



Binationale Promotion
zur Erlangung der Doktorgrade



Dr. rer. nat.

und

Docteur de l'INPG

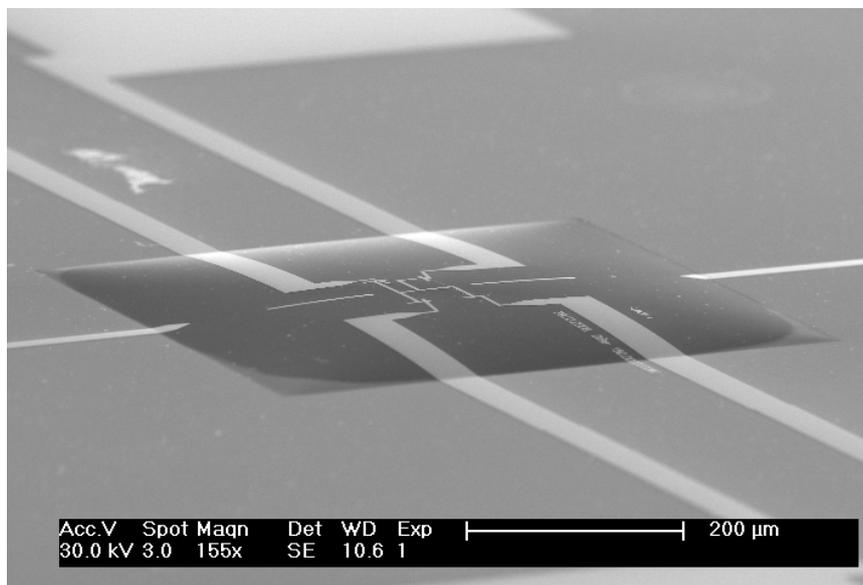
von der Universität Konstanz
und des
Institut National Polytechnique de Grenoble

öffentlich verteidigt
durch

Olivier Schecker

am 21 November 2008

Von Punktkontakten zu Nano-Elektro-Mechanischen Systemen - NEMS -



Herstellung und Charakterisierung
von Ein-Atom-Kontakten

Gutachter: Prof. Dr. Elke Scheer

Prof. Dr. Bernard Doudin

Zusammenfassung

L'étude de contacts atomiques ajustables est rendue possible par la réalisation de jonctions à cassure. Ce type de structure est constitué d'un conducteur métallique, tel que l'aluminium ou l'or, déposé sur un substrat, et dans lequel une constriction localement sous-gravée forme un pont suspendu. En déformant le substrat, cette constriction est étirée de façon contrôlée. De cette manière l'étirement de la jonction peut être stabilisé au stade d'un contact de taille atomique.

Le travail de recherche présenté ici est scindé en deux parties. D'une part, des jonctions à cassure simples en aluminium sur substrat en bronze ont été étudiées aux très basses températures. A l'aide du phénomène de réflexions d'Andreev nous arrivons à la conclusion que l'aluminium, à l'inverse de l'or, ne forme pas de chaînes monoatomiques plus longues qu'un dimère. Une structure double de type transistor à un électron (SET) a également été mesurée aux très basses températures.

D'autre part, un système composé d'une ou de deux jonctions à cassure sur membranes fines en silicium monocristallin a été développé et caractérisé à température ambiante. Ce système constitue un nanosystème électromécanique, ou NEMS, intégrable en technologie silicium. Des membranes, d'une épaisseur de 340 nm seulement, ont été fabriquées à partir de substrats SOI. Les propriétés mécaniques statiques et dynamiques de ces membranes sont étudiées. Plusieurs actionnements mécaniques stables, constitués d'une pointe déplacée par un piézo, ont été développés. Ils permettent à chaque jonction à cassure sur membrane d'être adressée individuellement, y compris aux très basses températures. L'influence d'une illumination en lumière laser sur la conductance de contacts point en or est étudiée. Une augmentation de la conductance est mesurée. L'influence du substrat peut être exclue grâce à l'utilisation de membranes fines. Cet effet est relié à un phénomène de transmission assistée par photons.

Dans ce travail, des jonctions à cassure, initialement développées pour la physique fondamentale, sont intégrées sur des membranes en silicium, permettant ainsi une utilisation en tant que capteurs électromécaniques.

The study of adjustable atomic contacts is made possible by the use of break-junctions. A break-junction is constituted of a metallic conductor, aluminum or gold for example, which has been deposited on a substrate. This conductor locally possesses an underetched constriction forming a suspended bridge. When bending the substrate this constriction can be stretched in a controlled way. By this means, the stretching of the conductor can be adjusted in such a way, that a contact made of single atoms is stabilized.

This research work is subdivided into two parts. On the one hand, single aluminum break-junctions made on bronze substrates were studied at very low temperatures. Using the phenomenon of multiple Andreev reflections we conclude that aluminum, in contrast to gold, does not form monoatomic chains longer than a dimer. A single electron transistor (SET) structure was also characterized at very low temperatures.

On the other hand, a system composed of one or two break-junctions on a monocrystalline silicon membrane was developed and characterized at room temperature. This system forms a nano-electro-mechanical-system, named NEMS, integrable in silicon technology. Membranes of a thickness of just 340 nm, were fabricated out of SOI substrates. The mechanical — static and dynamic — properties of these membranes were studied. Several stable mechanics based on the use of a tip mounted on a piezo were developed. These allow us to address each break-junction on a common membrane individually, both at room temperature and at very low temperature. The effect of laser light on the conductance of a break-junction, which leads to a conductance increase, was studied. The influence of the substrate can be excluded through the use of silicon membranes. The conductance variation is associated with the phenomenon of photoassisted transport.

In this work break-junctions initially designed for fundamental physics were integrated on silicon membranes allowing them to be used as electromagnetic sensors.

Einstellbare Ein-Atom-Kontakte können mit Hilfe von Bruch-Kontakten hergestellt werden. Bruch-Kontakte bestehen aus einer metallischen Leiterbahn, welche auf ein Substrat gedampft wird. Diese Leiterbahn besitzt lokal eine unterätzte Verengung, welche eine freitragende Brücke bildet. Durch Biegen des Substrats, kann der unterätzte Teil der Leiterbahn so gedehnt werden, daß ein aus einzelnen Atomen bestehender Kontakt, eingestellt werden kann.

Die hier präsentierte Forschungsarbeit ist in zwei Teile gegliedert. In einem ersten Abschnitt wurden einfache Bruch-Kontakte auf Bronze Substraten bei sehr tiefen Temperaturen untersucht. Durch die Messung multipler Andreev-Reflexionen kommen wir zu dem Schluss, daß Aluminium-Kontakte, im Gegensatz zu Gold-Kontakten, keine längeren Ketten als Dimere bilden. Weiter wurde eine Ein-Elektron-Transistor (SET) Struktur bei sehr tiefen Temperaturen untersucht.

Im zweiten Abschnitt der Arbeit wurden Strukturen untersucht, welche aus einem oder zwei Bruch-Kontakten auf Siliziummembranen bestehen. Diese Strukturen bilden Nano-Elektro-Mechanische Systeme oder NEMS genannt, welche mittels integrierbarer Technologie hergestellt werden. Monokristalline Siliziummembranen, mit einer Dicke von nur 340 nm, wurden mittels SOI-Substraten hergestellt. Die mechanischen — statischen und dynamischen — Eigenschaften dieser Membranen wurden untersucht. Zum Antrieb der Bruch-Kontakte wurden verschiedene auf Piezos basierende Mechaniken entwickelt. Diese ermöglichen Messungen sowohl bei Raumtemperatur als auch bei sehr tiefen Temperaturen, wobei jeder Bruch-Kontakt auf ein und derselben Membran individuell angesteuert werden kann. Der Einfluss von Laserlicht auf die Leitfähigkeit von Bruch-Kontakten wird studiert, wobei die Bestrahlung zu einer Erhöhung der Leitfähigkeit führt. Ein Einfluss des Substrats kann durch die Verwendung von dünnen Siliziummembranen ausgeschlossen werden und ein Teil der gemessenen Leitwerterhöhung wird dem Effekt der Photonen unterstützten Transmission zugeschrieben.

In dieser Arbeit wird die Technik der Bruch-Kontakte, welche ursprünglich für die Grundlagenforschung eingesetzt wurde, auf Silizium Membranen übertragen, wodurch eine Verwendung als elektromechanische Sensoren ermöglicht wird.

Inhaltsverzeichnis

I	Theorie und vorausgehende Arbeiten	11
1	Elektrischer Transport durch Strukturen atomarer Größe	12
1.1	Die Landauer Formel	12
1.2	Die Leitfähigkeit auf atomarem Niveau	15
1.2.1	Das Prinzip der Öffnungskurven und der Schließkurven	15
1.2.2	Eigenart der Kanäle	16
1.2.3	Histogramme	17
1.2.4	Kristallographische Richtungen des Aluminiums	21
1.2.5	Die Aluminium Orbitale	23
1.2.6	Steigung des letzten Aluminium Plateaus	23
2	Der Ein-Elektron-Transistor	28
2.1	Allgemeine Bedingungen	29
2.2	Überlegungen zum Verständnis der Kennlinien eines SETs	29
2.3	Einfluss der Temperatur und der Supraleitung auf die Leitung eines SETs	33
2.4	Bereich der hohen Transmissionen	35
II	Tiefe Temperaturen	39
1	Supraleitung	41
1.1	Der NS Kontakt	42
1.2	Der Effekt der Unterkühlung im magnetischen Feld.	45
1.2.1	Kondensationsenergie	46
1.2.2	Berechnung des thermodynamischen kritischen Feldes	48
1.2.3	Grenzen der Unterkühlung	49
1.3	Der Proximity Effekt	52
1.4	Multiple Andreev-Reflexionen	54
1.5	Bestimmung der Leitwert Kanäle	56
2	Messvorrichtungen	60
2.1	Allgemeine Funktionsweise eines Mischkryostaten	60
2.1.1	Eigenschaften der ^3He und ^4He Isotope.	60

2.1.2	Die Kühlanordnung	61
2.2	Verkabelung	65
2.2.1	Wärmeleitfähigkeit der Kabel	65
2.2.2	Einfache und Koaxialkabel	66
2.2.3	Kupferpulver Filter	67
2.3	Kryostaten Messplatz	70
2.3.1	Verkabelungsprinzip	70
2.3.2	Geräteplan	72
2.3.3	Bruch-Kontakt Antrieb	73
2.4	Herstellung der Strukturen	74
2.4.1	Einfache Strukturen	74
2.4.2	Doppelte Strukturen	76
3	Resultate	81
3.1	Leistungsmerkmale des Kryostaten	81
3.1.1	Vergleich der Aluminium Gaps	82
3.1.2	Das kritische Magnetfeld von Aluminium	85
3.2	Charakterisierung eines Aluminium Bruch-Kontaktes	88
3.2.1	Doppelter Sprung im Magnetfeld	88
3.2.2	Kritische Temperatur	89
3.2.3	Sprung im elektrischen Strom	91
3.3	Öffnungs- und Schließkurven	93
3.3.1	Prinzip	93
3.3.2	Stabilität der Messung und Leitwert entlang eines Orbitales	95
3.3.3	Leitwerthistogramme	96
3.3.4	Sprünge im Leitwert des letzten Plateaus	98
3.4	Andreev-Reflexionen in Aluminium Bruch-Kontakten	100
3.5	Entsprechung zwischen Messung und Fit der multiplen Andreev-Reflexionen	102
3.5.1	Bestimmung des Aluminium Gaps	107
3.6	Transmissionskanäle in einfachen Bruch-Kontakten	108
3.6.1	Theoretische Rechnungen und mögliche Konfigurationen in monoatomaren Kontakten.	108
3.6.2	Messung der Leitwertkanäle	113
3.6.3	Argumente für eine Slip-Stick Bewegung	117
3.6.4	Erscheinungswahrscheinlichkeit der Leitwertkanäle	118
3.7	Coulomb-Blockade in den Ein-Elektron Transistoren	119
III	Raumtemperatur	131
1	Herstellung und Antrieb der Strukturen	132
1.1	Membranen	133

1.1.1	Deep Reactive Ion Etching	133
1.1.2	Der KOH Ätzschritt	135
1.1.3	Vergleich der Ätzverfahren	136
1.2	Bruch-Kontakte auf Membranen	138
1.3	Mechaniken	139
2	Messungen und Resultate	145
2.1	Membranoxydation	145
2.2	Statische Deformation der Membran	147
2.2.1	Prinzip der Deformationsmessung	147
2.2.2	Durch das native Oxyd hervorgerufene Deformation	148
2.2.3	Verformung unter dem Einfluss eines Unterdruckes	151
2.2.4	Verformung anhand eines Stempels	154
2.3	Dynamische Deformationen durch Vibrationen	156
2.3.1	Ausbreitungsgeschwindigkeiten	156
2.3.2	Eigenfrequenzen	159
2.4	Öffnung von Bruch-Kontakten auf Membranen	166
2.4.1	Publikation	166
2.4.2	Tieftemperaturmechanik	172
2.5	Einfluss von Laserbestrahlung auf den Leitwert	173
2.5.1	Diskussion der möglichen Effekte bei der Bestrahlung mit Laserlicht.	173
2.5.2	Laser Messaufbau	174
2.5.3	Einfluss des Laserlichts auf den Leitwert eines Bruch-Kontaktes	175
2.5.4	Absorption und Einfluss der Membran auf die laserindu- zierte Leitwertänderung	175
IV	Anhang	192
A	Kritische Temperatur des Aluminiums als Funktion der enthaltenen Verunreinigungen	193
B	Numerische Werte des Aluminiums	195
C	Berechnung einer I(V) Kennlinie nach dem Skalski Modell	198
D	Verkabelung des Kryostaten	200
E	Oxydationsgeschwindigkeit des Siliziums	202

Au fond de l'Inconnu pour trouver
du nouveau!

Charles Baudelaire

Les fleurs du Mal - Le Voyage

Wir verlangen, das Leben müsse
einen Sinn haben - aber es hat nur
ganz genauso viel Sinn, als Wir ihm
selber zu geben imstande sind.

Hermann Hesse

Das Glasperlenspiel

Einleitung

Die Kenntnis der physikalischen Eigenschaften von Atomen in Kontakt mit einer Oberfläche ist die Grundlage zum Verständnis und zur Verwendung von Nanostrukturen. Diese Eigenschaften unterscheiden sich sowohl von denen einzelner freier Atome als auch von denen der Atome in einem Festkörper. Auf der Skala des Nanometers weichen die Strukturen der Grundlagenphysik kaum mehr von denen der Mikroelektronik ab. In dieser Arbeit betrachten wir die elektrischen, elektro-optischen und mechanischen Eigenschaften einzelner Atome sowie kleinerer Atomgruppen, welche mit makroskopischen Objekten verbunden sind.

Eines der Ziele dieser Arbeit ist es, in der Entwicklung eines Nano-Elektro-Mechanischen Systems (NEMS) voranzuschreiten. Das System, welches wir entwickelt haben, ist ein aus Bruch-Kontakten bestehender, mechanisch einstellbarer Ein-Elektron-Transistor, der die Eigenschaft besitzt, durch das Feld sehr weniger Ladungen (bis hin zu einer einzelnen Ladung) geschaltet werden zu können. Eine mechanische Ansteuerung ermöglicht es, den Öffnungsgrad der Bruch-Kontakte und so deren Leitwert mechanisch einzustellen.

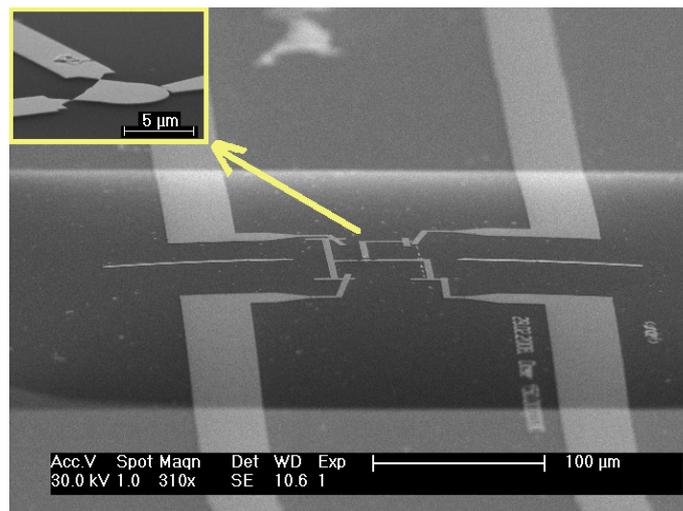


Abbildung 1: NEMS Struktur bestehend aus einem auf einer Siliziummembran hergestellten doppelten Bruch-Kontakt mit einer Insel in der Mitte.

Um unsere Bruch-Kontakte zu charakterisieren, wurde ein Misch-Kryostat zum Laufen gebracht. Diese Arbeit umfaßte die Herstellung und Installation der Verkabelung und der Filter dann die Entwicklung einer speziellen Tieftemperaturmechanik sowie den Aufbau eines Messplatzes. - Die geschilderte Arbeit, die mit Erfolg durchgeführt wurde (elektronische Temperatur der Größenordnung von 100 mK), war die Hauptarbeit der Promotionszeit.

Parallel dazu wurde die Herstellung von Bruch-Kontakten optimiert. Darauf aufbauend wurde (gegen Ende der Promotion) eine Struktur näher untersucht, die

aus einem Bruch-Kontakt in Serie mit einem durch Schattenmaskentechnik hergestellten Tunnelkontakt besteht.

Parallel dazu wurden nanometrische Membranen mit einer Dicke von einigen wenigen hundert Nanometern hergestellt. Auf diese neuen Substrate wurden Gold-Bruch-Kontakte aufgedampft, welche es erlauben, Kontakte aus einzelnen Atomen zu stabilisieren. Um dies zu erreichen, wurden die Bruch-Kontakte durch eine Mechanik angesteuert, welche aus zwei mikrometrischen Schrauben für eine Bewegung in der Ebene und einem slip-stick Piezomotor für die Bewegung senkrecht dazu bestand. Außerdem wurden Messungen unter Laserbestrahlung durchgeführt. Diese Messungen haben es uns ermöglicht, den Einfluss von Photonen auf einzelne Atome zu untersuchen. Letztendlich erlaubte es die Verwendung von Membranen, die Verwendungsbreite von Bruch-Kontakten, welche ursprünglich auf Bronze-Substraten hergestellt wurden, stark zu erweitern. So wurde eine SET Struktur (Ein-Elektron-Transistor) aus zwei Bruch-Kontakten hergestellt (siehe Abbildung 1). Diese ermöglicht es, jeden Bruch-Kontakt durch lokale Deformation der Membran von der Rückseite aus einzeln einzustellen [R Wa 08].

Die folgenden Ausführungen bestehen aus drei Teilen. Der erste Teil präsentiert die theoretischen Grundlagen, welche für die Arbeit insgesamt nötig sind. Der zweite Teil handelt von Tieftemperatur-Messungen an Bruch-Kontakten auf Bronze-Substraten. Der dritte Teil behandelt Siliziummembranen, auf denen Bruch-Kontakte hergestellt und bei Raumtemperatur gemessen wurden.

Literaturverzeichnis

- [R Wa 08] R. Waitz — O. Schecker, and E. Scheer. “Nanofabricated adjustable multicontact devices on membranes”. *Review of Scientific Instruments*, Vol. 79, No. 9, p. 093901, 2008.

Teil I

**Theorie und vorausgehende
Arbeiten**

[...]the conductance of the system goes to $N\frac{e^2}{h}$, not to infinity; i.e., the resistance of a "perfect" conductor is not zero [...]. This feature [...] was considered very puzzling and suspicious by many researchers (at least one of the present authors included)

D. Stone & A. Szafer 1988, about the Landauer Formula [Ston 88]

Kapitel 1

Elektrischer Transport durch Strukturen atomarer Größe

Im Gegensatz zu makroskopischen Strukturen unterliegt die Leitfähigkeit von Strukturen der Größe einzelner Nanometer der Quantisierung. Diese Quantisierung, welche direkt mit der Anzahl an Energieniveaus im Leitungsband verbunden ist, beinhaltet aber eine subtilere Information als die einfache Anzahl an Energieniveaus in einem Festkörper gegebener Größe. Wir werden zuallererst einige kontra-intuitive Eigenschaften dieser Elektronenleitung präsentieren. Darauf folgend werden wir sehen, was diese Leitfähigkeit über die "Chemie" der Atome aussagt.

1.1 Die Landauer Formel

1957 publizierte Rolf Landauer einen Artikel¹ [Land 57], in dem er vorschlug, die Leitung in einem ein-dimensionalen Leiter zwischen zwei Reservoiren mit Dissipation durch die Formel 1.1² zu beschreiben:

$$g = \frac{e^2}{h} \cdot \frac{T}{R} \quad (1.1)$$

Aufgrund ihrer Einfachheit wurde diese Formel vielfach aufgegriffen, und viele Ableitungen bauten auf ihr auf. Die aktuelle Form dieser Formel³ beschreibt die Leitfähigkeit eines dünnen Leiters zwischen zwei Elektronenreservoiren mit einem Unterschied in der Dichte der Zustände δn , wie es in Abbildung 1.1a schematisiert ist.

¹Eine genauere historische Beschreibung der Landauer Formel findet sich bei [Ston 88].

²T und R sind die Transmissions- und Reflektions- Koeffizienten des Leiters, welcher als ein einzelnes Streuzentrum mit einer einzigen Spinrichtung behandelt wird.

³Weitere Details finden sich unter [Agra 03], [Been 91]

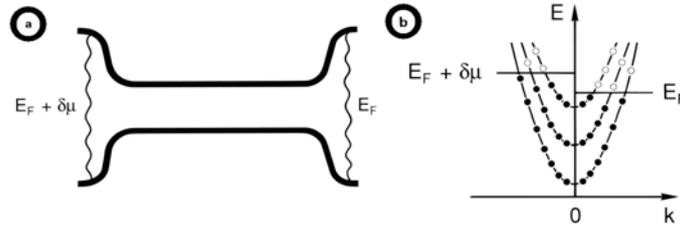


Abbildung 1.1: a) Schmalen Leiter zwischen zwei Reservoiren mit einem Unterschied $\delta\mu$ im chemischen Potential b) Skizze der Dispersionsrelation im Leiter. Die linken besetzten Zustände (in Schwarz) besitzen eine Energie $E_F + \delta\mu$ und die rechten Zustände eine Energie E_F . Die weißen Punkte beschreiben die unbesetzten Zustände [Been 91].

Durch den Unterschied $\delta\mu$ hervorgerufen, fließt ein Strom J , welcher durch Elektronen getragen wird, deren Energie zwischen $E_F + \delta\mu$ und E_F liegt. Für kleines δn (konstante Zustandsdichte) ist der Unterschied zwischen den Fermienergien $\delta\mu$ gegeben durch: $\delta\mu = \frac{\delta n}{\rho(E_F)}$, mit $\rho(E_F)$, der Zustandsdichte in den Reservoiren bei der Energie E_F . Wenn man jetzt — wie bei der Einstein Relation — davon ausgeht, dass im thermodynamischen Gleichgewicht die Summe aus Diffusionsstrom $J = \tilde{D}\delta n$ und aus Leitungsstrom $\frac{GV}{e}$ Null im thermodynamischen Gleichgewicht⁴ ergeben muss, dann erhält man die Gleichung 1.2.

$$G = e^2 \rho(E_F) \tilde{D} \quad (1.2)$$

Um die Diffusionskonstante \tilde{D} zu berechnen, betrachten wir den Leiter der Abbildung 1.1, also einen idealen Leiter ohne Reflektionsmöglichkeit für die Elektronen auf deren Weg vom linken Reservoir ins rechte Reservoir. Die Quantität an Diffusionsstrom pro Energieintervall (für die linken Elektronen mit einem Wellenvektor $k < 0$) innerhalb einer Mode n ist das Produkt aus Zustandsdichte ρ_n^- und Gruppengeschwindigkeit v_n .

Wenn man von der eindimensionalen Zustandsdichte 1.3 ausgeht, kommt man auf die Formel 1.4⁵ für die Zustände⁶ mit $k < 0$.

$$d(E)dE = \frac{2}{2\pi} \cdot dk = \frac{m}{\pi\hbar} \frac{1}{\sqrt{2mE}} dE \quad (1.3)$$

⁴Das thermodynamische Gleichgewicht ist durch $eV + \frac{\delta n}{\rho(E_F)} = 0$ gegeben, was soviel bedeutet wie: dass die Spannung gleich dem Energieunterschied der Fermienergien ist.

⁵Mit der Spin-Entartung g_s

⁶Ein Wellenvektor mit $k < 0$ (Elektronen welche sich von rechts nach links in der Abbildung 1.1 bewegen) entspricht dem Minus-Zeichen in ρ_n^- . Anders herum entspricht $k > 0$ dem ρ_n^+ . Wir betrachten die besetzten Zustände der linken Seite in der Abbildung 1.1, welche in die rechten freien Zustände "fließen". Die Zustandsdichte wird in dem Energieintervall berechnet, welches durch beide Reservoire der Abbildung 1.1 abgegrenzt ist.

$$\rho_n^- = g_S \left(2\pi \frac{dE_n(k)}{dk} \right)^{-1} = g_S \frac{m}{2\pi\hbar^2} \left(\frac{\hbar^2}{2m(E - E_n)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.4)$$

Um den Diffusionsstrom zu berechnen, brauchen wir noch die mittlere Gruppengeschwindigkeit entlang des Leitwertkanals im Zustand $|n, k\rangle$, welche als der Erwartungswert des Geschwindigkeitsoperators $\mathbf{p} + e\mathbf{A}$ definiert ist.

$$v_n(k) \equiv \left\langle n, k \left| \frac{p_x + eA_x}{m} \right| n, k \right\rangle = \left\langle n, k \left| \frac{\partial \mathcal{H}}{\partial p_x} \right| n, k \right\rangle = \frac{dE_n(k)}{\hbar dk} \quad (1.5)$$

Mit \mathbf{p} , dem Impuls, \mathbf{A} , dem Vektorpotential, und \mathcal{H} , dem entsprechenden Hamiltonoperator. Auf diese Weise kommen wir zur Gleichung 1.6:

$$J_n = \rho_n^- \cdot v_n = \int_{E_F}^{E_F + \delta\mu} g_S \left(2\pi \frac{dE_n(k)}{dk} \right)^{-1} \frac{dE_n(k)}{\hbar dk} = \frac{g_S}{h} \delta\mu \quad (1.6)$$

Wir können in der Gleichung 1.6 sehen, dass J_n unabhängig von der Mode n und der Fermienergie ist. Deshalb ist der Strom zwischen den N Moden, die an der Fermienergie existieren, gleichverteilt. Das ist die Gleichverteilungsregel der Kanäle. Sie ist der Grund für die Quantisierung des Leitwertes in Punktkontakten. Wenn man jetzt zusätzlich betrachtet, dass die Elektronen in dem Leiter diffus gestreut werden können, was bedeutet das nur ein Teil T_n von J_n im rechten Reservoir ankommt, dann ist der gesamte Diffusionsstrom durch 1.7 gegeben.

$$J = \frac{g_S}{h} \delta\mu \sum_{n=1}^N T_n \quad (1.7)$$

Letztendlich, mit $\delta\mu = \frac{\delta n}{\rho(E_F)}$ sowie $J = \tilde{D} \delta n$, der Gleichung 1.2 und einer Spinentartung $g_S = 2$, kommen wir auf die Landauer Gleichung 1.8.

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_{n=1}^N T_n \quad (1.8)$$

Jeder auf diese Weise definierte "Leitwertkanal" besitzt einen minimalen Widerstand ($T_n = 1$), der gleich $R_0 = \frac{1}{G_0} = 12,9 \text{ k}\Omega$ ist.

Those who cannot accept the notion that a perfect conductor can be said to have a finite resistivity [...], will perhaps be consoled by the thought that because R_0 is a contact resistance [...], the resistivity [...] does indeed go to zero as the sample size goes to infinity.

D. Stone & A. Szafer 1988, about the Landauer Formula [Ston 88]

1.2 Die Leitfähigkeit auf atomarem Niveau

Klassisch gesehen erwartet man, dass die Anzahl an Wellenvektoren \vec{k} in einem Kristall von der Größe des Kristalls abhängt; wobei der kleinste reziproke Vektor durch $|k| = \frac{2\pi}{d}$, mit d dem interatomarem Abstand, gegeben ist. Eine solche Beschreibung beinhaltet keine Spezifität des Materials. Dieser Typus an Quantisierung wird in den zwei dimensional Elektronen-Gas-Halbleiter-Heterostrukturen gefunden [Wees 88] [Whar 88]. Wenn man sich jetzt die Leitung auf atomarem Niveau in Metallen anschaut, dann findet sich auch hier eine Quantisierung des Leitwertes der Größenordnung G_0 . Hier wurde fälschlicherweise von einigen Autoren eine Querverbindung gezogen, und die Quantisierung in Metallen wurde als eine auf der Größe des Materials beruhende Quantisierung, interpretiert.

1.2.1 Das Prinzip der Öffnungskurven und der Schließkurven

Experimentell wie theoretisch funktioniert die Messung der Quantisierung folgendermaßen:

Man geht von einem Leiter aus, welcher lokal eine Verengung besitzt. Wenn man den Leiter unter Zug setzt, konzentriert sich die Dehnung an dessen schwächster Stelle; die Verengung wird in die Länge gezogen. Kurz bevor der Leiter endgültig reißt, besteht die Verengung nur noch aus einzelnen Atomen. Der Stromfluss durch diese Atome kann entweder gemessen (während eines Experimentes) oder berechnet (während einer Simulation) werden (siehe Abbildung 1.2).

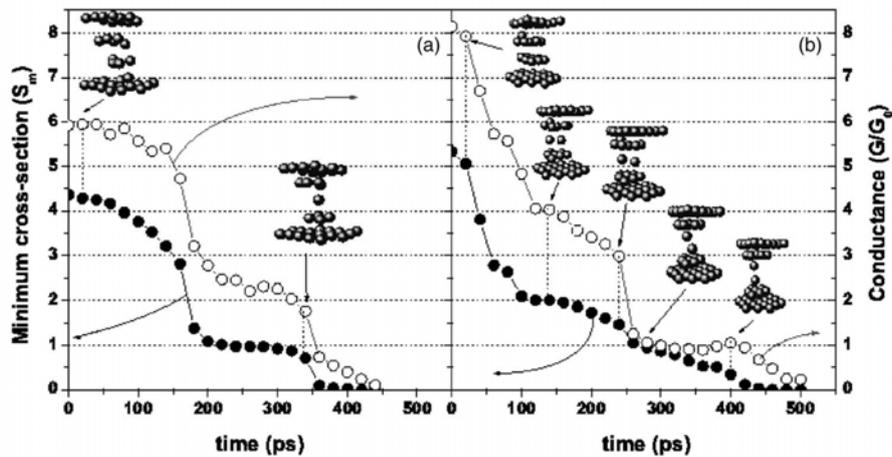


Abbildung 1.2: *Ab Initio Simulation des Bruchs eines Aluminium Kontaktes [Hasm 05]. (a) und (b) entsprechen zwei Dehnungsszenarien.*

Diese Messung wird *Öffnungskurve* genannt. Die entsprechende Messung, während der der Kontakt wieder geschlossen wird (also die Zugkraft wieder entspannt wird), wird *Schließkurve* genannt. Die Verengung des Leiters bezeichnet man als *Bruch-Kontakt*. Eine Anmerkung: Später werden wir zusätzlich den Effekt der Supraleitung betrachten. Die hier beschriebenen Kurven werden aber immer für einen Normalleiter gemessen. Man muss den Supraleiter also erst normalleitend machen, bevor man solche Messungen machen kann.

1.2.2 Eigenart der Kanäle

In Metallen ist die Anzahl an Kanälen (Abschnitt 1.1) durch die Anzahl an Valenzelektronen des betrachteten Materials gegeben (siehe [Sche 98]). Gold besitzt die elektronische Konfiguration $4f^{14}5d^{10}6s^1$ mit einem abgeschlossenen $5d$ Orbital. Das letzte Plateau des Leitwertes von Gold wird so durch einen einzelnen Leitwertkanal getragen, welcher durch das $6s^1$ Orbital gegeben ist. Dem letzten Plateau von Aluminium ($3s^23p^1$), welches aus drei Kanälen besteht, kann man ein sp_z Orbital und zwei entartete p_x und p_y Orbitale (aufgrund von Symmetrie Eigenschaften) zuordnen (siehe Abbildung 1.3).

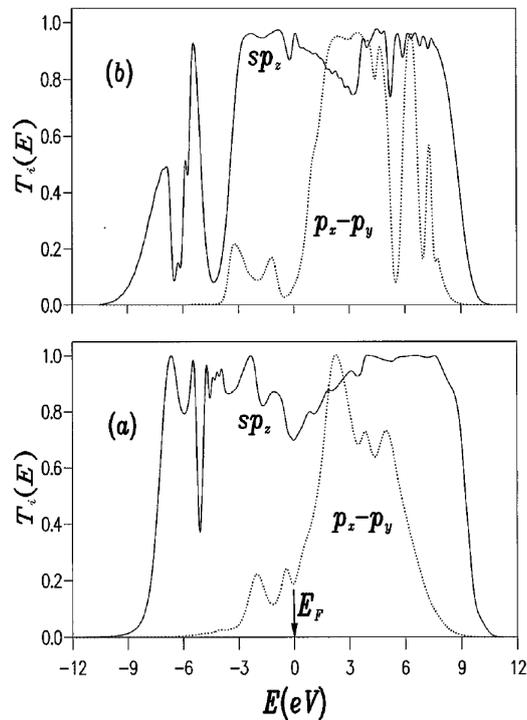


Abbildung 1.3: Transmission der Orbitale eines Aluminium-Bruch-Kontaktes in Abhängigkeit von der Energie: a) für einen kurzen Kontakt, b) für einen langen Kontakt. Die Länge wird durch die Anzahl der simulierten Atomlagen definiert. Ein kurzer Kontakt bedeutet $M = 1$, also ein Atom zwischen zwei Elektroden, und ein langer Kontakt bedeutet $M \rightarrow \infty$. An der Fermienergie haben stets einen starken Anteil des sp_z Orbitals und einen schwachen Anteil der zwei entarteten $p_x - p_y$ Orbitale. [Cuev 98b]

Zusammengefasst ist die maximale Anzahl an Transmissionskanälen eines monoatomaren Kontaktes eine Eigenschaft des verwendeten Materials⁷.

