgabe 9

Das unten abgebildete Diagramm veranschaulicht das Verhältnis von kostenpflichtigen und kostenfreien Musikdownloads in den vergangenen Jahren.



- a) **Lies ab**, wie viele kostenpflichtige Downloads im Jahr 2005 stattfanden und **schreibe** den Wert auf.

Antwort:

- b) **Beschreibe** den Verlauf der kostenpflichtigen Musikdownloads von 2004 bis 2009.

Antwort:

- c) **Vergleiche** den Verlauf der kostenfreien mit dem der CD-Käufe und **notiere** alle Unterschiede.

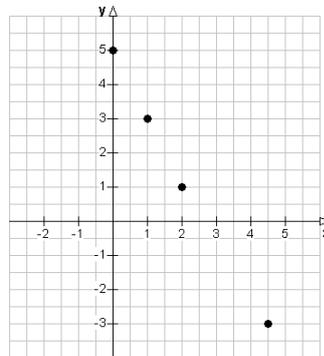
Antwort:

Aufgabe in Anlehnung an: (Statistika GmbH, 2011)

Aufgabe 10

Aufgabe 10

In diesem Punktediagramm sind einzelne Werte einer linearen Funktion eingetragen. Einer dieser Punkte ist falsch eingezeichnet. **Umkreise diesen Punkt.**

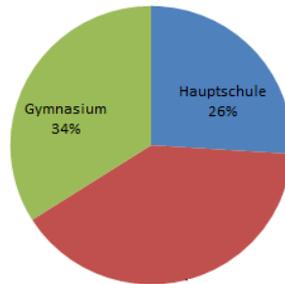


Aufgabe 11

Aufgabe 11

Du siehst unten ein Kreisdiagramm. Es zeigt die Verteilung der Schüler in Baden-Württemberg auf die drei Schularten. Eine Angabe ist verloren gegangen.

Ergänze das Diagramm um diese Angabe.



Aufgabe 12

Aufgabe 12

Stelle die folgenden Angaben in einer Tabelle **dar**: Für eine Speise brauchst du 500g Pasta, 400g Schinken, 150g Sahne, 50g Butter.

Antwort:

Aufgabe 13

Aufgabe 13

Du siehst unten einen Funktionsterm und Wertetabellen.

$$y = 4x - 2$$

Wertetabelle 1

x	0	1	2	3	4	5
y	-5	-1	3	7	11	15

Wertetabelle 2

x	0	1	2	3	4	5
y	-2	-1	0	1	2	3

Wertetabelle 3

x	0	1	2	3	4	5
y	9	7	5	3	2	1

Wertetabelle 4

x	0	1	2	3	4	5
y	-2	2	6	10	14	18

- a) **Umkreise** in den Wertetabellen und dem Funktionsterm die Elemente **grün**, an denen du den y-Achsenabschnitt der zugehörigen Funktion erkennen kannst.
- b) Gibt es Wertetabellen, deren Funktionen denselben y-Achsenabschnitt haben wie der Funktionsterm? **Trage deren Nummer hier ein:**

- c) **Umkreise** im den Funktionstermen **blau**, wo du die Steigung ablesen kannst.
- d) **Lies** aus den Wertetabellen jeweils die Steigung der linearen Funktion ab. **Beschreibe**, wie du dabei vorgehst.

- e) Gibt es Wertetabellen, deren Funktionen dieselbe Steigung haben wie der Funktionsterm? **Trage deren Nummer hier ein.**

Aufgabe 14

Aufgabe 14

Du siehst nun eine Tabelle. Beantworte dazu folgende Fragen.

Jahre	Anzahl der angenommenen SMS in Milliarden	Anzahl der geführten Telefonate in Milliarden
1996	0,1	20
1997	0,5	19,8
1998	1	19,7
1999	3	10
2000	11	9,1
2001	16	8
2002	20	7,3
2003	22	6,1
2004	23	6

- a) **Schreibe auf**, was die Tabelle aussagt:

Antwort:

- b) Stell dir vor, du sollst ein Säulendiagramm mit diesen Werten erstellen. **Beschreibe**, wie dieses Säulendiagramm aussehen würde und nenne die wichtigsten Elemente.

Antwort: (Wichtig: Du sollst hier nicht zeichnen, sondern zunächst nur das Aussehen beschreiben.)

- c) **Erstelle** ein Säulendiagramm, in dem die Anzahl der angenommenen Telefonate und SMS der Jahre 2000 bis 2004 dargestellt sind.

Antwort:

Aufgabe in Anlehnung an: (Statistika GmbH, 2011)

Aufgabe 15

Aufgabe 15

Schreibe ein Beispiel für den Funktionsterm einer linearen Funktion auf.

Aufgabe 16

Aufgabe 16

Du siehst einen Funktionsterm.

$$y = 7x - 2$$

- a) **Schreibe auf**, welche wichtigen Merkmale der Funktion du dem Funktionsterm entnehmen kannst.

Antwort:

- b) Stell dir vor, du sollst zu diesem Funktionsterm eine Wertetabelle erstellen. **Beschreibe**, wie diese Tabelle aussieht und gebe ein Wertepaar an, das du auf jeden Fall eintragen würdest.

Antwort: (Wichtig: Du sollst hier nicht zeichnen, sondern zunächst nur beschreiben, wie die Tabelle aussehen würde.)

- c) **Erstelle** eine Wertetabelle zu diesem Funktionsterm.

A. Anhang

Aufgabe 17

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.10. Aufgaben zur Erfassung der abhängigen Variablen der Studie 2 im Vortest

Aufgabe 18

Aufgabe 18

Erstelle ein Kreisdiagramm, das die Marktanteile der Handyhersteller verdeutlicht, und **beschrifte** es:
Nokia 50%, Motorola 25%, LG 12,5%, Sonstiges 12,5%.

Aufgabe 19

Aufgabe 19

Stelle dir zwei Graphen von linearen Funktionen vor: Der eine ist steigend, der andere fallend.
Beschreibe, worin sich deren Funktionsterme unterscheiden.

Antwort:

Aufgabe 20

Aufgabe 20

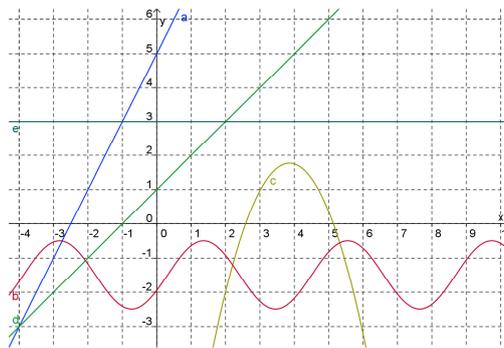
Unten sind vier verschiedene Funktionsterme und mehrere Funktionsgraphen abgebildet.

- a) **Umkreise mit grün** im Graph und im Funktionsterm, woran du den y-Achsenabschnitt erkennen kannst.
- b) **Suche** Graphen und Funktionsterme mit dem gleichen y-Achsenabschnitt und **gib** hier die entsprechenden Paare an:

Antwort:

- c) **Kennzeichne in den Graphen** bzw. **umkreise** im Funktionsterm **jeweils in blau**, woran du die Steigung erkennen kannst.
- d) **Suche** Graphen und Funktionsterme mit der gleichen Steigung und gib hier die entsprechenden Paare an.

Antwort:

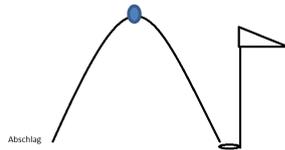


1. $y = x + 1$
2. $y = 2x + 5$
3. $y = 2x - 3$
4. $y = x + 5$

Aufgabe 21

Aufgabe 21

Die Abbildung zeigt die Flugbahn eines Golfballs vom Abschlag bis zum Loch.



- a) **Beschreibe** in eigenen Worten, wie sich die Geschwindigkeit des Balls während des Fluges verändert.

Antwort:

- b) Stell dir vor, du willst in einem Koordinatensystem die Geschwindigkeit des Balls in Abhängigkeit vom Abstand zum Abschlag darstellen. **Beschreibe**, wie der Graph aussehen würde.

Antwort: (Wichtig: Du sollst hier nicht zeichnen, sondern dir nur vorstellen, wie der Graph in etwa aussehen würde und das Aussehen beschreiben.)

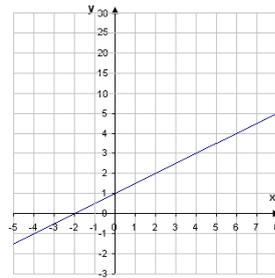
- c) **Erstelle** einen Graphen, der den Zusammenhang des Abstandes zum Abschlag und der Geschwindigkeit des Balls ungefähr veranschaulicht.

Aufgabe in Anlehnung an: (Swan, 1985)

Aufgabe 22

Aufgabe 22

Was ist am unten rechts abgebildeten Funktionsgraphen falsch? **Beschreibe** den Fehler in kurzen Stichworten.



Aufgabe 23

Aufgabe 23

Du siehst einen Funktionsterm.

$$y = \frac{5}{2}x - 3$$

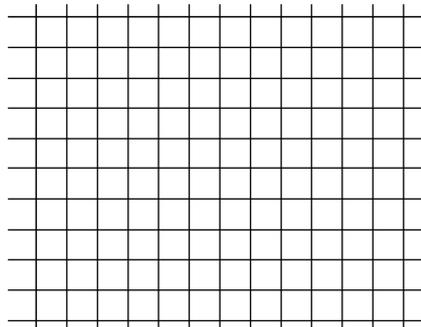
- a) **Um welche Art** von Funktion handelt es sich und **welche** besonderen Merkmale hat diese Funktion, die der Funktionsterm darstellt?

Antwort:

- b) Stelle dir den zugehörigen Funktionsgraphen vor und **beschreibe** das Aussehen.

Antwort: (Wichtig: Du sollst hier nicht zeichnen, sondern zunächst nur das Aussehen beschreiben.)

- c) **Erstelle** den dazugehörigen Funktionsgraphen.



A.10. Aufgaben zur Erfassung der abhängigen Variablen der Studie 2 im Vortest

Aufgabe 24

Aufgabe 24

Du siehst eine Tabelle. Sie stellt die Wertetabelle einer linearen Funktion dar. Ein Punkt ist verloren gegangen. **Trage** den fehlenden Punkt in die Tabelle ein.

x	-2	-1	0	1		3	4	5
y	-1	2	5	8		14	17	20

Aufgabe 25

Aufgabe 25

Unten siehst du einige Texte, die verschiedene Situationen beschreiben. Außerdem siehst du einige Tabellen, in denen verschiedene Zusammenhänge dargestellt sind.

Versuche den Texten eine Tabelle zu zuordnen und **trage die entsprechende Nummer** auf der Antwortlinie ein. Beachte, dass es nicht zu jeder Tabelle einen Text gibt.

Text 1: _____

Am ersten Dezember schneite es sehr stark und der Schnee blieb liegen. Aber die Kinder freute noch viel mehr, dass es einige Tage sehr kalt war, sodass der Schnee liegen blieb. Sie bauten einen Schneemann, was so viel Schnee verbrauchte, dass die Schneehöhe nur noch halb so groß war wie am Anfang. Als dann auch noch die Sonne sehr stark schien, schmolz der ganze Schnee weg.

Text 2: _____

Die Tabelle stellt eine Wertetabelle mit einer linearen Funktion mit der Steigung -1 und dem y -Achsenabschnitt 7 dar.

Text 3: _____

Der Benzinpreis lag zu Anfang des Jahres 2010 noch auf einem geringen Niveau. Allerdings folgte dann eine plötzliche Preiserhöhung und der Preis sank erst nach weiteren kleinen Steigerungen wieder geringfügig ab.

Tabelle 1:

x	0	1	2	3	4	5
y	8	7	6	5	4	3

Tabelle 2:

x	0	1	2	3	4	5
y	1,45	1,46	1,47	1,30	1,28	1,27

Tabelle 3:

x	0	1	2	3	4	5
y	0	30	30	30	15	0

Tabelle 4:

x	0	1	2	3	4	5
y	1,34	1,34	1,41	1,42	1,43	1,39

Tabelle 5:

x	0	1	2	3	4	5
y	7	6	5	4	3	2

Aufgabe 26

Aufgabe 26

Unten siehst du eine Tabelle. Sie zeigt die Geburtenanzahl in Deutschland und England.

Jahr	Anzahl der Geburten in Deutschland	Anzahl der Geburten in England
1993	798 447	781 541
1995	765 221	734 321
1997	812 173	727 453
1999	770 744	700 067
2001	734 721	669 173
2003	706 721	696 987
2005	689 755	724 678

- a) **Entnimm** der Tabelle, wie viele Kinder im Jahr 2003 in Deutschland geboren wurden.

Antwort:

- b) **Beschreibe** den Verlauf der Geburtenrate in Deutschland.

Antwort:

- c) **Vergleiche** den Verlauf der Geburtenanzahl in Deutschland und in England.

Antwort:

Aufgabe in Anlehnung an: (Statistika GmbH, 2011)

Aufgabe 27

Aufgabe 27

Du siehst unten mehrere Tabellen und mehrere Graphen.

Versuche herauszufinden, welche Tabelle und welcher Graph zusammengehören und **trage** die entsprechenden Buchstaben auf der Linie hinter der Tabellenbezeichnung ein. Beachte, dass es nicht zu jedem Graphen und jeder Tabelle jeweils einen Partner gibt.