1.2.3 Histogramme

Obwohl jede neue Wiederholung eines atomaren Kontaktes unterschiedlich ist, also jede neue Öffnungs- und Schließkurve verschieden ist, findet man, dass jedes untersuchte Material während einer Öffnungskurve präferierte atomare Konfigurationen einnimmt.

⁷Für Blei ($4f^{14}5d^{10}6s^26p^2$), das vier Elektronen ($6s^2$ und $6p^2$) im Valenzband besitzt, wurden vier Kanäle gemessen und simuliert (die Kanäle 2 und 3 sind degeneriert). Für Niob ($5s^14d^4$) wurden fünf Kanäle gemessen und simuliert (die Moden 2-3 sowie 4-5 sind jeweils degeneriert) [Sche 98] [Cuev 98b]

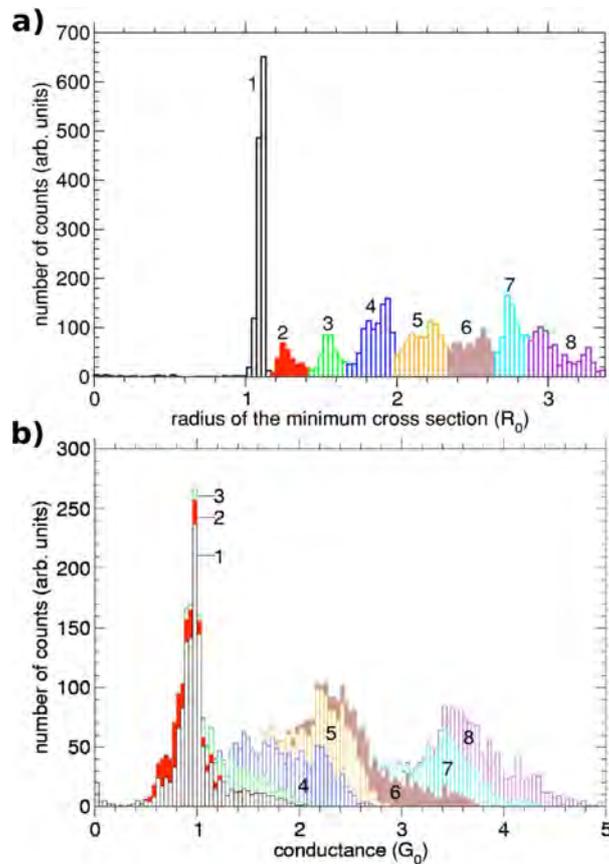


Abbildung 1.4: Histogramm – berechnet auf der Basis von Simulationen von Öffnungskurven eines Gold-Kontaktes [Dreh 05]. b) Histogramm der Leitwerte mit Anteil der unterschiedlichen Kontaktgrößen. a) Histogramm der Kontaktgröße in Einheiten des atomaren Radius R_0 . Die “Überstruktur” im Histogramm (a), welche durch die einzelnen Farben und Zahlen angedeutet ist, kommt laut Autor wahrscheinlich, von einem abgeschlossenen Schalen Effekt (vergleichbar mit den magischen Kernen — closed shell). Man findet einen solchen Effekt bei größeren Radien in Na [Yans 99] [Yans 00] und in Au [Mare 04] [Medi 03]. Was das Maximum bei $1G_0$ angeht, so ist es durch die atomaren Ketten hervorgerufen, die man hier findet. Diese haben alle einen Radius von circa einem R_0 .

Diese präferierten Kontakte können mit der Anzahl an Valenzelektronen des entsprechenden Metalls verbunden sein. Obwohl diese Verbindung nicht trivial ist, konnten die Anteile der jeweiligen Radien an dem Leitwert durch die Simulation bestimmt werden. Für Gold [Dreh 05] ergeben die Resultate der Simulation (siehe Abb. 1.4), dass die Anzahl an Atomen, die an einem gegebenen Leitwert teilnimmt, mit dem Leitwert größer wird. Wenn man davon ausgeht, dass man einen Ein-Atomkontakt bis zu einem Radius von $1,5 R_0$ hat, einen zwei-Atomkontakt von $1,5 R_0$ bis $2,5 R_0$ und so weiter, dann entspricht das erste Maximum bei $1 G_0$

im Leiwerthistogramm des Goldes fast ausschließlich einem Ein-Atom Kontakt, und das zweite Maximum bei $2 G_0$ entspricht dann schon Kontakten aus 2 und 3 Atomen.

Für Aluminium [Hasm 05] findet man für eine Dicke des Kontaktes von einem Atom zwei mögliche Konfigurationen. In der Abbildung 1.5 (b) für $N_a = 1$ sieht man ein erstes Maximum bei ungefähr $2 G_0$ und ein zweites bei $1 G_0$. Die Monomer-Konfiguration ist in der Abbildung 1.6 (a) zu sehen, und die Dimer-Konfiguration in der Abbildung 1.6 (c). Aus 1.5 und aus der abgebildeten Transmission in 1.6 (b) schließt man, dass der Leitwert von $2 G_0$ ausschließlich einem Monomer entspricht. Aus 1.5 und 1.6 (d) schließt man, dass der Leitwert von $1 G_0$ einem Dimer oder einer längeren Kette⁸ entspricht.

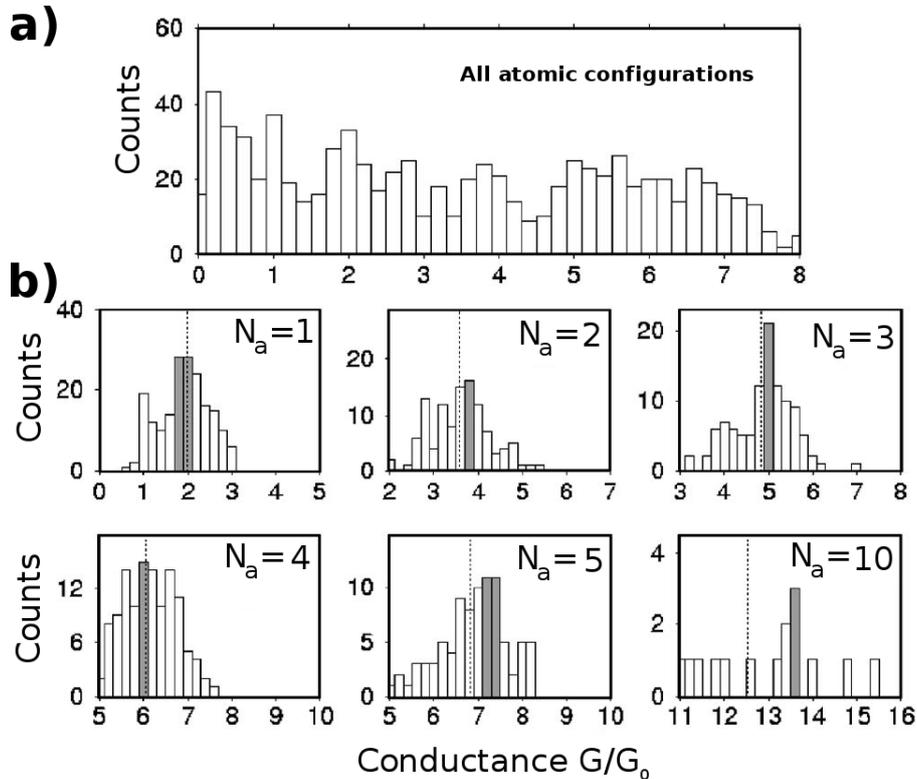


Abbildung 1.5: *Histogramme – berechnet auf der Basis simulierter Aluminium-Öffnungskurven. a) Histogramm aller Leitwerte, das heißt Summe aller unteren Histogramme. b) Individuelle Histogramme für eine gegebene Dicke des Kontaktes N_a [Hasm 05]. Achtung: Der Null-Punkt der einzelnen Histogramme ist verschieden.*

⁸Simulationen von monoatomaren Ketten sind im zweiten Teil, Abschnitt 3.6.1, beschrieben. Diese ergeben, dass längere Ketten einen Leitwert um $1 G_0$ besitzen.

Man sieht hier, dass das letzte Plateau einer Aluminium-Öffnungskurve nicht, wie man es vielleicht im Vergleich mit Gold angenommen hätte, dem Leitwert eines Monomers entspricht. Dies ist ein gutes Beispiel dafür, dass Quantisierung der Leitwerte und Quantisierung der Dicke des Kontaktes (Dicke in Anzahl von Atomen) verschieden sein können. Deshalb ist es a priori nicht möglich, eine direkte Verbindung zwischen Leitwertsprüngen und Anzahl an Atomen im Kontakt zu ziehen.

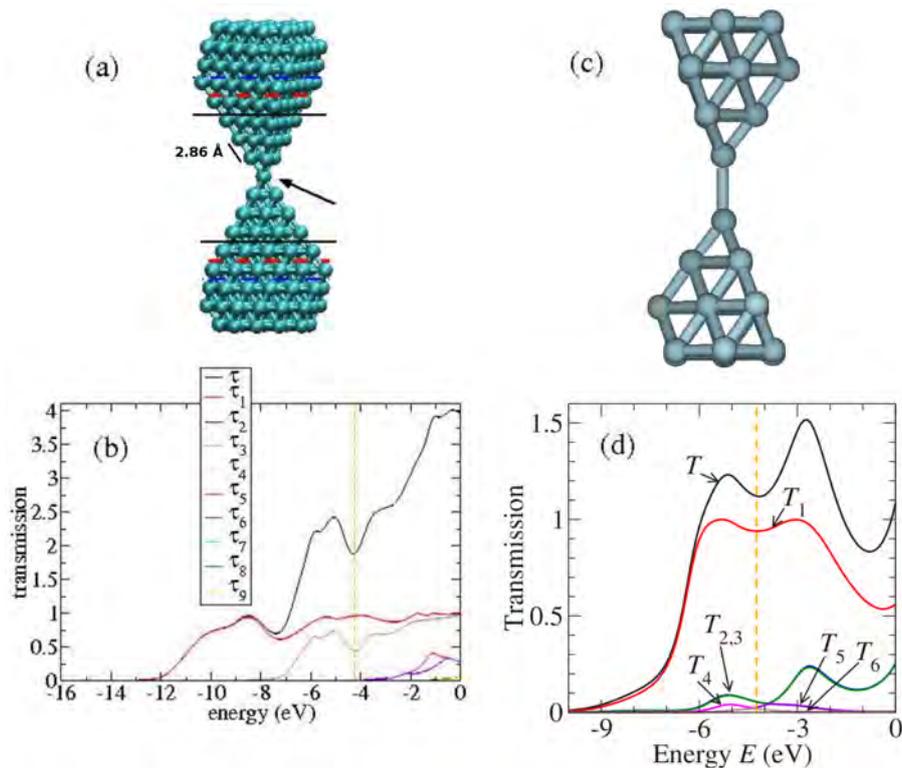


Abbildung 1.6: Links, a) Aluminium Monomer, mit b) der Transmissionswahrscheinlichkeit der Kanäle [Paul 08]. Rechts, c) Aluminium Dimer, mit d) der Transmissionswahrscheinlichkeit der Kanäle [Wohl 07]. T und τ ohne Index bezeichnen die gesamt Transmission aller Kanäle. Die Fermienergie ist durch die gestrichelten Linien gekennzeichnet.

Eine Verbindung kann aber doch hergestellt werden. In der Tat ist jeder Leitwertsprung mit einer Umordnung der Atome des Kontaktes verbunden, so wie jede Umordnung des Kontaktes mit einem Leitwertsprung verbunden ist [Rubi 96] [Ohni 98] [Kizu 08].

Experimentell erhält man für Aluminium ein Leitwerthistogramm, wie es in 1.7 zu sehen ist.

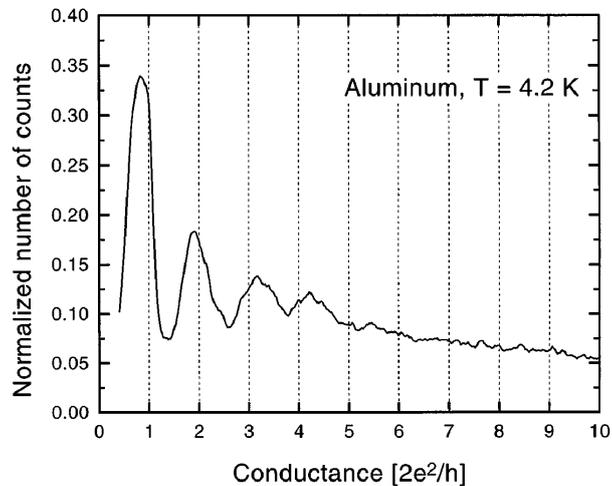


Abbildung 1.7: Experimentelles Leitwerthistogramm aus 30 000 Öffnungskurven [Yans 97]; zu vergleichen mit dem in 1.5 berechneten Histogramm.

Yanson et al. waren die ersten, welche experimentell gezeigt haben (siehe Abbildung 1.7), dass man auch in Aluminium präferierte Konfigurationen erhält, und das, obwohl man hier mehr als einen Leitwertkanal pro Atom⁹ hat (siehe Abschnitt 1.2.2). Die Anzahl an Kombinationen die möglich sind um einen gegebene Leitwert zu erhalten, ist stark erhöht, verglichen mit Gold. Deshalb hätte man erwarten können, dass das Histogramm stark abgeflacht ist, verglichen mit demjenigen von Gold. Die Maxima des Aluminium Leitwerthistogramms — Abbildung 1.7 — wurden zu Recht keiner gegebenen Anzahl an Atomen zugeordnet.

1.2.4 Kristallographische Richtungen des Aluminiums

Die im letzten Abschnitt präsentierten Histogramme beinhalten nicht die kristallographischen Richtungen des Kristalls. Wir finden in [Hasm 01] Molekulardynamik-Simulationen, welche diese Abhängigkeit in Betracht ziehen (Abbildung 1.8).

⁹Um mehr über die Bestimmung der Leitwertkanäle zu erfahren, verweisen wir auf den zweiten Teil der Arbeit, Abschnitte 1.5, Seite 56 und 3.4, Seite 100.

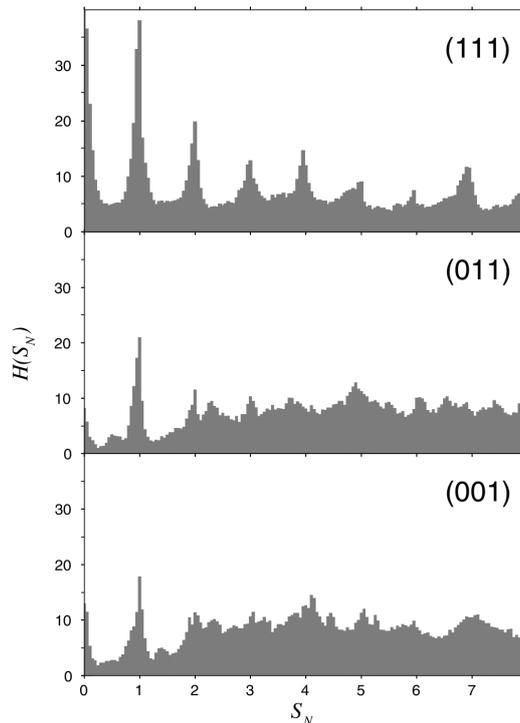


Abbildung 1.8: Für Aluminium berechnetes Histogramm der Kontaktdurchmesser aus jeweils 70 simulierten Öffnungskurven für drei unterschiedliche kristallographische Richtungen [Hasm 01]. Auf der X-Achse findet sich die “Breite” des Kontaktes in Einheiten des Atomdurchmessers. Auf der Y-Achse findet man die Häufigkeit des Auftretens der jeweiligen Durchmesser.

Für die $\langle 111 \rangle$ Richtung sieht man eindeutige Maxima, welche eine gegebene Anzahl an Atomen beschreiben. Für die zwei anderen kristallographischen Richtungen sind nur noch Kontakte mit der Breite eines einzelnen Atoms eindeutig zu sehen. Das heißt, dass das Öffnen eines Kontaktes in $\langle 011 \rangle$ und $\langle 001 \rangle$ Richtung fast kontinuierlich und in $\langle 111 \rangle$ Richtung stark quantisiert verläuft. Für Aluminium ist die Richtung, in der ein Kontakt sich öffnet, wichtig für dessen Entwicklung.

Für Nickel [Garc 08] findet man in Simulation von Öffnungskurven, dass die Kontakte in $\langle 100 \rangle$ und $\langle 110 \rangle$ Richtung zunehmend amorpher werden. Einzig die $\langle 111 \rangle$ Richtung ist stabil und baut sich von einer Öffnungskurve zur anderen immer wieder auf.

Experimentell finden wir in unserer Gruppe, dass die Plateaus der Öffnungskurven von Aluminium und Gold immer länger¹⁰ werden, je öfter der Kontakt geöffnet

¹⁰Ein langes Plateau entspricht einer hohen Anzahl an Counts für einen gegebenen Leitwert im Leitwerthistogramm.

net und geschlossen wird. Wir haben auch vorher angesprochen, dass Sprünge im Leitwert und atomare Neuordnungen miteinander verbunden sind. Wenn man davon ausgeht, dass jeder Kontakt, der in einer anderen Richtung als $\langle 111 \rangle$ gedehnt wird, sich amorphisiert, dann kann sich diese amorphe Phase in eine potentiell stabilere $\langle 111 \rangle$ Richtung neuordnen. Man muss hier bedenken, dass ein Aluminium Kluster ab einer Anzahl von 80 Atomen spontan eine fcc Struktur annimmt [Ahlr 99]. Wenn man sich also die Abbildung 1.8 anschaut, kann man annehmen, dass sich im Laufe der Öffnungskurven und Schließkurven eine $\langle 111 \rangle$ Struktur bildet.

1.2.5 Die Aluminium Orbitale

Für Aluminium sind die p und sp Orbitale, welche am elektrischen Transport teilhaben, stark im Raum gerichtet. Da die Simulationen, welche von Pauly et al. gemacht wurden, eine Gleichverteilung der Elektronen um das Atom herum voraussetzen, konnte Aluminium im Rahmen dieser Theorie noch nicht präzise beschrieben werden [Paul 06] [Dreh 08]. Diese Ausrichtung kann während der Dehnung des Kontaktes einen einzelnen Leitwertkanal bei gleichbleibenden anderen Kanälen beeinflussen sowie auch die Hybridisierung der 3s und 3p Kanäle schwächen [Schr 07]. Dies kann zu Charakteristiken führen, welche schwer vorherzusagen sind. In anderen Worten gefasst, scheint die mikroskopische Struktur der Kontaktes stärker das Verhalten des Leitwertes zu beeinflussen, als es bei anderen Metallen der Fall ist (Au, Ag, Pt, ...). Um mehr darüber zu erfahren, siehe Kapitel 3 des zweiten Teils der Arbeit.

1.2.6 Steigung des letzten Aluminium Plateaus

Wir finden in [Cuev 98a] eine Diskussion über die Form des letzten Plateaus von Aluminium. Die Rechnungen wurden hier mithilfe eines *tight-binding* Modells¹¹ gemacht. Der Autor findet — im Laufe der Dehnung der Kontakte — ein schmaler werdendes sp_z Niveau und ein Zentrieren auf die Fermienergie, was zu einem sp_z Kanal führt, der sich bis zur perfekten Transmission entwickelt (siehe Abbildung 1.9). Dies erklärt die typische Steigung der Plateaus, die man in den Schließkurven und Öffnungskurven sieht.

¹¹Methode der Berechnung von molekular Orbitalen, durch lineare Kombination von Atomorbitalen.

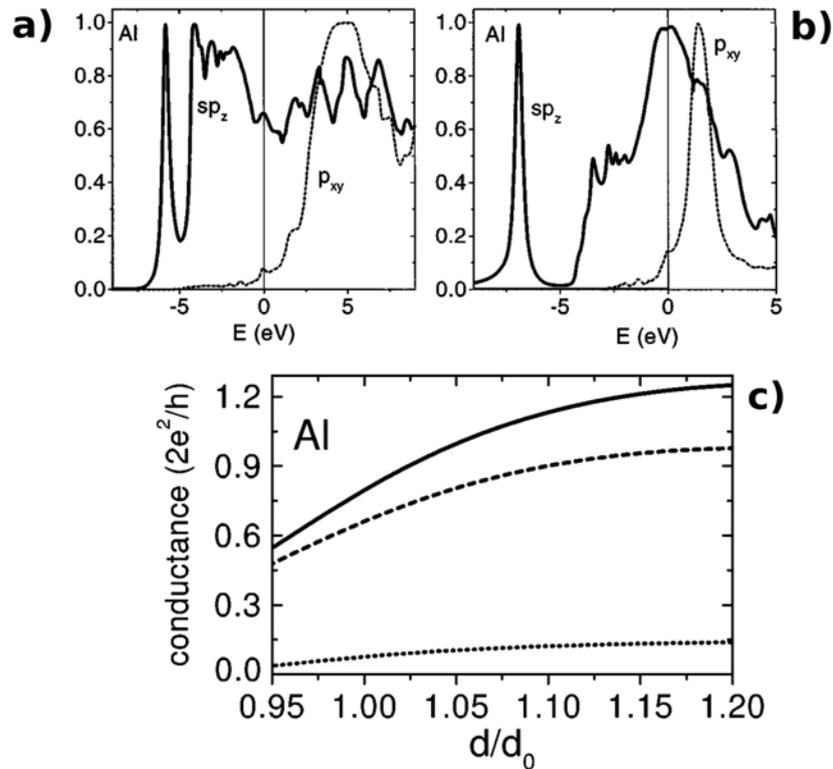


Abbildung 1.9: a) Transmission der verschiedenen Kanäle für einen ungedehnten Kontakt. b) Transmission der verschiedenen Kanäle für einen um $1,2 d_0$ gedehnten Kontakt. d_0 entspricht dem Gleichgewichtsabstand zwischen zwei Atomen. c) Berechneter Leitwert (Linie) des letzten Plateaus für Aluminium. sp_z ist gestrichelt und p_x sowie p_y sind gepunktet aufgetragen [Cuev 98a].

Obwohl weder das Aufheben der Hybridisierung der hybridisierten Orbitale s und p_z noch ein Ladungstransfer während der Dehnung in [Cuev 98a] zu finden sind, sind sich beide Autoren [Schr 07] und [Cuev 98a] über eine Erhöhung der Zustandsdichte bei der Fermienergie im sp_z (oder p_z) Niveau einig. Dieses Phänomen wird experimentell im Abschnitt 3.3 des zweiten Teils der Arbeit beschrieben.

Literaturverzeichnis

- [Agra 03] N. Agrait, A. L. Yeyati, and J. M. van Ruitenbeek. “Quantum properties of atomic-sized conductors”. *Physics Reports*, Vol. 377, No. 2-3, pp. 81–279, April 2003.
- [Ahlr 99] R. Ahlrichs and S. Elliott. “Clusters of aluminium, a density functional study”. *Physical Chemistry Chemical Physics*, Vol. 1, No. 1, pp. 13–21, 1999.
- [Been 91] C. W. J. Beenakker and H. van Houten. “Quantum Transport in Semiconductor Nanostructures”. *Solid State Physics*, Vol. 44, p. 1, 1991. cond-mat/0412664 (2004).
- [Cuev 98a] J. C. Cuevas, A. Levy Yeyati, A. Martín-Rodero, G. Rubio Bollinger, C. Untiedt, and N. Agrait. “Evolution of Conducting Channels in Metallic Atomic Contacts under Elastic Deformation”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 81, No. 14, pp. 2990–2993, Oct 1998.
- [Cuev 98b] J. C. Cuevas, A. L. Yeyati, and A. Martín-Rodero. “Microscopic Origin of Conducting Channels in Metallic Atomic-Size Contacts”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 80, No. 5, pp. 1066–1069, Feb 1998.
- [Dreh 05] M. Dreher, F. Pauly, J. Heurich, J. C. Cuevas, E. Scheer, and P. Nielaba. “Structure and conductance histogram of atomic-sized Au contacts”. *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*, Vol. 72, No. 7, p. 075435, 2005.
- [Dreh 08] M. Dreher. Private communication, 2008.
- [Garc 08] P. García-Mochales, R. Paredes, S. Peláez, and P. A. Serena. “Statistical analysis of the breaking processes of Ni nanowires”. *Nanotechnology*, Vol. 19, No. 22, p. 225704 (9pp), 2008.
- [Hasm 01] A. Hasmy, E. Medina, and P. A. Serena. “From Favorable Atomic Configurations to Supershell Structures: A New Interpretation of Conductance Histograms”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 86, No. 24, pp. 5574–5577, Jun 2001.

- [Hasm 05] A. Hasmy, A. J. Pérez-Jiménez, J. J. Palacios, P. García-Mochales, J. L. Costa-Krämer, M. Díaz, E. Medina, and P. A. Serena. “Ballistic resistivity in aluminum nanocontacts”. *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*, Vol. 72, No. 24, p. 245405, 2005.
- [Kizu 08] T. Kizuka. “Atomic configuration and mechanical and electrical properties of stable gold wires of single-atom width”. *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*, Vol. 77, No. 15, p. 155401, 2008.
- [Land 57] R. Landauer. “Spatial Variation of Currents and Fields Due to Localized Scatterers in Metallic Conduction”. *IBM J. Res. Dev.*, Vol. 1, No. 3, p. 223, 1957.
- [Mare 04] A. I. Mares, A. F. Otte, L. G. Soukiassian, R. H. M. Smit, and J. M. van Ruitenbeek. “Observation of electronic and atomic shell effects in gold nanowires”. *Phys. Rev. B*, Vol. 70, No. 7, p. 073401, Aug 2004.
- [Medi 03] E. Medina, M. Díaz, N. León, C. Guerrero, A. Hasmy, P. A. Serena, and J. L. Costa-Krämer. “Ionic Shell and Subshell Structures in Aluminum and Gold Nanocontacts”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 91, No. 2, p. 026802, Jul 2003.
- [Ohni 98] H. Ohnishi, Y. Kondo, and K. Takayanagi. “Quantized conductance through individual rows of suspended gold atoms”. *Nature*, Vol. 395, pp. 780–783, October 1998.
- [Paul 06] F. Pauly, M. Dreher, J. K. Viljas, M. Hafner, J. C. Cuevas, and P. Nielaba. “Theoretical analysis of the conductance histograms and structural properties of Ag, Pt, and Ni nanocontacts”. *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*, Vol. 74, No. 23, p. 235106, 2006.
- [Paul 08] F. Pauly, J. Viljas, U. Huniar, M. Hafner, S. Wohlthat, M. Burkle, J. Cuevas, and G. Schon. “Cluster-based density-functional approach to quantum transport through molecular and atomic contacts”. *Arxiv*, pp. 0806–4173, 2008.
- [Rubi 96] G. Rubio, N. Agraït, and S. Vieira. “Atomic-Sized Metallic Contacts: Mechanical Properties and Electronic Transport”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 76, No. 13, pp. 2302–2305, Mar 1996.
- [Sche 98] E. Scheer, N. Agraït, J. Cuevas, A. Yeyati, B. Ludoph, A. Martín-Rodero, G. Bollinger, J. van Ruitenbeek, and C. Urbina. “The signature of chemical valence in the electrical conduction through a single-atom contact”. *Nature*, Vol. 394, pp. 154–157, July 1998.

Erster Teil: *Theorie und vorausgehende Arbeiten*

- [Schr 07] U. Schröter and E. Scheer. “Coulomb blockade versus coherence in transport through a double junction”. *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*, Vol. 76, No. 20, p. 205104, 2007.
- [Ston 88] A. D. Stone and A. Szafer. “What is measured when you measure a resistance?—The Landauer formula revisited”. *IBM J. Res. Dev.*, Vol. 32, No. 3, p. 384, 1988.
- [Wees 88] B. J. van Wees, H. van Houten, C. W. J. Beenakker, J. G. Williamson, L. P. Kouwenhoven, D. van der Marel, and C. T. Foxon. “Quantized conductance of point contacts in a two-dimensional electron gas”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 60, No. 9, pp. 848–850, Feb 1988.
- [Whar 88] D. A. Wharam, T. J. Thornton, R. Newbury, M. Pepper, H. Ahmed, J. E. F. Frost, D. G. Hasko, D. C. Peacock, D. A. Ritchie, and G. A. C. Jones. “One-dimensional transport and the quantisation of the ballistic resistance”. *Journal of Physics C: Solid State Physics*, Vol. 21, No. 8, pp. L209–L214, 1988.
- [Wohl 07] S. Wohlthat, F. Pauly, J. K. Viljas, J. C. Cuevas, and G. Schön. “Ab initio study of charge transport through single oxygen molecules in atomic aluminum contacts”. *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*, Vol. 76, No. 7, p. 075413, 2007.
- [Yans 00] A. I. Yanson, I. K. Yanson, and J. M. van Ruitenbeek. “Supershell Structure in Alkali Metal Nanowires”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 84, No. 25, pp. 5832–5835, Jun 2000.
- [Yans 97] A. I. Yanson and J. M. van Ruitenbeek. “Do Histograms Constitute a Proof for Conductance Quantization?”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 79, No. 11, p. 2157, Sep 1997.
- [Yans 99] A. Yanson, I. Yanson, and J. van Ruitenbeek. “Observation of shell structure in sodium nanowires”. *Nature*, Vol. 400, pp. 144–146, 1999.

Kapitel 2

Der Ein-Elektron-Transistor

Das Prinzip des Ein-Elektron-Transistors (SET¹) geht auf Averin und Likharev zurück, die es 1986 im Rahmen der Orthodoxen Theorie beschrieben haben [Aver 86]. Experimentell wurde der erste SET ein Jahr später durch Fulton und Dolan hergestellt [Fult 87]. Seine bemerkenswerteste Eigenschaft ist es, von einem isolierenden zu einem leitenden Zustand zu kommutieren, wenn einzelne bis hin zu einer einzigen Ladung dem Gatter (Gate) hinzugefügt werden. Ein SET besteht aus einer leitenden Insel, welche von ihren Zuleitungen durch resistive Kontakte getrennt ist (siehe Abbildung 2.1).

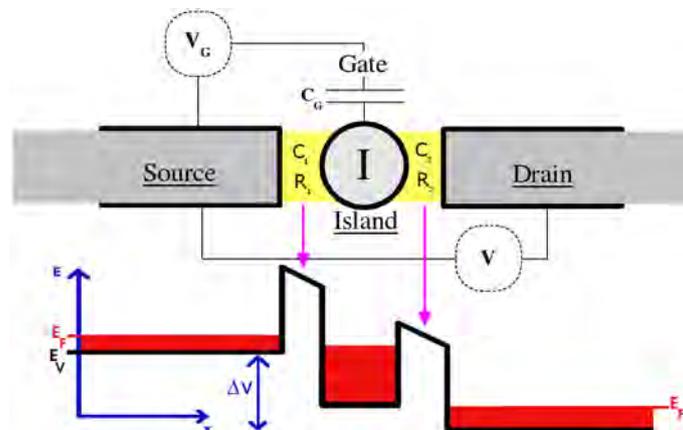


Abbildung 2.1: Funktionsprinzip eines Ein-Elektron-Transistors. Der Strom I , welcher durch die Spannung V hervorgerufen wird, kann anhand der Spannung V_G gesteuert werden. Diese Spannung V_G erlaubt es, das Fermi-niveau der Insel zu verschieben. Wenn sich das Fermi-niveau der Insel zwischen den Fermi-niveaus der Zuleitungen befindet, kann ein Strom fließen; wenn es sich über dem Fermi-niveau des linken Kontaktes befindet, wird der Strom blockiert, obwohl es einen Spannungsabfall zwischen Quelle (Source) und Senke (Drain) gibt.

¹Single Electron Transistor

2.1 Allgemeine Bedingungen

Um den Effekt der Coulomb-Blockade zu sehen, müssen die thermischen Fluktuationen kleiner als die Energie sein, welche nötig ist um die Insel aufzuladen. Das heißt soviel wie: $k_B T < E_C$. Die Kapazität der Insel muss also folgende Bedingung erfüllen:

$$C < \frac{e^2}{2k_B T} \quad \Leftrightarrow \quad T < \frac{e^2}{2k_B C} \quad (2.1)$$

Diese Bedingung kann entweder durch Minderung der Kapazität (z.B. durch Verkleinerung der Insel) oder auch durch Temperaturminderung erfüllt werden.

Um zwei Domänen der Transmission zu unterscheiden, betrachten wir die Widerstände der Barrieren (in Gelb in der Abbildung 2.1). Wenn der Widerstand der Barrieren hinreichend hoch ist, befindet sich das Elektron entweder auf der einen oder auf der anderen Seite einer Barriere.

Um den minimalen Widerstand einer Barriere zu bestimmen, welcher es erlaubt, ein Elektron auf eine der beiden Seiten zu lokalisieren, gehen wir von der Heisenbergschen Unschärfe Relation aus: $\Delta E \Delta t > \frac{\hbar}{2}$. Anhand der Energie, die ein Elektron braucht, um auf die Insel zu kommen $\Delta E = \frac{e^2}{2C}$ und seine Fluktuationszeit durch eine Barriere eines Widerstandes R , welche durch die Zeitkonstante² $\Delta t \simeq RC$ gegeben ist, kommen wir auf die Gleichung 2.2.

$$R > \frac{\hbar}{e^2} = 25813 \, \Omega \quad (2.2)$$

Dies liefert uns eine Größenordnung für den minimalen Widerstand, der nötig ist, um die Coulomb-Blockade zu sehen. Der Bereich der schwachen Transmissionen ist durch $R \gg \frac{\hbar}{e^2}$ gegeben, und der Bereich der starken Transmissionen durch $R \simeq \frac{\hbar}{e^2}$. Im Folgenden betrachten wir Tunnelkontakte auf jeder Seite der Insel.