Tabelle 1: zugehöriger Graph _____

x	0	10	20	30	40	50
y	20	40	60	40	20	0

Tabelle 2: zugehöriger Graph _____

x	0	2	4	6	8	10
y	6	6	8	10	12	14

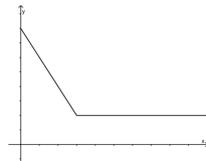
Tabelle 3: zugehöriger Graph _____

x	0	10	20	30	40	50
y	80	60	40	20	20	20

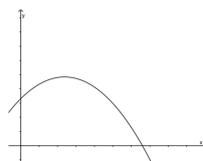
Tabelle 4: zugehöriger Graph _____

x	-1	0	1	2	3	5
y	3,9	4,7	5	4,7	3,9	1,8

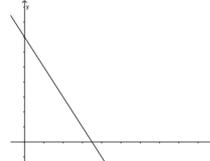
Graph A



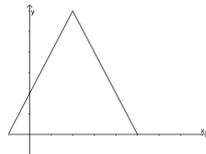
Graph B



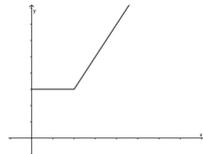
Graph C



Graph D



Graph E

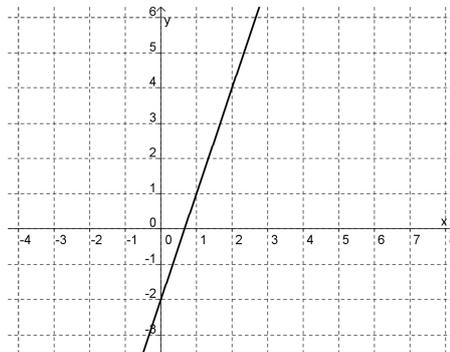


Aufgabe in Anlehnung an: (Swan, 1985)

Aufgabe 28

Aufgabe 28

Du siehst einen Graphen. Bitte beantworte dazu folgende Fragen:



- a) Welche Art von Funktion ist abgebildet? **Nenne** alle wichtigen Eigenschaften, die du dem Graphen entnehmen kannst.

Antwort:

- b) Stell dir vor, du willst den Funktionsterm zu diesem Graphen erstellen. **Nenne** eine allgemeine Form dieses Funktionsterms.

Antwort:

- c) **Erstelle** den Funktionsterm zu diesem Graphen.

Antwort:

Aufgabe 29

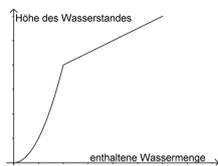
Aufgabe 29

Du siehst ein Gefäß, das bis zu einer gewissen Höhe gefüllt ist.

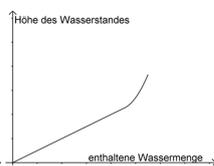


Außerdem sind mehrere Graphen abgebildet, die jeweils veranschaulichen, wie sich der Wasserstand in einem Gefäß im Zusammenhang mit der enthaltenen Wassermenge ändert.

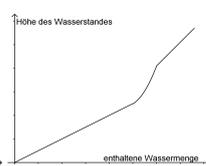
Graph A



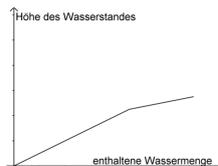
Graph B



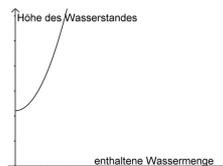
Graph C



Graph D



Graph E



- Das Gefäß ist bis zu einer gewissen Höhe gefüllt. **Markiere** in den Graphen den Punkt, an dem du den aktuellen Wasserstand im Gefäß ablesen kannst. Verwende hierzu die Farbe **grün**.
- Stelle dir vor, das Gefäß wird nun weiter gleichmäßig bis zur roten Markierung gefüllt. **Umkreise blau** in den Graphen, wo du die Änderung des Wasserstands für diesen Gefäßabschnitt ablesen kannst.
- Stell dir vor, das Gefäß war zu Beginn leer und wurde dann gleichmäßig gefüllt. Versuche herauszufinden, welcher Graph am besten veranschaulicht, wie sich die Höhe des Wassers im Gefäß und die enthaltene Wassermenge verändern, wenn das Gefäß gefüllt wird.

Schreibe deine Lösung auf die Antwortlinie: _____

Aufgabe in Anlehnung an: (Swan, 1985)

Aufgabe 30

Aufgabe 30

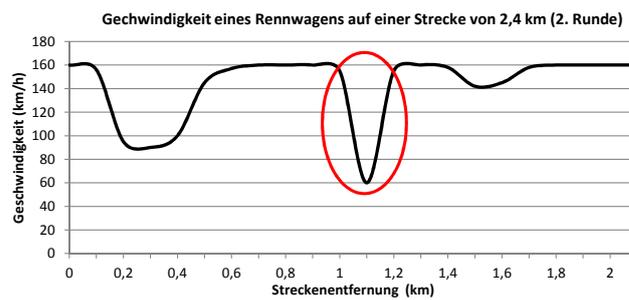
Schreibe auf, wie der Funktionsterm einer Geraden mit Steigung 3 und y-Achsenabschnitt 4 aussieht.

Aufgabe 31

Aufgabe 31

Du siehst ein Diagramm, das zeigt, wie sich die Geschwindigkeit eines Rennwagens während seiner zweiten Runde auf einer drei Kilometer langen ebenen Rennstrecke verändert. Außerdem siehst du fünf Abbildungen von Rennstrecken.

- a) Ein Bereich im Geschwindigkeitsdiagramm ist rot markiert. **Markiere** auf allen Fahrbahnen, in welchem Streckenabschnitt der Fahrer gefahren sein könnte, um diesen Geschwindigkeitsverlauf zu erzeugen.



- b) Der Wagen ist nur auf einer der Fahrbahnen gefahren. Auf welcher Rennstrecke muss der Wagen gefahren sein, damit dieses Geschwindigkeitsdiagramm entstanden ist.

Trage die entsprechende Nummer auf der Linie ein.

Antwort: _____

Fahrbahn 1



Fahrbahn 2



Fahrbahn 3



Fahrbahn 4



Fahrbahn 5



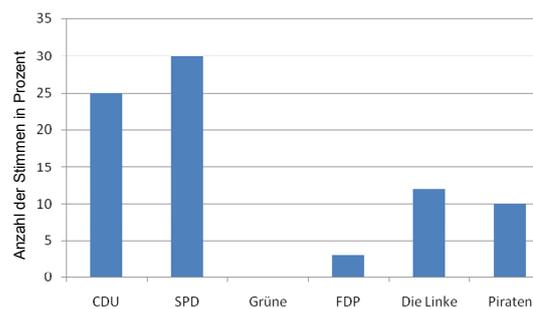
Aufgabe in Anlehnung an: (Swan, 1985)

Aufgabe 32

Aufgabe 32

Du siehst unten ein Säulendiagramm. Es veranschaulicht wie viel Prozent der Stimmen die Parteien bei den Landtagswahlen in Berlin 2011 erhielten. Leider ist die Angabe für die Partei Bündnis 90/Die Grünen verloren gegangen. Sie erhielten 20% der Stimmen.

Trage die Säule für die Grünen ein.



Aufgabe in Anlehnung an: (Landeswahlleiterin für Berlin, 2015)

Aufgabe 33

Aufgabe 33

Du siehst einen Funktionsterm einer linearen Funktion. Diese lineare Funktion hat die Steigung 2.

Ergänze den Funktionsterm, indem du die Steigung in das entsprechende Kästchen einträgst.

$$y = \square x + \square$$

A.10. Aufgaben zur Erfassung der abhängigen Variablen der Studie 2 im Vortest

Aufgabe 34

Aufgabe 34

Erstelle mit folgenden Angaben ein Säulendiagramm: Die Mannschaft besteht aus 12 Deutschen, 5 Türken, 3 Schweizern und 4 Franzosen.

Aufgabe 35

Aufgabe 35

Du siehst zwei Funktionsterme. **Beschreibe**, worin sich deren Verläufe unterscheiden.

1. $y = -0.5x + 10$

2. $y = 20x - 100$

A.10. Aufgaben zur Erfassung der abhängigen Variablen der Studie 2 im Vortest

A.11. Verlaufsplan des Trainings „Fit in der Mathematik“

2. Trainingstag

Zeit (min)	Lernziele (Wozu?) Die Versuchspersonen...	Inhalt (Was?)	Methode (Wie?)	Material	Sozialform
15	... lernen den Versuchsleiter (VL) und sich untereinander kennen.	Vorstellung des Trainers und der Teilnehmer (VP)	Lebendige Statistik (alphabetisch nach Namen sortieren, längster Weg, Größe...)	keine	Plenum
5	... erfassen den Inhalt des Trainings „Fit in der Mathematik“.	Vorstellung des Projekts und den Ablauf	VL stellt den Ablauf des Trainings mit Hilfe einer Metaplanwand dar	Metaplanwand	Plenum Vortrag
10	... erfahren, wie ein Experte mit einer Repräsentation umgeht. ... lernen die Methode des Fragestellens kennen. ... lernen die Methode der Vorwissensaktivierung kennen ... reflektieren die beobachtete Vorgehensweise.	Die Aussage einer Repräsentation wird erarbeitet.	Modeling: VL erarbeitet die Aussage einer Repräsentation, in dem er sich selbst Fragen stellt und sein Vorwissen aktiviert Die VP notieren sich diese Fragen.	Darstellung und Aufgabenstellung auf der Folie AB 1	Plenum
5	... formulieren die Fragen und die Unterschiede in der Vorgehensweise	Die Vorgehensweise des VL wird analysiert und die Fragen werden ergänzt.	Die VP beobachten die Vorgehensweise des VL Reflexion: Die VP besprechen ihre Beobachtungen und vergleichen diese mit ihrer eigenen. Außerdem werden die Fragen abgeglichen	AB 1	Partnerarbeit
10	... können die Strategien „Fragestellen“ und „Vorwissensaktivierung“ erläutern	Die Fragen, überraschende Aspekte und Unterschiede in den Vorgehensweisen werden gesammelt. Die Strategien werden erläutert	Die VP stellen ihre Ergebnisse vor. Diese werden diskutiert. VL erläutert die Strategien sowie deren Vorteile.	keine	Plenum Diskussion Vortrag

A.11. Verlaufsplan des Trainings „Fit in der Mathematik“

Zeit (min)	Lernziele (Wozu?) Die Versuchspersonen...	Inhalt (Was?)	Methode (Wie?)	Material	Sozialform
15	... lernen den Versuchsleiter (VL) und sich untereinander kennen.	Vorstellung des Trainers und der Teilnehmer (VP)	Lebendige Statistik (alphabetisch nach Namen sortieren, längster Weg, Größe...) VL stellt den Ablauf des Trainings mit Hilfe einer Metaplanwand dar	keine	Plenum
5	... erfassen den Inhalt des Trainings „Fit in der Mathematik“.	Vorstellung des Projekts und den Ablauf	VL stellt den Ablauf des Trainings mit Hilfe einer Metaplanwand dar	Metaplanwand	Plenum Vortrag Plenum
10	... erfahren, wie ein Experte mit einer Repräsentation umgeht. ... lernen die Methode des Fragestellens kennen. ... lernen die Methode der Vorwissensaktivierung kennen	Die Aussage einer Repräsentation wird erarbeitet.	Modelling: VL erarbeitet die Aussage einer Repräsentation, in dem er sich selbst Fragen stellt und sein Vorwissen aktiviert Die VP notieren sich diese Fragen.	Darstellung und Aufgabenstellung auf der Folie AB 1	
5	... reflektieren die beobachtete Vorgehensweise.	Die Vorgehensweise des VL wird analysiert und die Fragen werden ergänzt.	Die VP beobachten die Vorgehensweise des VL. Reflexion: Die VP besprechen ihre Beobachtungen und vergleichen diese mit ihrer eigenen. Außerdem werden die Fragen abgeglichen	AB 1	Partnerarbeit
10	... formulieren die Fragen und die Unterschiede in der Vorgehensweise ... können die Strategien „Fragestellen“ und „Vorwissensaktivierung“ erläutern	Die Fragen, überraschende Aspekte und Unterschiede in den Vorgehensweisen werden gesammelt. Die Strategien werden erläutert	Die VP stellen ihre Ergebnisse vor. Diese werden diskutiert. VL erläutert die Strategien sowie deren Vorteile.	keine	Plenum Diskussion Vortrag

A. Anhang

10	... lernen andere Repräsentationen kennen ... können die Fragen anwenden	Die Repräsentationen werden vorgestellt	Die VP stellen sich gegenseitig die Aussage ihrer Repräsentation an Hand der Fragenliste vor. Die Schüler vergleichen ihre Fragen und ergänzen sie gegebenenfalls.	Arbeitsblatt	Stammgruppe
15	... die Schüler wenden das Gelernte an	Repräsentationen-Bingo	Die VP erhalten einen Bingo-Bogen und sehen mehrere Repräsentationen. Diesen werden Informationen entnommen und in den Bingo-Bogen eingetragen. Dann wird Bingo gespielt.	AB 3 Repräsentationen auf Folie	Plenum
10	... können Punkte mappen	Punkte werden gemappt	Die VP erhalten ein mappen Elementer verschiedener Repräsentationen	AB4	Partnerarbeit
15	... formulieren die Unterschiede in den Vorgehensweisen	Die Unterschiede zwischen den bisher behandelten Prozessen werden besprochen und analysiert.	Diskussion über die Vorgehensweisen, Schwierigkeiten, Unterschiede der Aufgabenstellungen. Diskussion, wie die Aufgaben am besten gelöst werden.	Tafel	Plenum
7	... werden verabschiedet	Kurze Zusammenfassung des Tages. Kurzes Blitzlicht	kurzer Vortrag und Gespräch	keine	Plenum