2.2 Überlegungen zum Verständnis der Kennlinien eines SETs

Wir werden hier sehen, wie man den Strom durch einen SET beschreiben kann. Um genaueres über die Rechnungen zu erfahren, siehe [Grab 91]. Die folgenden Ideen basieren auf [Schr 06].

Strom durch jeden Tunnelkontakt eines SETs : Um das Tunneln von Elektronen durch die Barrieren eines SETs zu beschreiben, müssen wir von einem stationären Zustand ausgehen. In anderen Worten gefasst, ist die Wahrscheinlichkeit P , dass die Insel weitere Ladungen aufnimmt, Zeit-unabhängig ($\frac{\partial P}{\partial t} = 0$).

²Dies ist der Kehrwert der Anzahl an Elektronen, die bei angelegter Spannung $\frac{e}{C}$ pro Zeiteinheit durch den Kontakt tunneln.

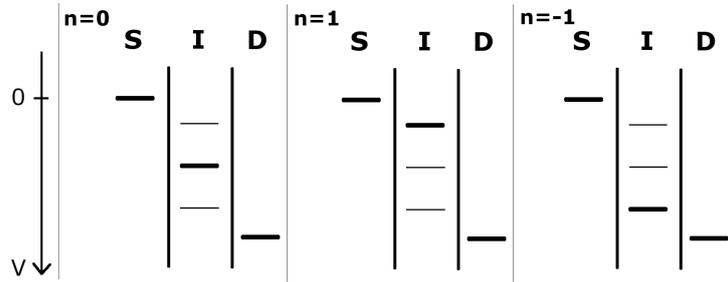


Abbildung 2.2: Fermi-niveau (in Fett) eines SETs, je nachdem, ob man ein Elektron der Insel zufügt ($n=1$) oder abführt ($n=-1$).

Das System der Abbildung 2.2 kann mit folgenden Gleichungen beschrieben werden:

1. Die Kapazität der Insel ist $C_{\text{tot}} = C_1 + C_2 + C_G$ (siehe Abbildung 2.1)
2. Die Ladungsenergie der Insel ist $E_C = \frac{e^2}{2C_{\text{tot}}}$
3. Anhand des Potentials $\Phi = \frac{Q}{C_{\text{tot}}}$ können wir das Inselpotential
4. für n Elektronen schreiben als: $\Phi_n = \frac{-ne + \text{const}}{C_{\text{tot}}}$ und für $(n+1)$ Elektronen als $\Phi_{n+1} = \frac{-(n+1)e + \text{const}}{C_{\text{tot}}}$

Diese Gleichungen führen uns zu dem Potentialunterschied zwischen zwei möglichen Fermi-niveaus, welcher gleich $\Delta\Phi = \frac{e}{C_{\text{tot}}} = \frac{2E_C}{e}$ ist.

Wir schreiben jetzt die Gate-Spannung U als eine äquivalente Anzahl an Ladungen $\tilde{n} = \frac{C_G U}{e}$.

und betrachten als Beispiel die Barriere auf der Source-Seite (in der Abbildung 2.3 durch C_1 gegeben). Um sagen zu können, ob ein Elektron die Barriere passieren kann, vergleichen wir den Potential-Gewinn g , den das Elektron erfahren würde

$$g = eV \frac{C_2}{C_{\text{tot}}} \quad (2.3)$$

mit der Ladungsenergie der Insel

$$E_{\text{charge}} = \frac{(n+1-\tilde{n})^2 e^2}{2C_{\text{tot}}} - \frac{(n-\tilde{n})^2 e^2}{2C_{\text{tot}}} = \frac{(2n-2\tilde{n}+1)^2 e^2}{2C_{\text{tot}}}. \quad (2.4)$$

So kommen wir zur notwendigen Bedingung für einen Ladungstransfer:

$$\Delta E = \frac{C_2}{2C_{\text{tot}}} eV - \frac{((2n+1)e - 2C_G U) e}{2C_{\text{tot}}} > 0 \quad (2.5)$$

Erster Teil: Theorie und vorausgehende Arbeiten

welche für die Spannung zwischen Source und Drain äquivalent zur Gleichung 2.6 ist.

$$V > \frac{(2n+1)e}{2C_2} - \frac{C_G U}{C_2} = \frac{(2n+1)e}{2C_2} - \Delta_{Grille} \quad (2.6)$$

Bedingungen für einen Strom durch einen SET : Auf diese Weise können wir die verschiedenen Bedingungen für einen Ladungstransfer durch die jeweiligen Kontakte schreiben (siehe Gleichung 2.3). Aus Einfachheitsgründen betrachten wir hier den Fall einer nicht vorhandenen Gate Spannung.

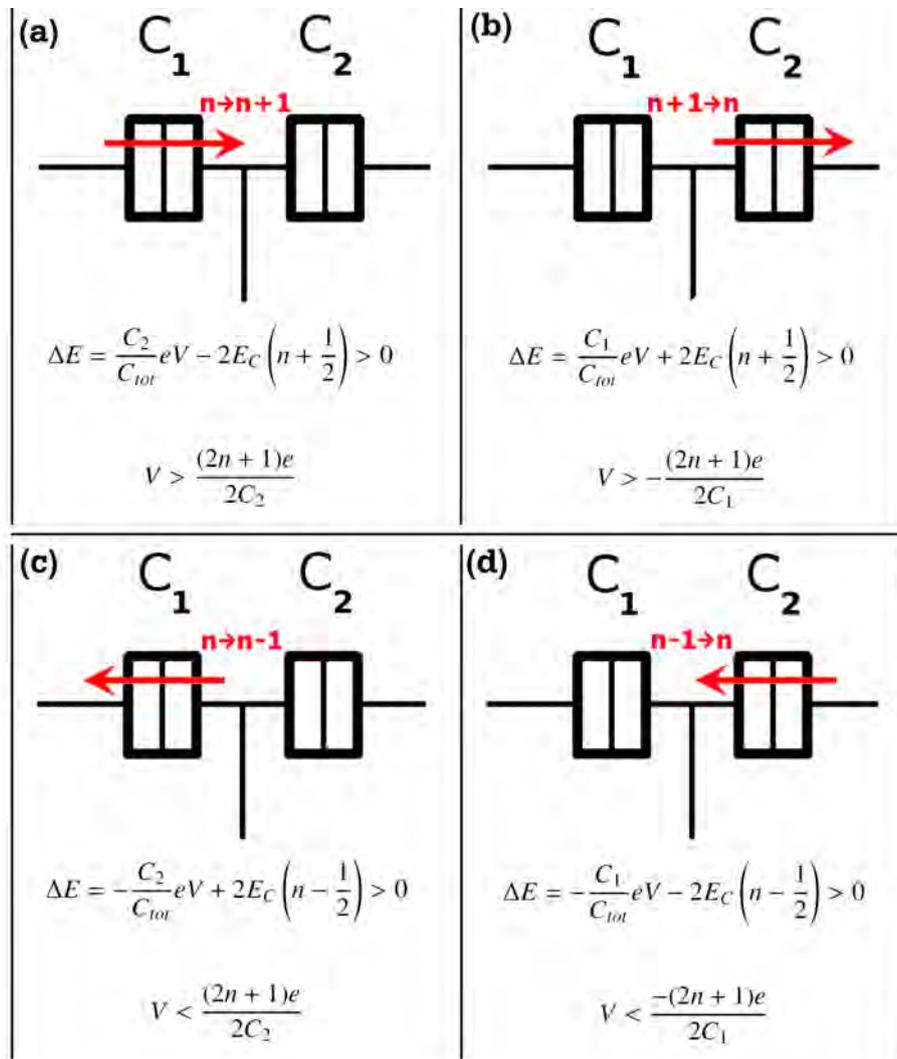


Abbildung 2.3: Bedingungen ohne Gate Spannung für den Transfer eines Elektrons durch je einen Kontakt.

Im Fall $n > 0$, wenn (a) erfüllt ist, dann ist (b) automatisch miterfüllt; gleichermaßen impliziert (d) auch (c). Umgekehrt, im Falle $n < 0$, impliziert (a) die Bedingung (b) und (c) impliziert die Bedingung (d) (siehe Abbildung 2.3). Einzig die in der Spannung zuletzt erfüllte Bedingung erlaubt den Stromtransport.

Eine berechnete SET Kennlinie ist in der Abbildung 2.4 abgebildet. Betrachten wir hier die (a) Bedingung der Abbildung 2.3 bei zwei gleichen Kapazitäten C_1 und C_2 , welche sehr viel größer als C_G sein sollen:

$$E_C = \frac{e^2}{2C_{tot}} = \frac{e^2}{2(C_1 + C_2 + C_G)} = \frac{e^2}{2(C_1 + C_1)} = \frac{e^2}{4C} \quad (2.7)$$

$$V > \frac{(2n+1)e}{2C} = \frac{2(2n+1)E_C}{e} \quad (2.8)$$

In der Abbildung 2.4 finden wir für $n = 0$, $n = 1$, $n = 2$ einen Stromzuwachs bei $2E_C$, $6E_C$, $10E_C$, u.s.w.

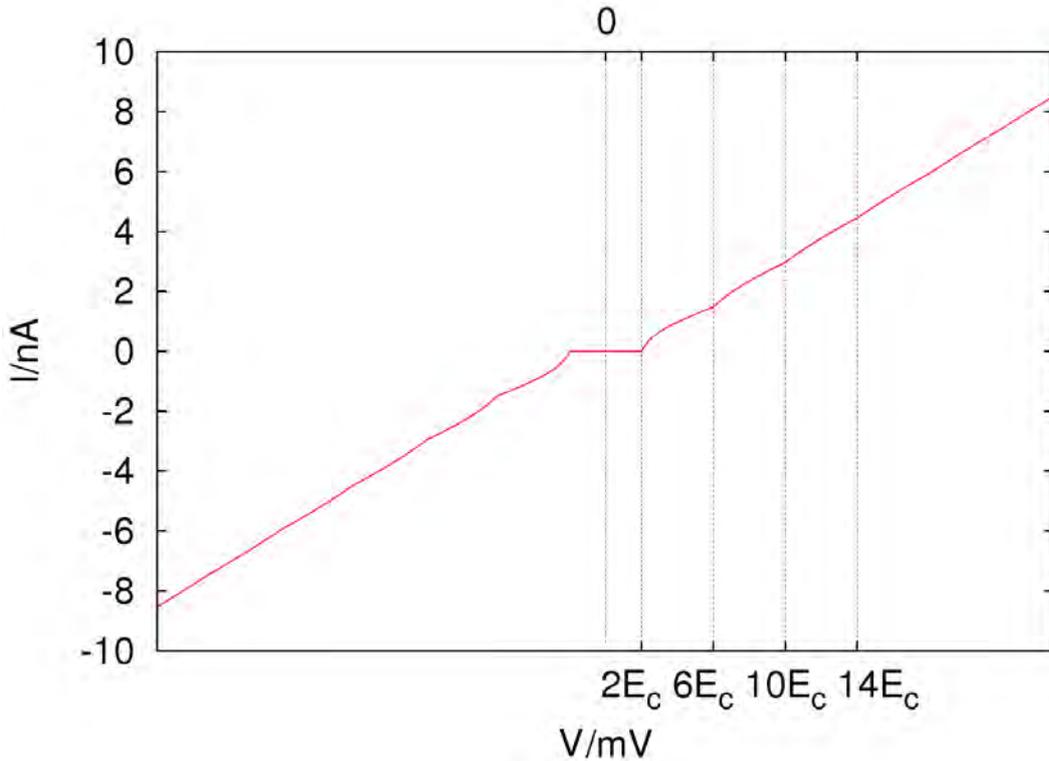


Abbildung 2.4: Berechnete $I(V)$ Kennlinie eines SETs (anhand von [Schr 08]) ohne Gate Spannung und mit $C_1 = C_2 = 100$ aF, $R_1 = 890 \Omega$ und $R_2 = 190 \Omega$. Die resultierende Ladungsenergie ist gleich $E_C \approx 0,4$ meV.

Einfluss der Gate Spannung : Wenn man jetzt eine Gate Spannung anlegt, führt das, in der Abbildung 2.2, zu einer kontinuierlichen Verschiebung des Fermi-niveaus der Insel. Auf diese Weise wird der Anfang der Oszillationen zu höheren Spannungen verschoben.

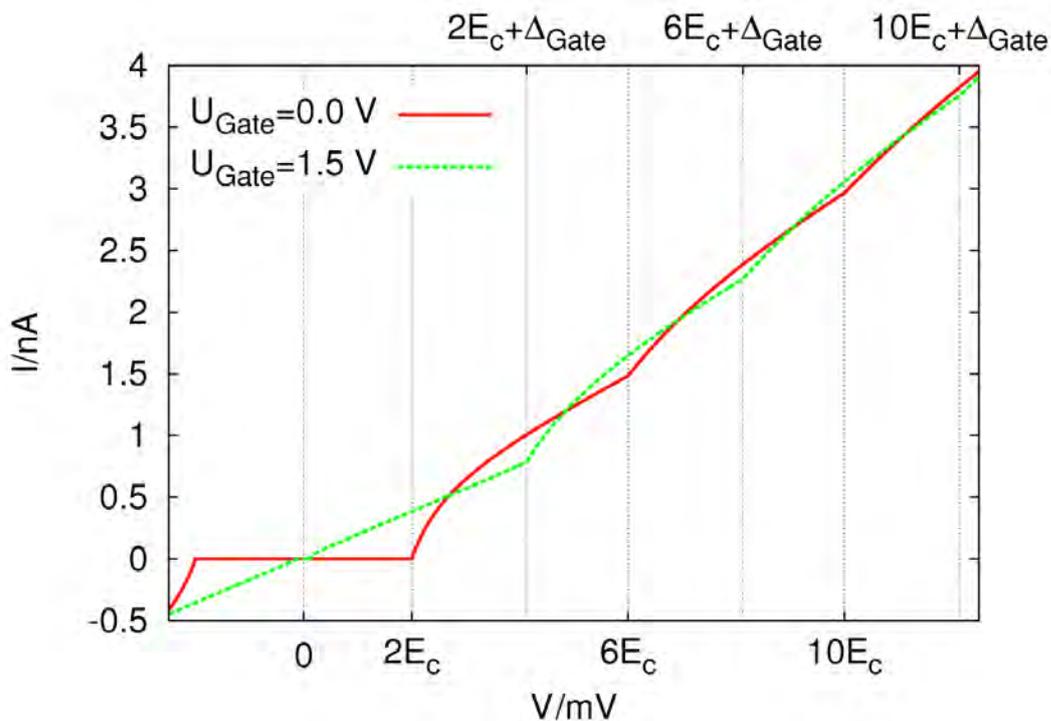


Abbildung 2.5: Berechnete $I(V)$ Kennlinien eines SETs mit und ohne Gate Spannung (anhand [SCHR08]). $C_1 = C_2 = 100 \text{ aF}$, $R_1 = 890 \text{ } \Omega$ und $R_2 = 190 \text{ } \Omega$. Man beobachtet, dass die Oszillationen, wie in der Gleichung 2.6 beschrieben, um Δ_{Grille} verschoben sind.

2.3 Einfluss der Temperatur und der Supraleitung auf die Leitung eines SETs

Die folgenden Analysen wurden mit dem Programm "SIMON"³ durchgeführt [Wass 97a], welches durch Monte-Carlo Simulationen den Strom berechnet.

³"SiMulation Of Nanostructures", ein Programm, das von Christoph Wasshuber im Rahmen seiner Promotion entwickelt worden ist [Wass 97b].

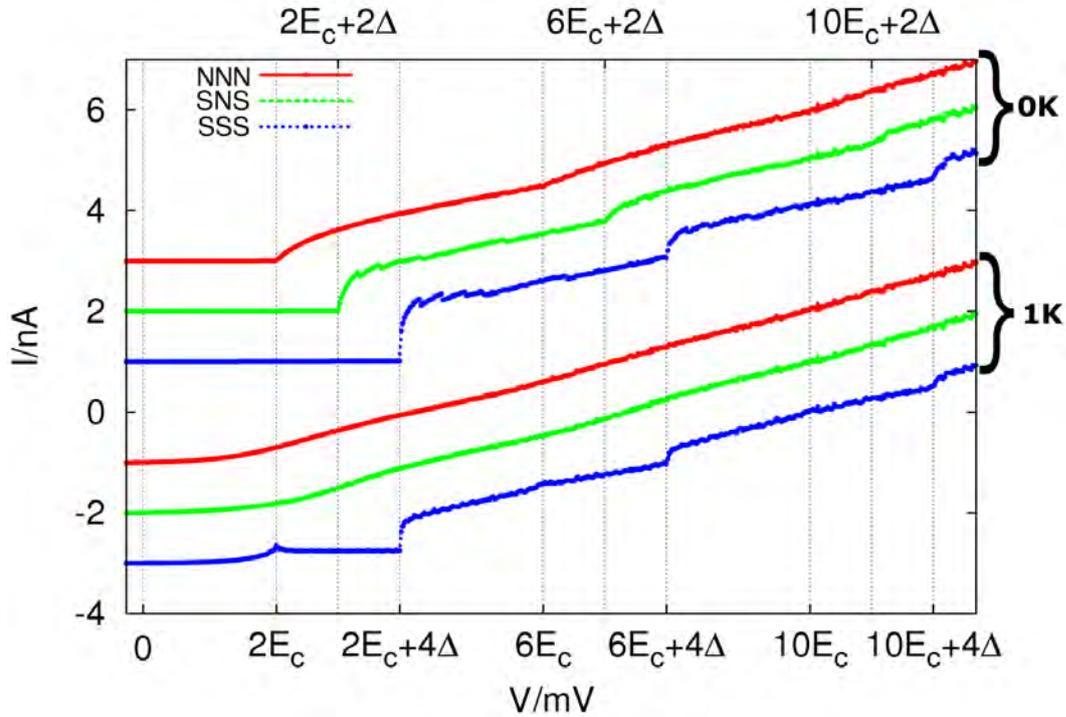


Abbildung 2.6: Strom durch einen SET ohne Gate Spannung. Die Simulationen verwenden die Parameter der Abbildung 2.4 sowie ein supraleitendes Gap von $185 \mu\text{eV}$. Innerhalb jeder Dreiergruppe wird die Simulation eines normalleitenden SETs, eines SETs mit supraleitenden Zuleitungen und eines ganz supraleitenden SETs abgebildet. Die obere Dreiergruppe wurde für 0 K simuliert und die untere Dreiergruppe für 1 K . Aus Lesbarkeitsgründen sind die einzelnen Kennlinien in Y verschoben.

In den Simulationen der Abbildung 2.6 kann man unterschiedliche Oszillationen erkennen, je nachdem, welchen Fall man betrachtet.

NNN Kontakt : Im Falle des normalleitenden SETs (rote Kennlinien) finden wir die im Abschnitt 2.2 beschriebenen Oszillationen wieder. Bei 1 K sind diese nur sehr wenig sichtbar, und man sieht insbesondere einen "Rest" an Coulomb-Blockade zwischen 0 und $2E_C$.

SNS Kontakt : Hier haben wir den Fall einer normalleitenden Insel mit supraleitenden Zuleitungen (grüne Kennlinien). Bei 0 K fangen die Oszillationen bei $2E_C + 2\Delta$ an und wiederholen sich — wie im NNN Fall — alle $4E_C$. Da das supraleitende Gap die Elektronen daran hindert, von der einen auf die andere Seite des jeweiligen SN-Kontaktes zu gelangen, muss das Fermi-niveau um 2Δ verschoben werden, also um Δ auf jeder Seite eines jeweiligen Kontaktes, damit der Strom

fließen kann. Bei 1K kann man — obwohl die thermische Energie $k_B T \simeq 86 \mu\text{eV}$ kleiner als die Ladungsenergie der Insel $E_C \simeq 400 \mu\text{eV}$ ist — die Oszillationen fast nicht mehr sehen.

SSS Kontakt :

Der Fall des völlig supraleitenden SETs ist der interessanteste. Bei 0 K finden wir die um 4Δ verschobenen NNN Oszillationen wieder. Da wir auf jeder Seite des Tunnelkontaktes einen Supraleiter haben, muss jetzt allerdings das Fermi-niveau um 4Δ verschoben werden, bevor die Elektronen einen Strom bilden. Bei 1 K hingegen finden sich, obwohl es bei 0 K keinen Strom innerhalb des durch das Gap definierten Bereichs gibt, hinreichend viele Elektronen oberhalb des Gaps, damit ein Strom zustande kommt. Wir haben also hier einen Strom, der von den besetzten Zuständen des "Leitungsbandes" zu den freien Zuständen dieses selben Bandes fließt und so denselben Regeln wie im NNN Fall gehorcht. Man sieht, wie der Strom bei $2E_C$ und $6E_C$ ansteigt.

2.4 Bereich der hohen Transmissionen

Obwohl dieser Bereich nicht experimentell gemessen wurde, präsentieren wir einige seiner Eigenschaften.

Die Rechnungen und Simulationen, die im letzten Abschnitt präsentiert worden sind, gingen davon aus, dass das Elektron sich entweder auf der einen oder auf der anderen Seite des Tunnelkontaktes befindet. Im Bereich der hohen Transmissionen und insbesondere im SSS Fall kann man diese Näherung nicht mehr machen. Man muss eher davon ausgehen, dass die Elektronen in dem Kontakt — wenn nicht auch zwischen den Kontakten — hin und zurück "reflektiert" werden und Interferenzen bilden, wie man es von einem Aharonov-Bohm Ring kennt. Um die elektrischen Eigenschaften hier berechnen zu können, braucht man ein Modell, das implizit alle möglichen Reflektionen mitnimmt, wie es die Greens-Funktionen machen [Schr 07]. Auf diese Weise ist es möglich, die Coulomb-Blockade zu sehen und gleichzeitig multiple Elektronen oder Cooperpaar Reflektionen mit einzubeziehen. Im Falle der Cooperpaare [Eile 94] [Fult 89] erfährt der Josephson Strom einen zusätzlichen Beitrag bei 0V. Im Falle der Elektronen erlauben die multiplen Andreev-Reflektionen [Fitz 98] einen Strom, obwohl die angelegte Spannung noch nicht über die für Elektronen verbotene Zone hinaus ist.

Diese neuen Möglichkeiten für den Strom sind weit davon entfernt, voneinander unabhängig zu sein; sie interagieren untereinander und erhöhen auf diese Weise stark die Komplexität der Strom-Spannungskennlinien. Es gibt zum Beispiel Prozesse, zu denen 3 Elektronen beitragen [Hadl 98], zwei Elektronen Periodizitäten [Tuom 92] [Amar 94], u.s.w.

Obwohl die Interaktionen zwischen Josephson Strom, multiplen

Andreev-Reflexionen und Elektronenleitung gut untersucht sind, ist über das Zwischenspiel zwischen Coulomb-Blockade und multiplen Andreev-Reflexionen noch wenig bekannt. In der Tat kann die Coulomb-Blockade sich nur zeigen, wenn es eine Barriere zu überwinden gibt. Man kann aber bei einem atomaren Kontakt sehr wohl einen perfekt transmittierenden ballistischen Kanal haben, für den die Elektronen keine Barriere "sehen". Was ist in einem solchen Fall mit der Coulomb-Blockade? Wir finden in [Schr 07], dass die Coulomb-Blockade selbst für einen voll transmittierenden Kanal bestehen bleibt. Voruntersuchungen [Sche 03] haben gezeigt, dass es einen Einfluss der Kanäle auf die Coulomb-Blockade gibt. Diese Frage bleibt also offen.

Literaturverzeichnis

- [Amar 94] A. Amar, D. Song, C. J. Lobb, and F. C. Wellstood. “ $2e$ to e periodic pair currents in superconducting Coulomb-blockade electrometers”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 72, No. 20, pp. 3234–3237, May 1994.
- [Aver 86] D. V. Averin and K. K. Likharev. “Coulomb blockade of single-electron tunneling, and coherent oscillations in small tunnel junctions”. *Journal of Low Temperature Physics*, Vol. 62, No. 3-4, pp. 345–373, 1986.
- [Eile 94] T. M. Eiles and J. M. Martinis. “Combined Josephson and charging behavior of the supercurrent in the superconducting single-electron transistor”. *Phys. Rev. B*, Vol. 50, No. 1, pp. 627–630, Jul 1994.
- [Fitz 98] R. J. Fitzgerald, S. L. Pohlen, and M. Tinkham. “Observation of Andreev reflection in all-superconducting single-electron transistors”. *Phys. Rev. B*, Vol. 57, No. 18, pp. R11073–R11076, May 1998.
- [Fult 87] T. A. Fulton and G. J. Dolan. “Observation of single-electron charging effects in small tunnel junctions”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 59, No. 1, pp. 109–112, Jul 1987.
- [Fult 89] T. A. Fulton, P. L. Gammel, D. J. Bishop, L. N. Dunkleberger, and G. J. Dolan. “Observation of combined Josephson and charging effects in small tunnel junction circuits”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 63, No. 12, pp. 1307–1310, Sep 1989.
- [Grab 91] H. Grabert, G.-L. Ingold, M. H. Devoret, D. Estève, H. Pothier, and C. Urbina. “Single electron tunneling rates in multijunction circuits”. *Zeitschrift für Physik B Condensed Matter*, Vol. 84, No. 1, pp. 143–155, february 1991.
- [Hadl 98] P. Hadley, E. Delvigne, E. H. Visscher, S. Lähteenmäki, and J. E. Mooij. “ $3e$ tunneling processes in a superconducting single-electron tunneling transistor”. *Phys. Rev. B*, Vol. 58, No. 23, pp. 15317–15320, Dec 1998.

- [Sche 03] E. Scheer. “Measurement of an aluminium single electron transistor made of one break-junction and one oxide contact. The Gate effect seems to vanish when changing the contact.”. Private communication, 2003.
- [Schr 06] U. Schröter. “Sommer-School Presentation”. XVIII International school on physics and chemistry of condensed matters, Białowieża, Poland, July 2006.
- [Schr 07] U. Schröter and E. Scheer. “Coulomb blockade versus coherence in transport through a double junction”. *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*, Vol. 76, No. 20, p. 205104, 2007.
- [Schr 08] U. Schröter. “Fortran program for calculating the OK characteristics of SETs”. 2008.
- [Tuom 92] M. T. Tuominen, J. M. Hergenrother, T. S. Tighe, and M. Tinkham. “Experimental evidence for parity-based $2e$ periodicity in a superconducting single-electron tunneling transistor”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 69, No. 13, pp. 1997–2000, Sep 1992.
- [Wass 97a] C. Wasshuber, H. Kosina, and S. Selberherr. “SIMON-A simulator for single-electron tunnel devices and circuits”. *Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, IEEE Transactions on*, Vol. 16, No. 9, pp. 937–944, Sep 1997.
- [Wass 97b] C. Wasshuber. *About Single-Electron Devices and Circuits*. PhD thesis, Technischen Universität Wien - Fakultät für Elektrotechnik, January 1997.

Teil II

Tiefe Temperaturen

Es gibt seit ungefähr zwanzig Jahren ein wachsendes Interesse an der elektrischen Leitung auf atomarer Ebene. Don Eigler [Eigl 90] hat schon 1990 gezeigt, dass es bei tiefen Temperaturen möglich ist, einzelne Atome auf einer Oberfläche zu stabilisieren und so zu messen. Die tiefen Temperaturen sind, was die Stabilität und Auflösung angeht, zum wesentlichen Element der Messung einzelner Atome geworden. Durch das Reduzieren der thermischen Energie der Atome wurde es möglich, mehr und mehr Details über die Bindungsenergien und Kanäle der elektrischen Leitung einzelner Atome zu erhalten. Über die reine elektrische Auflösung hinaus bringt das Phänomen der Supraleitung eine weitere Hilfe zur Erforschung einzelner Atome [Sche 98a].

In diesem Teil der Arbeit werden zuerst die theoretischen Grundlagen präsentiert, welche zum Verständnis der Experimente und Resultate (Kapitel 2 und 3) von Tieftemperaturmessungen an Aluminium Bruch-Kontakten auf Bronze-Substraten nötig sind.

Thus the mercury at 4.2°K has entered a new state, which, owing to its particular electrical properties, can be called the state of superconductivity [...]

(Deep Temperature work) can contribute towards lifting the veil which thermal motion at normal temperatur spreads over the inner world of atoms and electrons.

Heike Kamerlingh Onnes, Nobel Lecture 1913 [Onne 13]

Kapitel 1

Supraleitung

In einem Metall befinden sich die Elektronen bei 0 K alle in ihrem Grundzustand. Dieser Zustand kann durch das sukzessive Auffüllen der Energieniveaus im reziproken Raum konstruiert werden. Wenn man den Fall freier Elektronen betrachtet, also der einfachste Fall, den es gibt, dann bilden die besetzten Zustände im reziproken Raum eine Kugel, deren Radius durch k_F , den absoluten Wert des Fermi-Wellenvektors, gegeben ist. Die Energie der Oberfläche dieser Kugel wird Fermienergie genannt. Man kann zeigen, dass dieser fundamentale Zustand, den man Fermisee nennt, nicht mehr der energetisch tiefste ist, wenn man eine beliebige attraktive Elektron-Elektron Wechselwirkung annimmt, so klein sie auch sein mag. In erster Näherung kann diese Wechselwirkung durch eine Konstante (-V) — für ein attraktives Potential stehend — beschrieben werden, welche im Energieintervall $\hbar\omega_D$ um E_F besteht (mit $\hbar\omega_D \ll E_F$) und außerhalb gleich Null ist. ω_D ist eine materialabhängige Frequenz (Debye-Frequenz). Die Energie eines Elektronen-Paares, respektiv in den Zuständen $+\vec{k}$ und $-\vec{k}$ mit antiparallelen Spins, ist gleich $E \approx 2E_F - 2\hbar\omega_D e^{-\frac{2}{N(0)V}}$ [Genn 66].

Auf diese Weise erhalten wir ein Energieintervall, dessen Energie tiefer als $2E_F$ liegt. $2E_F$ entspricht der minimalen Energie zweier freien Elektronen im Leitungsband. $N(0)$ ist die Zustandsdichte bei der Fermienergie, und V ist das zuvor definierte Potential. Dieser Zustand existiert nicht unabhängig vom Fermisee. Er wird im Falle der Standard Supraleitung (BCS Supraleitung) durch virtuelle Phononen getragen. Die so gebildeten Elektronenpaare nennt man Cooper-Paare. Die Wechselwirkung zwischen zwei Elektronen kann auf folgende Weise plausibilisiert werden:

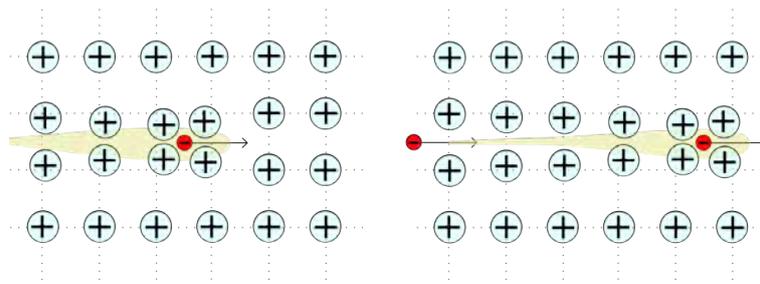


Abbildung 1.1: Von Phononen getragene Wechselwirkung zwischen zwei Elektronen. Der Wechselwirkungsabstand der zwei Elektronen — die Kohärenzlänge ξ — eines Cooper-Paares ist von der Größenordnung $0,1 \mu\text{m}$ bis $1 \mu\text{m}$.

Ein Elektron, welches sich durch ein Gitter bewegt, verformt dieses und ruft auf diese Weise lokal eine positive Ladung hervor. Ein weiteres Elektron, welches sich in der Nähe befindet, wird diese positive Ladung bemerken und von ihr angezogen werden. Auf diese Weise wird die Wechselwirkung über das Gitter übertragen.

Für eine allgemeine Einführung in die Supraleitung siehe [Butc 08].

1.1 Der NS Kontakt

Die Grenzfläche zwischen einem Supraleiter und einem normalen Leiter (im Folgenden "NS Kontakt" genannt) wird durch die Bogoliubov-de-Gennes Gleichungen¹ beschrieben [Genn 66], welche Quasiteilchen²-Zustände in einem nicht-homogenen³ Supraleiter beschreiben. Diese Zustände werden durch die Amplituden $u(r, E)$ und $v(r, E)$ bei der Energie E beschrieben:

$$\text{Electrons :} \quad E \cdot u(r, E) = \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + U(r) - E_F \right) u(r, E) + \Delta(r) \cdot v(r, E) \quad (1.1)$$

$$\text{Trous :} \quad E \cdot v(r, E) = -\left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + U(r) - E_F \right) v(r, E) + \Delta^*(r) \cdot u(r, E) \quad (1.2)$$

mit $U(r)$ ⁴ und $\Delta(r)$ ⁵, Potentiale, welche selbst-konsistent bestimmt werden können [Genn 66]. Für den Fall eines homogenen Supraleiters (hier ohne Grenzfläche) können die BDG Gleichungen durch ebene Wellen gelöst werden, was zu folgender Quasi-Teilchen Dispersionsrelation in einem Supraleiter führt:

$$E_k = \sqrt{(\varepsilon_k - E_F)^2 - \Delta^2} \quad (1.3)$$

mit

$$\varepsilon_k = \frac{(\hbar k)^2}{2m}, \quad u_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\varepsilon_k - E_F}{E_k} \right), \quad v_k^2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{\varepsilon_k - E_F}{E_k} \right) \quad (1.4)$$

¹Im Folgenden BDG genannt.