A.11.1. 3. Trainingstag

Zeit (min)	Ziel Die VP...	Inhalt (Was?)	Methode (Wie?)	Material	Sozialform
5	... kommen gedanklich im Training an	Die VP werden begrüßt.	Kurzer Vortrag	Folie	Plenum
10	... erinnern sich an die Inhalte des letzten Trainingstages	Wiederholung der gelernten Inhalte von der letzten Woche: Repräsentationen verstehen. Punkte auslesen und eintragen sowie Punkte mappen.	Brainstorming: Der VL fragt, was wir letztes Mal gelernt haben	Metaplanwand	Plenum
5	... wiederholen die Inhalte des letzten Trainingstages	Begriffe werden an der gesammelt und geordnet	kurzer Vortrag	Plakat	Plenum
10	... entdecken die Merkmale von Verläufen	Vorstellung der Ziele (Verläufe erkennen, beschreiben, mappen und vergleichen) des heutigen Tages Ein Film wird gezeigt. Jeder beobachtet einen Verlauf. Anschließend wird im Partnerinterview darüber berichtet	Speed-Dating	Arbeitsblatt	Partnerarbeit
10	... nennen wichtige Schritte beim Beschreiben von Verläufen	Die VL berichten ihre Erfahrungen und nenne, welche Merkmale ein Verlauf hat und was berichtet werden muss	Brainstorming:	Tafel	Plenum
10	... beschreiben Verläufe	Die VP bearbeiten das Arbeitsblatt und erkennen die wichtigsten Aspekte beim Beschreiben von Verläufen	Lückentext	AB 5	Partnerarbeit
10	... berichten den Verlauf und bewerten die Vorgehensweise	Eine VP wird zum Verlauf, ihrer Tipps und der Vorgehensweise befragt.	Interview	Laptop Mikrophone	Plenum

10	... schätzen die Anforderung beim Verläufe vergleichen ein	Die Unterschiede zu bisherigen Aufgaben werden besprochen.	Diskussion		Tafel	Plenum			
5	... verstehen den nächsten Arbeitsauftrag	Die Ablauf und die Einteilung der Partnerinterviews wird erklärt	Vortrag		Overhead/Folie	Plenum			
10	... vergleichen Verläufe	Der eine Partner befragt den andere zum Vergleich von Verläufen und lässt sich seine Vorgehensweise erklären. Anschließend werden die Rollen getauscht.	Interview		Laptop Mikrophone AB 6 AB 7 AB 8 AB 9	Partnerarbeit			
10	... benennen ihre Schwierigkeiten und erläutern ihre Vorgehensweise	Austausch über den Ablauf der Partnerarbeit, Schwierigkeiten und Tipps zum Vergleichen von Verläufen	Diskussion			Plenum			
10	... beobachten, wie Repräsentationen gemappt werden	Der Experte verbalisiert seine Gedankengänge beim mappen von Verläufen und Repräsentationen	Modelling		Memorie	Plenum			
15	... wenden das Mapping an	Die Schüler spielen das Funktionen-Memory	Gruppenspiel		Memorie	Gruppenarbeit			
8	... schildern den Mappingprozess	Die Aufgabe wird besprochen und Schwierigkeiten diskutiert	Diskussion			Plenum			
7	... werden verabschiedet	Kurze Zusammenfassung des Tages. Bedanken, dass sie alle mitgemacht haben. Kurzes Blitzlicht	kurzer Vortrag und Gespräch		keine	Plenum			

A.11.2. 4. Trainingstag

Zeit (min)	Ziel Die VP...	Inhalt (Was?)	Methode (Wie?)	Material	Sozial-form
5	... werden auf das Training eingestimmt ... erinnern sich an das letzte Mal	Begrüßung Überlegung, was letztes Mal gemacht wurde	Vortrag		Plenum
10	... können mehrere Repräsentation erstellen	Gute Darstellungen werden erarbeitet und wann diese eingesetzt werden	Brainstorming Vortrag - LGS	Flip-Chart Overhead	Plenum
10	... sehen, wie sich ein Experte eine Idee über die zu erstellende Repräsentation macht	Es wird gezeigt, wie man sich eine Vorstellung über die zu erstellende Repräsentation macht.	Die VP sehen die Repräsentation und machen sich kurz im Stillen eine Vorstellung von der zu erstellenden Repräsentation	Folie	Plenum
5	... vergegenwärtigen sich die Unterschiede zwischen ihrem Vorgehen und dem des Experten	Unterschied zwischen der eigenen und der Vorgehensweise eines Experten	Der Experte überlegt, wie die Repräsentation aussehen muss. Die VP überlegen, welche Unterschiede es zwischen ihrem und dem Vorgehen des Experten gab.	Zettel	Einzelarbeit
10	... nennen die Unterschiede zwischen ihrem Vorgehensweise und der des Experten	Die Unterschiede werden besprochen	Diskussion		Plenum
10	... erfahren die Transformation der Stufe 3	Der Experte für löst die Transformationsaufgabe	Vortrag - Modeling	Overhead Tafel	Plenum
20	... erproben Transformationen	Die VP lösen Transformationsaufgaben	Bearbeitung des ABs	AB 10 AB 11	Partnerarbeit
10	... hinterfragen ihre Erfahrungen	Die VP berichten ihre Erfahrungen und benennen ihre Schwierigkeiten, Probleme und geben Tipps	Brainstorming: Schwierigkeiten, Tipps, Probleme werden gesammelt und geclustert		Plenum

A. Anhang

	... wenden die Erfahrungen aus der Transformation an	Stille Post wird gespielt: Jede VP führt eine andere Transformation durch	Stille Post	AB	Gruppenarbeit
15	... geben ihre Erkenntnisse wieder	Austausch der Erkenntnisse der Stillen Post	Diskussion		Plenum
20	... üben die Trainingsinhalte	Alle Inhalte werden an ausgewählten Aufgaben mit Hilfe des Jeopardy geübt.	Gruppenspiel: Jeopardy	Tafel Beamer	Plenum
10	... werden verabschiedet	Kurze Zusammenfassung des Tages.	Kurzer Vortrag; Evaluation mittels Zielseiche und Stimmungsbarometer	keine	Plenum

A. Anhang

Thema: Verstehen von Darstellungen

AB 1

4) Vergleiche nun die Fragen, die du mit geschrieben hast, mit einem Partner und ergänze die fehlenden Fragen.

A.12.2. Arbeitsblätter für das Gruppenpuzzle

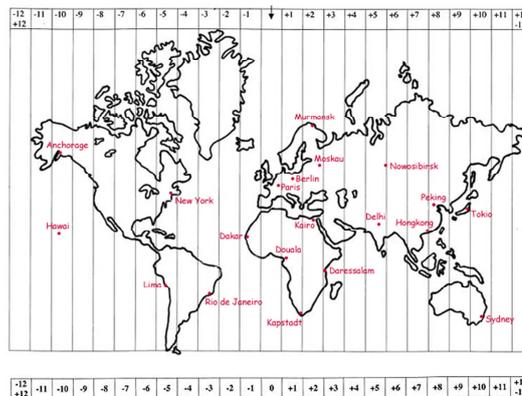
Thema: Verstehen von Darstellungen, Ablesen und Eintragen von Informationen

Welche Uhrzeit ist in.... ?

Seit ihr schon einmal in den Urlaub gefahren und musstet bei der Ankunft eure Uhr umstellen?

- 1) Wist ihr noch wohin das war und wie die Uhr umgestellt werden musste?

Ihr seht nun eine Weltkarte. Beantwortet dazu folgende Fragen:



- 1) Welche Informationen kann man dieser Karte entnehmen? Erarbeitet dies mit Hilfe eures Fragenkatalogs. Notiert außerdem alle Fragen, die ihr euch während der Bearbeitung stellt.

Diagramm

entnommen aus: (Sonnentaler, 2015)

A. Anhang

Thema: Verstehen von Darstellungen, Ablesen und Eintragen von Informationen

- 2) Nun sollt ihr eine bestimmte Information ablesen. Nur eine aus eurer Gruppe weiß welche. Geht nun folgendermaßen vor:
- Diejenige, die die Aufgabenstellung weiß, liest erst diese laut vor.
 - Nun beantwortet sie die Aufgabenstellung. Dabei ist es wichtig, dass sie **laut denkt**, das heißt, sie soll alles sagen, was ihr in den Kopf kommt und was sie sich überlegt. Außerdem soll sie **sich dabei Fragen stellen**, die beantwortet werden.
 - Die anderen notieren sich alle Fragen, die sie sich stellt und helfen falls sie nicht weiterkommt.

Aufgabenstellung:

Till möchte von Paris nach Tokio fliegen. Um wie viele Stunden muss er seine Uhr verstellen?

- 3) Vergleicht nun die Fragen, die ihr mitgeschrieben habt. Und überlegt ob man sich zusätzliche Fragen stellen könnte?
- 4) Erstellt dann einen Fragenkatalog zum Thema „Wie lese ich Informationen ab?“

A. Anhang

Thema: Verstehen von Darstellungen, Ablesen und Eintragen von Informationen

- 5) Nun sollt ihr eine bestimmte Information ergänzen. Nur eine aus eurer Gruppe weiß welche. Geht nun folgendermaßen vor:
- Diejenige, die die Aufgabenstellung weiß, liest erst diese laut vor.
 - Nun beantwortet sie die Aufgabenstellung. Dabei ist es wichtig, dass sie **laut denkt**, das heißt, sie soll alles sagen, was ihr in den Kopf kommt und was sie sich überlegt. Außerdem soll sie **sich dabei Fragen stellen**, die beantwortet werden.
 - Die anderen notieren sich alle Fragen, die sie sich stellt und helfen falls sie nicht weiterkommt.

Aufgabenstellung:

In Moskau ist es nun 13 Uhr. Trage eine Stadt ein, in der es erst 3 Uhr morgens ist.

- 6) Vergleicht nun die Fragen, die ihr mitgeschrieben habt und überlegt, welche Fragen man sich noch stellen könnte.
- 7) Erstellt dann einen Fragenkatalog zum Thema „Wie trage ich Informationen ein?“ (Das Arbeitsblatt bekommt ihr ausgeteilt, wenn ihr euch meldet)

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.12. Materialien für das Training „Fit in der Mathematik“

Thema: Verstehen von Darstellungen, Ablesen und Eintragen von Informationen

- 2) Nun sollt ihr eine bestimmte Information ablesen. Nur eine/r aus eurer Gruppe weiß welche. Diese/r liest die Information ab. Dabei ist es wichtig, dass sie/er laut denkt und sich dabei Fragen stellt, die beantwortet werden. Die anderen notieren sich alle Fragen, die er/sie sich stellt mit und helfen, falls er/sie nicht weiterkommt.

Aufgabenstellung

Wie viele Frauen im Alter von 65-69 Jahren haben eine Lehre oder die Berufsbildende Mittlere Schule abgeschlossen?

- 3) Vergleicht nun die Fragen, die ihr mitgeschrieben habt. Könnte man sich zusätzliche Fragen stellen?

- 4) Erstellt dann einen Fragenkatalog zum Thema „Wie lese ich Informationen ab?“

A. Anhang

Thema: Verstehen von Darstellungen, Ablesen und Eintragen von Informationen

- 5) Nun sollt ihr eine bestimmte Information ergänzen. Nur eine aus eurer Gruppe weiß welche. Geht nun folgendermaßen vor:
- Diejenige, die die Aufgabenstellung weiß, liest erst diese laut vor.
 - Nun beantwortet sie die Aufgabenstellung. Dabei ist es wichtig, dass sie **laut denkt**, das heißt, sie soll alles sagen, was ihr in den Kopf kommt und was sie sich überlegt. Außerdem soll sie **sich dabei Fragen stellen**, die beantwortet werden.
 - Die anderen notieren sich alle Fragen, die sie sich stellt und helfen falls sie nicht weiterkommt.

Aufgabenstellung:

Bei den Männern im Alter von 45-49 Jahren kann auch noch zwischen Universitäts-, FH- und Hochschule unterschieden werden. Dabei haben 50 000 der Männer die Universität besucht, 12 000 waren auf der FH und 80 000 auf der Hochschule. Ergänze diese Unterteilung im Diagramm.

- 6) Vergleicht nun die Fragen, die ihr mitgeschrieben habt und überlegt, welche Fragen man sich noch stellen könnte.
- 7) Erstellt dann einen Fragenkatalog zum Thema „Wie trage ich Informationen ein?“ (Das Arbeitsblatt bekommt ihr ausgeteilt, wenn ihr euch meldet)

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Thema: Verstehen von Darstellungen, Ablesen und Eintragen von Informationen

- 2) Nun sollt ihr eine bestimmte Information ablesen. Nur eine/r aus eurer Gruppe weiß welche. Diese/r liest die Information ab. Dabei ist es wichtig, dass sie/er laut denkt und sich dabei Fragen stellt, die beantwortet werden. Die anderen notieren sich alle Fragen, die er/sie sich stellt mit und helfen, falls er/sie nicht weiterkommt.

Aufgabenstellung

Welche Punktzahl hat die Schülerin im zweiten Schulhalbjahr im Fach Deutsch erreicht?

- 3) Vergleicht nun die Fragen, die ihr mitgeschrieben habt. Könnte man sich zusätzliche Fragen stellen?
- 4) Erstellt dann einen Fragenkatalog zum Thema „Wie lese ich Informationen ab?“ (Das Arbeitsblatt bekommt ihr ausgeteilt, wenn ihr euch meldet)

A.12. Materialien für das Training „Fit in der Mathematik“

Thema: Verstehen von Darstellungen, Ablesen und Eintragen von Informationen

- 5) Nun sollt ihr eure Darstellung um Informationen ergänzen. Geht dabei folgendermaßen vor:
Nur einer von euch, weiß, welche Information ergänzt werden soll und nur der- oder diejenige führt die Aufgabe aus. Dabei soll er/sie laut denken und seine/ihre Vorgehensweise erklären. Außerdem soll er/sie sich Fragen stellen, die ihm/ihr weiterhelfen.
Die anderen notieren sich alle Fragen, die er/sie sich stellt mit und helfen, falls er/sie nicht weiterkommt.

Aufgabenstellung:

Sie hat sich entschieden außerdem Englisch mündlich zu belegen und in der Prüfung 11 Punkte erhalten und in Chemie das letzte Halbjahr nicht zu werten. Ergänze diese Angaben im Zeugnis

- 6) Vergleicht nun die Fragen, die ihr mitgeschrieben habt und überlegt, welche Fragen man sich noch stellen könnte. Erstellt dann einen Fragenkatalog zum Thema „Wie trage ich Informationen ein?“ (Das Arbeitsblatt bekommt ihr ausgeteilt, wenn ihr euch meldet)

A.12.3. Arbeitsblatt für die Partnerarbeit

Thema: Übereinstimmungen finden

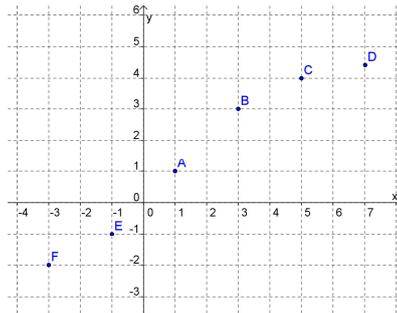
AB 4

Kannst du Übereinstimmungen finden?

Du siehst nun Paare von Darstellungen. Es gibt Punkte, die in beiden Darstellungen vorkommen. Suche diese Punkte, umkreise und verbinde sie.

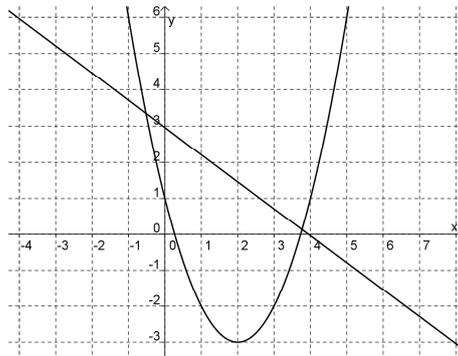
1. Paar: Wertetabelle und Punktediagramm

x	y
-3	-1
-2	-5/4
-1	-1/2
0	1/4
1	1
2	7/6
3	12/4
4	13/4
5	4



2. Paar: Wertetabelle und Graph

x	y
-3	6
-2	4,5
-1	2
0	3
1	-2
2	-3
3	-2
4	0
5	1



Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

A.12.4. Arbeitsblatt zum Beschreiben von Verläufen

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.12. Materialien für das Training „Fit in der Mathematik“

Thema: Verläufe beschreiben

AB 5

Karls Lösung:

1) Welche _____ kann ich ablesen?

Das Diagramm zeigt den _____ des Wasserstandes der Donau in Ulm innerhalb der letzten Mai-Woche im Jahr 2007. Dabei wird deutlich, wann der Wasserstand die _____ überstiegen hat.

2) Wie ist der Pegel der Donau am _____?

Der Pegel beträgt ca. 200 cm.

3) Kann ich den Verlauf in _____ einteilen? Warum wähle ich genau diese _____? Und wie viele gibt es?

Ich würde den Verlauf des Pegels in 4 Abschnitte _____. Da jeweils zwei Tage denselben Verlauf haben und der letzte Tag aus der Reihe fällt.

4) Wie sehen die einzelnen Abschnitte aus? Welche Abschnitte kann ich hier finden?

Am 26.5 kann ich 3 Abschnitte finden: Erst ist der Pegel für ca. 6 Stunden konstant. Dann steigt er innerhalb von 3 Stunden um 30 cm an. Ist dann wieder _____, bevor er schnell abfällt. Dann bleibt der Pegel für längere Zeit konstant.

Die Verläufe am 24.5 und 25.5 sind auch ähnlich. Hier ist der Wasserstand der Donau _____ konstant. Dann _____ er in einer Stunde 50 cm an und sinkt wieder auf den _____ ab. Dieser Anstieg erfolgt zweimal.

Am 28.5 und 29.5 steigt der Pegel mit kurzen _____ kontinuierlich an.

Am 30.5 steigt der Wasserstand zunächst an und überschreitet die 2. Meldestufe

6) Wie ist der Pegel am _____ der Woche?

Der Wasserstand ist 420 cm.

7) Wie der _____ zum Anfang?

Das bedeutet, dass er um 225 cm angestiegen ist.

A. Anhang

Thema: Verläufe beschreiben

AB 5

b) Überprüfe nun, ob Karl wirklich alle wichtigen Informationen genannt hat. Trage hier ein, was dir aufgefallen ist:

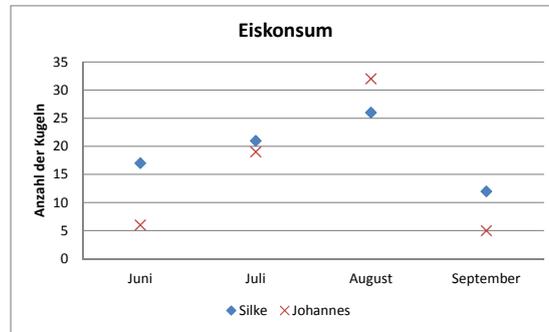
c) Kannst du Karl Tipps geben, wie er das nächste Mal besser einen Verlauf beschreiben könnte? Trage nun deine Tipps hier ein:

A.12.5. Arbeitsblätter zum Vergleichen von Verläufen

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

Wer isst mehr Eis?

Du siehst nun eine Tabelle:



Thema: Verläufe beschreiben und vergleichen

AB 8

Fragen und Tipps zum Beschreiben und Vergleichen von Verläufen

Ihr seht nun ein Diagramm. Schaut euch das Diagramm zunächst gemeinsam an und versucht die Aussage des Diagramms zu verstehen. Dazu könnt ihr euch die Fragen zum Verstehen von Diagrammen stellen.

Person 2 soll nun den **Verlauf von Silkes Eiskonsum mit dem von Johannes** vergleichen. Person 1 interviewt Person 2 während der Aufgabenbearbeitung. Person 1 kann folgende Fragen stellen:

- 1) Was überlegst du dir zuerst?
- 2) Wie gehst du jetzt vor?
- 3) Welche Fragen stellst du dir gerade?
- 4) Was war besonders schwierig?
- 5) Vergleiche nun die Verläufe in wenigen Sätzen.
- 6) Formuliere 4 Fragen, die man sich auf jeden Fall stellen sollte!
- 7) Formuliere 3 Tipps zum Vergleichen von Verläufen!

Fragen und Tipps zum Beschreiben und Vergleichen von Verläufen

Ihr seht nun ein Diagramm. Schaut euch das Diagramm zunächst gemeinsam an und versucht die Aussage des Diagramms zu verstehen. Dazu könnt ihr euch die Fragen zum Verstehen von Diagrammen stellen.

Person 1 soll nun den **Verlauf der Ausbildungsangebote im dualen System insgesamt von Ost- und Westdeutschland** vergleichen. Person 2 interviewt Person 1 dazu. Person 2 kann folgende Fragen stellen:

- 1) Was überlegst du dir zuerst?
- 2) Wie gehst du jetzt vor?
- 3) Welche Fragen stellst du dir gerade?
- 4) Was war besonders schwierig?
- 5) Vergleiche nun die Verläufe in wenigen Sätzen.
- 6) Formuliere 4 Fragen, die man sich auf jeden Fall stellen sollte!
- 7) Formuliere 3 Tipps zum Vergleichen von Verläufen!

A.12.6. Arbeitsblätter zur Transformation

Thema: Eine Darstellung erstellen

AB 10

Wie füllt sich der Konzertsaal?

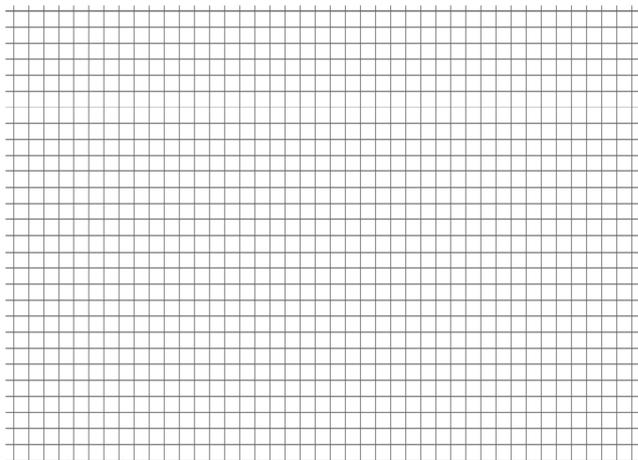
Deine Aufgabe ist es nun zu dem folgenden Text den passenden Graphen zu erstellen. Gehe dabei langsam vor, erkläre deine Gedankengänge deinem Partner und beantworte die Aufgaben.

Text:

Als ich um 19 Uhr in der Konzerthalle ankam, waren schon 4000 Menschen da. Die Zuschauerplätze füllten sich rasch, jede Stunde nahmen 2000 weitere Zuschauer ihre Sitzplätze ein. Um 21 Uhr war die Konzerthalle dann vollbesetzt und das Konzert konnte beginnen. Es dauerte ganze 2 Stunden lang und die Fans waren begeistert. Als die Show dann zu Ende war, leerte sich der Konzertsaal rasend schnell. Innerhalb von nur einer Stunde waren alle Zuschauer gegangen.

- 1) Lies den Text aufmerksam durch.
- 2) Zeichne nun zu den gegebenen Informationen einen passenden Graphen. Beginne noch nicht zu zeichnen, sondern gehe der Reihe nach vor:
 - a. Beschreibe deinem Partner was du dir genau überlegst, so dass er sich alle deine Gedanken notieren kann.
 - b. Beschreibe nun in eigenen Worten, wie der Graph aussieht (Verlauf, Achsenbeschriftung).

- c. Zeichne nun den Graphen und erkläre dabei deinem Partner wie du vorgehst.



Thema: Eine Darstellung erstellen

AB 10

Wie füllte sich der Konzertsaal?

Dein Partner hat nun die Aufgabe zum folgenden Text den passenden Graphen zu erstellen. Deine Aufgabe ist es dabei, dir genau erklären zu lassen, was er denkt, welche Probleme er hat und wie er vorgeht.

Text:

Als ich um 19 Uhr in der Konzerthalle ankam, waren schon 4000 Menschen da. Die Zuschauerplätze füllten sich rasch, jede Stunde nahmen 2000 weitere Zuschauer ihre Sitzplätze ein. Um 21 Uhr war die Konzerthalle dann vollbesetzt und das Konzert konnte beginnen. Es dauerte ganze 2 Stunden lang und die Fans waren begeistert. Als die Show dann zu Ende war, leerte sich der Konzertsaal rasend schnell. Innerhalb von nur einer Stunde waren alle Zuschauer gegangen.

- 1) Lies den Text aufmerksam durch.
- 2) Dein Partner soll nun den passenden Graphen zeichnen. Deine Aufgaben dabei sind:

a. Lasse dir genau erklären, was dein Partner sich überlegt und notiere alle Gedanken.

b. Lasse dir nun beschreiben, wie der Graph aussehen wird und notiere die Antwort:

c. Nun zeichnet dein Partner den Funktionsgraphen. Er soll dir seine Vorgehensweise genau erklären. Notiere, wie dein Partner vorgeht und welche Probleme er gibt.

Thema: Eine Darstellung erstellen

AB 11

Wie füllt sich der Konzertsaal?

Deine Aufgabe ist es nun zu dem Text die passenden Funktionsterme zu erstellen. Gehe dabei langsam vor, erkläre deine Gedankengänge deinem Partner und beantworte die Aufgaben.

Aufgabe 1:

Überlege dir nun, wie der passende Funktionsterm zu den Zeitpunkten 19 bis 21 Uhr; 21 bis 23 Uhr sowie 23 bis 24 Uhr aussehen müsste.

Aufgabe 2:

Beschreibe nun in eigenen Worten, wie die Funktionsterme aussehen.

Aufgabe 3:

Schreibe nun die Funktionsterme auf und erkläre deinem Partner genau wie du vorgehst.

19 bis 21 Uhr: $y =$ _____

21 bis 23 Uhr: $y =$ _____

23 bis 24 Uhr: $y =$ _____

Thema: Eine Darstellung erstellen

AB 11

Wie füllt sich der Konzertsaal?

Dein Partner hat nun die Aufgabe zu dem Text die passenden Funktionsterme zu erstellen. Deine Aufgabe ist es dabei, dir genau erklären zu lassen, was er denkt, welche Probleme er hat und wie er vorgeht.

Aufgabe 1:

Dein Partner soll sich nun überlegen, wie der passende Funktionsterm zu den Zeitpunkten 19 bis 21 Uhr; 21 bis 23 Uhr sowie 23 bis 24 Uhr aussehen müsste. Lasse dir genau erklären, was dein Partner sich überlegt und schreibe alle Gedanken auf.