²Wir verstehen hier unter *Quasi-Teilchen* die Elektronen oder Löcher des Supraleiters welche nicht an den Cooper-Paaren teilhaben.

³Eine solche NS Grenzfläche kann man als einen inhomogenen Supraleiter betrachten.

⁴ $U(r)$ ist ein willkürliches externes Potential, welches die Verunreinigungen sowie die Grenzfläche beschreibt.

⁵ Δ wird später mit dem supraleitenden Gap in Verbindung gebracht. Dieses Gap beschreibt das Energieintervall um E_F , in dem sich die Elektronen zu Cooper-Paaren verbinden. Dieses Energieintervall ist eine "verbotene Zone" — so wie das Gap der Halbleiter — für unabhängige Elektronen.

Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

Wenn man nach $\hbar k$ auflöst, wird 1.3 zu:

$$\hbar k^\pm = \sqrt{2m \left[E_F \pm \sqrt{E^2 - \Delta^2} \right]} \quad (1.5)$$

Die angeregten Zustände mit k^+ Wellenvektor bezeichnen die nicht supraleitenden Zustände oberhalb der Fermienergie und heißen "Quasi-Elektronen". Die angeregten Zustände mit k^- Wellenvektor bezeichnen die nicht supraleitenden Zustände unterhalb der Fermienergie und heißen "Quasi-Löcher".

Gehen wir jetzt von einem Quantenpunkt⁶ zwischen einem Metall und einem Supraleiter aus. Aus Einfachheitsgründen nehmen wir an, dass es einen einzelnen Kanal⁷ zwischen beiden Elektroden gibt und nennen x die räumliche Variable⁸ des Kontaktes.

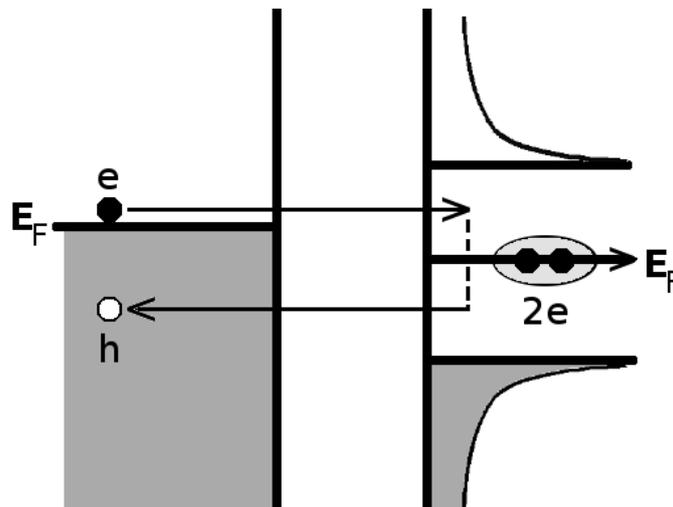


Abbildung 1.2: "Einfache" Andreev-Reflexion zwischen einem Normalleiter und einem Supraleiter. Das Elektron wird als Loch reflektiert und sendet dabei ein Cooper-Paar in den Supraleiter aus.

Wir gehen jetzt von einem stufenförmigen Wechselwirkungspotential $\Delta(x)$ zwischen den Elektronen aus, welches von 0 auf Δ an der NS Grenzfläche springt, und betrachten ein Elektron der Energie E . Die Wellenfunktionen auf jeder Seite der Grenzfläche kann man dann auf folgende Weise schreiben:

$$\Psi(x, E) = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{iq^+x} + r_{eh} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} e^{iq^-x} + r_{ee} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} e^{-iq^+x} \quad (x \leq 0) \quad : N \quad (1.6)$$

⁶Was hier einen eindimensionalen Kontakt bedeutet.

⁷Siehe Abschnitt 1.1 für den Begriff der Kanäle.

⁸Die positiven x entsprechen einem Normalleiter und die negativen x einem Supraleiter.

$$\Psi(x, E) = t_{ee} \begin{pmatrix} u(E) \\ v(E) \end{pmatrix} e^{ik^+x} + t_{eh} \begin{pmatrix} v(E) \\ u(E) \end{pmatrix} e^{ik^-x} \quad (x \stackrel{!}{>} 0) \quad : S \quad (1.7)$$

Mit $\hbar k^\pm(\Delta = 0) = \hbar q^\pm = \sqrt{2m(E_F \pm E)}$ und den beiden Einträgen eines jeden Vektors, welche jeweils den "Loch"- und "Elektron"-Anteil des angeregten Zustandes beschreiben. Die Vorfaktoren r_{ee} , t_{ee} , r_{eh} und t_{eh} können anhand der Stetigkeitsbedingungen der Wellenfunktion und ihrer jeweiligen Ableitung an der Grenzfläche bestimmt werden. Diese Faktoren beschreiben die vier möglichen Prozesse für ein Elektron an der NS Grenzfläche. Diese Prozesse sind die Reflektion als Elektron (r_{ee}), die Transmission als Quasi-Elektron (t_{ee}), die Reflektion als Loch (r_{eh}) und die Transmission als Quasi-Loch (t_{eh}). Die quasiklassische Näherung (auch Andreev-Näherung genannt), erlaubt es uns, weiter zu vereinfachen, da wir für $E \sim \Delta$, $q^+ \simeq q^- \simeq k^+ \simeq k^-$ (siehe Gleichung 1.5) schreiben können. Diese Näherung ist so lange gültig, wie $\frac{\Delta}{E_F} \ll 1$ ist. Im Falle einer perfekten NS Grenzfläche ohne Potentialdifferenz erhält man $r_{ee} = t_{eh} = 0$ und

$$r_{eh}(E) = \frac{v(E)}{u(E)} \quad (1.8)$$

was uns die Wahrscheinlichkeit der Reflektion eines Elektrons als Loch, genannt *Andreev-Reflektion*, liefert. Wenn man die in 1.4 definierten Koeffizienten verwendet, erhält man für $E \lesssim \Delta$:

$$r_{eh}(E) = e^{-i \arccos(\frac{E}{\Delta})} \quad (1.9)$$

wobei für $E > \Delta$, der Wert r_{eh} exponentiell abnimmt. So ist für ein Elektron, dessen Energie sich im Gap befindet, die Wahrscheinlichkeit, eine Andreev-Reflektion zu erhalten, gleich 1. Man darf nicht vergessen, dass das reflektierte Loch nichts anderes als ein zweites transmittiertes Elektron ist, welches so das emittierte Cooper-Paar im Supraleiter bildet (siehe Abbildung 1.2). Auf diese Weise ist es an der Grenzfläche möglich, einen normalleitenden Strom in einen supraleitenden Strom zu überführen. Dieser Prozess wurde als erstes von Andreev 1964, beschrieben [Andr 64].

Im Abschnitt 1.3, werden wir uns, um den Proximity-Effekt einzuführen, von der Stufenpotential-Näherung trennen.

It will be shown below that at the boundary dividing the two phases an effect occurs of a type involving over-the-barrier reflexion of quasi-particles

Alexander F. Andreev 1964 about "his" reflexions [Andr 64]

1.2 Der Effekt der Unterkühlung im magnetischen Feld.

Wenn man einen Supraleiter in ein externes magnetisches Feld setzt, werden Induktionsströme hervorgerufen, welche ein magnetisches Gegenfeld hervorrufen, dass das externe Feld kompensiert (Meißner-Ochsenfeld Effekt). Es gibt zwei unterschiedliche Szenarien für die Magnetisierung eines Supraleiters in einem externen magnetischen Feld:

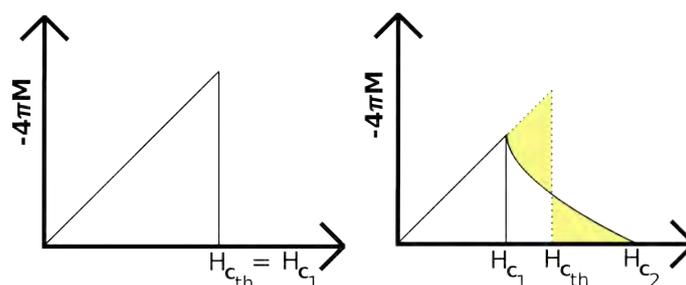


Abbildung 1.3: Magnetisierung eines Supraleiters in einem externen Magnetfeld. Links ein Supraleiter 1. Art und rechts ein Supraleiter 2. Art. $H_{c\ th}$ ist das thermodynamische kritische Feld.

Im ersten Fall (dem des Supraleiters 1. Art, links in der Abbildung 1.3) folgt das von Supraleiter hervorgerufene Magnetfeld genau dem externen Feld (Meissner-Phase), bis die Supraleitung zerstört wird. Im zweiten Fall (dem des Supraleiters 2. Art, rechts in der Abbildung 1.3) geht die Magnetisierung über einen Zwischenzustand, welcher Shubnikov-Phase genannt wird, bei dem das Magnetfeld in den Supraleiter eindringt⁹ (zwischen H_{c1} und H_{c2}). Man kann das thermodynamische Feld $H_{c\ th}$ graphisch in der Abbildung 1.3 bestimmen, in dem beide gelb gekennzeichneten Flächen¹⁰ abgeglichen werden.

Um jetzt das Phänomen der Unterkühlung in einem Supraleiter 1. Art zu präsentieren, werden wir zuallererst zeigen, dass der Übergang Supraleiter—Normalleiter, ein Phasenübergang erster Ordnung ist. Darauf folgend werden wir dann sehen, dass der Unterkühlungseffekt mit einem Magnetfeld H_{c2} beschrieben werden kann, obwohl es sich hier um einen Supraleiter 1. Art handelt. Weitere Details über die Rechnungen finden sich bei [Tink 96], [Anne 04] und [Buck 04].

⁹Die Quanten des Magnetfeldes dringen in den Supraleiter in der Form von Vortices ein. Es gibt also eine Koexistenz der supraleitenden und normalleitenden (die Vortices) Phase im Material.

¹⁰Die gesamte Fläche unter der Kennlinie (Abbildung 1.3) gibt den Unterschied zwischen der supraleitenden und der normalleitenden freien Enthalpie an: $G_n - G_s = - \int_0^{B_{c2}} M \cdot V \cdot dB$. Dieser Energieunterschied muss gleich bleiben [Buck 04].

1.2.1 Kondensationsenergie

Wir berechnen hier die Erzeugungsenergie der Cooper-Paare um den Typus des Phasenübergangs zu bestimmen.

Der Energieunterschied zwischen dem supraleitenden und dem normalleitenden Zustand ist durch die Gleichung 1.10 gegeben.

$$dG = -S dT - \mu_0 V M \cdot dH \quad (1.10)$$

mit G der Gibbsschen freien Energie, S der Entropie, T der Temperatur, V dem Volumen, M der Magnetisierung und H dem externen magnetischen Feld.

Bei konstanter Temperatur ist der Unterschied an Gibbs-Energien zwischen einem Supraleiter im Magnetfeld und einem Supraleiter ohne Magnetfeld durch 1.11 gegeben (hier bei einem Feld H_c).

$$G_s(T, H_c) - G_s(T, 0) = -\mu_0 V \int_0^{H_c} M \cdot dH \quad (1.11)$$

Der Meissner-Ochsenfeld Effekt¹¹ impliziert für einen Supraleiter 1. Art, dass $\mathbf{M} = -\mathbf{H}$. Auf diese Weise erhalten wir die Gleichung 1.12.

$$G_s(T, H_c) - G_s(T, 0) = \mu_0 \frac{H_c^2}{2} V \quad (1.12)$$

Für das kritische Feld H_c gilt, dass die upraleitende und die normalleitende Phasen sich im Gleichgewicht befinden, was heißt, dass beide Gibbs-Energien gleich sind:

$$G_s(T, H_c) = G_n(T, H_c) \quad (1.13)$$

Außerdem gilt für die normale Phase¹², dass $M \approx 0$. Wenn die normale Phase unterhalb von H_c bis zu $H = 0$ fortbestanden hätte, dann wäre ihre Gibbs-Energie durch die Gleichung 1.15 beschrieben worden.

$$G_n(T, H_c) - G_n(T, 0) = \int dG = -\mu_0 V \int_0^{H_c} M \cdot dH \approx 0 \quad (1.14)$$

$$\Rightarrow G_n(T, H_c) = G_n(T, 0) \quad (1.15)$$

Die Kombination der Gleichungen 1.15, 1.13 und 1.12 führt uns zu der Gleichung 1.16:

¹¹Dies entspricht dem perfekten Diamagnetismus

¹²Wir vernachlässigen den schwachen Paramagnetismus oder Diamagnetismus, den man in normalleitenden Metallen findet.

Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

$$G_s(T, 0) - G_n(T, 0) = -\mu_0 \frac{H_c^2}{2} V \quad (1.16)$$

Der Faktor $\mu_0 \frac{H_c^2}{2}$ gibt die Kondensationsenergie von Elektronen zu Cooper-Paaren an.

Wenn man sich auf der durch das thermodynamische kritische Feld definierten Grenzlinie bewegt ($H = H_{c\ th}$), dann koexistieren die supraleitende und die normalleitende Phase. Anhand von 1.10 und von $dG_n = dG_s$ erhält man die Gleichung 1.17:

$$-S_n dT - \mu_0 V M_n \cdot dH|_{H=H_c} = -S_s dT - \mu_0 V M_s \cdot dH|_{H=H_c} \quad (1.17)$$

Letztendlich bleibt, wenn man $M_n = 0$ und $M_s = -H$ betrachtet, Gleichung 1.18 bestehen.

$$S_s(T, H_c) - S_n(T, H_c) = \mu_0 V H \cdot \frac{dH_c}{dT} \quad (1.18)$$

Da $\frac{dH_c}{dT}$ negativ¹³ ist, beweist das, dass die Entropie des normalen Zustandes größer ist als die des supraleitenden Zustandes, so wie man es erwartet hätte. Da die erste Ableitung der freien Energie bezüglich einer thermodynamischen Variablen unstetig ist, haben wir auch bewiesen, dass es sich um einen Übergang erster Ordnung¹⁴ handelt. Das ermöglicht den Unterkühlungseffekt (siehe Abschnitt 1.2.3 weiter unten). Für $H=0$ haben wir einen stetigen Übergang (Übergang zweiter Ordnung).

Da der Unterkühlungseffekt an einen Phasenübergang erster Ordnung gebunden ist, haben wir unabhängig von der Temperatur ($T < T_c$), einen Unterkühlungseffekt für den Übergang im Magnetfeld.

Was den temperaturabhängigen Phasenübergang angeht, können wir den gleichen Gedankengang ab Gleichung 1.17 mit $T = T_c$, führen. In diesem Fall erhalten wir $S_s(T_c, H_c) - S_n(T_c, H_c) = \mu_0 V H \cdot \frac{dH_c}{dT_c}$. Wenn das Magnetfeld Null ist, haben wir in der Temperatur einen Übergang zweiter Ordnung und deshalb keine Unterkühlung (siehe Gleichung 1.34).

Nachdem wir gesehen haben, dass es einen Unterkühlungseffekt für den Übergang im Magnetfeld gibt, werden wir versuchen, diesen Effekt zu quantifizieren. Hierfür werden wir unterschiedliche Etappen durchlaufen, unter anderem die Berechnung des thermodynamischen kritischen Feldes.

¹³Wenn die Temperatur abnimmt, wird das kritische Feld größer.

¹⁴ S ist die Ableitung der Gibbsschen freien Energie nach der Temperatur T . Da S unstetig in H_c ist, haben wir einen Übergang erster Ordnung.

1.2.2 Berechnung des thermodynamischen kritischen Feldes

Wir können die Gleichung 1.16 für die Helmholtz-Energie (freie Energie) neu schreiben. Anhand von $F = G - \mu_0 V \mathbf{H} \cdot \mathbf{M}$, wenn man $\mathbf{H} = \mathbf{M} = 0$ substituiert, sieht man, dass der Unterschied der freien Energien $F(T, \mathbf{M})$ gleich dem Unterschied der Gibbs-Energien ist (siehe Gleichung 1.12):

$$F_s(T, 0) - F_n(T, 0) = -\mu_0 V \frac{H_c^2}{2} \quad (1.19)$$

Wir werden jetzt ψ verwenden, den Ordnungsparameter der Ginzburg-Landau Theorie, der es uns ermöglicht, die Entwicklung der Parameter des Supraleiters um T_c und um H_c ¹⁵ vorherzusagen. Dieser Parameter beschreibt im wesentlichen Δ (das Gap des Supraleiters), wie es durch Gor'kov bewiesen worden ist [Gork 59]. $|\psi|^2$ kann als die BCS Cooper-Paar-Dichte identifiziert werden.

In der Ginzburg-Landau Theorie hängt die freie Energie auf kontinuierliche Weise von ψ ab. Wissend, dass ψ bei der kritischen Temperatur zu Null wird, kann die freie Energie in eine Taylor-Reihe um T_c in Potenzen des Ordnungsparameters, entwickelt werden:

$$F_s(T) = F_n(T) + a(T)|\psi|^2 + \frac{1}{2}b(T)|\psi|^4 + \dots \quad (1.20)$$

$a(T)$ und $b(T)$ sind phänomenologische Parameter der Ginzburg-Landau Theorie. Es gilt $b(T) > 0$ sowie $a(T) > 0$ für $T > T_c$ und $a(T) < 0$ sowie b unbestimmt, für $T < T_c$.

Da auch diese zwei Parameter als Funktion der Temperatur stetig sind, kann man um T_c schreiben, dass

$$a(T) \simeq \dot{a} \cdot (T - T_c) + \dots \quad (1.21)$$

$$b(T) \simeq b + \dots \quad (1.22)$$

Außerdem erhält man mithilfe der Gleichung 1.19:

$$F_s(T) - F_n(T) = -\frac{\dot{a}^2(T - T_c)^2}{2b} = -\mu_0 \frac{H_c^2}{2} \quad (1.23)$$

$$\Rightarrow H_{c\ th} = \frac{\dot{a}}{\sqrt{(\mu_0 b)}}(T_c - T) \quad (1.24)$$

Wir haben also das kritische Feld H_c in Abhängigkeit der Temperatur um T_c bestimmen können.

Wir werden jetzt die möglichen Energieniveaus im Supraleiter berechnen.

¹⁵Allgemeiner, um dem Supraleiter-Normalleiter Übergang.

1.2.3 Grenzen der Unterkühlung

In diesem Abschnitt werden wir ein Feld H_{c2} verwenden, welches als das Grenzfeld zwischen Normalleiter und Supraleiter definiert wurde. Es geht hier darum, dieses Feld von dem thermodynamischen kritischen Feld zu unterscheiden. Wir werden am Ende dieses Abschnittes auf die Bedeutung von H_{c2} in einem Supraleiter 1. Art zurückkommen.

Wir gehen von der Ginzburg-Landau Gleichung aus:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\nabla + \frac{2ei}{\hbar} \mathbf{A} \right)^2 \psi(\mathbf{r}) + (a + b|\psi|^2)\psi(\mathbf{r}) = 0 \quad (1.25)$$

mit \mathbf{A} dem Vektorpotential des magnetischen Feldes. Wir wenden die Landauer-Eichung $\mathbf{A}(\mathbf{r}) = (0, Bx, 0)$ an, die uns im Weiteren erlauben wird, die Gleichung einfacher zu lösen. Auf diese Weise erhalten wir:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \left(\nabla + \frac{2eBi}{\hbar} x \mathbf{e}_y \right) \cdot \left(\nabla + \frac{2eBi}{\hbar} x \mathbf{e}_y \right) \psi(\mathbf{r}) + a(T)\psi + b|\psi|^2\psi = 0 \quad (1.26)$$

Wenn wir uns jetzt knapp unter H_{c2} platzieren, kann der Term $b|\psi|^2\psi$ vernachlässigt werden. Da alle anderen Terme linear in ψ sind, entspricht das der Linearisierung der Ginzburg-Landau Gleichung. Wir plazieren uns jetzt außerdem knapp unter T_c ($a(T) < 0$). Anhand der Zyklotronfrequenz $\omega_c = \frac{2eB}{m^*}$ können wir die Gleichung 1.26 in die folgende Gestalt bringen:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 - \hbar\omega_c ix \frac{\partial}{\partial y} + \frac{m^* \omega_c^2}{2} x^2 \right) \psi(\mathbf{r}) = |a|\psi(\mathbf{r}) \quad (1.27)$$

Die Gleichung 1.27 ist eine Eigenwert-Gleichung. Sie ist äquivalent zur Schrödinger-Gleichung für ein geladenes Teilchen in einem Magnetfeld. Die Lösung dieser Gleichung sind die Landau-Niveaus. Da das Potential nur von x abhängt, ist es vernünftig, eine Lösung der Form $\psi(\mathbf{r}) = e^{i(k_y y + k_z z)} f(x)$ zu suchen, welche in y und in z ebenen Wellen, und in x einer unbekanntenen Funktion entspricht. Wenn man diesen Lösungsansatz in 1.27 einsetzt, erhält man:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2 f}{dx^2} + \left(\hbar\omega_c k_y x + \frac{m^* \omega_c^2}{2} x^2 \right) f = \left(|a| - \frac{\hbar^2 (k_y^2 + k_z^2)}{2m^*} \right) f \quad (1.28)$$

Anhand von $x_0 = -\frac{\hbar k_y}{m\omega_c}$ kann man den linken Term in Klammern auf folgende Weise neu ordnen:

$$\left(\hbar\omega_c k_y x + \frac{m^* \omega_c^2}{2} x^2 \right) = \frac{m^* \omega_c^2}{2} (x - x_0)^2 - \frac{m^* \omega_c^2}{2} x_0^2 \quad (1.29)$$

Wenn man alle Konstanten auf die linke Seite bringt, erhält man schließlich:

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2 f}{dx^2} + \frac{m^* \omega_c^2}{2} (x - x_0)^2 f = \left(|a| - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} \right) f \quad (1.30)$$

was der Schrödinger-Gleichung für einen harmonischen Oszillator entspricht, bei dem der Ursprung von $x = 0$ auf $x = x_0$ verschoben worden ist. Die Lösungen dieser Gleichung erfüllen die Gleichung 1.31. Der Term in Klammern auf der rechten Seite entspricht der Energie des Oszillators.

$$\left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c = |a| - \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} \quad (1.31)$$

Wenn man jetzt $a(T)$ um T_c in eine Taylor-Reihe entwickelt ($a(T) \approx \dot{a} \cdot (T - T_c) + \dots$), kommt man auf

$$\left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar \omega_c + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m^*} = \dot{a}(T_c - T) \quad (1.32)$$

Die entsprechenden $f(x)$ Funktionen sind für jedes n die Wellenfunktionen eines einfachen, um x_0 verschobenen, harmonischen Oszillators.

Wenn wir den Supraleiter nach und nach in einem externen Magnetfeld abkühlen, wird es unmöglich, die Gleichung 1.32 bei T_c ¹⁶ zu erfüllen, da der erste Term (auf der linken Seite der Gleichung 1.32) einen endlichen Beitrag besitzt, welcher die Nullpunktenergie beschreibt $\frac{\hbar \omega_c}{2}$. Eine Lösung wird nur möglich sein, wenn sich die Temperatur genügend von T_c entfernt, damit

$$\frac{1}{2} \hbar \omega_c = \dot{a}(T_c - T) \quad (1.33)$$

Dies entspricht der Lösung mit der tiefsten Energie ($n = 0, k_z = 0$). Wir können so die Verringerung der Übergangsenergie in einem Magnetfeld anhand von $T_c(H) = \frac{\hbar \omega_c(H)}{2\dot{a}} + T$ bestimmen.

$$T_c(H) = T_c(0) - \frac{1}{2\dot{a}} \hbar \omega_c(H) = T_c(0) - \frac{2e\hbar\mu_0}{2\dot{a}m^*} H \quad (1.34)$$

Das Resultat ist eine verringerte Übergangstemperatur im magnetischen Feld.

¹⁶Bei T_c ist der rechte Teil der Gleichung gleich Null, aber es gibt kein k und kein n , bei denen der linke Teil Null wird.

Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

Wir haben gezeigt, dass wenn sich das Material im Magnetfeld und als Funktion der Temperatur von einem normalleitenden zu einem supraleitenden Zustand entwickelt, dieses nicht bei T_c supraleitend werden kann, da es keine verfügbaren Energieniveaus bei dieser Temperatur gibt. Die Übergangstemperatur scheint also vermindert zu sein. Wir werden jetzt sehen, dass der gleiche Effekt beim Übergang als Funktion des Magnetfeldes stattfindet.

Wir betrachten bei konstanter Temperatur ein starkes Magnetfeld jenseits von H_{c2} , das wir nach und nach verringern bis

$$\frac{1}{2} \hbar \frac{2eB}{m^*} = \dot{a}(T_c - T) \quad (1.35)$$

Wenn wir 1.35 neu ordnen, erhalten wir:

$$\mu_0 H_{c2} = B_{c2} = \left(\frac{2m^* \dot{a}(T_c - T)}{\hbar^2} \right) \left(\frac{\hbar}{2e} \right) = \frac{\Phi_0}{2\pi \xi^2(T)} \quad (1.36)$$

Wir haben gerade einerseits die Kohärenzlänge¹⁷ der Cooper-Paare $\xi = \sqrt{\frac{\hbar^2}{2m^*|a(T)|}}$ und andererseits das magnetische Flussquantum $\Phi_0 = \frac{\pi \hbar}{e}$ verwendet.

Wenn wir jetzt wieder von der Gleichung 1.24 ausgehen, welche das thermodynamische kritische Feld angibt und dort die Londonsche Eindringtiefe¹⁸ $\lambda(T) = \sqrt{\frac{m \cdot b}{2\mu_0 e^2 \dot{a}(T_c - T)}}$ einführen, erhalten wir:

$$H_{c\ th} = \frac{\dot{a}}{\sqrt{\mu_0 b}} (T_c - T) = \frac{\Phi_0}{2\pi \mu_0 \sqrt{2} \xi \lambda} \quad (1.37)$$

$$= \frac{H_{c2}}{\sqrt{2} \kappa} \quad (1.38)$$

mit

$$\kappa = \frac{\lambda(T)}{\xi(T)} \quad (1.39)$$

Aus der Gleichung 1.38 können wir folgern, dass für Supraleiter mit $\kappa < \frac{1}{\sqrt{2}}$,

¹⁷Für eine intuitivere Einführung dieser Länge siehe Kapitel 1.3.

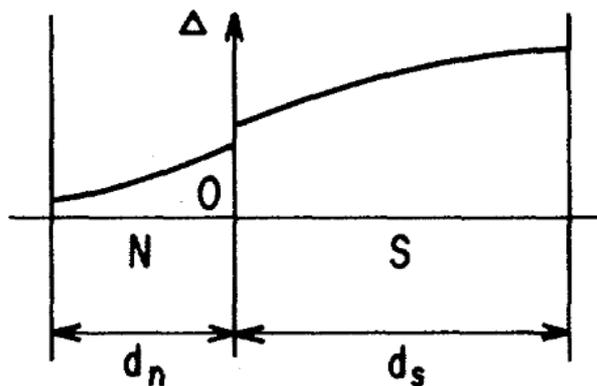
¹⁸ λ repräsentiert die Länge, auf der ein externes magnetisches Feld in den Supraleiter eindringen kann.

die Ungleichung $H_{c2} < H_{c\,th}$ gilt, und wir damit einen Supraleiter 1. Art¹⁹ haben. Wir sehen, dass für $\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}}$ das kritische Feld $H_{c2} > H_{c\,th}$ ist, was einem Supraleiter 2. Art entspricht (siehe Abbildung 1.3).

Wir haben gerade gesehen, dass es für Supraleiter 1. Art ein kritisches Feld H_{c2} gibt, welches kleiner als $H_{c\,th}$ ist. Bevor dieses Grenzfeld in Richtung der abnehmenden Felder erreicht wird, kann sich die supraleitende Phase noch nicht bilden, da es keine verfügbaren Energieniveaus gibt. Dieser Unterkühlungseffekt ist allerdings durch die Kondensationskeime, welche sich in einem realen Supraleiter befinden, begrenzt. Trotzdem kann man bei sehr kleinen und stark geordneten Strukturen bis zu dem theoretischen Limit für H_{c2} vordringen. Feder und McLachlan [Fede 69] haben in Indium ein Unterkühlungseffekt bis zu einem Feld von $H_{c2} \approx 0,09H_c$ beobachtet.

1.3 Der Proximity Effekt

Wenn man einen Supraleiter und einen Normalleiter in Kontakt bringt, tendieren die Cooper-Paare dazu, in den Normalleiter einzudringen und ihn lokal supraleitend zu machen. Dieser Effekt wird "Proximity-Effekt" genannt (mehr Details über den Proximity-Effekt finden sich in [Klap 04]). Umgekehrt, "fehlen" in gewisser Weise die Cooper-Paare, die aus dem Supraleiter entwichen sind, was sich in einem lokal kleineren Gap äußert, wie in der Abbildung 1.4 zu sehen ist. Dies entspricht dem inversen Proximity-Effekt.



¹⁹Dies gilt für Supraleiter 1. Art wie Aluminium, welches wir später messen werden. Für Supraleiter 2. Art gilt $\kappa > \frac{1}{\sqrt{2}}$, was $\lambda > \frac{\xi}{\sqrt{2}}$ impliziert. Wenn die Londonsche Eindringtiefe λ größer als die Kohärenzlänge der Cooper-Paare ξ wird (in einem Supraleiter 2. Art), wird es energetisch interessant, das Magnetfeld in Form von Vortices des magnetischen Flusses in den Supraleiter zu lassen. In der Tat müssen sich in diesem Fall die Abschirmströme, die das äußere Feld kompensieren, sich nicht mehr voll ausbilden, da die Supraleitung in den Supraleiter eindringen darf.

Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

Abbildung 1.4: Räumliche Abhängigkeit des Paar-Potentials in Abhängigkeit von der Distanz zur Grenzfläche [De G 64]. d_s und d_n sind die charakteristischen Längen, über die das Paar-Potential den Wert des reinen Materials wieder annimmt (das Paar-Potential geht gegen Null für N und gegen Δ für S).

Um den Proximity Effekt zu erklären, muss man beachten, dass in Anhängigkeit von der Distanz zur Grenzfläche die Korrelation zwischen dem einfliegenden Elektron und dem reflektierten Loch abnimmt. Wenn die Energie des Elektrons $E_F + \varepsilon$ ist, dann muss, damit ein Cooper-Paar in den Supraleiter emittiert wird, die Energie des Loches gleich $E_F - \varepsilon$ sein. Durch diese Energiedifferenz ε sammeln Elektron und Loch eine Phasendifferenz auf, welche proportional zum Abstand zur Grenzfläche ist. Wenn diese Phasendifferenz π erreicht ist, können wir sagen, dass beide Quasiteilchen unkorreliert sind. Diese Situation erreicht man nach einer Distanz

$$L_\varepsilon = \sqrt{\frac{\hbar D}{\varepsilon}} \quad (1.40)$$

mit D der Diffusionskonstante.

Die maximale Energie, die ein Elektron haben kann, um Teil eines Cooper-Paares zu sein, ist so durch die Thouless-Energie²⁰ gegeben: $\varepsilon = \frac{\hbar D}{L_\varepsilon^2}$

Die Kohärenzlänge der Gleichung 1.40 ist einerseits kleiner als die Phasenkohärenz zweier Elektronen in einem Normalleiter:

$$l_\varphi = \sqrt{D\tau_\varphi} \quad (1.41)$$

und andererseits größer als die Länge, welche durch die thermische Energie der Elektronen gegeben ist und die man mit $E = k_B T$ erhält:

$$L_{k_B T} = \sqrt{\frac{\hbar D}{k_B T}} \quad (1.42)$$

Zusammenfassend gibt die in der Gleichung 1.40 definierte Kohärenzlänge²¹ L_ε die Distanz an, über welche die Cooper-Paare in den Normalleiter eindringen können. Umgekehrt kann der inverse Proximity Effekt als ein "Fehlen" von

²⁰Das Prinzip der Thouless Energien wird in [Thou 77] beschrieben.

²¹Man darf nicht die Kohärenzlänge der BCS Theorie, welche die Ausdehnung eines Cooper-Paares beschreibt, mit der Kohärenzlänge der Ginzburg-Landau Theorie, welche die Länge beschreibt, über die der Ordnungsparameter wieder seinen Ursprungswert annimmt, verwechseln. Für einen sogenannten "sauberen" Supraleiter erhält man, wenn für die mittlere freie Weglänge der Elektronen $l \gg \xi$ gilt, $\xi_{GL}(T = 0) = 0,74\xi_{BCS}$.

Cooper-Paaren im Supraleiter nahe der Grenzfläche beschrieben werden. Um sich dieses Phänomen vorzustellen, kann man die Änderungen des Ordnungsparameters in der Abbildung 1.4 mit einer Dichteänderung der Cooper-Paare assoziieren.

Wir sehen hier, dass Andreev-Reflexionen und Proximity Effekt zwei Aspekte ein und desselben Effektes²² sind.

1.4 Multiple Andreev-Reflexionen

Multiple Andreev-Reflexionen treten in S-N-S²³ sowie in S-I-S²⁴ Kontakten auf. In einem S-N-S Kontakt kommt zu der Leitung durch multiple Andreev-Reflexionen ein Diffusionsstrom hinzu. Um allein den Effekt der Andreev-Reflexionen zu betrachten, schauen wir uns einen S-I-S Kontakt an.

Wenn man zwei N-S Kontakte in Serie schaltet (S-N und N-S), gibt es eine Dicke, ab der beide auslaufende Cooper-Paar Dichten sich im Normalleiter überschneiden: Auf diese Weise wird im Normalleiter Supraleitung induziert (siehe Abbildung 1.5).