Mein Partner hat sich folgendes überlegt:

Aufgabe 3:

Nun soll dein Partner die Funktionsterme aufschreiben. Lass dir genau erklären wie er vorgeht, was er sich überlegt und welche Probleme er dabei hat.

A.13. Aufgaben zur Erfassung der abhängigen Variablen der Studie 2 im Nachtest

Aufgabe 1

Aufgabe 1

Jochen hat in der Schule gefehlt und verpasst, wie der Lehrer erklärt hat, was ein Kreisdiagramm ist. Bitte hilf ihm und

zeichne ein Kreisdiagramm, **nenne** die wichtigsten Elemente und **erkläre**, was man damit am besten darstellen kann.

Antwort:

Aufgabe 2

Aufgabe 2

Silke hat in der Schule gefehlt und verpasst, wie der Lehrer erklärt hat, was ein Säulendiagramm ist. Bitte hilf ihr und

zeichne ein Säulendiagramm, **nenne** die wichtigsten Elemente und **erkläre**, was man damit am besten darstellen kann.

Antwort:

Aufgabe 3

Aufgabe 3

Tom fährt mit dem Zug von Ulm nach Köln und liest die ganze Zeit in seinem Buch. Immer wenn der Zug hält, schreibt er sich auf wie viele Seiten er gelesen hat, wie viele Minuten vergangen sind und wie viel er getrunken hat.

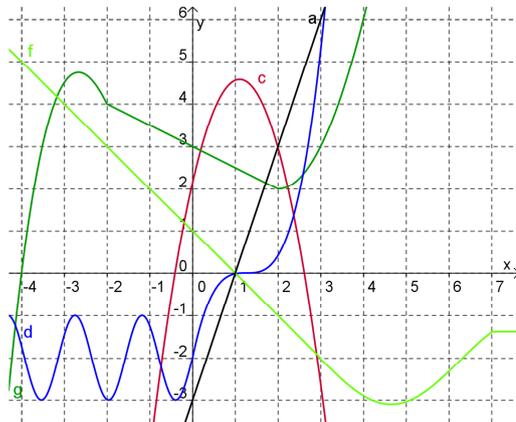
Erstelle eine Vorlage für eine Tabelle, in die Tom den Zusammenhang zwischen den gelesenen Seiten, der vergangenen Zeit und der getrunkenen Menge eintragen könnte.

Antwort:

Aufgabe 4

Aufgabe 4

Unten sind ein Koordinatensystem und mehrere Funktionsgraphen abgebildet.



- a) **Gib den Punkt an**, in dem sich die Funktionen a und c schneiden.

Antwort:

- b) **Beschreibe** den Verlauf von Funktion g so genau, dass ein Mitschüler ihn sich vorstellen und skizzieren könnte.

Antwort:

- c) **Vergleiche** die Verläufe von Funktion d und f.

Antwort:

A.13. Aufgaben zur Erfassung der abhängigen Variablen der Studie 2 im Nachttest

Aufgabe 5

Aufgabe 5

Unten siehst du einige Tabellen und zwei Texte, die Situationen beschreiben.

- a) In Text 1 sind ein paar Worte grün markiert. **Zeichne** in den Tabellen grün ein, wo du dies wiederfinden kannst.

Text 1:

Auf Grund der starken Regenfälle stieg der Pegel der Donau stark an, sodass die Deiche plötzlich brachen und der Wasserstand in der Altstadt **abrupt stark anstieg**.

- b) In Text 2 sind ein paar Worte blau markiert. **Zeichne** in den Tabellen blau ein, wo du dies wiederfinden kannst.

Text 2:

Das Wasser floss über einige **Tage sehr langsam wieder ab**.

Tabelle 1:

Tag	0	1	2	3	4	5
Wasserstand	1,48	1,48	1,47	1,46	1,45	1,44

Tabelle 2:

Tag	0	1	2	3	4	5
Wasserstand	2,5	2,8	4,0	3	2,9	2,0

Tabelle 3:

Tag	0	1	2	3	4	5
Wasserstand	1,9	1,8	1,9	0,3	0,3	0,1

Tabelle 4:

Tag	0	1	2	3	4	5
Wasserstand	1,7	1,6	1,6	1,5	1,7	1,8

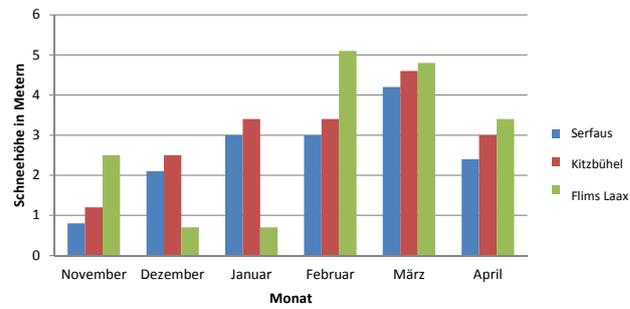
Tabelle 5:

Tag	0	1	2	3	4	5
Wasserstand	1,58	1,50	1,53	3,55	3,54	3,53

Aufgabe 6

Aufgabe 3

Verschiedene Skigebiete veröffentlichten die Schneehöhen der letzten Wintersaison.



- a) **Erkläre** in ein bis zwei Sätzen, was in dem Diagramm zu sehen ist.

Antwort:

- b) Stell dir vor, du sollst eine Tabelle mit den Angaben aus dem Diagramm erstellen. **Beschreibe**, wie du diese aufbauen würdest.

Antwort: (Wichtig: Du sollst hier nicht zeichnen, sondern erst das Aussehen beschreiben.)

- c) Erstelle eine Tabelle, der man die Schneehöhe in Metern für die einzelnen Skigebiete für die Monate Dezember, Januar, Februar entnehmen kann.

Lösung:

Aufgabe 7

Aufgabe 7

Du siehst unten einige Funktionsterme und Wertetabellen. Welcher Funktionsterm passt zu welcher Wertetabelle? **Schreibe den passenden Buchstaben** auf die jeweilige Linie hinter die Wertetabelle.

Beachte, dass nicht zu jedem Funktionsterm eine passende Wertetabelle gegeben ist.

- a) $y = -7x - 1$
- b) $y = -2x^3 + 6$
- c) $y = x + 3$
- d) $y = -2x - 2$
- e) $y = 3x + 2$

Wertetabelle 1: zugehöriger Funktionsterm _____

x	0	1	2	3	4	5
y	3	4	5	6	7	8

Wertetabelle 2: zugehöriger Funktionsterm _____

x	0	1	2	3	4	5
y	-2	-4	-6	-8	-12	-14

Wertetabelle 3: zugehöriger Funktionsterm _____

x	0	2	3	4	5	6
y	-1	-8	-15	-22	-29	-36

A. Anhang

Aufgabe 8

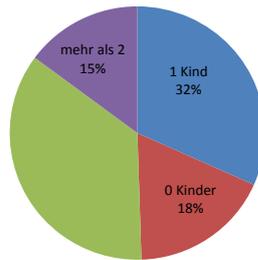
Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

Aufgabe 9

Aufgabe 9

Du siehst unten ein Kreisdiagramm. Es zeigt die Kinderzahlen pro Frau in Deutschland. Eine Angabe ist verloren gegangen.

Ergänze das Diagramm um diese Angabe.



A. Anhang

Aufgabe 10

Aufgabe 10

Stelle die folgenden Angaben in einer Tabelle dar: Für den Weg nach Stuttgart braucht der Zug 58 min, nach Frankfurt 137 min, nach Berlin 378 min und nach Paris 245 min.

Antwort:

Aufgabe 11

Aufgabe 11

Du siehst unten einen Funktionsterm und Wertetabellen.

- Umkreise grün** in den Wertetabellen und dem Funktionsterm die Elemente, an denen du den **y-Achsenabschnitt** der zugehörigen Funktion erkennen kannst.
- Gibt es Wertetabellen, deren Funktionen denselben **y-Achsenabschnitt** haben wie der Funktionsterm? **Trage diese hier ein:**
- Unterstreiche blau** im Funktionsterm, wo du die **Steigung** ablesen kannst.
- Lies **nun** aus den Wertetabellen die **Steigung** der linearen Funktionen ab. **Beschreibe**, wie du dabei vorgehst und **nenne** die Steigungen.
- Gibt es Wertetabellen, deren Funktionen dieselbe Steigung haben wie der Funktionsterm? **Trage diese hier ein:**

$$y = -2x + 4$$

Wertetabelle 1

x	0	1	2	3	4	5
y	-5	-7	-9	-11	-13	-15

Wertetabelle 2

x	0	1	2	3	4	5
y	-2	-1	0	1	2	3

Wertetabelle 3

x	0	1	2	3	4	5
y	4	2	0	-2	-4	-6

Wertetabelle 4

x	0	1	2	3	4	5
y	-2	0	2	4	6	8

Aufgabe 12

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

Aufgabe 13

Aufgabe 13

Schreibe ein Beispiel für den Funktionsterm einer linearen Funktion auf.

Aufgabe 14

Aufgabe 14

Du siehst einen Funktionsterm.

$$y = -5x + 3$$

- a) **Schreibe auf**, welche wichtigen Merkmale der Funktion du dem Funktionsterm entnehmen kannst?

Antwort:

- b) Stell dir vor, du sollst zu diesem Funktionsterm eine Wertetabelle erstellen. **Beschreibe**, wie diese Tabelle aussieht und gib ein Wertepaar an, das du auf jeden Fall eintragen würdest.

Antwort: (Wichtig: Du sollst hier nicht zeichnen, sondern nur das Aussehen beschreiben.)

- c) **Erstelle** eine Wertetabelle zu diesem Funktionsterm.

A.13. Aufgaben zur Erfassung der abhängigen Variablen der Studie 2 im Nachtest

Aufgabe 15

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

Aufgabe 16

Aufgabe 16

Erstelle ein Kreisdiagramm, wie und mit welchen Verkehrsmitteln Ulmer Jugendliche in andere Stadtteile gelangen, und **beschrifte** es:

Bus/Bahn 60%, Fahrrad 25%, zu Fuß 12,5 %, durch Eltern 12,5 %.

Antwort:

Aufgabe 17

Aufgabe 17

Unten sind vier verschiedene Funktionsterme und mehrere Funktionsgraphen abgebildet.

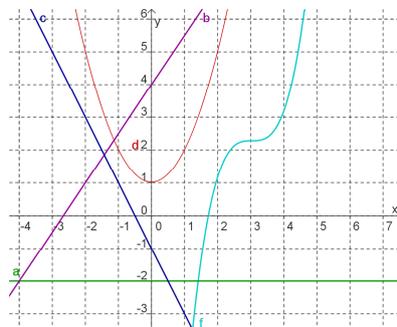
- Umkreise mit grün im Graph und im Funktionsterm, woran du den y-Achsenabschnitt erkennen kannst.
- Suche Graphen und Funktionsterme mit dem gleichen y-Achsenabschnitt und gib hier die entsprechenden Paare an:

Antwort:

- Kennzeichne in den Graphen bzw. umkreise im Funktionsterm jeweils in blau, woran du die Steigung erkennen kannst.
- Suche Graphen und Funktionsterme mit der gleichen Steigung und gib hier die entsprechenden Paare an.

Antwort:

- $y = x + 1$
- $y = \frac{3}{2}x - 1$
- $y = 2x + 4$
- $y = -2x - 3$



A. Anhang

Aufgabe 18

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

Aufgabe 19

Aufgabe 19

Du siehst einen Funktionsterm.

$$y = -\frac{3}{4}x + 6$$

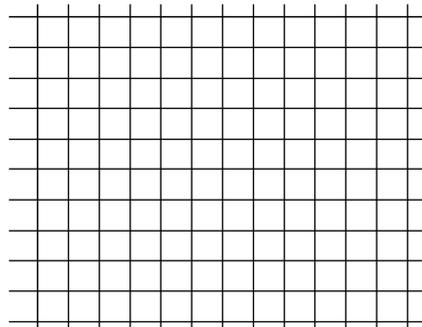
- a) **Um welche Art** von Funktion handelt es sich und **welche** besonderen Merkmale hat diese Funktion, die dieser Funktionsterm darstellt?

Antwort:

- b) Stelle dir den zugehörigen Funktionsgraphen vor und **beschreibe** das Aussehen.

Antwort: (Wichtig: Du sollst hier nicht zeichnen, sondern nur das Aussehen beschreiben.)

- c) **Erstelle** den dazugehörigen Funktionsgraphen.



Aufgabe 20

Aufgabe 20

Unten siehst du einige Texte, die Situationen beschreiben. Außerdem siehst du einige Tabellen, in denen verschiedene Zusammenhänge dargestellt sind.

Versuche den Texten eine Tabelle zu zuordnen und **trage die entsprechende Nummer** auf der Antwortlinie ein. Beachte, dass es nicht zu jeder Tabelle einen Text gibt.

Text 1:

Der Pegel der Elbe sank von seinem Höchststand aus relativ schnell ab und pendelte sich dann, abgesehen von einem Ausreißer auf einem niedrigen Niveau ein.

Text 2:

Rückblickend lässt sich sagen, dass die Besucherzahlen nach einem schlechten Start doch noch ein zufriedenstellendes Niveau erreichten.

Text 3:

Der Radfahrer fuhr mit konstanter Geschwindigkeit bis er plötzlich anhalten musste und nur langsam weiterfahren konnte.