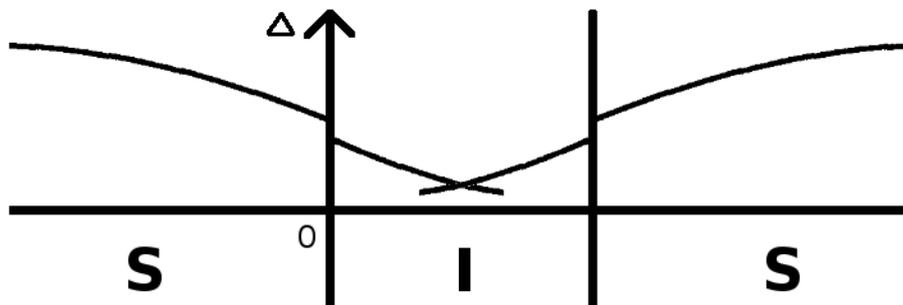


Abbildung 1.5: SNS Kontakt, bei dem die Isolatorschicht so dünn ist, dass beide Proximity Effekte sich überschneiden.

Auf diese Weise ist es möglich, Supraleitung in Materialien zu "induzieren", welche selber diesen Effekt nicht zeigen. Über das Eindringen von Cooper-Paaren in den Normalleiter hinaus wird der Effekt der Andreev-Reflexionen ein bisschen komplizierter, da zwei Grenzflächen multiple Reflexionen bedeuten.

²²Wir haben gesehen, dass eine Andreev-Reflexion die Reflexion eines Elektrons in ein Loch ist, was gleichwertig mit dem Emittieren von zwei Elektronen in den Normalleiter ist.

²³Supraleiter — Normalleiter — Supraleiter

²⁴Supraleiter — Isolator — Supraleiter. Ein S-S Kontakt ist ein Kontakt, für den man die Dicke des Isolators gegen Null gehen lässt.

Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

Schauen wir uns die Abbildung 1.6 für den Fall eines SIS Kontaktes an, insbesondere das Bänderschema ganz rechts, unterhalb der Kurve.

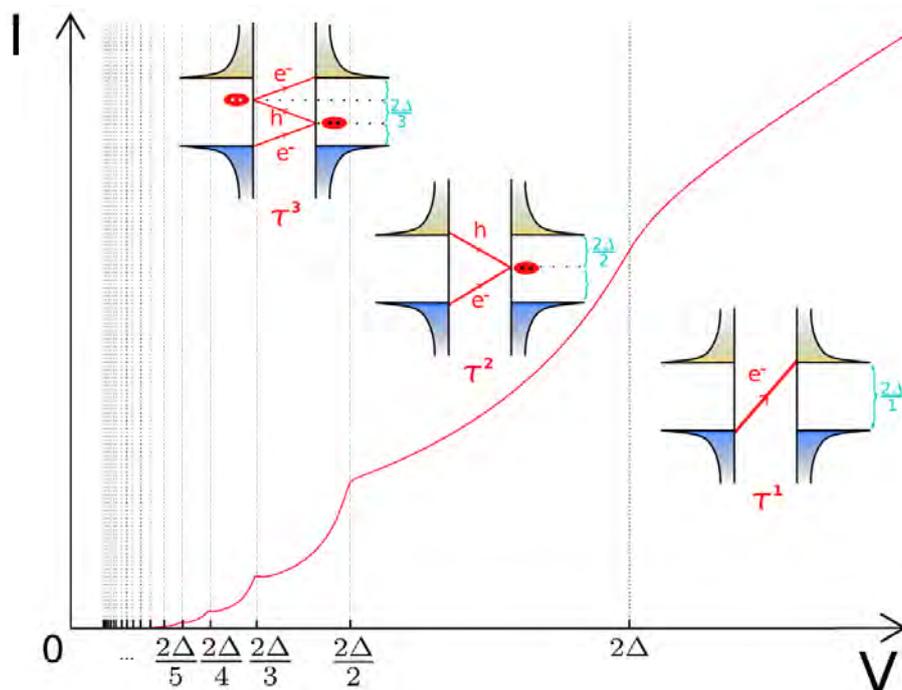


Abbildung 1.6: Subharmonische $I(V)$ Kennlinie eines SS^{24} Kontaktes, welche die multiplen Andreev-Reflexionen zeigt. Die Anregungsenergien jeder Reflexion werden durch die punktierten Linien dargestellt. Man kann drei Bänderschemata erkennen, welche die jeweilige Ordnung der Andreev-Reflexionen beschreiben. Die erste Ordnung der multiplen Andreev-Reflexionen entspricht dem Transfer einer Ladung und einer Wahrscheinlichkeit τ , die zweite Ordnung entspricht dem Transfer von zwei Ladungen und einer Wahrscheinlichkeit τ^2 , u.s.w. Dieses Diagramm entspricht dem Fall eines einzelnen Kanals der Transmission τ .

In diesem Fall kann das Elektron mit einer dem Gap entsprechenden Energie direkt die supraleitende Barriere überwinden.

Im Fall des Bänderschemas, welches man zwischen $\frac{2\Delta}{2}$ und 2Δ sieht, haben wir wieder das Bild eines Elektrons, welches auf einen N-S Kontakt "stößt". Diese Elektron wird als Loch reflektiert und emittiert dabei ein Cooper-Paar in den rechten Supraleiter.

Im Fall des Bänderschemas zwischen $\frac{2\Delta}{3}$ und $\frac{2\Delta}{2}$ besitzt das Elektron eine Energie, welche einem Drittel des Gaps entspricht, und wird als Loch am rechten I-S

Kontakt reflektiert, woraufhin das Loch wiederum als Elektron am linken S-I Kontakt reflektiert wird.

Dieses Prinzip kann selbstverständlich unendliche viele Male wiederholt werden. Die Wahrscheinlichkeit eines solchen Prozesses hängt aber davon ab, wie oft die Quasiteilchen per Tunnel-Effekt durch den Isolator muss. In der Tat, wenn die Wahrscheinlichkeit eines Durchganges τ ist, dann ist die Wahrscheinlichkeit für die erste Reflektion τ^2 , u.s.w. Somit kann erklärt werden, dass in der Abbildung 1.6 die $I(V)$ Kennlinie umso größere Sprünge aufweist, je tiefer die Ordnung der multiplen Andreev-Reflektion ist.

1.5 Bestimmung der Leitwert Kanäle

Wir haben in dem Abschnitt 1.2.1 des ersten Teils der Arbeit das Prinzip der Öffnungskurven vorgestellt. Die Leitwert Kanäle können untersucht werden, wenn der Bruch-Kontakt kurz vor dem Abbrechen ist, das heißt, wenn dessen Durchmesser nur noch einige wenige Atome²⁵ beträgt. Wir weisen hier noch darauf hin, dass die Öffnungskurven in einem normalleitenden Material (oder normalleitend gemachten Material) gemessen werden; hingegen braucht man zur Bestimmung der Leitwert Kanäle, einen Supraleiter.

Die Leitwert Kanäle können aus den experimentell gemessenen Kennlinien gewonnen werden, indem diese durch theoretische Kennlinien angefitet werden [Sche 97] [Sche 98b] [Sche 00] [Sche 98a]. Dazu wird eine feste Menge an theoretischen Kurven, jede für einen Kanal mit unterschiedlicher Transmission τ , berechnet²⁶. Für eine gegebene Anzahl an Kanälen wird dann eine lineare Überlagerung dieser Kurven berechnet. Diese Überlagerung wird so angepasst, dass die kleinste Abweichung zwischen gemessener Kennlinie und gerechneter Überlagerung erreicht wird.

²⁵Wir werden uns in dieser Arbeit auf einen Leitwert kleiner als $2,3 G_0$ begrenzen.

²⁶Dies wird in unserem Fall anhand der von Cuevas et. al. entwickelten Theorie gemacht [Cuev 96].

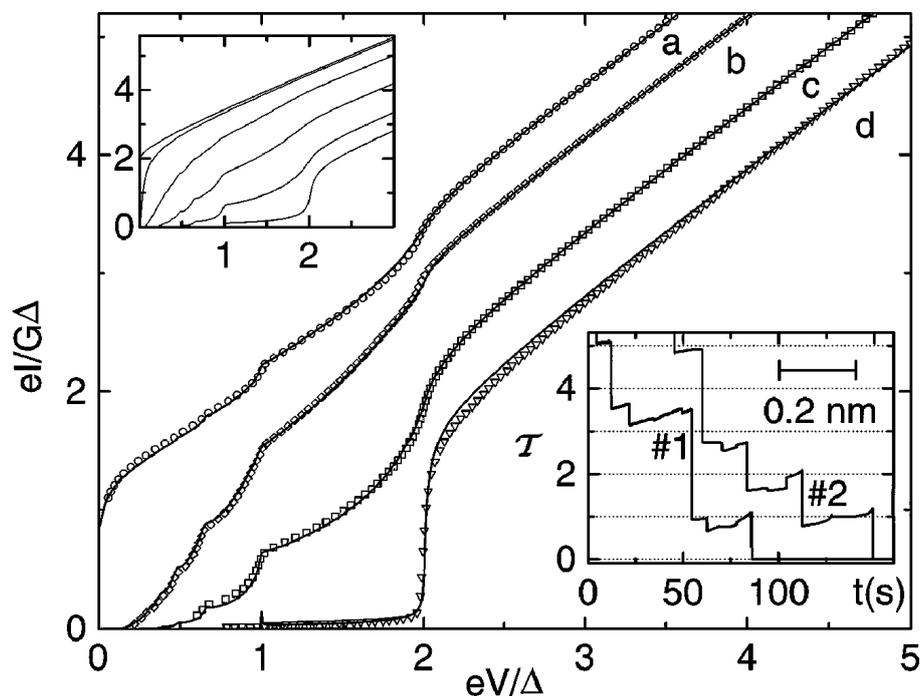


Abbildung 1.7: $I(V)$ Kennlinie von vier unterschiedlichen Aluminium Kontakten [Sche 97], an denen die multiplen Andreev-Reflektionen gemessen und gefittet wurden.

a) $\tau_1 = 0.997, \quad \tau_2 = 0.46, \quad \tau_3 = 0.29, \quad T_{tot} = 1.747$

b) $\tau_1 = 0.74, \quad \tau_2 = 0.11, \quad T_{tot} = 0.85$

c) $\tau_1 = 0.46, \quad \tau_2 = 0.35, \quad \tau_3 = 0.07, \quad T_{tot} = 0.88$

d) $\tau_1 = 0.025 = T_{tot}$

Die Symbole stellen die gemessenen Punkte dar und die Linien den entsprechenden Fit dazu. Links oben ist ein Satz Kurven dargestellt mit folgenden Transmissionen (von oben nach unten): $\tau = 0.1, 0.4, 0.7, 0.9, 0.99, 1$. Rechts unten sieht man typische Öffnungskurven mit T_{tot} , der gesamten Transmission ($T_{tot} = \sum_i \tau_i$). Jede $I(V)$ Kennlinie wurde an einem Punkt einer solchen Öffnungskurve gemessen.

Auf diese Weise ist es möglich, die Anzahl an Kanälen sowie die Transmission eines jeden Kanals reproduzierbar zu bestimmen.

Literaturverzeichnis

- [Andr 64] A. F. Andreev. “The thermal conductivity of the intermediate state in superconductors”. *Soviet physics - JETP*, Vol. 19, No. 5, p. 1228, November 1964. Zhurnal Eksperimental’noi i Teoreticheskoi Fiziki.
- [Anne 04] J. F. Annett. *Superconductivity, Superfluids, and Condensates*. Oxford University Press, 2004.
- [Buck 04] W. Buckel and R. Kleiner. *Supraleitung - Grundlagen und Anwendungen*. Wiley-VCH Verlag, 6th Ed., 2004.
- [Butc 08] N. Butch, M. de Andrade, and M. Maple. “Resource Letter Scy-3: Superconductivity”. *American Journal of Physics*, Vol. 76, p. 106, 2008.
- [Cuev 96] J. C. Cuevas, A. Martín-Rodero, and A. L. Yeyati. “Hamiltonian approach to the transport properties of superconducting quantum point contacts”. *Phys. Rev. B*, Vol. 54, No. 10, pp. 7366–7379, Sep 1996.
- [De G 64] P. G. De Gennes. “Boundary Effects in Superconductors”. *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 36, No. 1, pp. 225–237, Jan 1964.
- [Eig1 90] D. M. Eigler and E. K. Schweizer. “Positioning single atoms with a scanning tunnelling microscope”. *Nature*, Vol. 344, pp. p.524–526, 1990.
- [Fede 69] J. Feder and D. S. McLachlan. “Superheating and Supercooling in Single Spheres of Tin, Indium, and Gold-Plated Indium”. *Phys. Rev.*, Vol. 177, No. 2, pp. 763–776, Jan 1969.
- [Genn 66] P. G. de Gennes. *Superconductivity of metals and alloys*. W.A Benjamin, Inc., 1966.
- [Gork 59] L. Gor’kov. “Microscopic derivation of the Ginzburg-Landau equations in the theory of superconductivity”. *Sov. Phys. JETP*, Vol. 9, No. 6, pp. 1364–1367, 1959.
- [Klap 04] T. M. Klapwijk. “Proximity Effect From an Andreev Perspective”. *Journal of Superconductivity*, Vol. 17, No. 5, p. 593, october 2004.

Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

- [Onne 13] H. K. Onnes. “Investigations into the properties of substances at low temperatures, which have led, amongst other things, to the preparation of liquid helium”. *Nobel Lecture*, December 11 1913.
- [Sche 00] E. Scheer, J. C. Cuevas, A. L. Yeyati, A. Martin-Rodero, P. Joyez, M. H. Devoret, D. Esteve, and C. Urbina. “Conduction channels of superconducting quantum point contacts”. *Physica B: Condensed Matter*, Vol. 280, No. 1-4, pp. 425–431, May 2000.
- [Sche 97] E. Scheer, P. Joyez, D. Esteve, C. Urbina, and M. Devoret. “Conduction Channel Transmissions of Atomic-Size Aluminium Contacts”. *PRL*, Vol. 78, No. 18, pp. 3535–3538, 1997.
- [Sche 98a] E. Scheer, N. Agraït, J. Cuevas, A. Yeyati, B. Ludoph, A. Martin-Rodero, G. Bollinger, J. van Ruitenbeek, and C. Urbina. “The signature of chemical valence in the electrical conduction through a single-atom contact”. *Nature*, Vol. 394, pp. 154–157, July 1998.
- [Sche 98b] E. Scheer, P. Joyez, M. H. Devoret, D. Esteve, and C. Urbina. “What are Landauer’s conduction channels in an atomic-size metallic contact?”. *Superlattices and Microstructures*, Vol. 23, No. 3-4, pp. 747–756, March 1998.
- [Thou 77] D. J. Thouless. “Maximum Metallic Resistance in Thin Wires”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 39, No. 18, pp. 1167–1169, Oct 1977.
- [Tink 96] M. Tinkham. *Introduction to superconductivity*. McGraw-Hill, Inc., 1996.

Kapitel 2

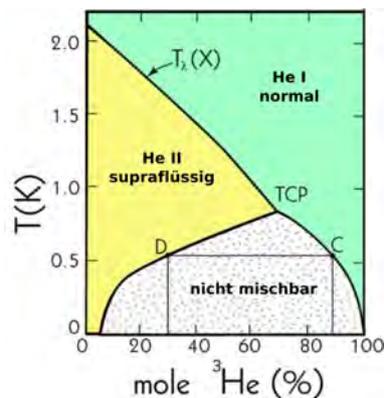
Messvorrichtungen

2.1 Allgemeine Funktionsweise eines Mischkryostaten

Wir werden hier die prinzipiellen Eigenschaften der Funktionsweise eines Mischkryostaten präsentieren. Ein solcher Kryostat wird verwendet, um Temperaturen unterhalb von 1,3 K zu erreichen, was die minimale Temperatur ist, welche durch das Pumpen an einem ^4He Bad erreicht werden kann. Weitere Details finden sich in [Les 04], [Bals 97] und [Loun 88].

2.1.1 Eigenschaften der ^3He und ^4He Isotope.

Helium 4 ist supraflüssig unterhalb einer Temperatur von 2,17 K. Wenn man Helium 3 dazugibt, fällt diese Temperatur bis auf 0,6 mK in reinem Helium 3. Wenn das ^3He nur noch einen geringen Anteil der $^4\text{He}/^3\text{He}$ Mischung darstellt, verhalten sich die ^3He Atome wie ein Gas¹ im Volumen der Flüssigkeit. Dieser Effekt ist bei tiefen Temperaturen besonders stark, da jetzt das ^4He supraflüssig ist und den ^3He keinen Widerstand mehr bietet.



¹Achtung, es handelt sich hier nur um eine Analogie. Das ^3He ist natürlich bei dieser Temperatur flüssig.

Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

Abbildung 2.1: Phasendiagramm einer ${}^4\text{He}/{}^3\text{He}$ Mischung [Vach 03]. Die Phase I der Helium Mischung ist die nicht supraflüssige Phase, und die Phase II der Mischung ist die supraflüssige Phase.

Unterhalb von 0,87 K entmischt sich das ${}^3\text{He}/{}^4\text{He}$ Gemisch spontan in zwei Phasen (siehe Abbildung 2.1). Die eine, an ${}^4\text{He}$ reichere, Phase findet sich auf dem Boden des Rezipienten wieder, während die zweite, an ${}^3\text{He}$, reichere Phase darüber schwimmt. Wenn man die Temperatur weiter verringert, nimmt diese Entmischung weiter zu, bis man, zumindest theoretisch, beim absoluten Nullpunkt, zwei Phasen erhält, bei der die erste auf dem Boden des Rezipienten 6,5% ${}^3\text{He}$ besitzt und die zweite, darauf schwimmend, aus quasi-purem ${}^3\text{He}$ besteht. Dieses Phänomen wurde zum ersten Mal 1957 durch V.P. Peshkov und K. N. Zinov'eva in Moskau beschrieben [Pesh 57]. Der Effekt ist eine Konsequenz der Mischungswärme beider Isotope. Diese Auftrennung ist das einzig bekannte Beispiel der spontanen Entmischung zweier Isotope.

2.1.2 Die Kühlanordnung

Wir betrachten zu aller erst die Mischkammer, Hauptelement der Kühlung (unten in Abbildung 2.2).

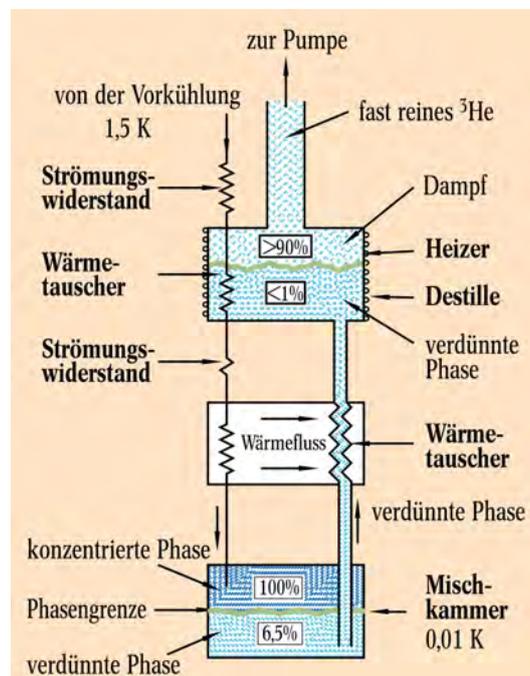


Abbildung 2.2: Funktionsweise eines Mischkryostaten [Kuhn 01] - zu vergleichen mit der Abbildung 2.4. Die Prozentangaben entsprechen dem ${}^3\text{He}$ Anteil in der ${}^3\text{He}/{}^4\text{He}$ Mischung.

Bei sehr tiefen Temperaturen ist das ^3He Quasigas (verdünnte Phase mit 6,5% ^3He) im Gleichgewicht mit der aus quasi-reinem ^3He bestehenden Phase. Der Übergang eines ^3He Atoms von der oberen in die untere Phase ist analog zum Übergang von einer flüssigen Phase in eine Gas-Phase. Auf diese Weise "nimmt" das Atom, welches in das Quasi-Gas eintritt, eine gewisse Quantität an Wärme mit. Diese Analogie ist aber trotzdem insofern beschränkt, als sich die "Dampf"-Phase unterhalb der "flüssig"-Phase befindet und das Quasi-Gas einen endlichen Druck und eine endliche Dichte besitzt, und das sogar am absoluten Nullpunkt². Auf diese Weise umgeht man die Begrenzung eines "klassischen" Kryostaten, welche durch die Abnahme des Partialdruckes der verwendeten Gase gegeben ist und hier nicht für dieses Quasi-Verdampfen gilt. Die Grenze — denn es gibt doch eine — ist durch die Wärmequantität gegeben, die beim Verdampfen eines Atoms mitgenommen wird. Diese (siehe Gleichung 2.1) tendiert wie das Quadrat der Temperatur gegen Null [Loun 88]:

$$\dot{Q}_M = 84\dot{n}_3 T_M^2 \frac{J}{\text{mol} \cdot \text{K}^2} \quad (2.1)$$

mit T_M der Temperatur der Mischkammer, \dot{n}_3 dem molaren Fluss an ^3He und \dot{Q}_M dem Wärmefluss. Betrachten wir jetzt den Rest des Kryostaten: Um einen kontinuierlichen Betrieb zu gewähren, muss einerseits ständig ^3He auf der Seite der konzentrierten Phase (obere Phase in der Mischkammer – Abbildung 2.2) zugefügt und andererseits ständig ^3He aus der verdünnten Phase (untere Phase in der Mischkammer – Abbildung 2.2) extrahiert werden. Je nach Kryostatentypus kann das eintretende ^3He auf zwei verschiedene Arten verflüssigt werden. Einerseits kann man es über eine Ein-Kelvin Stufe führen, welche über einen weiteren Kreislauf mit ^4He gespeist wird, an dem dann gepumpt wird. Andererseits kann das Gas über eine Joules-Thompson Stufe geführt werden, in der es wie in einem Standard Kühlschranks nach Komprimierung wieder expandiert wird. Dieses letztere Prinzip, das auch in dem verwendeten Kryostaten Anwendung findet, ermöglicht es, die durch das abdampfende Helium auftretenden Vibrationen der Ein-Kelvin Stufe zu beseitigen.

Nach der Verflüssigung wird das ^3He durch einen Wärmetauscher geführt, um dort durch das aus der Mischkammer kommende, in Gegenrichtung strömende ^4He der verdünnten Phase gekühlt zu werden. In der Tat kann die Temperatur des ausfließenden ^4He nicht kleiner sein als etwa ein Drittel der Temperatur des einfließenden ^3He .

²Am absoluten Nullpunkt beträgt die Dichte der "Dampf"-Phase 8% der Dichte der "Flüssigkeit"-Phase, und der Partialdruck an ^3He beträgt etwa 16 mbar.

³Ohne weitere Wärmezufuhr als die des einfließenden ^3He .

Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

Um das ^3He aus der verdünnten Phase zu "befreien", bedient man sich des starken Partialdruck-Unterschiedes von ^3He und ^4He (Abbildung 2.3). Dies passiert in der Destille (Abbildung 2.2), in der die aus der Mischkammer stammende verdünnte Phase geleitet wird.

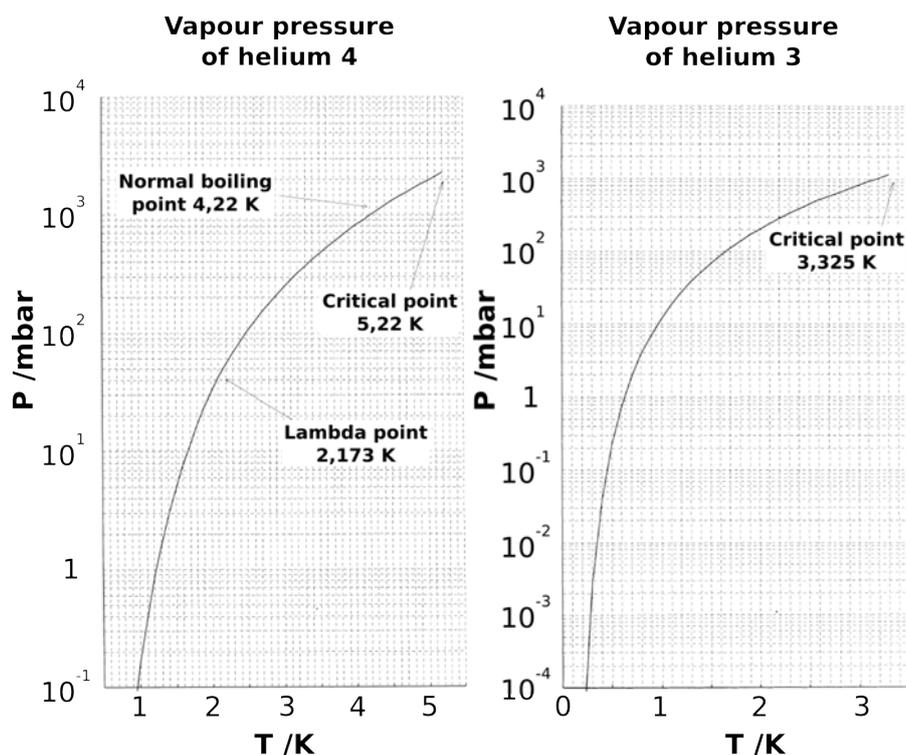


Abbildung 2.3: Helium Partialdrücke in Abhängigkeit von der Temperatur [Bals 97].

Zwischen 0,5 K und 0,7 K ist der Dampfdruck groß genug, um eine hohe Extraktionsgeschwindigkeit zu gewähren. In diesem Temperaturbereich ist der ^3He Partialdruck etwa 200 Mal⁴ größer als der ^4He Partialdruck. In der Destille ist die Konzentration an ^4He Dampf nur solange klein, wie der supraflüssige ^4He Film — der jede Oberfläche bedeckt — vernachlässigbar bleibt. Die Destille muss intern entsprechend gefertigt werden. Nachdem das ^3He destilliert wurde, wird es abgepumpt und komprimiert, um dann wieder in das System eingeführt zu werden.

Die verdünnte Phase mit etwa 6,5% ^3He in der Mischkammer ist mit der Destille über einen Wärmetauscher verbunden. Das thermodynamische Gleichgewicht

⁴Bei einer Temperatur von 0,6 K in einer verdünnten Phase mit 9‰ ^3He , beträgt der Gesamtdampfdruck $5 \cdot 10^{-2}$ mbar und der Dampf besteht aus 4‰ ^4He .

der Lösungen zwingt den osmotischen Druck des ^3He , auf dem Weg von der Mischkammer zur Destille annähernd konstant zu sein. Auf diese Weise, bei konstantem Druck, nimmt die ^3He Konzentration zwischen der Mischkammer und der Destille ab, bis diese in der Destille nur noch etwa 1% beträgt. Hier muss ein Kompromiss zwischen einem effizienten Wärmetauscher und einem kurzen Weg gefunden werden, der eine maximale ^3He Zufuhr in der Destille ermöglicht, das heißt den kleinstmöglichen Verlust an osmotischem Druck.

Im Rahmen dieses Kompromisses kommt — insbesondere unter 100 mK — der Kapitza-Widerstand⁵ zum Tragen, den man zwischen flüssigem He und jedem anderen Material findet. Dieser Widerstand zum Wärmetransport steigt mit T^{-3} an. So wird man bei sehr tiefen Temperaturen gezwungen, die Kontaktfläche des Wärmetauschers stark zu vergrößern. Ein guter Kompromiss zwischen thermischem Widerstand und Flusswiderstand kann mit gesintertem Silberpulver erreicht werden. Allerdings bringt eine zu starke Vergrößerung der Kontaktfläche zwischen eintretendem und austretendem Helium eine Erwärmung des Systems mit sich. Das ^3He Quasi-Gas besitzt eine Viskosität, welche bei fallender Temperatur zunimmt. Die damit verbundene Reibung ist für eine viskose Erwärmung verantwortlich, verbunden mit einem Abfall des osmotischen Drucks. Wenn man jetzt als Näherung einen Kryostaten ohne weiteren Wärmeeintrag als den der viskosen Erwärmung sowie ohne Einfluss des Kapitza-Widerstandes betrachtet, dann erhält man für die minimale erreichbare Temperatur [Weat 68] (mit D dem Durchmesser des Wärmetauscherrohres):

$$T_M(\text{lim}) = \frac{4}{D^{\frac{1}{3}}} \text{ mK} \cdot \text{mm}^{\frac{1}{3}} \quad (2.2)$$

Für ein Rohr mit einem Durchmesser von 1 mm beträgt die minimale erreichbare Temperatur in der Mischkammer 4 mK. Der Wärmetauscher ist deshalb das kritischste Element des Kryostaten. Wir möchten hier anmerken, dass die Probe sich nicht in der Mischkammer befindet, aber am Ende einer Kupferstange, welche an der Mischkammer fixiert ist. Demnach und aufgrund der Messleitungen ist die erreichbare Temperatur an der Probe immer höher als die der Mischkammer (siehe Abbildung 2.4).

Ein Photo des Kryostaten ist in der Abbildung 2.4 zu finden. Die Position der besprochenen Elemente ist angegeben.

⁵Bei sehr tiefen Temperaturen sind die Phononen ballistisch (siehe Abschnitt 2.2.3) und interagieren nur noch mit der Oberfläche des Materials. Wenn die Oberfläche wie in der Hochfrequenztechnik nicht angepasst ist, werden die Phononen reflektiert, ohne dass es einen Energietransfer in das andere Material gibt. Der Effekt, das beide Oberflächen unangepasst sind, ist für den Kapitza-Widerstand verantwortlich [POLL 69].

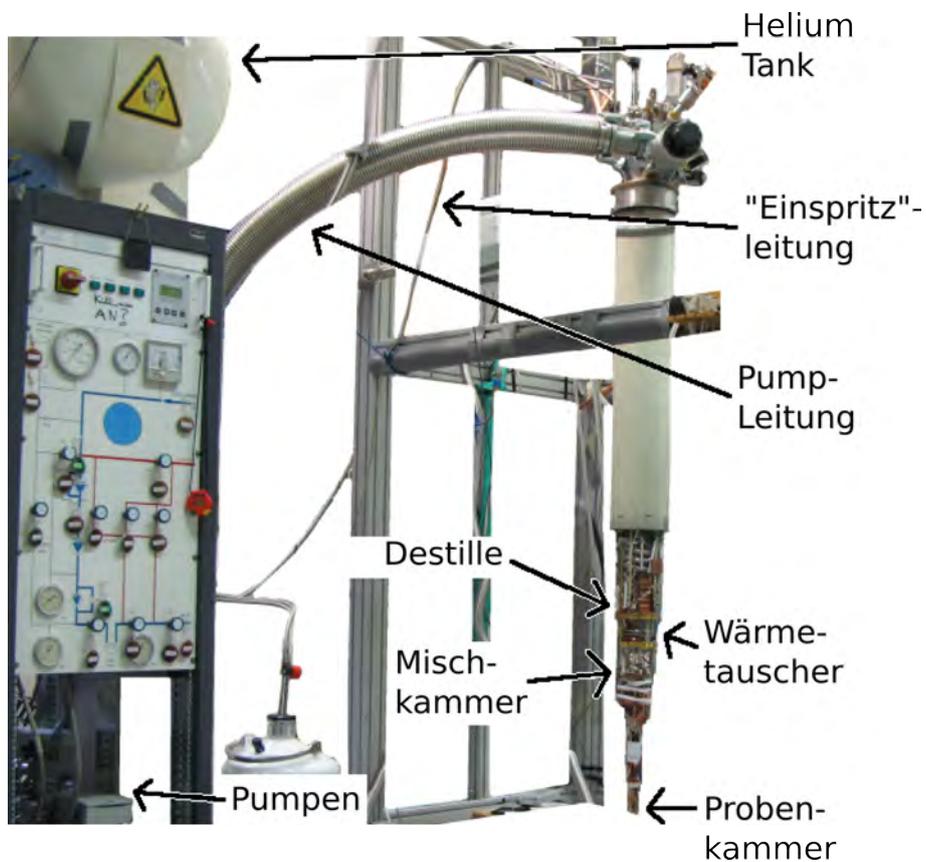


Abbildung 2.4: Mischkryostat der Promotion. Man vergleiche mit dem Prinzipschema der Abbildung 2.2 und mit dem Verkabelungsplan der Abbildung D.1 im Kapitel D des Anhangs.

Wir werden jetzt die Funktionsweise der Kabel erklären, mit denen die Messungen im Kryostaten gemacht worden sind.

2.2 Verkabelung

Bei der Herstellung der elektrischen Kabel versuchen wir, einerseits den Wärmefluss durch die Kabel zu minimieren und andererseits das elektrische Rauschen klein zu halten.

2.2.1 Wärmeleitfähigkeit der Kabel

In Bezug auf die Wärmeleitfähigkeit der Kabel werden standardmäßig zwei Arten an Legierungen für den Bereich der sehr tiefen Temperaturen verwendet: Konstantan (Cu_{55}/Ni_{45}) und Manganin ($Cu_{86}/Mn_{12}/Ni_2$).

Die unterschiedlichen Manganin-Arten bestehen aus 82-84% Kupfer, 12-15% Mangan und 2-4% Nickel.

Die unterschiedlichen Konstantan-Arten bestehen aus 53-57% Kupfer, 43-45% Nickel und 0,5-1,2% Mangan.

Wenn man beide Legierungen vergleicht, findet man, dass die Widerstand—Temperatur Kennlinie flacher für die Konstantane als für die Manganine ist. Letztere besitzen auch einen schlechteren Korrosionswiderstand.

Vergleichen wir unterschiedliche Materialien bei Raumtemperatur:

Material	Mittlerer Spezifischer Widerstand	Linearer Temperaturkoeffizient des spezifischen Widerstandes	Wärmeleitfähigkeit
	Ωm	K^{-1}	$\frac{W}{m \cdot K}$
Manganin	$4,5 \cdot 10^{-7}$	$2 \cdot 10^{-5}$	22
Konstantan	$5,2 \cdot 10^{-7}$	$2 \cdot 10^{-5}$	19,5
Edelstahl	$8 \cdot 10^{-7}$	$3 \cdot 10^{-3}$	16,7
Kupfer	$1,69 \cdot 10^{-8}$	$4,3 \cdot 10^{-3}$	401

Tabelle 2.1: Vergleichstabelle der thermischen und elektrischen Leitfähigkeiten [Cons 08] [Mang 08] [Mate 08]

Die in unserem Fall wichtigste Eigenschaft eines Materials ist eine schwache Widerstandsveränderung als Funktion der Temperatur. Dies erlaubt uns, Kabel mit immer gleichem Widerstand zu haben, unabhängig davon, wie hoch der Helium Füllstand des Kryostaten gerade ist. Außerdem müssen wir die thermische Leitfähigkeit der Kabel minimieren, um nicht die verschiedenen Stufen des Kryostaten thermisch kurz zu schließen. Man sieht in der Tabelle 2.1, dass Manganin und Konstantan am besten diesen Kriterien gerecht werden.

2.2.2 Einfache und Koaxialkabel

Zwei Arten von Rauschen bereiten uns Probleme, ein Rauschen, das durch Magnetfelder zustande kommt, und ein Rauschen, das durch elektrische Felder zustande kommt.

Das Magnetfeldinduzierte Rauschen ist das Resultat einer Induktion im System der zuleitenden und zurückkommenden Kabel. Diese Induktion ist proportional zum magnetischen Fluss ϕ_m durch das System⁶: $U = -\frac{d\phi_m}{dt}$ mit $\phi_m = B \cdot A$ und

⁶Lenz-Faraday Gesetz, welches uns die induzierte Spannung U in Abhängigkeit von der magne-

deshalb proportional zur Fläche, welche durch beide Kabel definiert wird. Die beste Möglichkeit, diese Fläche zu minimieren und so die Induktion klein zu halten, ist es, jeweils die hinführenden und zurückkommenden Kabel zu verdrehen. Auf diese Weise wird die "Angriffsfläche" des magnetischen Feldes minimiert.

Wenn wir das elektrische Feld betrachten und wenn eines der zwei erwähnten Kabel als Antenne fungiert, dann wird das zweite Kabel, welches sich fast am selben Ort befindet, die Rolle einer "inversen" Antenne übernehmen. Da jede Potentialänderung gleichzeitig in dem hinführenden und in dem zurückkommenden Kabel hervorgerufen wird, wird die Probe von diesem Effekt nichts mitbekommen.

Der Koaxialschirm, in den die verdrehten Kabel eingeführt werden, übernimmt die Rolle eines Faradaykäfigs und hindert das elektrische Feld daran, an die Kabel zu gelangen. Diese Schirmung hätte auch für die Magnetfelder eingesetzt werden können, aber es gibt kein μ -Metall Rohr (mit einer sehr hohen magnetischen Permeabilität) im Handel, das den für das Experiment benötigten Dimensionen entspricht.

2.2.3 Kupferpulver Filter

Um eine möglichst tiefe elektronische Temperatur zu erhalten, haben wir Kupferpulverfilter verwendet. Ihre Funktionsweise wird hier erklärt. Um mehr Informationen zu erhalten, verweisen wir auf [Mart 87] [Fuku 97] [Fuku 97] [Luka 08].

Thermische Leitfähigkeit

Man kann die thermische Leitfähigkeit eines Materials auf folgende Weise ausdrücken: $\lambda = \frac{1}{3}c_V v l$. Da λ proportional zu Wärmekapazität ist, fahren wir in unserer Argumentation mit der Wärmekapazität fort.

Unterhalb einer gewissen Temperatur strebt die phononische Wärmekapazität nach dem Debye-Gesetz gegen ein T^3 Gesetz: $c_V \propto T^3$.

Die T^3 Abhängigkeit kommt von einer drastischen Abnahme der Phononenzahl bei tiefen Temperaturen. Die Wärme "Extraktion" durch Phononen wird auf diese Weise unterbunden.

Allerdings muss man, insbesondere für Metalle, die Wärmekapazität der Elektronen mitbetrachten. Für $k_B T \ll E_F$ und anhand der Sommerfeldentwicklung erhält man: $c_V \propto T$. Es gibt also eine Temperatur, unterhalb derer die Thermalisierung in erster Linie über die Elektronen geht. Für Kupfer ist die Temperatur, bei der beide Wärmekapazitäten sich kreuzen, gleich 3,3 K (eine sehr interessante Einführung kann man in [Schl 06] finden).

tischen Flussänderung angibt. B ist das Magnetfeld und A die Oberfläche zwischen beiden Kabeln.

Bis jetzt haben wir nur den Teil der Wärmeleitfähigkeit betrachtet, welcher aus der Wärmekapazität folgt. Die mittlere freie Weglänge ist aber auch abhängig von der Phononenanzahl. Wenn die Phononendichte stark abnimmt, können die Elektronen nicht mehr mit den Atomen wechselwirken, was weiter zur Entkopplung der elektronischen Temperatur und der Gittertemperatur beiträgt. Die größte Schwierigkeit beruht also darauf, die Elektronen bei tiefen Temperaturen weiter abzukühlen.

Wenn man betrachtet, dass eine Temperatur von 50 mK anhand von $k_B T = \hbar \nu$ einer Frequenz von ungefähr 1 GHz entspricht, dann sieht man, dass es möglich ist, Elektronen "abzukühlen", indem man einen Tiefpass verwendet⁷. Das ist die Rolle des Kupferpulverfilters.

Filter und Skineffekt

Die Funktionsweise der Kupferpulver Filter beruht auf dem Skineffekt. Dieser Effekt führt dazu, dass der Strom bei hohen Frequenzen auf die Oberfläche des Leiters hinausgedrängt wird. Das Prinzip ist das folgende: Jeder Wechselstrom in einem Leiter induziert wechselnde Magnetfelder. Diese induzieren ihrerseits Induktionsströme, welche gegen den Hauptstrom arbeiten. Da das Zentrum des Leiters durch mehr Feldlinien durchdrungen wird, werden dort die Induktionsströme entsprechend stark ausfallen. Deshalb wird auf der Oberfläche des Leiters die Stromdichte größer sein als in der Mitte. Die Dicke dieser "Haut" (Skin) ist durch die Gleichung 2.3 gegeben:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \sigma \mu}} = \sqrt{\frac{1}{\pi f \mu_0 \mu_r \sigma}} \quad (2.3)$$

mit σ der elektrischen Leitfähigkeit. Diese Dicke gibt an, auf welcher Distanz der Strom um einen Faktor e^{-1} abgefallen ist. Für Kupfer zum Beispiel finden wir für 50 Hz: $\delta = 9,38 \text{ mm}$, für 500 kHz: $\delta = 94 \text{ } \mu\text{m}$ und für 1 GHz: $\delta = 2,1 \text{ } \mu\text{m}$. Man kann davon ausgehen, dass bei höherer Stromdichte das abklingende elektrische Feld immer weiter nach außen ragt. Wenn man demnach einen zweiten Leiter nahe dem ersten platziert, wird es eine minimale Frequenz geben, ab der eine Kopplung zwischen beiden Leitern zu sehen sein wird (siehe Abbildung 2.5). Die Stromdichte an der Oberfläche des ersten Leiters wird dann entsprechend reduziert sein.

⁷Natürlich nur wenn man davon ausgeht, dass die Umgebung kälter als die Elektronen ist.

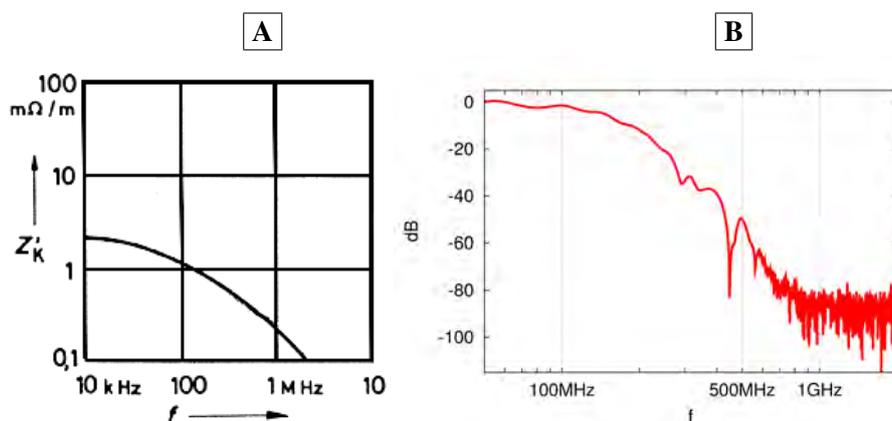


Abbildung 2.5: **A** Beispiel der normierten Kopplungsimpedanz zwischen zwei Leitern, welche 30 mm von einander entfernt sind (Kabel des Typus RG 213) [Webe 04]. Je stärker die Frequenz zunimmt, umso weiter "ragt" das Feld in den Raum, und umso mehr nimmt die Impedanz zwischen beiden Leitern ab.

B Absorption eines Kupferpulver Filters als Funktion der Frequenz. Das Plateau bei -80dB entspricht der minimal messbaren Dämpfung unseres Spektrumanalysators.

Um Kupferpulverfilter herzustellen, legen wir eine große Länge an gewickeltem Kupferkabel in einen Rezipienten, welcher dann mit Kupferpulver aufgefüllt wird. Jedes Kupferkorn ist oberflächlich oxydiert und so von jedem anderen Korn elektrisch isoliert. Auf diese Weise wird die Oberfläche, auf der der Skin-Effekt sich ausbreiten kann, maximiert, und die hohen Frequenzen werden von dem Widerstand der Kupferkörner absorbiert. Je nach Länge an verwendetem Kabel und Größe der Kupferkörner, liegt die Abschneidefrequenz zwischen einigen hundert MHz und einigen GHz.

Anhand dieser Filter ist es möglich, Dämpfungen von mindestens 80 dB zu erhalten (siehe Abbildung 2.5 **B**). Wir gehen jetzt davon aus, dass ab 3,3 K (das entspricht ungefähr 69 GHz) nur noch die Wärmeleitfähigkeit der Elektronen eine Rolle spielt. Die Abkühlung funktioniert ausschließlich über die Kupferpulverfilter. Die nötige Dämpfung, um eine bestimmte Temperatur zu erhalten (Übergang von $T_{\text{heiß}}$ zu T_{kalt}), wird durch die Gleichung 2.4 gegeben [Glat 97].

$$A_{dB}(f) = 10 \log \left(\frac{e^{hf/(k_B T_{\text{heiß}})} - 1}{e^{hf/(k_B T_{\text{kalt}})} - 1} \right) \quad (2.4)$$

Von 69 GHz (3,3 K) und 5 Thermalisierungsstufen⁸ ausgehend ($5 \times 80 \text{ dB} = 400 \text{ dB}$), können wir im besten Fall eine elektronische Temperatur von 36 mK erreichen. Wir

⁸Siehe Verkabelungsschema im Anhang D.1.

müssen aber hier betrachten, dass wir die maximal messbare Dämpfung verwendet haben (Abbildung 2.5[B]), was dem "schlimmsten Fall"⁹ entspricht.

Außerdem können wir davon ausgehen, dass die Elektronen—Phononen Kopplung unterhalb von 3,3 K noch leicht präsent ist. Letztendlich entsprechen die verdrehten Kabel in Koaxialabschirmung einem RC-Glied und filtern deshalb ihrerseits auch.

Ein weiteres Problem, welches noch eintreten kann, ist, dass die unterschiedlichen Stufen des Kryostaten Wärme abstrahlen. Ein Kabel kann also nach einem Filter einen Teil der Temperatur der vorherigen Stufe wieder aufnehmen.

Alles in allem werden wir zeigen, dass wir elektronische Temperaturen der Größenordnung 100 mK erreichen können (siehe Abschnitt 3.1.1).

2.3 Kryostaten Messplatz

2.3.1 Verkabelungsprinzip

Eines der Hauptprobleme war es, eine Methode zu finden, die es erlaubt, die Proben mit einem Minimum an Rauschen zu messen sowie Überspannungen, welche die Probe zerstören könnten, zu verhindern. Diese Überspannungen können einerseits von jedem Objekt ausgehen, welches elektrisch aufgeladen werden kann (Person, Pinzette, frei schwebende Kabel ...), andererseits kommen diese auch von der Masse. Obwohl wir in unserem Labor eine eigene, von anderen Geräten unabhängige Gebäude-Masse besitzen, hat sich herausgestellt, dass diese nicht nur Störungen weiterleitet, sondern auch auf ungeklärte Weise mit anderen Geräten der Umgebung kommuniziert, so dass wir starke Spannungspulse beim Einschalten dieser Geräte hatten. Nach einer nicht zu vernachlässigenden Anzahl an durchgebrannten Proben wurde das Problem durch das Hinzufügen von hohen Widerständen in Hin- und Rückleitung gelöst, was uns dazu brachte, eine "virtuelle" Masse zu verwenden.

Um eine virtuelle Masse einzuführen, legen wir auf beiden Seiten des Kontaktes die gleiche Spannung U an, aber mit umgekehrtem Vorzeichen. Auf diese Weise "spürt" die Probe eine Spannung $2U$, ohne die Masse zu sehen. Wenn die ganze Schaltung exakt symmetrisch aufgebaut ist, wird die "Mitte" der Probe immer bei einem Potential von 0 V gegenüber der "echten" Masse bleiben. Obwohl die Probe durch hohe Widerstände geschützt ist (100 k Ω), kann man die Messung nahe am Erdpotential durchführen, ohne jedoch mit ihm direkt verbunden zu sein. Da außerdem die Kabel aus je einer verdrehten Hin- und Rückleitung bestehen, wird die Messung unempfindlich gegenüber äußeren elektrischen Störeinflüssen. Wenn ein externes elektrisches Feld eine Spannung in den Leitungen induziert, wird diese Störung in beiden Kabel das gleiche Vorzeichen haben. Da aber die an der Probe angelegte Spannung sich aus der Differenz der beiden Kabelspannungen berechnet, wird die Probe keine Veränderung spüren, da nur das virtuelle Massenpotential in

⁹Die Dämpfung ist wohlmöglich besser, aber wir haben keine Möglichkeit, sie zu messen.

Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

Bezug auf das reale Massenpotential verschoben wird.
Für die Messkabel ist das Prinzip das gleiche: perfekt bipolar bleiben, um den Einfluss der äußeren Störungen so weit wie möglich zu reduzieren.

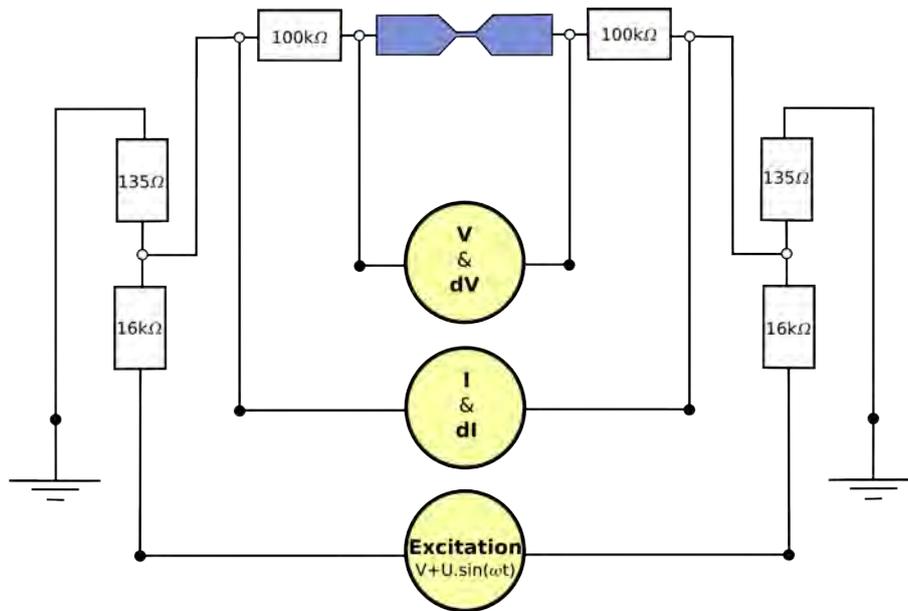


Abbildung 2.6: Verkabelungsplan der Probe

In unserem Verkabelungsplan im Kryostaten (Abbildung 2.6) bemerken wir zusätzlich zu dem symmetrischen Aufbau zwei Spannungsteiler. Diese befinden sich bei einer Temperatur von 4 K im Kryostaten und erlauben es uns, eine etwa 120 Mal größere Spannung außerhalb als innerhalb des Kryostaten zu verwenden. Das Messrauschen kann auf diese Weise verringert¹⁰ werden. Der Grund, weshalb die Spannungsteiler nicht tiefer als 4 K im Kryostaten sitzen, ist, dass diese Stufe die einzige mit einer konstanten Temperatur während der ganzen Messung ist. Da der Wert der Widerstände von der Temperatur abhängt, würde sonst der Faktor des Spannungsteilers mit der Temperatur sich verändern und so Komplikationen verursachen. Der Widerstand von 135Ω ist durch die Kabel gegeben, welche wieder hoch bis zur Raumtemperatur gehen.

Da wir zur Strommessung die Spannung auf beiden Seiten der $100\text{k}\Omega$ Vorwiderstände messen, wird auch der Widerstand der Probe mitgemessen. Um also dI herauszubekommen, berechnen wir:

¹⁰Einerseits befindet sich der Spannungsteiler im Kryostaten und damit in einem Faradaykäfig, andererseits erlaubt die Temperatur von 4 K, das Rauschen der Widerstände des Spannungsteilers stark zu senken.

$$dI = \frac{dI_{\text{Messung}} - dV}{200k\Omega} \quad (2.5)$$

Da die Verstärkungen für dI und dV unabhängig von einander eingestellt werden können (siehe nächstes Kapitel), ist es möglich, dI und dV sehr genau für einen breiten Bereich an Probenwiderständen¹¹, also mit einer hohen Präzision, zu messen.

2.3.2 Geräteplan

Die angelegte Spannung besteht aus einer langsam variierenden Spannung (V) und einer schnellen modulierten¹² Spannung ($U \cdot \sin(\omega t)$). Diese beiden Spannungen werden addiert, wonach dieses monopolare Signal in ein bipolares Signal konvertiert wird. Diese Etappe ist besonders empfindlich, deshalb verwenden wir vier Akkumulatoren — zwei für jedes Gerät¹³ —, um unabhängig vom Netz zu sein.

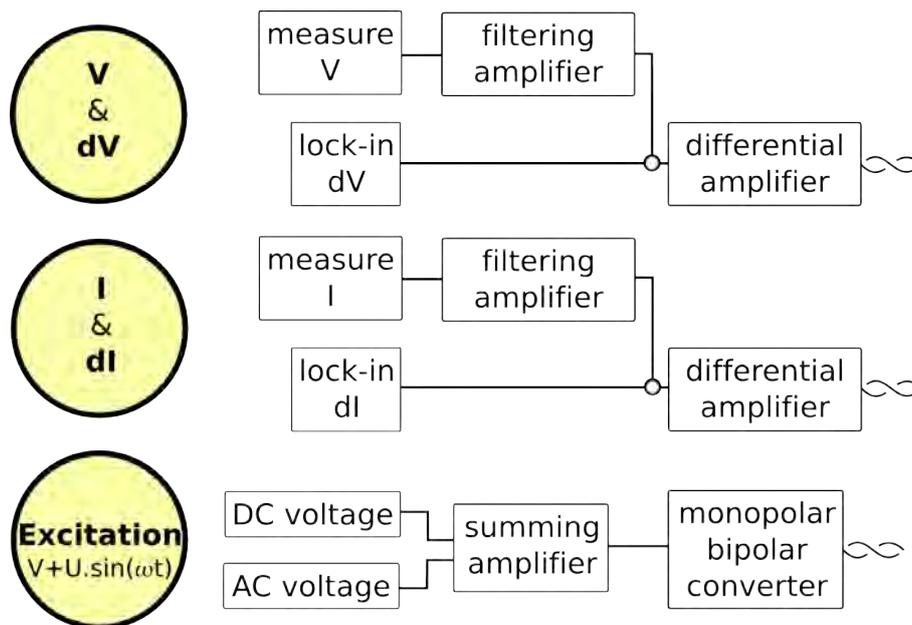


Abbildung 2.7: Geräte welche zur Messung verwendet wurden.

Die Messung wird parallel mit zwei Trägerfrequenzverstärkern (im weiteren "Lock-in" genannt) durchgeführt, wobei der eine Verstärker für die Strommessung

¹¹Bei sehr guten Bedingungen erhalten wir eine Auflösung von 60 nV bei einem Widerstand von 50 kΩ, was einem Strom von 1 pA entspricht.

¹²Eine ideale Messfrequenz unseres Systems sind 117,17 Hz, welche kein Vielfaches weder von 50 Hz noch von irgendeiner elektromagnetischen Resonanz in unserem Labor sind.

¹³Um ein monopolares Signal in ein bipolares umzuwandeln, brauchen wir einen bipolaren Spannungsgenerator und deshalb zwei Akkumulatoren.

Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

verantwortlich ist und der andere Verstärker für die Spannungsmessung. Das gemessene bipolare Signal wird in ein monopolarer Signal konvertiert und dabei stark verstärkt (anhand von Differenzverstärkern direkt am Ausgang des Kryostaten). Danach wird der Gleichstromanteil mit einem Filterverstärker extrahiert. Der Wechselspannungsanteil wird direkt am Eingang des Lock-ins durch einen entsprechenden Filter extrahiert.

Auf diese Weise messen wir zu jedem Messtakt dI , dV , I und V parallel, Werte welche dann auf einen Computer übertragen werden. Aufgrund der großen Anzahl an Geräten (Messgeräte und Steuergeräte) können wir nur zwei bis drei Messpunkte pro Sekunde aufnehmen. Für Messungen, die eine größere Geschwindigkeit erfordern, werden die Ausgangssignale auf ein Oszilloskop geleitet, welches die Messungen eigenständig speichern kann.

Letztendlich weisen wir darauf hin, dass zur guten Thermalisierung der Widerstand der Kabel groß ist (ungefähr $1,3 \text{ k}\Omega$ reinem Kabelwiderstand von außerhalb des Kryostaten bis hin zur Probe). Die Kapazität der Kabel ist zu Filterungszwecken auch hoch. Unsere Messfrequenz ist deshalb begrenzt auf 200 Hz bei einem Widerstand von $10 \text{ k}\Omega$ oder 20 Hz bei einem Widerstand von $100 \text{ k}\Omega$, was uns mit $f_{\text{Abschneidefrequenz}} = \frac{1}{2\pi RC}$ eine Kapazität von etwa 80 nF , also 40 nF pro Kabel, liefert.

2.3.3 Bruch-Kontakt Antrieb

Die einfache oder doppelte Struktur, die es zu messen gilt, wird in ein System montiert, das aus einem Stempel und Gegenlager besteht und uns so erlaubt, die Probe durchzubiegen, das heißt die Einschnürung zu dehnen (siehe Abbildung 2.8).

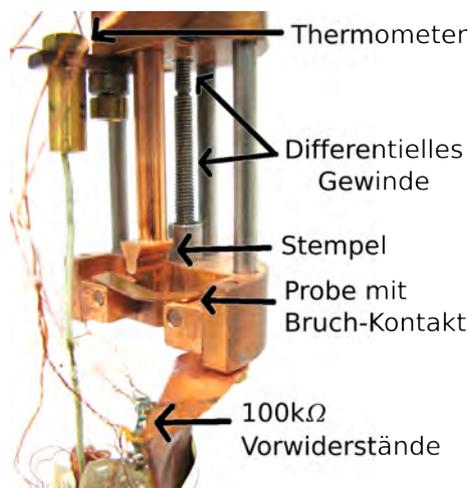


Abbildung 2.8: Mechanik zum Antrieb von Bruch-Kontakten mit einer Probe, welche unterhalb des Stempel liegt (Anmerkung: Die Probe ist auf diesem Photo nicht kontaktiert).

Das System besteht aus einem differentiellen Gewinde, welches einerseits in dem unteren Teil der Halterung, auf dem die Probe liegt, sowie andererseits in dem oberen Teil der Halterung, auf dem der Stempel fixiert ist, dreht. Der Unterschied zwischen beiden Gewinden (hier $50 \mu\text{m}$ pro gesamter Umdrehung) ist verantwortlich für die Bewegung des unteren Teils zum Stempel hin und so auch für die Biegung der Probe.

Für jede Probe wird der Tunnelstrom in Abhängigkeit von der Schraubenposition D gemessen. Da dieser Strom vom Abstand der zwei Elektroden d abhängt, ist es möglich, das Untersetzungsverhältnis zwischen der Bewegung der differentiellen Schraube und der Bewegung der Elektroden zueinander zu bestimmen. Wir verwenden hier die so genannte "Standard" Gleichung für kleine Spannungen und für eine rechteckige Potentialbarriere:

$$d \propto - \frac{\ln(G)\hbar}{\sqrt{2m_e\Phi}} \quad (2.6)$$

mit Φ der Austrittsarbeit, m_e der Masse des Elektrons und G der Leitwert. d ist also proportional zu $\ln(G)$. Wenn man den Logarithmus des Leitwertes für unterschiedliche Positionen der differentiellen Schraube durch eine Gerade fittet, erhält man die Abhängigkeit von der Distanz.

Diese Formel liefert uns für das Untersetzungsverhältnis Werte¹⁴, die zwischen 40 000 und 200 000 liegen, je nach Messung, also je nach Stempelform oder Gegenlagerabstand. Außerdem muss man bedenken, dass die Austrittsarbeit von der Form der Elektroden abhängt, was nach [Sche 00] zu einer Variation von etwa 20% führt.

2.4 Herstellung der Strukturen

2.4.1 Einfache Strukturen

Die Herstellung von einfachen Bruch-Kontakten auf Bronze Substrat ist in mehrere Etappen unterteilt (Abbildung 2.9).

¹⁴In Übereinstimmung mit [Böh 08].

Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

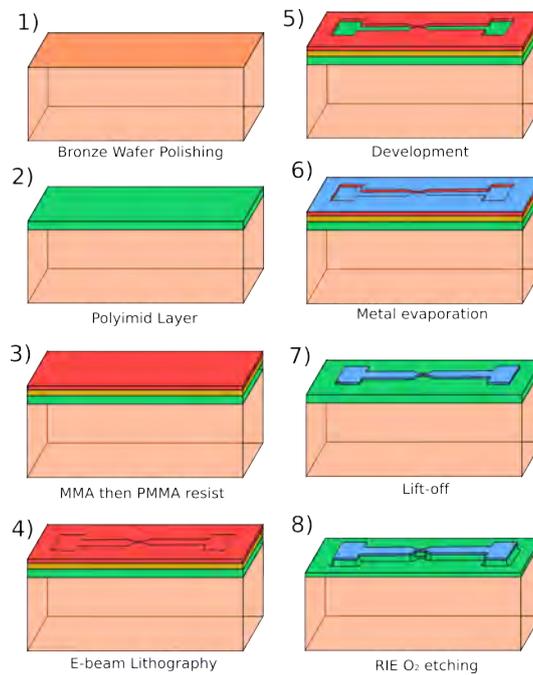


Abbildung 2.9: Flowchart zur Herstellung eines Bruch-Kontaktes auf einem Bronze-Substrat.

Zu aller erst muss der Bronze Wafer poliert werden [1]. Dann wird er mit einer Polyimidschicht [2] versehen, welche der elektrischen Isolierung dient und später die Herstellung des freihängenden Bereichs ermöglichen wird. Dann werden zwei Lackschichten¹⁵ [3] aufgetragen. Dann wird die Struktur mit Elektronenstrahlithographie geschrieben [4] und dann entwickelt [5]. Die untere Lackschicht (MMA) wird stärker entwickelt als die obere Lackschicht¹⁶ (PMMA), was uns dann erlaubt, nach einem Metall Aufdampfschritt [6] einen Lift-off [7] Schritt durchzuführen. Einzig das Metall, welches dort abgeschieden wurde, wo der Lack entwickelt wurde, bleibt auf dem Substrat haften. Während des letzten Schrittes wird das Polyimid in einem Sauerstoffplasma¹⁷ isotrop geätzt [8], um eine freistehende Brücke am Ort der Einschnürung zu erhalten.

¹⁵Untere Schicht (100 nm): MMA "Methyl MethAcrylate", und obere Schicht (600 nm): PMMA "PolyMethyl MethAcrylate" – auch unter dem Namen Plexiglas bekannt.

¹⁶Auf diese Weise kann das im nächsten Schritt aufgedampfte Aluminium nicht an den Seitenwänden haften bleiben.

¹⁷Der Ätzprozess wird in einer **RIE** durchgeführt : Reactive Ion Etching.

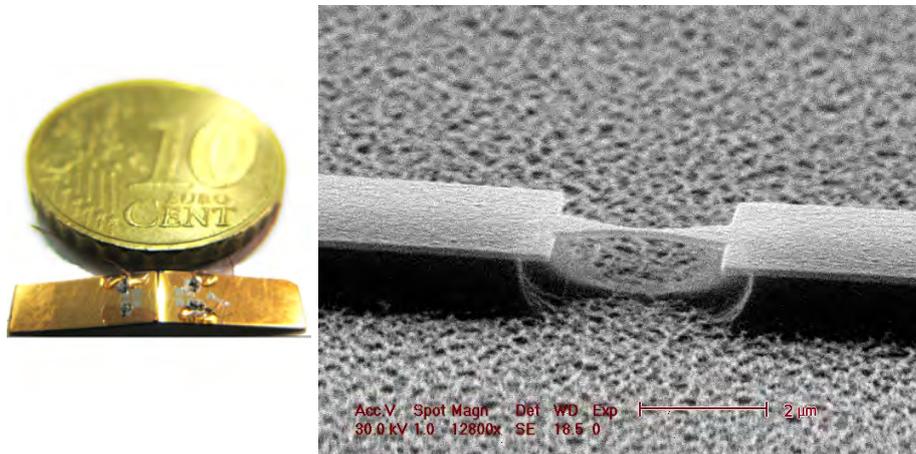


Abbildung 2.10: Links, Bruch-Kontakt auf Bronze-Substrat. Rechts, REM Bild der freistehenden Brücke eines Bruchkontaktes.

Die auf diese Weise hergestellte Struktur besitzt eine freistehende Brücke mit einem Querschnitt von etwa $100 \times 100 \text{ nm}$. Die gesamte Struktur ist etwa $3 \text{ mm} \times 18 \text{ mm}$ groß (Abbildung 2.10).

2.4.2 Doppelte Strukturen

Die im Folgenden charakterisierte SET Struktur besteht aus einer Insel, welche auf der einen Seite über einen Tunnelkontakt aus Aluminiumoxyd und auf der anderen Seite über einen Bruch-Kontakt mit den Zuleitungen verbunden ist.

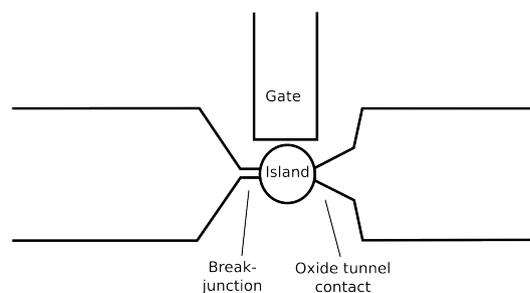


Abbildung 2.11: Verwendete SET Struktur. Links sieht man einen Bruch-Kontakt und rechts einen aus Aluminiumoxyd bestehenden Tunnelkontakt. Eine Gate Elektrode nähert sich von oben der Insel an.

Die Idee bei dieser Struktur ist, einen festen Kontakt (aus Oxyd) zu messen, während der Bruch-Kontakt noch nicht geöffnet wurde, und dann den Bruch-Kontakt zu öffnen, um das gesamte System zu charakterisieren. Eine aus zwei Bruch-Kontakten bestehende Struktur wurde hier nicht gemessen, da sie zu kompliziert zu verstehen gewesen wäre, ohne diesen hier beschriebenen Zwischenschritt begangen zu haben.

Schattenmasken Technik: Um einen Tunnel-Kontakt aus Oxyd herzustellen, haben wir uns der Schattenmasken Technik bedient. Unsere Maske besteht wie im vorhergehenden Abschnitt aus zwei Schichten (PMMA und MMA). Beim Entwickeln der Struktur wird die MMA Schicht stärker entwickelt als die PMMA Schicht, was zu einer Struktur führt, wie sie in 2.12 [a] abgebildet ist.

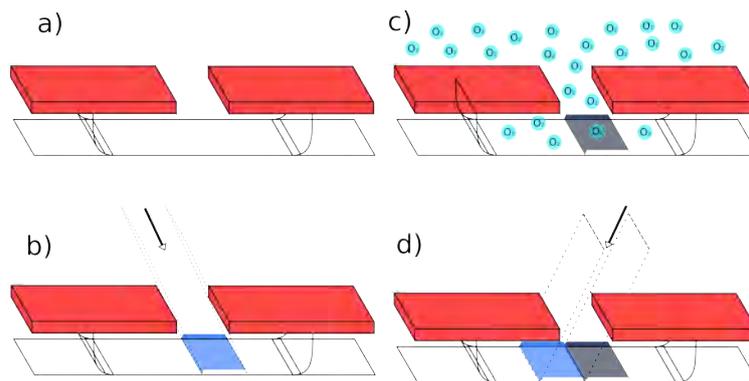


Abbildung 2.12: Prinzip der Schattenbedampfung.

Wenn die Probe geneigt wird, kann man das Aluminium unter einem Winkel aufdampfen [b]. Die Struktur, welche durch die Öffnung der PMMA Maske definiert worden ist, wird später versetzt aufgedampft. Dann wird die Probe mit einem gegebenen Druck an Sauerstoff [c] in Kontakt gebracht, was zu einer oberflächlichen Oxidation des Aluminiums führt. Ein weiterer Aufdampfschritt unter einem entgegengesetzten Winkel [d] wird dann durchgeführt. Auf diese Weise sind beide Seiten durch eine Aluminiumoxydschicht miteinander verbunden, welche als Tunnelbarriere fungiert.