Tabelle 1: zugehöriger Text:

x	0	1	2	3	4	5
y	9	9	9	0	1	2

Tabelle 2: zugehöriger Text:

x	0	1	2	3	4	5
y	2,5	2,8	2,9	3	2,9	2,8

Tabelle 3: zugehöriger Text:

x	1	2	3	4	5	6
y	9	8	7	6	6	6

Tabelle 4: zugehöriger Text:

x	1	2	3	4	5	6
y	1,65	1,25	1,20	1,22	1,30	1,19

Tabelle 5: zugehöriger Text:

x	0	1	2	3	4	5
y	2	2	3	5	6	6

A.13. Aufgaben zur Erfassung der abhängigen Variablen der Studie 2 im Nachtest

Aufgabe 21

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

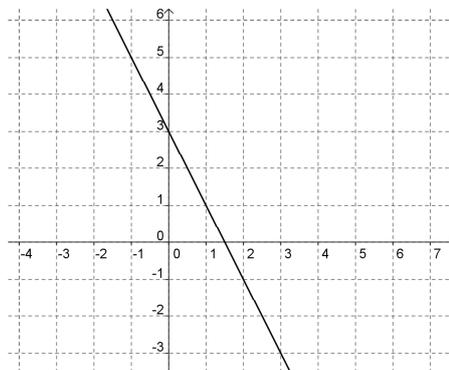
Aufgabe 22

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

Aufgabe 23

Aufgabe 23

Du siehst einen Graphen. Bitte beantworte dazu folgende Fragen:



- a) Welche Art von Funktion ist abgebildet? **Nenne** alle wichtigen Eigenschaften, die du dem Graphen entnehmen kannst.

Antwort:

- b) Stell dir vor, du willst den Funktionsterm zu diesem Graphen erstellen. Nenne eine allgemeine Form dieses Funktionsterms.

Antwort:

- c) **Erstelle** den Funktionsterm zu diesem Graphen.

Antwort:

A. Anhang

Aufgabe 24

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.13. Aufgaben zur Erfassung der abhängigen Variablen der Studie 2 im Nachtest

Aufgabe 25

Aufgabe 25

Erstelle den Funktionsterm zu der Geraden mit Steigung -5 und y-Achsenabschnitt 8.

A. Anhang

Aufgabe 26

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

Aufgabe 27

Aufgabe 27

Du siehst unten einen Funktionsterm einer linearen Funktion. Diese lineare Funktion hat den y-Achsenabschnitt 2. **Ergänze** den Funktionsterm.

$$y = \square x + \square$$

Aufgabe 28

Aufgabe 28

Erstelle mit folgenden Angaben ein Säulendiagramm: 40 % der Jugendlichen sind katholisch, 30 % evangelisch, 20 % muslimisch, 10 % gehören keiner Religion an.

Antwort:

Aufgabe 29

Aufgabe 29

Du siehst zwei Funktionsterme. Vergleiche deren Verläufe.

1. $y = -20x + 0,5$
2. $y = 2x - 100$

Antwort:

A.14. Verlaufsplan des Trainings „Fit im Alltag“

Erster Trainingstag

1. Trainingstag						
Zeit (min)	Lernziel Die VL...	Inhalt	Methode	Material	Sozialform	
10	... kommen gedanklich in der Stunde an und wissen, was sie erwartet	Begrüßung Erklärung des Ablaufs für die heutige Stunde	Vortrag	keine	Plenum	
20	... lernen sich und die VL kennen	Die VL und VP stellen sich einander vor	Speed-Dating	Beispielfragen	Partnerdiskussion	
10	... können das Stressmodell beschreiben	Stress wird an Hand der Waage erklärt. Die Waage wird eingeführt	Vortrag	Metaplanwand mit vorgezeichneter Karte	Plenum	
10	... können ihre Stress- und entlastende Faktoren nennen	Die VP überlegen sich, was sie in Stress versetzt, welche Stressfaktoren sie kennen und wie sie sich entspannen können	Die Ideen werden auf Metaplankarten gesammelt	Metaplankarte in zwei Farben	Partnerarbeit	
5	... können allgemeine Stress- und entlastende Faktoren nennen	Die Metaplankarten werden vom VL eingesammelt und an der Metaplanwand angebracht	Die Stressfaktoren und entlastende Faktoren werden an der Metaplanwand angebracht und vorgestellt	Metaplanwand	Plenum	
5	... verstehen die Methode des „Bepunkten“	Den Schülern wird erklärt, dass sie nun die für sie wichtigsten 2 Stressfaktoren und entlastende Faktoren aussuchen sollen.	Vortrag	Klebeplunkte	Plenum	
	... können unterschiedliche Faktoren bewerten	Die Schüler markieren die für sie wichtigsten Faktoren durch jeweils einen Punkt	Einzelaktion			
Pause						

A.14. Verlaufsplan des Trainings „Fit im Alltag“

5	... können die Faktoren, die der Gruppe am wichtigsten sind, nennen	Die bepunktete Metaplanwand wird analysiert und erläutert: Wichtigste Stressfaktoren → Ankündigung, dass diese im Training behandelt werden	Diskussion	Metaplanwand	Plenum			
5	... erfassen die nächste Aufgabenstellung	Die nächste Aufgabenstellung wird erklärt. Die ALPEN-Methode wird eingeführt	Vortrag	Metaplanwand	Plenum			
50	... können Vorteile der Schriftlichkeit nennen ... nennen ihre eigenen Aufgaben und Termine ... können die Dauer abschätzen ... erklären, warum es wichtig ist, Pufferzeiten einzuplanen ... können die Leistungskurve erklären ... können ihren Zeitplan erklären ... nennen die Vorteile der Schriftlichkeit	Gruppen überlegen sich, welche Vorteile die Schriftlichkeit hat Jeder notiert sich seine Aufgaben und Termine für den nächsten Tag Jeder schätzt die Dauer seiner Aufgaben ab Die Schüler erfahren, wie viel Zeit effektiv verwendet werden kann und wie viel Puffer eingeplant werden sollte.	Lernstationen: ALPEN-Methode	Arbeitsblätter Metaplankarten Plakate	Gruppenarbeit			
15	... können die Vorteile der Schriftlichkeit	Besprechung der Lernstationen	LGS	Metaplanwand Arbeitsblatt	Plenum			
5	... können die Inhalte des Trainings wiederholen ... wissen was sie das nächste Mal erwartet	Wiederholung, was gemacht wurde, kurzer Ausblick	Vortrag		Plenum			

Zweiter Trainingstag

2. Trainingstag						
Zeit (min)	Lernziel	Inhalt	Methode	Material	Sozialform	
5	Die VP... ... kommen gedanklich in der Stunde an	Begrüßung	Vortrag	keine	Plenum	
10	... werden locker und fühlen sich wohl	Ein Spiel zur Einführung wird gespielt			Plenum	
10	... erinnern die Inhalte der letzten Stunde ... erfassen die Inhalte der heutigen Trainingsstunde	Die Stresswaage und Zeitplan werden wiederholt Überleitung zu den Zeitleben/Pausengestaltung	Vortrag/Blitzlicht Vortrag	Plakat mit Waage Zeitplan	Plenum	
15	... benennen ihre Pausengestaltung ... benennen Zeitdiebe	Plakate „Zeitdiebe“ und „Pausengestaltung“ werden erstellt	Gruppenarbeit	Plakate und Zeitschriften	Gruppenarbeit	
5	... können ihre Vorschläge für Zeitdiebe formulieren	Die VP stellen ihre Plakate zum Thema „Zeitdiebe“ vor.	Einzelvorträge	Plakate	Plenum	
5	... benennen für sie wichtige Zeitdiebe	VP notieren sich 2 Zeitdiebe, die sie in Zukunft ausschalten	Diskussion	Metaplankarten	Plenum	
10	... definieren den Begriff „Ziel“ ... wissen den Sinn von Zielen	Einstieg zum Ziele setzen: Jeder notiert seine Definition eines Ziels und warum Ziele wichtig sind. Anschließende Diskussion.	Diskussion	Papier	Plenum	
4	... erfassen, dass Ziele SMART sein sollen	Einstieg zum Ziele setzen: Warum sind Ziele wichtig? Wie sollen Ziele sein?	Vortrag	Tafel	Plenum	

A.14. Verlaufsplan des Trainings „Fit im Alltag“

15	... benennen, was SMART bedeutet	Die Bedeutung der Buchstaben und der Worte wird erarbeitet.	Diskussion	Overhead	Plenum
10	...erklären die Bedeutung der Buchstaben und der Worte	Die Bedeutung der Begriffe wird notiert und mit eigenen Worten beschrieben	Partnerarbeit	Arbeitsblatt	Partnerarbeit
3	... können die Methode des Zielesetzens einordnen	Ein Schild „Smarte Ziele“ wird an der Metaplanwand angebracht	Vortrag	Metaplanwand	Plenum
5	... erfassen die weiteren Inhalte	Die Pause wird angekündigt und ein Ausblick gegeben.	Vortrag		Plenum
10	Pause				
5	... können ihre Vorschläge für die Pausengestaltung formulieren	Die VP stellen ihre Plakate zum Thema „Pausengestaltung“ vor.	Einzelvorträge	Plakate	Plenum
5	... können Pausengestaltungen einschätzen	Diskussion über den Sinn und Nutzen der Vorschläge	Diskussion	Plakate	Plenum
5	... lernen die Methode der Muskelentspannung kennen	Die Muskelentspannung wird vorgestellt	Vortrag	Handout	Plenum
25	... wenden die Muskelentspannung an	Die Muskelentspannung wird durchgeführt			Plenum
3	... können diese Methode zuordnen	Eine Karte mit „Muskelentspannung“ wird an der Metaplanwand angebracht	Vortrag	Metaplankarte	Plenum
5	... können die Inhalte des Trainings wiederholen	Wiederholung, was gemacht wurde, kurzer Ausblick	Vortrag		Plenum
	... wissen, was sie das nächste Mal erwartet				

Dritter Trainingstag

3. Trainingstag						
Zeit (min)	Lernziel	Inhalt	Methode	Material	Sozialform	
5	Die VP... ... kommen gedanklich in der Stunde an	Begrüßung	Vortrag	keine	Plenum	
10	... werden locker und fühlen sich wohl	Ein Spiel zur Einführung wird gespielt			Plenum	
5	... erfassen das nächste Thema	Wenn wir Probleme haben, sollten wir versuchen, sie zu lösen. Hier kann der Problemlöseleitfaden helfen.	Vortrag	Waage	Plenum	
10	... erfassen den Ablauf des Leitfadens	Der VL stellt den Problemlöseleitfaden vor und die einzelnen Schritten	Vortrag	Handout zum Problemlöseleitfaden	Plenum	
5	... nennen auftretende Probleme	Die VP überlegen sich Probleme, die auftreten können und schreiben sie auf Zettel. Die Zettel werden eingesammelt und einer gezogen. Dieses Problem wird nun gelöst.	Brainstorming	Zettel	Plenum bzw. Einzelarbeit	
10	... können ihre Lösungsvorschläge nennen	VP sammeln in Gruppen Lösungsvorschläge.	Brainstorming	Metaplankarten	Gruppenarbeit	
10	... können Lösungsvorschläge erklären ... können den Problemlöseleitfaden anwenden	Die Vorschläge werden gesammelt und bewertet. Ein Vorschlag wird ausgewählt	Diskussion	Punkte	Plenum	
10	... können den Problemlöseleitfaden einordnen	An der Metaplanwand wird die Karte „Problemlöseleitfaden“ angebracht	Vortrag	Metaplanwand	Plenum	
Pause						

A.14. Verlaufsplan des Trainings „Fit im Alltag“

5	... erfassen die nächste Aufgabe	Die nächste Aufgabe wird erklärt	Vortrag	keine	Plenum
10	... erleben die Problematik der richtigen Kommunikation	Die Bilder werden beschrieben und gezeichnet.	Partnerarbeit	Stifte und Zeichenblätter Bilder	Partnerarbeit
10	... benennen die Problematik	Die Erfahrungen aus der Gruppenarbeit werden ausgetauscht.	Diskussion	keine	Plenum
10	... erfassen die nächste Aufgabenstellung ... können eine Seite des Modells erklären	Das Gruppenpuzzle wird erklärt Das Modell wird erarbeitet	Gruppenarbeit	Arbeitsblatt	Gruppenarbeit
10	... können das Modell erklären und anwenden	Das Modell wird erklärt	Gruppenarbeit	Arbeitsblatt	Gruppenarbeit
10	... erinnern sich an die Trainingsinhalte	Alle Inhalte werden wiederholt	Vortrag	Metaplanwand mit Waage	Plenum
5		Verabschiedung	Vortrag		

A.15. Material für das Training „Fit im Alltag“

Die ALPEN-Methode

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.15. *Material für das Training „Fit im Alltag“*

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.15. *Material für das Training „Fit im Alltag“*

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

Ziele sollten SMART sein

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

Progressive Muskelrelaxation

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

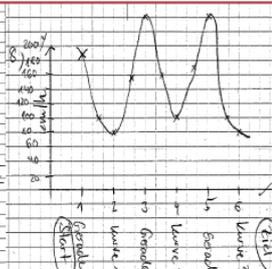
Der Problemlöseleitfaden

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.15. Material für das Training „Fit im Alltag“