Die tatsächlich verwendete Struktur wird durch die folgende Maske definiert:

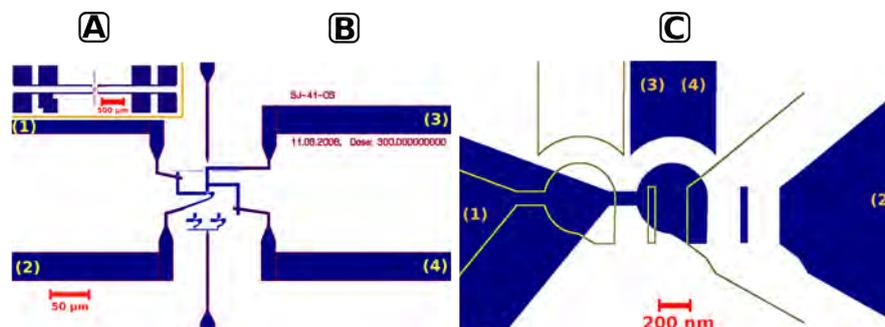


Abbildung 2.13: Links in **[B]**, Schema der verwendeten SET Struktur (in **[A]** Gesamtansicht). Beide Kontakte auf der rechten Seite (3) und (4) sind mit der Gate Elektrode verbunden und ermöglichen uns, zu testen, ob der Gate Kontakt auch wirklich mit den Kabeln verbunden ist. Der Kontakt (1) ist mit dem Bruch-Kontakt verbunden und der Kontakt (2) ist mit dem Tunnelkontakt verbunden.

Rechts in **[C]** sieht man die zentrale Struktur. Man kann dort auf der linken Seite den Bruch-Kontakt erkennen und auf der rechten Seite den Kontakt, welcher die Herstellung eines Tunnelkontaktes ermöglichen wird. (Der Tunnelkontakt wird durch die Überlagerung der blauen Insel mit der gelben Struktur hergestellt). Die zweite, in gelb gezeichnete Struktur wird unter einem flachen Winkel, nach Oxydation der ersten Struktur, aufgedampft.

Diese Struktur erlaubt uns, eine relativ kleine Insel zu erhalten. Wenn die Einschnürung des Bruch-Kontaktes freitragend gemacht wird, wird auch die Insel vom Substrat gelöst. Da aber der Überlapp (rechts in der Abbildung 2.13) der beiden Metallschichten groß ist, wird die Insel durch den Tunnelkontakt rechts gehalten.

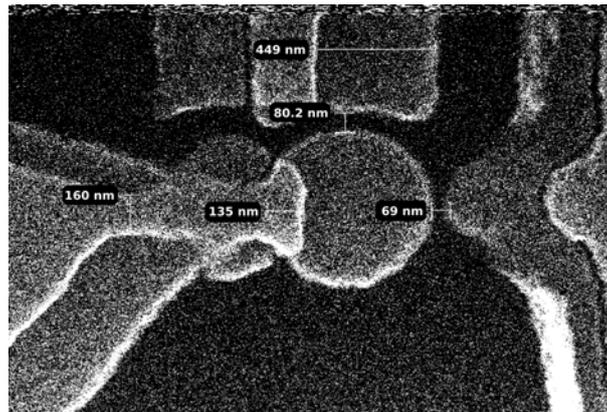


Abbildung 2.14: REM Bild einer Bruch-Kontakt/Tunnel-Kontakt Struktur. Für diese Struktur war der Aufdampfwinkel nicht ausreichend. Links ist der Tunnelkontakt nicht mit der Insel verbunden, und rechts wurde das "Bild" der Insel anstatt auf die Zuleitung auf den Bruch-Kontakt aufgedampft. Den Messungen der Abbildung nach beträgt der seitliche Versatz zwischen beiden Aufdampfschritten 450 nm, und es fehlten mehr als 135 nm. Die Gate Elektrode befand sich 80 nm weit weg von der Insel, und der Bruch-Kontakt hätte eine Breite von 160 nm gehabt.

Da die eigentlich gemessene Struktur wahrscheinlich durch ein Helium Plasma zerstört worden ist, zeigen wir eine vergleichbare Struktur in der Abbildung 2.14.

Literaturverzeichnis

- [Bals 97] N. H. Balshaw. “Practical Cryogenics”. Tech. Rep., Oxford Instruments, 1997.
- [Böh 08] T. Böhler. *Elektronischer Transport durch einzelne C60 Moleküle*. PhD thesis, Universität Konstanz, 2008.
- [Cons 08] “Constantan[®] - Alliage de Résistance - Informations sur matériaux”. http://www.goodfellow.com/csp/active/static/F/Constantan_-_Alliage_de_Resistance.HTML, 2008.
- [Fuku 97] A. Fukushima, A. Sato, A. Iwasa, Y. Nakamura, T. Komatsuzaki, and Y. Sakamoto. “Attenuation of microwave filters for single-electron tunneling experiments”. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, Vol. 46, No. 2, pp. 289–293, 1997.
- [Glat 97] D. C. Glatli, P. Jacques, A. Kumar, P. Pari, and L. Saminadayar. “A noise detection scheme with 10 mK noise temperature resolution for semiconductor single electron tunneling devices”. *Journal of Applied Physics*, Vol. 81, No. 11, pp. 7350–7356, 1997.
- [Kuhn 01] M. Kühne. “Kalt, kälter, ultrakalt”. *Physikalische Blätter*, Vol. 57, No. 6, pp. p.59–65, 2001.
- [Les 04] “Les principes du froid, ou comment obtenir les basses températures”. http://1100f.free.fr/le_froid.htm, 2004.
- [Loun 88] O. V. Lounasmaa. *Experimental Principle and Methods Below 1K*. Academic Press, 1988.
- [Luka 08] A. Lukashenko and A. V. Ustinov. “Improved powder filters for qubit measurements”. *Review of Scientific Instruments*, Vol. 79, No. 1, p. 014701, 2008.
- [Mang 08] “Manganin[®] - Alliage de Résistance - Informations sur matériaux”. http://www.goodfellow.com/csp/active/static/F/Manganin_-_Alliage_de_Resistance.HTML, 2008.

- [Mart 87] J. M. Martinis, M. H. Devoret, and J. Clarke. “Experimental tests for the quantum behavior of a macroscopic degree of freedom: The phase difference across a Josephson junction”. *Phys. Rev. B*, Vol. 35, No. 10, pp. 4682–4698, Apr 1987.
- [Mate 08] “Material Properties”. <http://www.goodfellow.com/csp/active/gfMaterials.csp>, 2008.
- [Pesh 57] V. Peshkov and V. Kachinskii. “Measurement of the saturated vapor pressure of a ^3He - ^4He mixture with a high ^3He concentration”. *Soviet Phys. JETP*, Vol. 4, pp. p.607–9, May 1957.
- [POLL 69] G. L. POLLACK. “Kapitza Resistance”. *Rev. Mod. Phys.*, Vol. 41, No. 1, pp. 48–81, Jan 1969.
- [Sche 00] E. Scheer, J. C. Cuevas, A. L. Yeyati, A. Martin-Rodero, P. Joyez, M. H. Devoret, D. Esteve, and C. Urbina. “Conduction channels of superconducting quantum point contacts”. *Physica B: Condensed Matter*, Vol. 280, No. 1-4, pp. 425–431, May 2000.
- [Schl 06] T. Schluck. “Einige Aspekte der Thermalisierung bei tiefen Temperaturen”. Praktikumsbericht, Fortgeschrittenen Praktikum - Universität Konstanz, December 2006.
- [Vach 03] G. Vachon and P.-L. Benoît. “La cryogénie à Sherbrooke”. *L'Attracteur*, Vol. 14, 2003.
- [Weat 68] J. C. Weathley. “Dilute Solutions of ^3He in ^4He at Low Temperatures”. *Am. J. Phys.*, Vol. 36, No. 3, pp. p.181–210, 1968.
- [Webe 04] A. Weber. *EMV in der Praxis*. Hüthig Buch Verlag Heidelberg, 2004.

Kapitel 3

Resultate

Dieses Kapitel beginnt mit der Bestimmung der Leistungsmerkmale des Kryostaten. Hierzu untersuchen wir das supraleitende Gap sowie das kritische Magnetfeld von Aluminium. Dies wird uns dann erlauben, die elektronische Temperatur abschätzen zu können.

Darauf folgend werden wir bei sehr tiefen Temperaturen einen ungeöffneten Bruch-Kontakt studieren. Hier werden die supraleitenden Sprünge im Magnetfeld und im Strom gemessen.

In einem dritten Abschnitt werden wir Öffnungs- und Schließkurven anschauen, wobei wir uns insbesondere auf die letzten Leitwert-Plateaus konzentrieren werden. Anhand der gemessenen $I(V)$ Kennlinien auf diesen Plateaus werden die multiplen Andreev-Reflektionen studiert, welche uns erlauben, präferierte Konfigurationen für Aluminium Kontakte vorzuschlagen.

Das Kapitel endet mit einem Abschnitt, welcher der Coulomb-Blockade und den multiplen Andreev-Reflektionen in einer SET Struktur gewidmet ist.

3.1 Leistungsmerkmale des Kryostaten

In seiner ursprünglichen Konzeption war der Kryostat mit Manganin-Kabeln ausgestattet, welche um Kupferstangen aufgerollt waren und dort mit einem Tieftemperaturkleber¹ fixiert wurden, der den thermischen Kontakt noch verbessern sollte.

Diese Kabel hatten alle einen Kurzschluss zur Erde, der zwischen 20Ω und $2 M\Omega$ lag, was uns spektroskopische Messungen an Bruch-Kontakten im Tunnel-Bereich² (bei $1 M\Omega$) unmöglich machte. Wir haben also diese Verkabelung ersetzen müssen, was uns nach mehreren Versuchen zu verdrehten Manganin-Drähten in einer Edelstahl-Geflecht Schirmung und mit Teflon als Isolator³ führte.

¹Wahrscheinlich der Kleber "Varnish IMI 7031" der Firma GVL Cryoengineering - Lecomte

²Eine gängige Faustregel ist, dass um einen akzeptablen Fehler zu erhalten, der Widerstand eines Kurzschlusses mindestens 10 Mal größer sein muss als der eigentlich zu messende Widerstand.

³Kabel der Firma Cryoengineering – Lecomte. Wir haben das Edelstahlgeflecht mit Teflon Iso-

Diese Kabel wurden zur Thermalisierung an jeder Stufe des Kryostaten um Kupfer Stäbe aufgerollt. Sie haben die Messung der Abbildung 3.1 ermöglicht. Eine Abschätzung der elektronischen Temperatur (Breite des Gaps auf halber Höhe), führt uns auf eine Temperatur der Größenordnung 1 K, bei einer Phononen Temperatur von 50 mK. Deshalb wurden weitere Verkabelungen getestet, die uns zur Endverkabelung führten. Diese bestand aus verdrehten Manganin Kabeln, in einem Edelstahlrohr geschirmt und mit Silicon als Dielektrikum (siehe Beschreibung der Verkabelung im Abschnitt 2.2), welche durch Kupferpulver Filter unterbrochen wurden. Diese Verkabelung hat uns die Messungen der Abbildung 3.2 ermöglicht.

3.1.1 Vergleich der Aluminium Gaps

Wir werden in diesem Abschnitt zwei $G(V)$ Kennlinien vergleichen, welche an Bruch-Kontakten im Tunnelbereich gemessen wurden. Ein offener Bruch-Kontakt entspricht einem SIS Kontakt mit dickem Isolator. In einem solchen System ist der Leitwert nur durch die Elektronen gegeben, welche direkt von einer Seite zur anderen tunneln. Diese Messung, die man auch spektroskopische Messung nennt, erlaubt uns, die besetzten und unbesetzten Zustände (die Zustandsdichte) des Supraleiters direkt zu sehen. Deshalb sieht man um $0 V$ den Bereich des um E_F sich befindenden supraleitenden Gap, in dem es keine Quasi-Teilchen Zustände gibt. Der Leitwert ist dort gleich Null. Jenseits dieses Bereichs findet man die Zustände, welche einem festen Leitwert im Metal entsprechen. Wir merken an, dass aufgrund des "tiefen" Tunnelbereichs (breiter Isolator) die Wahrscheinlichkeit für Andreev-Reflexionen fast Null ist. Da beim absoluten Nullpunkt die Zustandsdichte eines Supraleiters bei der Grenze zum Gap gegen unendlich tendiert, kann eine Abrundung dieser Spitzen eine erhöhte elektronische Temperatur bedeuten.

Schauen wir uns die entsprechenden Messungen an. Die erste Kennlinie (Abbildung 3.1), wurde mit einer der ersten Verkabelungen des Kryostaten gemessen:

lierung in Silicon eingegossen, damit die Schirmung sich zu den inneren Kabeln nicht mehr bewegt. In der Tat induziert sonst jede Bewegung der Schirmung Kapazitätsveränderungen, welche sich in einem Spannungsrauschen in den Manganin Drähten bemerkbar machen.

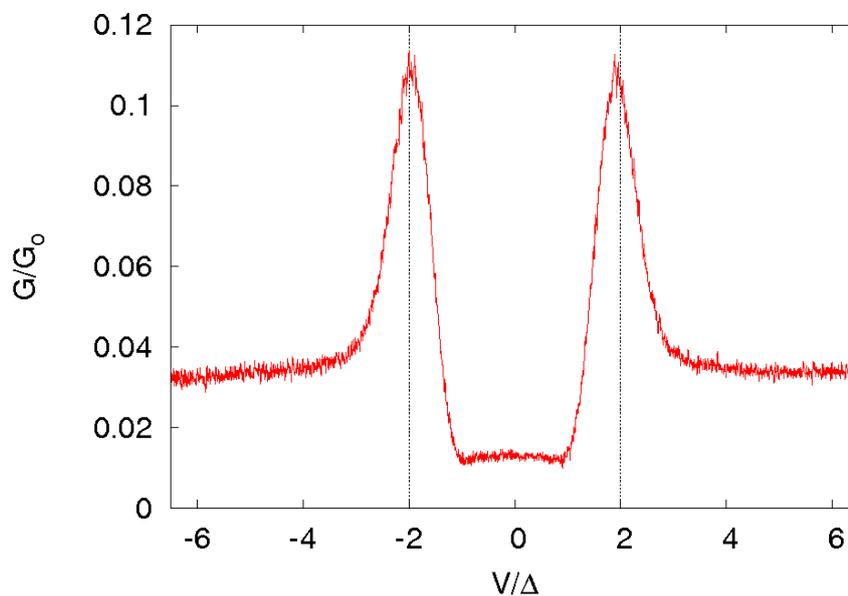


Abbildung 3.1: Kennlinie eines Aluminium Gaps mit einer älteren Verkabelung – zu vergleichen mit der Abbildung 3.2. Die Verkabelung bestand aus verdrehten Manganin Drähten, mit einem Edelstahlgeflecht geschirmt ($\Delta = 185 \mu\text{V}$).

Diese Kennlinie zeigt stark verrundete Maxima an den Gap⁴ Grenzen. Für eine Messung, die unterhalb von 100 mK gemacht wurde, ist eine solche Verrundung erstaunlich.

Nachdem die Kupferpulver Filter auf jedem Niveau⁵ installiert waren und die Verkabelung durch die hausgemachten verdrehten Manganin-Drähte in Edelstahlrohr ersetzt war, haben wir die Kennlinie der Abbildung 3.2 erhalten. Die Verbesserung ist eindeutig zu sehen.

⁴Was die Bestimmung des Gaps angeht, so verweisen wir auf den Abschnitt 3.5.1

⁵Wir haben bemerken können, dass eine einzige Filterstufe ganz unten zu viel Wärmeeintrag bedeutete und nicht genügend Filterwirkung, woraus die Notwendigkeit der schrittweisen Filterung durch mehrerer Filterstufen entsprang.

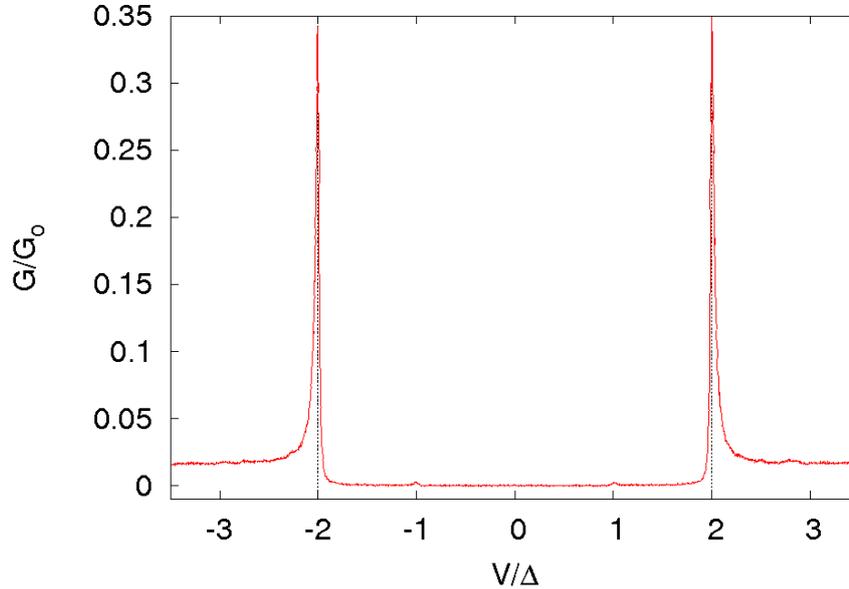


Abbildung 3.2: Gap Messung mit der letzten Verkabelung – zu vergleichen mit der Abbildung 3.1. Man sieht auf der Höhe von $\pm 1\Delta$, die Vorläufer der multiplen Andreev-Reflexionen ($\Delta = 185 \mu\text{eV}$). Die Verkabelung bestand aus verdrehten Manganin Kabeln in einer Edeldstahlhülse, welche regelmäßig durch Kupferpulver Filter unterbrochen wurden.

Beide Messungen wurden um 70 mK mit einer Lock-in Anregung von einigen μV durchgeführt. Zwei Effekte hätten die in der Abbildung 3.1 aufgeführten Kennlinie verschlechtern können, ein sowohl in den Lock-in Messungen als auch den DC Messungen unsichtbares Rauschen (thermisches Strahlung zum Beispiel) und eine Elektronentemperatur nahe der Sprungtemperatur des Supraleiters.

Um die Elektronentemperatur mit der letzten Verkabelung abzuschätzen, haben wir die Messungen mit dem Skalski-Modell gefittet [Skal 64] (siehe Anhang C). Wir erhalten eine relativ gute Übereinstimmung mit einem Spin-Flip⁶ Parameter von $2 \cdot 10^{-3}$ und einer Elektronentemperatur von 100 mK (siehe Abbildung 3.3).

⁶den man als eine Abweichung der BCS-Theorie betrachten kann.

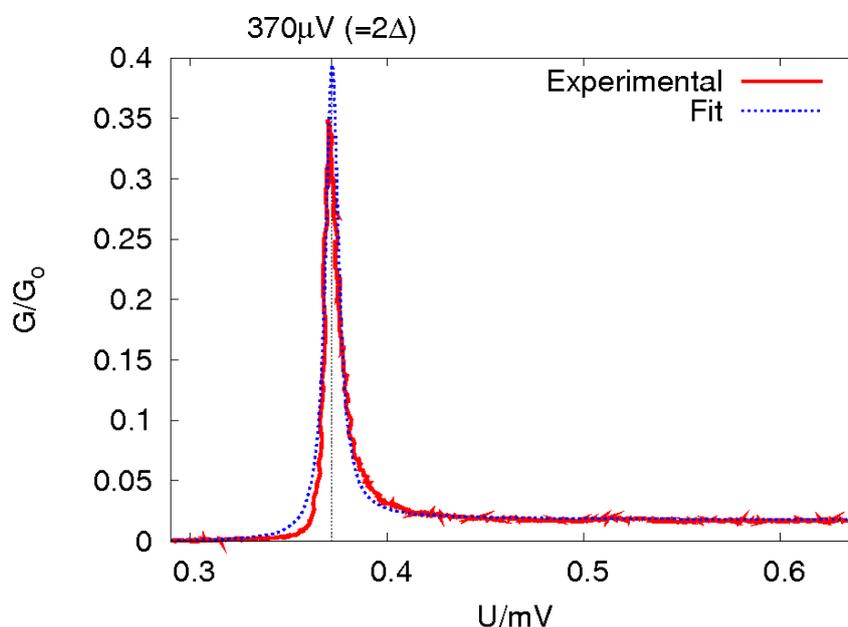


Abbildung 3.3: Fit nach dem Skalski-Modell der Kennlinie 3.2. Die verwendeten Fit-Parameter sind eine elektronische Temperatur von 100 mK, ein Gap von $185 \mu\text{eV}$ und ein Spin-Flip Parameter — der die Abweichung von der BCS-Theorie angibt — von $2 \cdot 10^{-3}$. Wir sehen in dieser Abbildung eine Vergrößerung der rechten Spitze der Kennlinie 3.2. 2Δ entspricht hier $2 \times 185 \mu\text{V} = 0,37 \text{ mV}$.

3.1.2 Das kritische Magnetfeld von Aluminium

Eine weitere Möglichkeit, sich eine Idee der Verbesserung des Kryostaten nach der Verkabelungsoptimierung zu machen ist es, den supraleitenden "Sprung" im Magnetfeld anzuschauen. Diese Messung wird bei sehr tiefen Temperaturen an einem ungeöffneten Bruch-Kontakt durchgeführt. Die mit der ersten Verkabelungen gemessenen Kennlinien ergaben einen Sprung leicht unterhalb von 10,5 mT (siehe Abbildung 3.4). Das ist der Wert, bei dem Bulk-Aluminium von einem supraleitenden Zustand in einen normalleitenden Zustand übergeht.

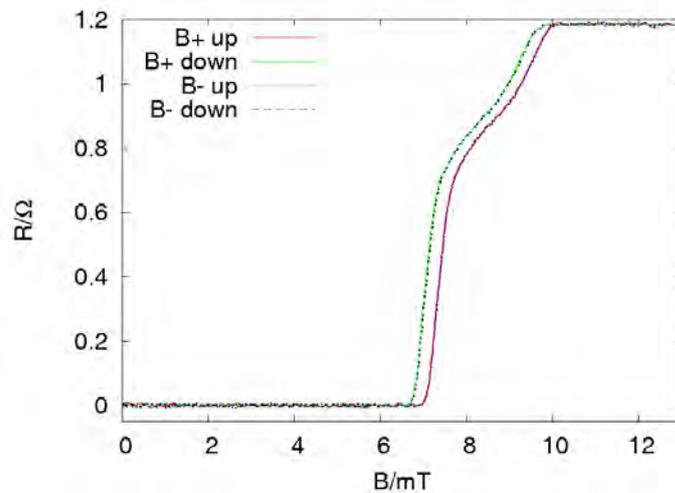
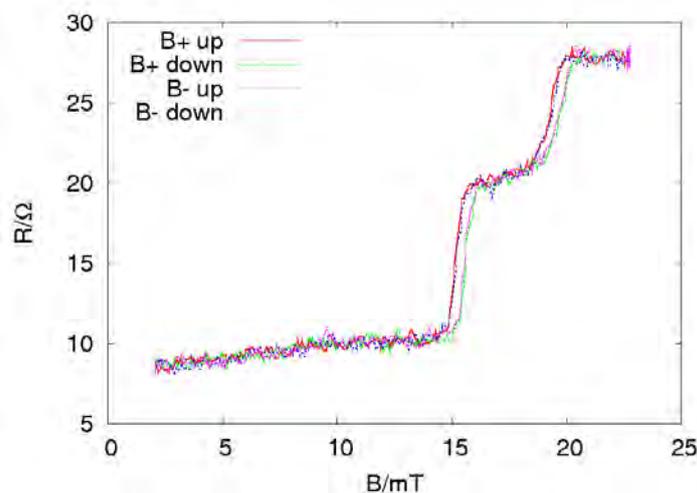


Abbildung 3.4: Ungeöffneter Bruch-Kontakt, an dem eine $R(B)$ Kennlinie bei 80 mK im Magnetfeld gemessen wurde. Der Widerstand im normalleitenden Bereich, welcher $1,2 \Omega$ beträgt, ist klein, weil es sich hier um eine echte 4 Punktmessung handelt, bei der die Zuleitungen $50 \mu\text{m}$ vor der Brücke zusammentreffen (daher auch ein Widerstand, der "echte" 0Ω im supraleitenden Zustand beträgt). Diese Messung wurde mit einer früheren Verkabelung durchgeführt. B+ entspricht einer Messung in einem positiven Magnetfeld und B- der gleichen Messung im umgedrehten Feld. "up" und "down" geben die Richtung an, in die das Magnetfeld verändert wurde.

In der Abbildung 3.4 liegt die Position des Sprunges, auf halber Höhe genommen, unterhalb von $10,5 \text{ mT}$. Da dieser Wert von dem theoretischen Wert des Bulks nicht zu weit entfernt ist, sind wir erst einmal davon ausgegangen, dass die Messung akzeptabel ist, bis wir mit der letzten Verkabelung die Kennlinie 3.5 erhielten.



Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

Abbildung 3.5: Geschlossener Bruch-Kontakt, an dem eine $R(B)$ Kennlinie bei 70 mK gemessen wurde. Die Zuleitungen der 4 Punkt Messung treffen sich auf Höhe der Messkabel. Der Restwiderstand von 8Ω ist ein Kontaktwiderstand zwischen dem aufgedampften Aluminium und der mit Silberlack kontaktierten Kabel. Das Rauschen kommt daher, dass die Lock-in Anregung sehr niedrig ist (300 nV an der Probe). Diese Messung wurde mit der letzten Verkabelung durchgeführt.

Man muss hier anmerken, dass wir für dünne Schichten — so wie Bruch-Kontakte es sind — a priori für das kritische Feld einen höheren Wert⁷ als den Wert des Bulks erwarten [O A 69] [Susu 74b]. Dies kommt dadurch zustande, dass die Dicke der Struktur in der Größenordnung der Londonschen Eindringtiefe liegt (siehe Abschnitt 1.2.3), und dass sich deshalb das vom Supraleiter induzierte Gegenfeld⁸ nicht mehr voll ausbilden muss. Und in der Tat sehen wir mit der letzten Verkabelung kritische Felder, welche höher sind als die des Bulks (Abbildung 3.5), was unseren Erwartungen entspricht.

Man kann wiederum mehrere Erklärungen für das zu kleine kritische Feld der Abbildung 3.4 geben. Einerseits kann es sein, dass sich die Qualität des aufgedampften Aluminiums verändert hat. In der Tat können magnetische⁹ Verunreinigungen stark das kritische Feld herabsetzen. Deren Vorkommen könnte dadurch erklärt werden, dass unsere Aufdampfanlage auch für Kobalt Verdampfungen verwendet wurde. Wir sehen jedoch in beiden Kennlinien (Abbildungen 3.5 und 3.4) eine deutliche Hysterese, welche dem im Abschnitt 1.2 vorgestellten Effekt der Unterkühlung entspricht. Dieser Effekt, welcher besonders stark in Aluminium¹⁰ sein kann, hängt davon ab, wie die Messung durchgeführt wird und welche exakte Geometrie der Kontakt besitzt. Da aber der Effekt der Unterkühlung zu sehen¹¹ ist, können wir sagen, dass das Metall rein genug ist, um der Ginzburg-Landau Theorie zu folgen (siehe 1.2.2), und dass deshalb keine magnetischen Verunreinigungen höherer Konzentration präsent sein können.

Wenn wir schließlich betrachten, dass sich das kritische Feld mit jeder Verbesserung der Verkabelung erhöht hat, kann man davon ausgehen, dass es sich nicht um ein Kontaminationsproblem handelte, aber um eine zu hohe elektronische Temperatur.

⁷Wenn jedoch die Größe zu stark abnimmt (unterhalb von 10 nm [Zgir 05]), können die Cooper-Paare sich nicht mehr formen und die Supraleitung sich nicht mehr etablieren. Dies entspräche einer Abnahme des kritischen Feldes.

⁸Das externe Feld wird über eine gewisse Tiefe aufgehoben, die man Londonsche Eindringtiefe nennt. Wenn der Supraleiter kleiner als diese Eindringtiefe ist, dann wird sich das externe Feld nicht mehr voll aufheben können. Das Gegenfeld, welches von dem Supraleiter aufgebaut wird, braucht dann nur noch einen Bruchteil des externen Feldes zu kompensieren. Es ist, als ob der Supraleiter nur noch einen Bruchteil des externen Feldes sähe.

⁹Nicht-magnetische Verunreinigungen besitzen eher die Tendenz, das kritische Feld zu erhöhen (siehe Anhang A sowie [Chan 59] [Pauf 74]).

¹⁰Der theoretische Grenzwert für das minimale kritische Aluminium-Feld bei der Unterkühlung beträgt 0,45 mT ($B_{c2} = \sqrt{2} \cdot \kappa_0 \cdot B_{c th}$ mit $\kappa_{0 Al} = 0,03$ für T nahe T_c). Siehe Gleichung 1.38 Seite 51.

¹¹Das Vorkommen von Verunreinigungen würde den Unterkühlungseffekt zerstören (Kondensationskeime).

3.2 Charakterisierung eines Aluminium Bruch-Kontaktes

Wir werden hier die allgemeinen Merkmale von geschlossenen Aluminium Bruch-Kontakten untersuchen.

3.2.1 Doppelter Sprung im Magnetfeld

Wir werden hier den Ursprung des doppelten Sprunges erklären, den wir in den Kennlinien 3.5 und 3.4 gesehen haben.

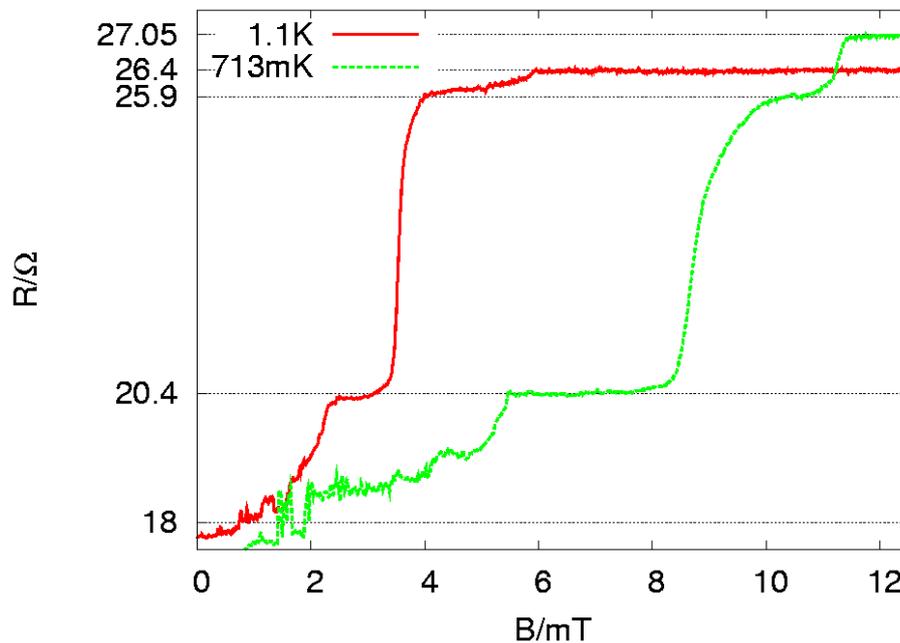


Abbildung 3.6: $R(B)$ Kennlinien von Bruch-Kontakten im Magnetfeld. Die linke Kennlinie wurde bei einem ungedehnten Bruch-Kontakt aufgenommen ($1,1\text{ K}$). Die rechte wurde aufgenommen, nachdem der Bruch-Kontakt leicht gedehnt worden war ($0,7\text{ K}$).

Die erste Kennlinie der Abbildung 3.6 (in rot) wurde bei $1,1\text{ K}$, gleich nach dem supraleitenden Sprung bei $1,18\text{ K}$, aufgenommen, und dass, bevor die Probe gedehnt wurde. Die zweite Kennlinie der Abbildung 3.6 (in grün) wurde nach einer leichten Dehnung des Bruch-Kontaktes aufgenommen. Diese Messungen unterscheiden sich in zwei Punkten: Einerseits ist das kritische Feld stark unterschiedlich und andererseits ist die Amplitude des zweiten Sprunges (welcher bei höheren Feldern auftritt) verschieden. Der Unterschied der kritischen Felder wird durch die Temperatur verursacht. Die Temperatur ist umso tiefer, je größer das kritische Feld ist. Wir setzen die Amplituden Veränderung des supraleitenden Sprunges in Verbindung mit dem Dehnungszustand der Brücke. Man kann also sagen, dass der letzte Sprung im Allgemeinen der Brücke des Bruch-Kontaktes zuzuordnen ist und

Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

der vorhergehende Sprung den Aluminium-Zuleitungen zuzuschreiben ist. Die entsprechenden Widerstände dieser zwei unabhängigen Bereiche können aus der Abbildung 3.6 herausgelesen werden. Der Widerstand des zentralen Bereichs beträgt vor der Dehnung $0,5 \Omega$ und nach der Dehnung $1,15 \Omega$. Der Widerstand der Zuleitungen beträgt $5,5 \Omega$.

Ein letzter Vergleich muss noch mit einem fast offenen Bruch-Kontakt durchgeführt werden, für den nur wenige Kanäle den Strom tragen. In der Kennlinien der Abbildung 3.7 können wir nur noch einen einzelnen Sprung sehen, welcher der freitragenden Brücke des Bruch-Kontaktes zugeschrieben wird.