A.16. Folien zur Fortbildung


ulm university universität
uulm

<p>- Silber im Juni: 17 Kugeln Juni " " : 6 Kugeln - Im Juni ist John vielweiser als Silber, während er in den anderen Monaten mehr oder weniger so viel wie sie, (im August das einzige Mal mehr!)</p> <p>2) Verlauf Jan steigt mehr an</p>	<table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th></th> <th>Firma B</th> <th>Firma D</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Personal</td> <td>53</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>Personen</td> <td>23</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>Arbeits</td> <td>10</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td>Konsume</td> <td>14</td> <td>10</td> </tr> <tr> <td></td> <td>100%</td> <td>100%</td> </tr> </tbody> </table> <p>$(x=0) \quad 2 = m \cdot 0 + n \Rightarrow n = 2$ $y = mx + 2$ $(x=3) \quad -1 = 3m + 2 \quad -2$ $-3 = 3m$ $\Rightarrow m = -1$</p>		Firma B	Firma D	Personal	53	40	Personen	23	30	Arbeits	10	10	Konsume	14	10		100%	100%	
	Firma B	Firma D																		
Personal	53	40																		
Personen	23	30																		
Arbeits	10	10																		
Konsume	14	10																		
	100%	100%																		

Workshop „Fit in der Mathematik“

Marion Geiger, Cornelia Gutmann & Tina Seufert | 20.07.2012 |

Seite 2 Workshop „Fit in der Mathematik“ | Geiger, Gutmann & Seufert | 20.07.2012

Gliederung

1. Beginn des Workshops
2. Kognitionspsychologische Aspekte
3. Didaktische Aspekte
4. Organisatorisches

Überblick über das Projekt – Motivation

- Der Umgang mit multiplen Repräsentationen wird in den Bildungsstandards gefordert (KMK, 2003)
- Schüler haben große Probleme im Umgang mit multiplen Repräsentationen (Ainsworth, 1999; Seufert, 2003)
- Lernende haben vor allem Probleme beim Verbalisieren (Geiger et al., 2012)

Überblick über das Projekt

<p><u>Teil 1:</u></p> <p>Feldstudie zur Analyse der Schülerfähigkeiten hinsichtlich der Verbalisierung</p>	<p><u>Teil 2:</u></p> <p>Fit in der Mathematik im Labor</p>	<p><u>Teil 3:</u></p> <p>Fit in der Mathematik</p>
--	---	--

Seite 5 Workshop „Fit in der Mathematik“ | Geiger, Gutmann & Seufert | 20.07.2012

Überblick

A Venn diagram with two overlapping circles. The left circle is solid dark red and labeled 'Kognitionspsychologie'. The right circle is light red with a grid pattern and labeled 'Didaktische Aspekte'. The intersection of the two circles is shaded with a darker grid pattern.

Seite 6 Workshop „Fit in der Mathematik“ | Geiger, Gutmann & Seufert | 20.07.2012

Kognitionspsychologie

Depiktion

A coordinate system with x and y axes. The x-axis ranges from -4 to 8, and the y-axis ranges from -3 to 5. A straight line is plotted, passing through the points (0, 5), (1, 8), and (2, 11).

Deskription

x	y
0	3
1	5
2	7

$y = 3x + 5$
Erstelle den dazugehörigen Funktionsgraphen.

Max erhält zu Jahresbeginn einen Euro und bekommt dann jeden Monat einen weiteren dazu.
Erstelle den dazugehörigen Funktionsterm.

Slide 7 Workshop „Fiktion der Mathematik“ | Gerd Gigerenzer & Stefan Klein | 02.07.2012

Kognitions-
psychologie

(Schröder & Bennett, 1999)

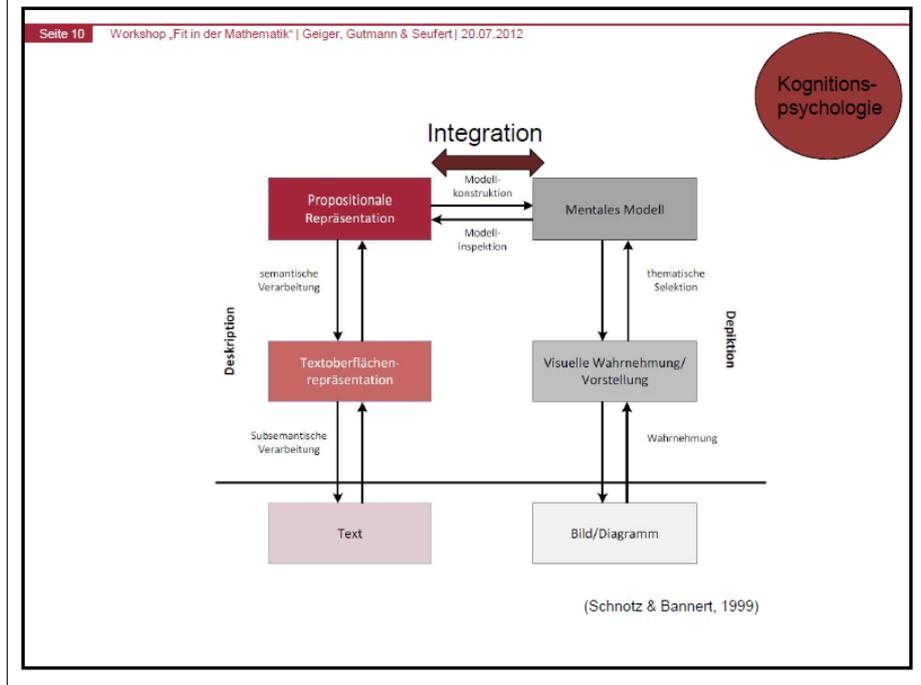
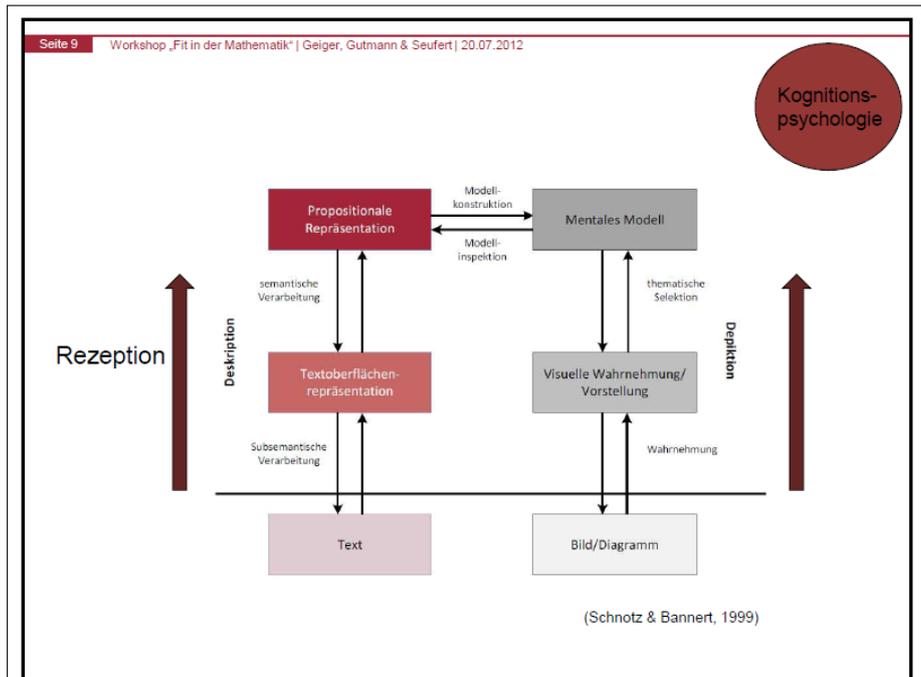
Slide 8 Workshop „Fiktion der Mathematik“ | Gerd Gigerenzer & Stefan Klein | 02.07.2012

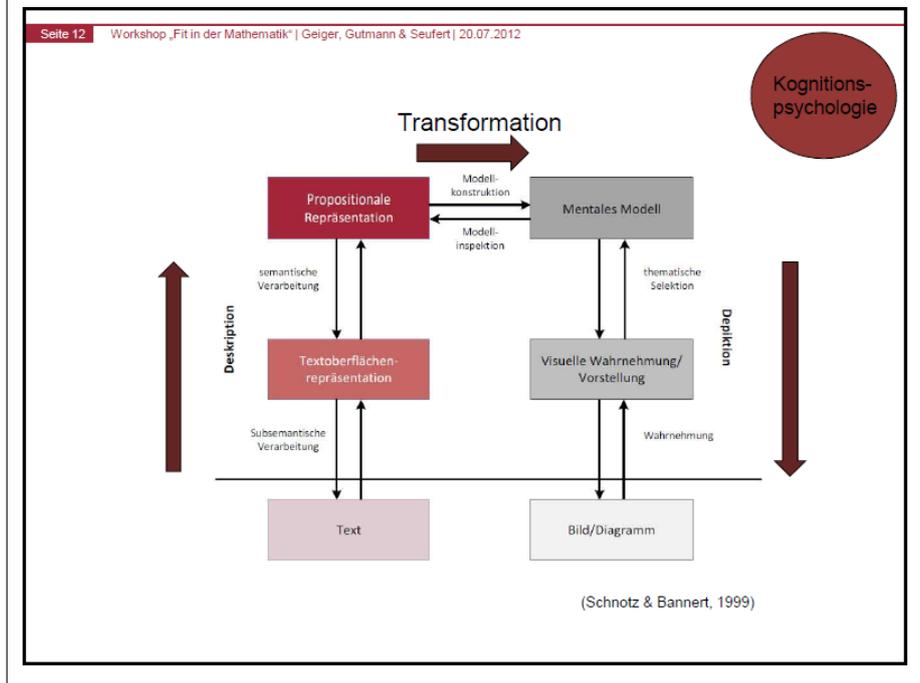
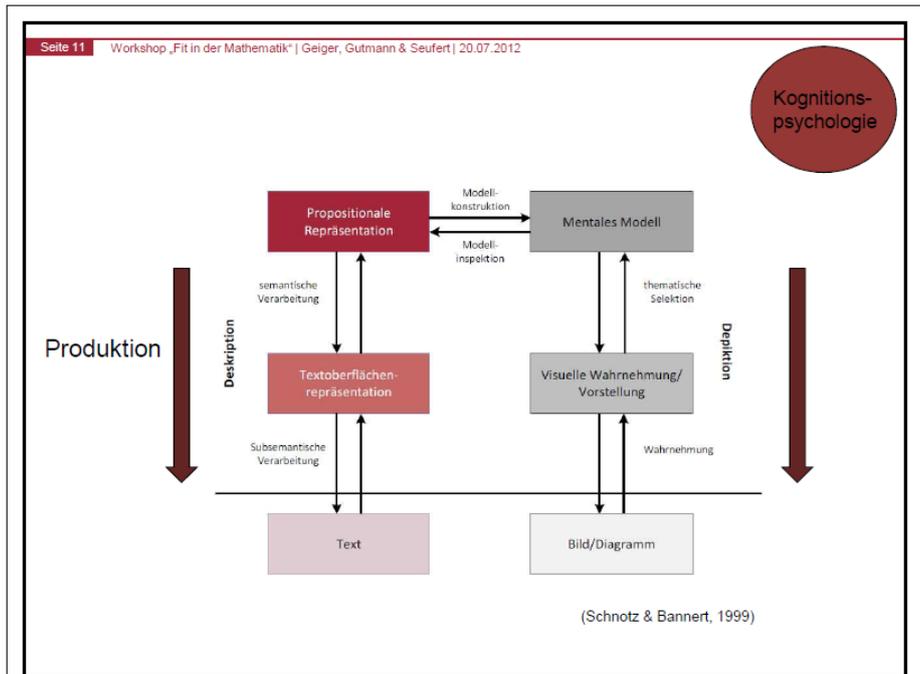
Kognitions-
psychologie

Übung

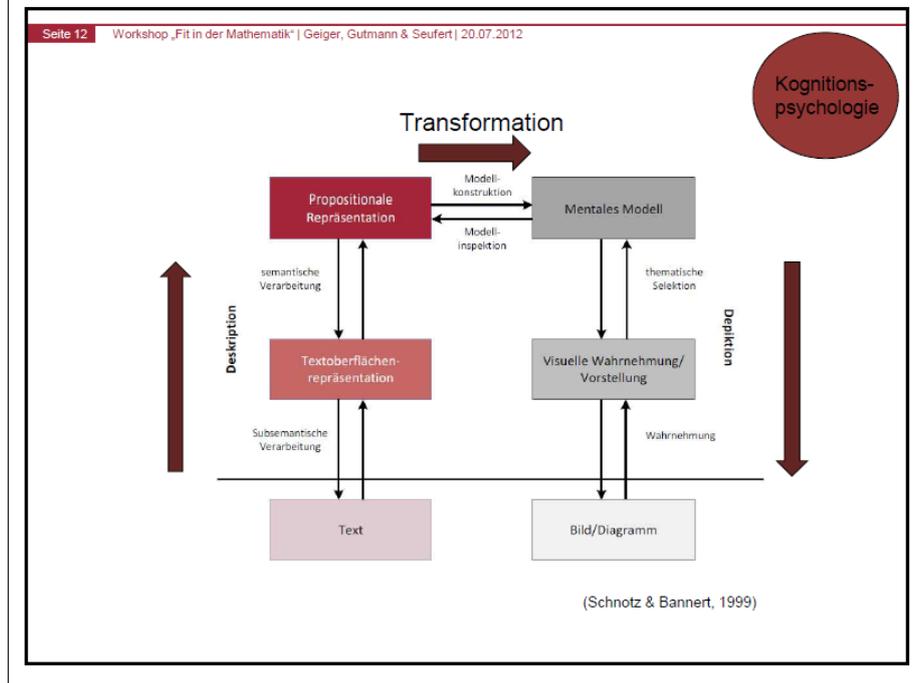
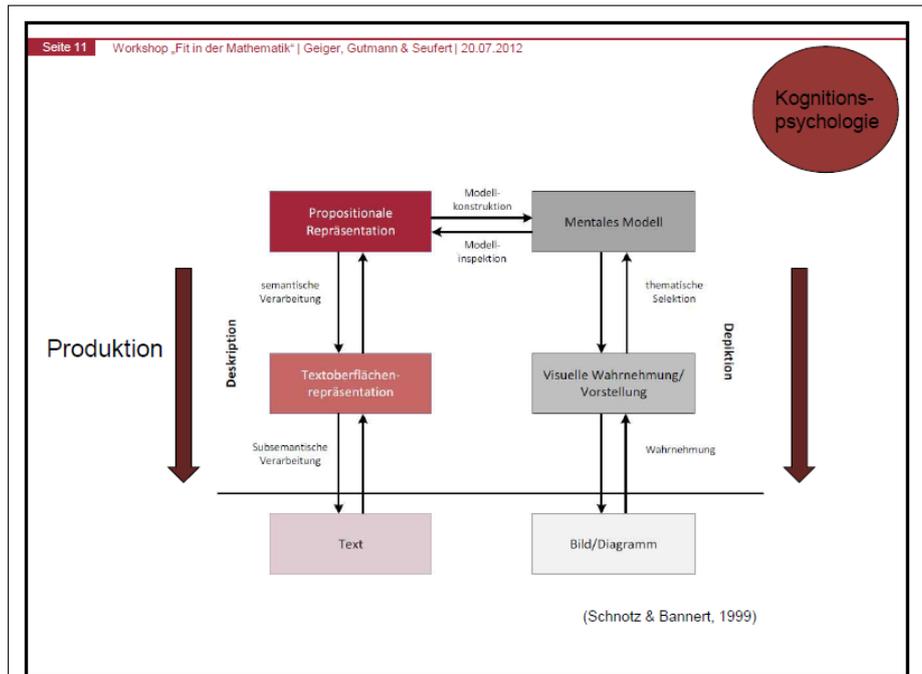
1. Bilden Sie mit Hilfe der Kärtchen das integrierte Modell des Text- und Bildverstehens nach.
2. Überlegen Sie, bei welchen Begriffen es sich um Übergriffe, um Prozesse oder Strukturen handelt.
3. Legen Sie unter die Begriffe die entsprechende Farbe:
 Gelb = Überbegriff
 Orange = Prozess
 Grün = Struktur

A. Anhang





A. Anhang



Seite 13 Workshop „Fit in der Mathematik“ | Geiger, Gutmann & Seufert | 20.07.2012

Kognitions-
psychologie

4 Teilprozesse

Rezeption: Entnahme von Informationen	Produktion: Erstellen einer Repräsentation
Integration: Verknüpfen zweier Repräsentationen	Transformation: Erstellen einer Repräsentation auf Basis einer vorgegebenen Repräsentation

Seite 14 Workshop „Fit in der Mathematik“ | Geiger, Gutmann & Seufert | 20.07.2012

Arbeitsphase – Aufgaben zuordnen

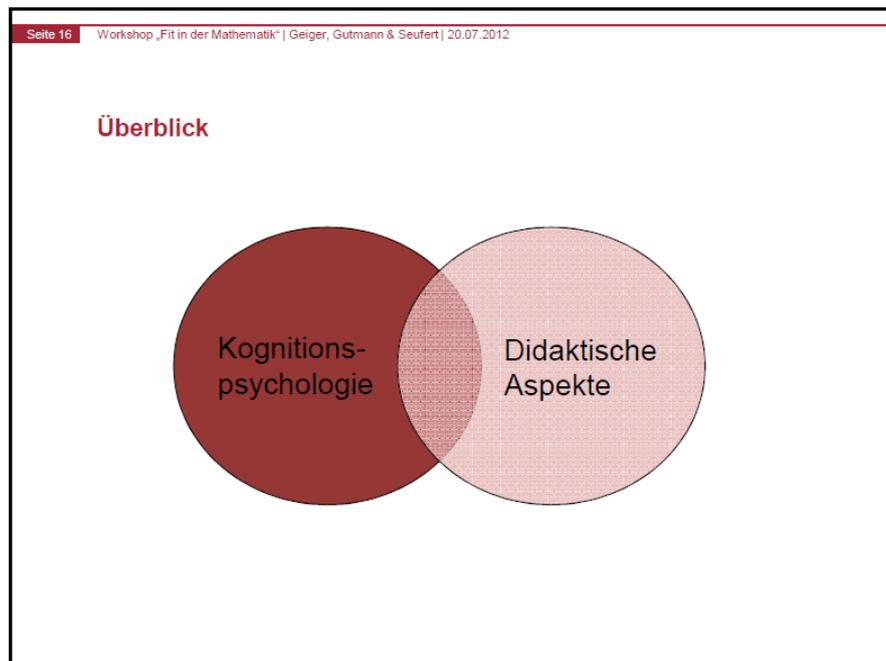
Bitte ordnen Sie die Aufgaben den 4 Prozessen zu.

Seite 15 Workshop „Fit in der Mathematik“ | Geiger, Gutmann & Seufert | 20.07.2012

Kognitions-
psychologie

Rezeption – Teilbereiche

Rezeption	Produktion	Integration	Transformation
Eine Information entnehmen	Eine Ausgangsform der Repräsentation erstellen	Ein Element integrieren	Die Repräsentation verstehen
Verläufe beschreiben	Ein Element eintragen	Relationen integrieren	Eine Vorstellung über die neue Darstellung haben
Verläufe vergleichen	Eine Repräsentation erstellen	Repräsentationen integrieren	Die neue Repräsentation erstellen



Seite 17 Workshop „Fit in der Mathematik“ | Geiger, Gutmann & Seufert | 20.07.2012

Didaktische Aspekte

Cognitive Apprenticeship

Modeling: Der Experte führt die Problemlösung vor, wobei er über seine Vorgehensweise reflektiert.

Coaching: Die Lernenden üben unter Expertenbetreuung.

Scaffolding: Der Lernende wird mehr und mehr sich selbst überlassen.

Fading: Der Lernende löst ähnliche Probleme selbstständig.

Articulation: Das Wissen und die Vorgehensweisen werden benannt.

Reflection: Die Lernenden bewerten ihre eigenen Vorgehensweisen.

Exploration: Die Lernenden entdecken weiterführende Problemstellungen.

Seite 18 Workshop „Fit in der Mathematik“ | Geiger, Gutmann & Seufert | 20.07.2012

Didaktische Aspekte

Cognitive Apprenticeship

Modeling: Der Experte führt die Problemlösung vor, wobei er über seine Vorgehensweise reflektiert.

Coaching: Die Lernenden üben unter Expertenbetreuung.

Scaffolding: Der Lernende wird mehr und mehr sich selbst überlassen.

Fading: Der Lernende löst ähnliche Probleme selbstständig.

Articulation: Das Wissen und die Vorgehensweisen werden benannt.

Reflection: Die Lernenden bewerten ihre eigenen Vorgehensweisen.

Exploration: Die Lernenden entdecken weiterführende Problemstellungen.

Seite 19 Workshop „Fit in der Mathematik“ | Geiger, Gutmann & Seufert | 20.07.2012

Didaktische Aspekte

Cognitive Apprenticeship – Modeling

Modeling: Der Experte führt die Problemlösung vor, wobei er über seine Vorgehensweise reflektiert.

Ziele:

- Vermittlung von Reflexionsstrategien
- Schüler lernen die Strategie des Fragestellens

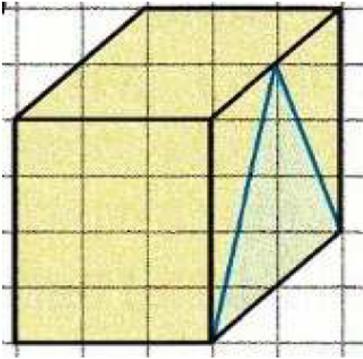
Methoden:

- Kontrollprozesse werden erläutert
- Wie geht der Experte mit unerwarteten Ergebnissen um?
- Wie werden falsche Ansätze entlarvt und gelöst?

Seite 20 Workshop „Fit in der Mathematik“ | Geiger, Gutmann & Seufert | 20.07.2012

Didaktische Aspekte

Cognitive Apprenticeship – Modeling



Seite 21 Workshop „Fit in der Mathematik“ | Geiger, Gutmann & Seufert | 20.07.2012

Didaktische Aspekte

Cognitive Apprenticeship – Articulation

Articulation: Das Wissen und die Vorgehensweisen werden benannt

Ziele:

- Aufmerksamkeit der Schüler auf wichtige Schritte lenken
- Schüler berichten über ihre Vorgehensweise

Methoden:

- Die Gedanken beim Problemlösen werden aufgesagt
- Kooperatives Lernen

Seite 22 Workshop „Fit in der Mathematik“ | Geiger, Gutmann & Seufert | 20.07.2012

Didaktische Aspekte

Cognitive Apprenticeship – Reflection

Reflection: Die Lernenden bewerten ihre eigenen Vorgehensweisen.

Ziel:

- Vergleichen von Vorgehensweisen

Methoden:

- Aufnahme von Experten und Novizen
- Imitationen

Seite 23 Workshop „Fit in der Mathematik“ | Geiger, Gutmann & Seufert | 20.07.2012

Didaktische Aspekte

Lernen mit selbstgenerierten Fragen

Schülerfragen:

- Hilfe suchen
- Schließen von Wissenslücken
- Koordinierung von Handlungen
- Meist nur auf kognitiv niedrigem Niveau

Generierfunktion	Kontrollfunktion
<ul style="list-style-type: none">• Ausgleich von Wissenslücken• Fragen stellen, deren Antwort nicht bekannt ist• Eigene Ideen werden verbalisiert und verteidigt• Konzepte werden mit Vorwissen in Zusammenhang gebracht	<ul style="list-style-type: none">• Erwerbsprozesse kontrollieren• Gewohntes in Frage stellen• Wissen abrufen und überprüfen• Fehlkonzepte aufdecken• Widersprüche werden aufgedeckt

Seite 24 Workshop „Fit in der Mathematik“ | Geiger, Gutmann & Seufert | 20.07.2012

Didaktische Aspekte

Lernen mit selbstgenerierten Fragen

Vorteile

- Vertiefung des Verständnisses
- Vernetzung des Wissens
- Selbsterzeugte Information wird besser behalten
- Positive Behaltens- und Transfereffekte
- Reflexion

Seite 25 Workshop „Fit in der Mathematik“ | Geiger, Gutmann & Seufert | 20.07.2012

- Silke im Juni: 17 Kugeln
 Joh. " : 6 Kugeln
 - im Juni ist Joh. vielmehr als Silke während er in den anderen Monaten mehr oder weniger so viel wie sie (im August das einzige Mal mehr!)
 → Verlauf Joh steigt mehr an

	Firma B	Firma D
Personal	52	40
Erreichte	23	30
Aussp.	10	10
Kantine	14	10
	100%	100%

$\vec{z} = m \cdot \vec{0} + n$ $\Rightarrow n = 2$
 $y = mx + z$
 $(x=3) \quad -1 = 3m + z \quad | -z$
 $-3 = 3m$
 $\Rightarrow m = -1$

1. Punkt
 2. Punkt
 3. Punkt
 4. Punkt
 5. Punkt
 6. Punkt
 7. Punkt
 8. Punkt
 9. Punkt
 10. Punkt
 11. Punkt
 12. Punkt
 13. Punkt
 14. Punkt
 15. Punkt
 16. Punkt
 17. Punkt
 18. Punkt
 19. Punkt
 20. Punkt

VIELEN DANK!

A.17. Beispielaufgaben für die Rezeption, Produktion, Integration und Transformation

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.17. Beispielaufgaben für die Rezeption, Produktion, Integration und Transformation

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.17. Beispielaufgaben für die Rezeption, Produktion, Integration und Transformation

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.18. Evaluation der Fortbildung

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.19. Aufgaben zur Erfassung des repräsentationsspezifischen Vorwissens

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. *Anhang*

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.19. Aufgaben zur Erfassung des repräsentationsspezifischen Vorwissens

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A. Anhang

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.19. Aufgaben zur Erfassung des repräsentationsspezifischen Vorwissens

Die Abbildung wurde aus urheberrechtlichen Gründen entfernt.

A.20. Studie 1 - Korrelationen

Tabelle A.1.: Korrelationen der unabhängigen Variablen mit der abhängigen Variablen Lösungswahrscheinlichkeit

	Syntax	Semantik	Kontext				
			gesamt	e/m	m/m	e/r	e/r
Vorwissen	$r = .20$ $p = .09$	$r = .55$ $p < .001$	$r = .25$ $p < .05$	$r = .02$ $p = .88$	$r = .22$ $p = .06$	$r = .28$ $p < .05$	$r = .26$ $p < .05$
logische Fähigkeiten	$r = .04$ $p = .47$	$r = .08$ $p = .48$	$r = -.04$ $p = .69$	$r = .02$ $p = .89$	$r = -.03$ $p = .80$	$r = .83$ $p = .49$	$r = .05$ $p = .66$
verbale Fähigkeiten	$r = .20$ $p = .26$	$r = .13$ $p = .44$	$r = .19$ $p = .26$	$r = -.15$ $p = .40$	$r = .39$ $p < .05$	$r = -.09$ $p = .60$	$r = .31$ $p = .05$
Gedächtnisleistung	$r = .12$ $p = .31$	$r = .13$ $p = .24$	$r = .18$ $p = .09$	$r = .21$ $p = .07$	$r = .22$ $p < .05$	$r = -.00$ $p = .97$	$r = .12$ $p = .31$