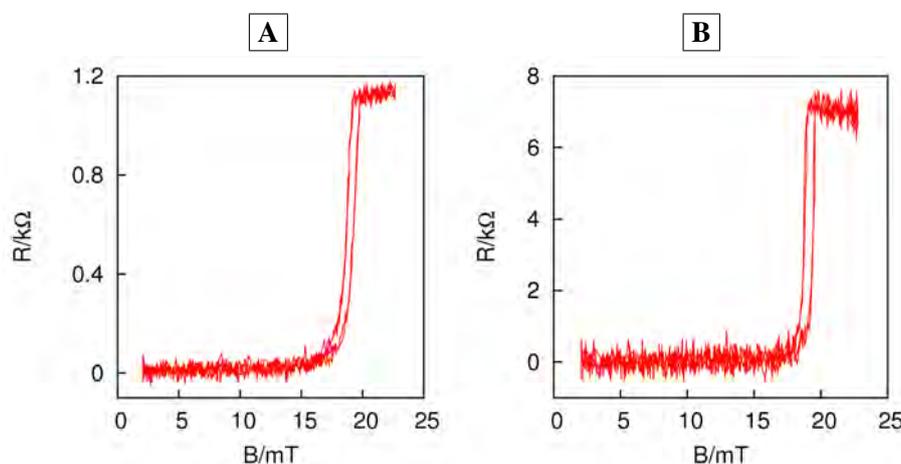


Abbildung 3.7: $R(B)$ Kennlinien eines Bruch-Kontaktes im Magnetfeld. **A** Kontakt bei $11 G_0$. **B** Kontakt bei $2 G_0$. Da der Widerstand der Zuleitungen nie größer als 50Ω ist, sehen wir hier nur noch den Sprung des zentralen Bereichs des Bruch-Kontaktes.

Anmerkung: Diese Art von supraleitendem Übergang mit mehreren Sprüngen wird auch in polykristallinem Aluminium [Coch 56] gemessen, in dem auch mehrere unabhängige Bereiche definiert sind.

3.2.2 Kritische Temperatur

Bei der Bestimmung der kritischen Temperatur haben wir eine leichte Hysterese sehen können. Beim genaueren Hinschauen, sah man, dass sie dadurch zustande kam, dass die Abkühlgeschwindigkeit viel größer als die Aufwärmgeschwindigkeit des Kryostaten war. Deshalb zeigte unser Thermometer nicht die echte¹² Proben temperatur an. Wir werden deshalb im Folgenden nur die Messungen, welche

¹²Diese Temperaturverschiebung ist mit der Zeit verbunden, die das System braucht, um ins thermische Gleichgewicht zu kommen. Praktisch gesehen hatte das Thermometer einen besseren ther-

während des Aufwärmens aufgenommen wurden, betrachten.

Trotz der jetzt vergleichbaren Sprungtemperatur hatten einige Messungen ein qualitativ unterschiedliches Verhalten. In dem ersten Fall sah man einen sprunghaften Anstieg des Widerstandes, wie er in der Abbildung 3.8 zu sehen ist.

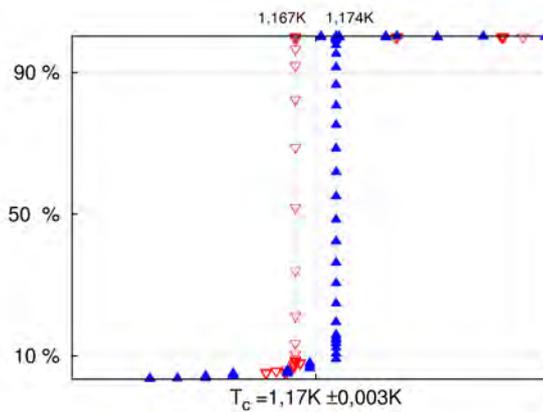
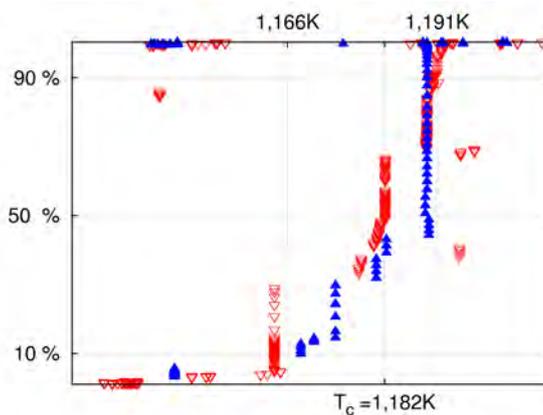


Abbildung 3.8: Prozentanteil des normalen Widerstandes als Funktion der Temperatur (ungedehnter Bruch-Kontakt) für den supraleitenden Sprung in der Temperatur. Zwei Messungen bei mittlerer Aufwärmgeschwindigkeit des Kryostaten und für die gleiche Probe.

Wenn man diese Messungen mit kleinstmöglicher Aufwärmgeschwindigkeit wiederholt, sieht man einen progressiven Anstieg des Widerstandes, wie in Abbildung 3.9 dargestellt.



mischen Kontakt zum System als die Probe, welche, um durchgebogen zu werden, zwischen zwei Gegenlagern "aufgehängt" ist. Das Thermometer erreicht deshalb schneller die Gleichgewichtstemperatur als die Probe. Im Extremfall, bei konstanter Temperatur des Thermometers und während des Abkühlens, kommt der supraleitende Sprung etwa eine Minute später.

Abbildung 3.9: Prozentanteil des normalleitenden Widerstandes (ungedehnter Bruch-Kontakt) als Funktion der Temperatur für den supraleitenden Sprung. Zwei Messungen, die für die kleinstmögliche Aufwärmgeschwindigkeit und an der selben Probe durchgeführt wurden. Wir bestimmen T_c bei 50 % des Sprunges.

In der Abbildung 3.9 kann man davon ausgehen, dass wir eine kontinuierliche Zunahme der Spannung bis 1,182 K und einen letzten Sprung bei 1,191 K haben. Die Struktur wird Stück für Stück wieder normalleitend, wie auch im Abschnitt 3.2.1 für den doppelten Sprung im Magnetfeld. Wissend, dass die kritische Temperatur von Aluminium Kluster stark von deren Größe¹³ abhängt (siehe [Susu 74a], [Susu 74b] und [O A 69] für Experimente), könnten unterschiedliche Bereichsgrößen verschiedene T_c haben.

Letztendlich finden wir in [Land 90] sechs Messungen mit kritischen Temperaturen für Bulk-Aluminium, welche von 1,175 K bis 1,183 K gehen. Unsere Messwerte stimmen also mit der Literatur überein.

3.2.3 Sprung im elektrischen Strom

Man kann sich jetzt die Frage nach dem kritischen Strom stellen. Betrachten wir die Gleichung 3.1, welche für einen kurzen SNS Kontakt das $I_c R_N$ Produkt in Abhängigkeit der Isolatorstärke angibt [Buck 04]:

$$I_c R_n = \frac{3\pi}{2e} \frac{\Delta_0^2(x=0)}{k_B T_c} \frac{d/\xi_N}{\sinh(d/\xi_N)} \quad (3.1)$$

mit R_N , der normalleitenden Widerstand, I_c , der kritischen Strom, d , die Länge des normalleitenden Bereichs, Δ_0 das Gap bei 0 K und ξ_N die Kohärenzlänge im normalleitenden Material.

In unserem Fall handelt es sich um einen SS-Kontakt. Das führt uns auf die Gleichung 3.2.

$$\lim_{d \rightarrow 0} I_c R_n = \frac{3\pi}{2e} \frac{\Delta_0^2}{k_B T_c} \quad (3.2)$$

Auf diese Weise erhalten wir mit $T_c = 1,182$ K und $\Delta_0 = 185$ μeV für das Produkt 3.2 $I_c R_N \approx 1,581 \cdot 10^{-3}$ V.

¹³Dieser Effekt wird durch die "neuen" phonischen Moden verursacht, welche die Oberfläche einbeziehen und auf diese Weise die Elektron-Phonon Kopplung vergrößern. Um mehr über die Theorie zu erfahren, siehe [Leav 81].

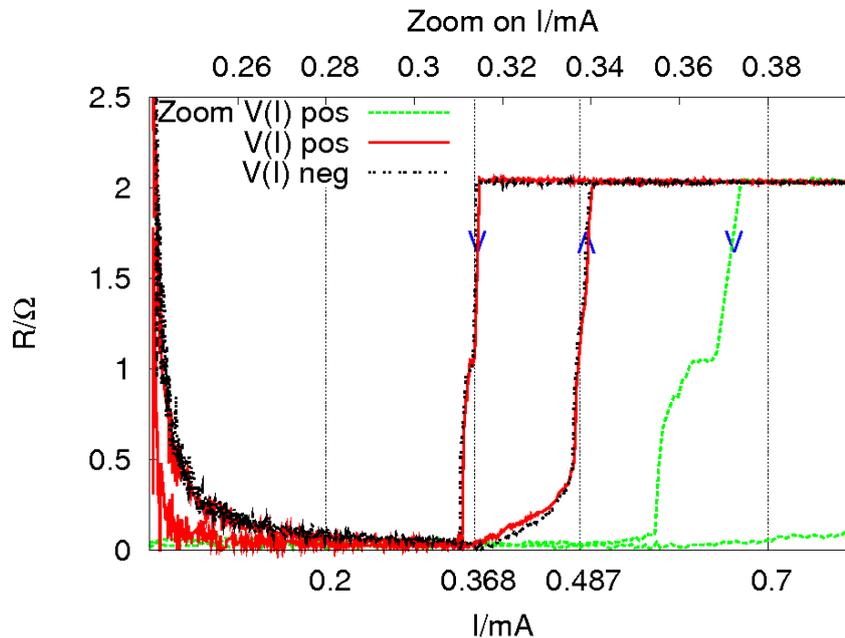


Abbildung 3.10: Supraleitender Sprung im Strom für einen ungedehnten Bruch-Kontakt. In Rot sehen wir den positiven Anteil und in Schwarz den negativen Anteil der Stromkennlinie. In Grün sehen wir eine Vergrößerung (obere X-Achse) des Sprunges bei abfallendem Strom.

Wenn man dieses Produkt auf unsere Probe anwendet (Abbildung 3.10), dann müsste mit einem $R_N = 2 \Omega$ der kritische BCS Strom gleich $0,794 \text{ mA}$ sein. Wir sind also für zunehmenden und abnehmenden Strom jeweils bei 46% und 61% des theoretischen Wertes eines reinen BCS Supraleiters. Tinkham [Tink 96] schreibt, dass ein kritischer Strom, der 10% des theoretischen BCS Stroms beträgt, gut zu erreichen ist. Unser Kryostat erlaubt uns also, sehr nahe an den theoretischen Wert zu kommen.

Außerdem sehen wir eine Hysterese in dem supraleitenden Sprung. Für wachsende Ströme erfolgt der Sprung bei $0,487 \text{ mA}$ und bei fallenden Strömen bei $0,368 \text{ mA}$. Dieses Verhalten wird durch eine höhere elektronische Temperatur in dem normalleitenden Metal als in dem supraleitenden Metal hervorgerufen [Cour 08].

Letztendlich haben wir auf der rechten Seite der Abbildung 3.10 einen dieser Sprünge vergrößert dargestellt. Man kann hier einen Sprung sehen, der wahrscheinlich den Zuleitungen zugesprochen werden kann, und einen Sprung, der dem zentralen Teil des Bruch-Kontaktes (wie in Abschnitt 3.2.1 beschrieben) entspricht.

3.3 Öffnungs- und Schließkurven

Wir werden in diesem Abschnitt mehrere Öffnungskurven sowie Schließkurven genauer analysieren.

3.3.1 Prinzip

Für die Messung von Öffnungs- und Schließkurven lässt man den Motor mit konstanter Geschwindigkeit laufen und misst dabei den Leitwert. Auf diese Weise erhält man — kurz bevor der Bruch-Kontakt ganz abreißt — einen Kontakt, der aus einzelnen Atomen besteht. Der Leitwert dieser Atome ist, wie wir in 1.5 angegeben haben, durch die Summe der Leitwertkanäle des Kontaktes gegeben.

$$G = \frac{2e^2}{h} \sum_n \tau_n = G_0 \sum_n \tau_n \quad (3.3)$$

Während der Streckung verschwinden nach und nach die Leitwertkanäle, was zu einer charakteristischen Stufenkennlinie führt, wie sie in der Abbildung 3.11 zu sehen ist.

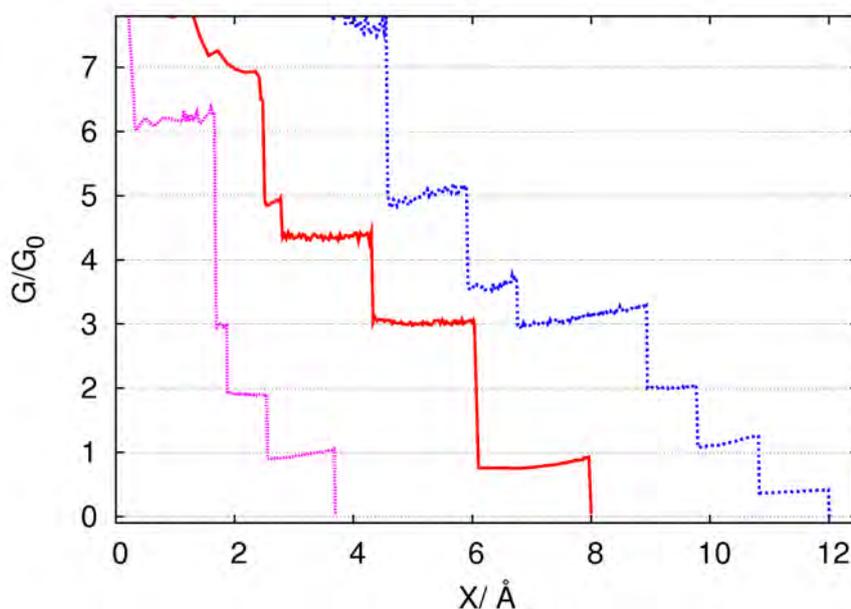


Abbildung 3.11: Öffnungskurven, aufgenommen um 200 mK. Auf der Y-Achse ist der Leitwert aufgetragen und auf der X-Achse die Bewegung der Elektroden voneinander weg.

Umgekehrt finden wir beim Schließen des Kontaktes diesen gleichen Typus an Kennlinien wieder, aber umgedreht.

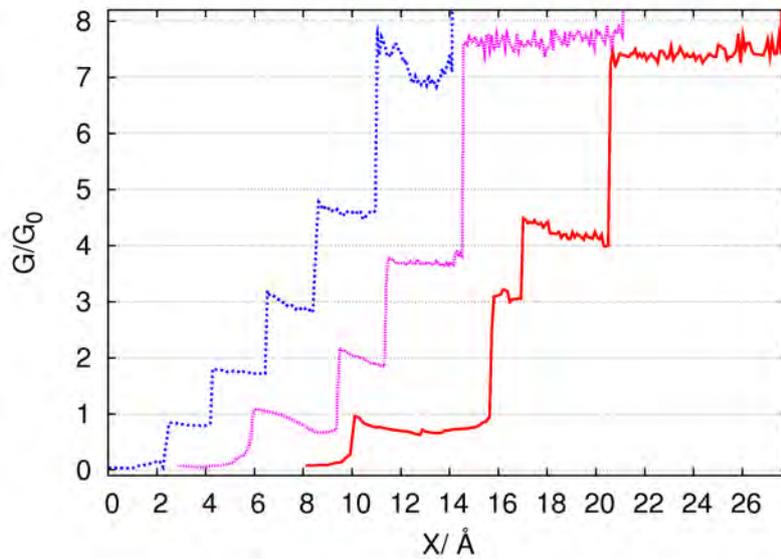


Abbildung 3.12: Schließkurven bei einer Temperatur von 200 mK.

Wenn man sich genauer die letzten Stufen der Öffnungskurven anschaut, dann sieht man, dass sie meistens nach oben gebogen sind.

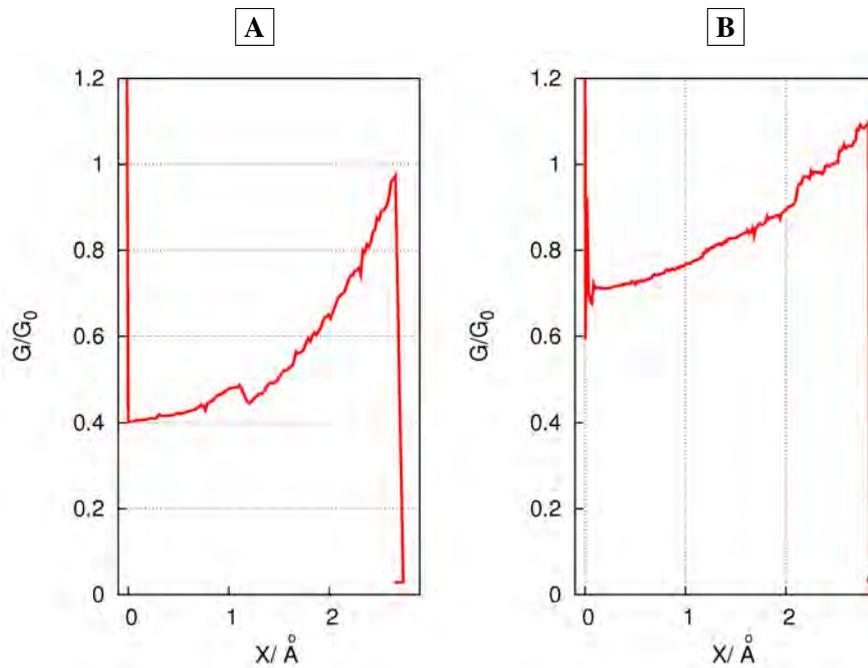


Abbildung 3.13: **A** Letztes Plateau mit starker Krümmung. **B** Letztes Plateau mit schwächerer Krümmung.

Zwei Beispiele der Krümmung des letzten Plateaus sind in den Abbildungen 3.13 aufgetragen. Dieses Verhalten, welches Aluminium-spezifisch ist, wurde von Cuevas et al. erklärt [Cuev 98a] (siehe Abschnitt 1.2.6). Auf dem letzten Plateau — welches einem monoatomaren Kontakt entspricht — erwarten wir, dass drei Orbitale ([Cuev 98b]) an dem Leitwert mitwirken, ein stark geöffneter sp_z Kanal und zwei wenig transmittierende p_x und p_y Kanäle (siehe Abschnitt 1.2.2). Der Anstieg des Leitwertes ist durch eine starke Erhöhung (durch eine Art Resonanzverhalten in der Zustandsdichte) des sp_z Kanals während der Dehnung bedingt.

3.3.2 Stabilität der Messung und Leitwert entlang eines Orbitales

Der Leitwert einzelner Orbitale kann entweder in Kompression oder in Extension gemessen werden. Wenn wir auf der Höhe des letzten Plateaus den Motor vor und zurück bewegen, kann man einerseits sehen, wie stabil ein solcher monoatomarer Kontakt ist — der Verlauf des Leitwertes bleibt immer gleich —, und andererseits den Leitwert des letzten Kontaktes in Dehnungs- und Kompressionsrichtung studieren.

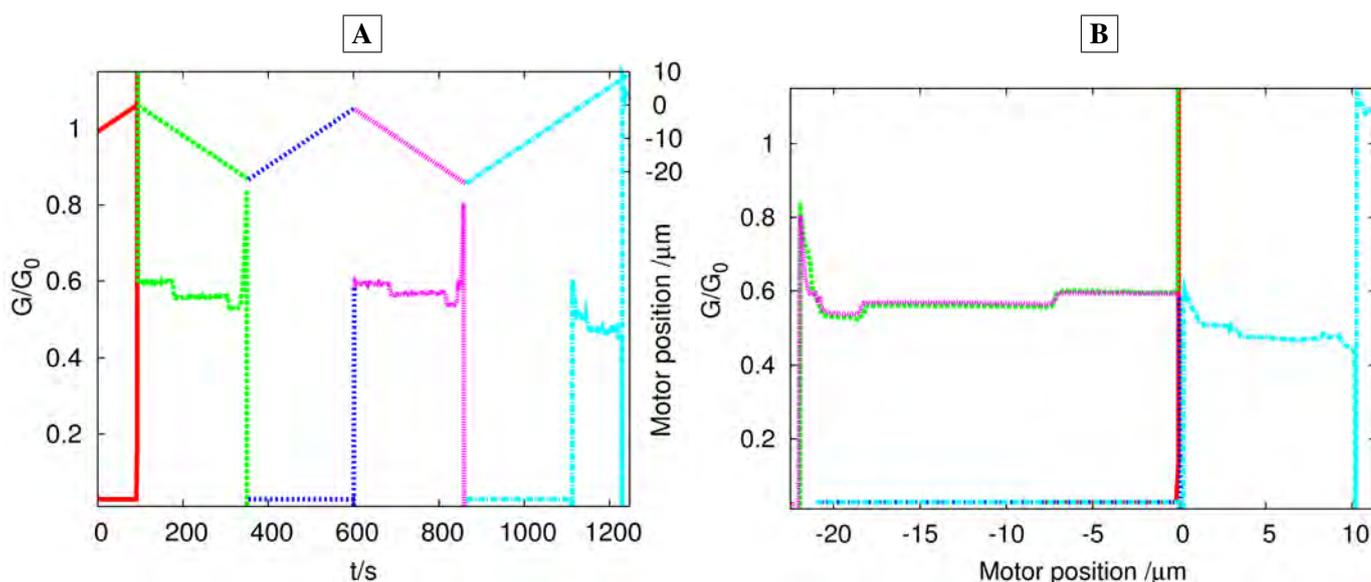


Abbildung 3.14: **A** Obere Kurve: Bewegung des Motors und deshalb der Schraube als Funktion der Zeit (Rechte Y-Achse). Untere Kurve: Leitwert des Bruch-Kontaktes als Funktion der Zeit. **B** Leitwert als Funktion der Bewegung des Motors (ein Offset von $1,2 \mu\text{m}$ wurde zu der Bewegung der Schraube nach jedem Durchgang durch $G=0$ addiert).

In der Abbildung 3.14 **A** sehen wir, dass das letzte Leitwert Plateau immer die gleiche Form hat, wenn der Motor wieder "über die selbe Stelle" fährt. Der monoatomare Kontakt ist also stabil (keine Umordnungen). Wenn man diese selbe Kennlinie als Funktion der Position des Motors aufträgt (links), dann sehen wir,

dass der Leitwert immer wieder über den gleichen Null-Punkt führt, wenn man einen gegebenen Offset einberechnet. In den Abbildungen 3.14 **B** und 3.15 **B**, sieht man jeweils auf der rechten Seite den Leitwert eines komprimierten Orbitales und auf der linken Seite den Leitwert eines gedehnten Orbitales.

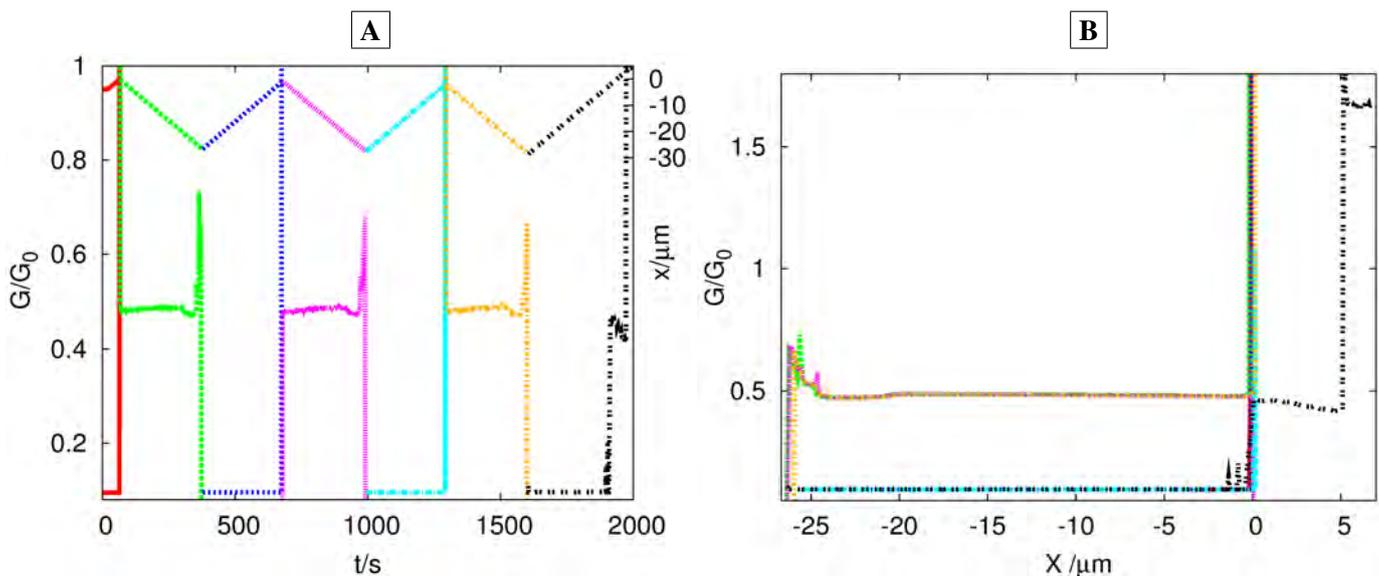


Abbildung 3.15: **A** Oben: Bewegung des Motors als Funktion der Zeit. Unten: Leitwert des Kontaktes wiederum als Funktion der Zeit. **B** Dieser selbe Leitwert als Funktion der Position der Schraube (ein Offset von $1,1 \mu m$ wurde der Motorposition bei jedem Durchgang durch den Null-Punkt dazu addiert.). Die Probe ist die gleiche, wie die der Abbildung 3.14, wobei zwischen beiden Messungen einige Öffnungen und Schließungen stattgefunden haben und es sich deshalb um einen verschiedenen Kontakt handelt.

3.3.3 Leitwerthistogramme

Wenn man anhand der Öffnungskurven (wie sie in der Abbildung 3.11 aufgetragen sind) ein Histogramm der Leitwerte — wie in der Abbildung 1.7 auf der Seite 21 beschrieben — berechnet, erhält man die Abbildung 3.16.

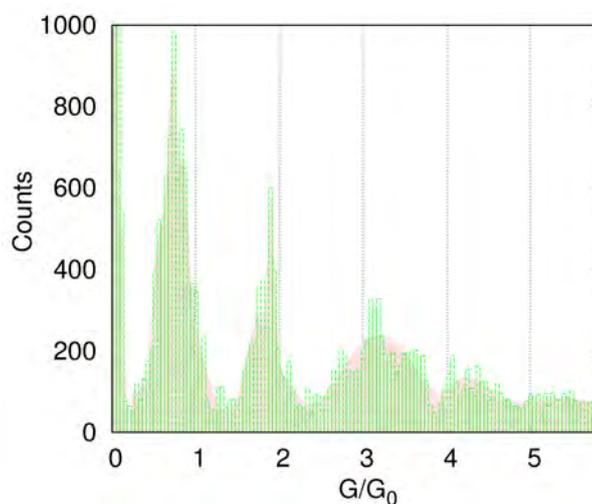


Abbildung 3.16: Histogramm der Leitwerte von 52 Öffnungskurven. Im Hintergrund sieht man schattiert die gleichen, mit einem Spline geglätteten, Daten.

Vier oder fünf Maxima sind sichtbar, welche den präferierten Kontakten der Literatur entsprechen (Abbildung 1.7 auf der Seite 21). Wenn wir uns auf die drei ersten Maxima konzentrieren (Abbildung 3.17), dann können wir den von einem Monomer ausgehenden Leitwert (bei etwa $2 G_0$) und den von einem Dimer ausgehenden Leitwert (bei etwa $1 G_0$) unterscheiden. Wir erinnern hier, dass nach den Simulationen des Abschnitts 1.2.3 auf der Seite 17 das letzte Plateau einer Leitung durch einen Dimer oder einer längeren Kette entspricht.

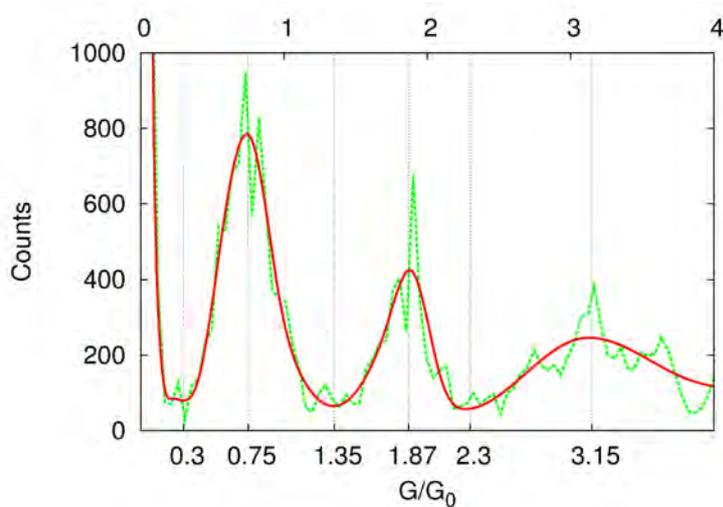


Abbildung 3.17: Histogramm des Leitwertes von 52 Öffnungskurven zwischen 0 und $4 G_0$. Die Durchgezogene Kurve (in rot) ist eine Spline Glättung der Daten. Auf diese Weise kann der Leitwert von einem Dimer zwischen $0,3 G_0$ und $1,35 G_0$ angesetzt werden, und der Leitwert eines Monomers zwischen $1,37 G_0$ und $2,3 G_0$ (siehe Abschnitt 1.2.3 auf der Seite 17).

3.3.4 Sprünge im Leitwert des letzten Plateaus

Wenn man sich jetzt im Detail die Öffnungskurven anschaut, sieht man, dass für viele unter ihnen kleinere Sprünge auf dem letzten Plateau auftreten:

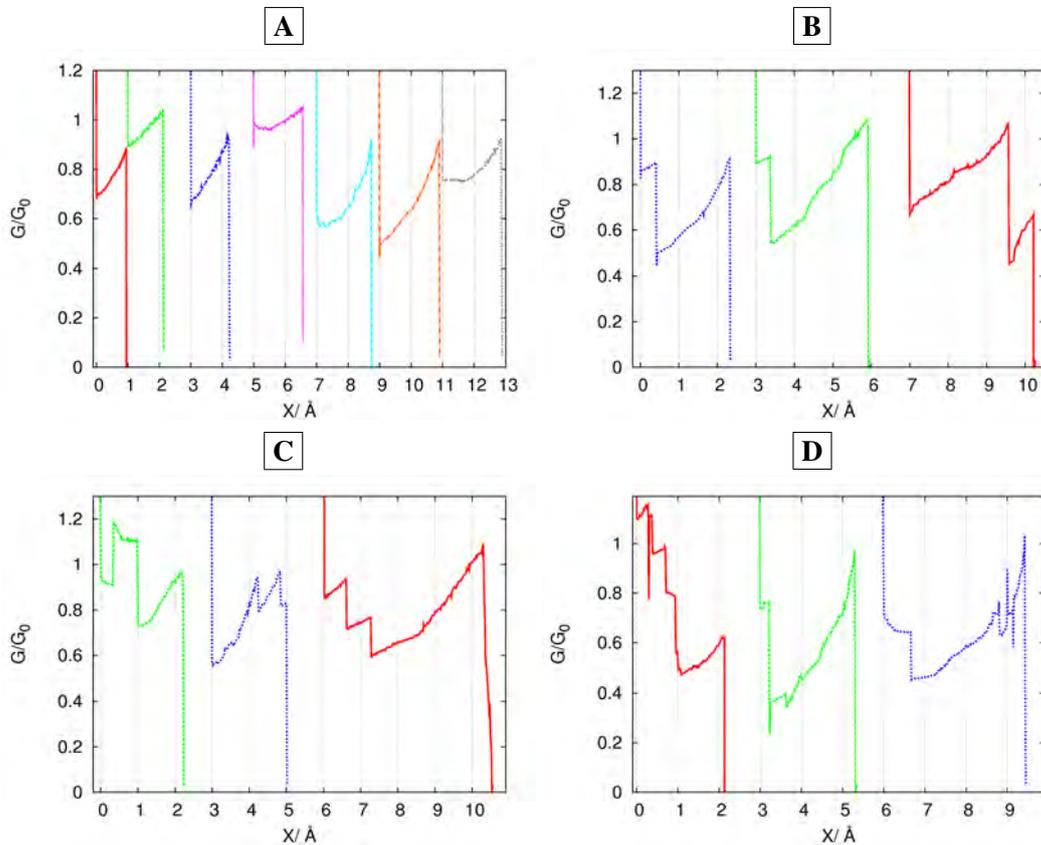


Abbildung 3.18: Letzte Aluminiumplateaus, welche als Funktion der Anzahl an kleinen Sprüngen, die sie aufweisen, geordnet sind. **A** "Einfache" Plateaus, **B** Plateaus mit einem einzelnen Sprung, **C** Plateaus mit zwei Sprüngen **D** Plateaus mit mehreren Sprüngen (>2).

Diese Sprünge sind nicht zu erklären, wenn man davon ausgeht, dass der Leitwert von einer gegebenen Dimer-Struktur herrührt. Der Bereich um $1 G_0$ (zwischen $0,3 G_0$ und $1,35 G_0$) ist ein Bereich, in dem wir nur Dimere haben (siehe

Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

Abschnitt 1.2.3). Eine Möglichkeit wäre es, wie beim Gold [Yans 98] längere monoatomare Ketten als die von Dimeren zu betrachten. Jedes Mal, wenn ein Atom in die Kette hineinspringt, ändert sich der Leitwert. Um die Gültigkeit dieser Hypothese beurteilen zu können, schauen wir uns die Länge der letzten Plateaus als Funktion des Zeitpunktes an, zu dem sie aufgenommen wurden. Man erhält:

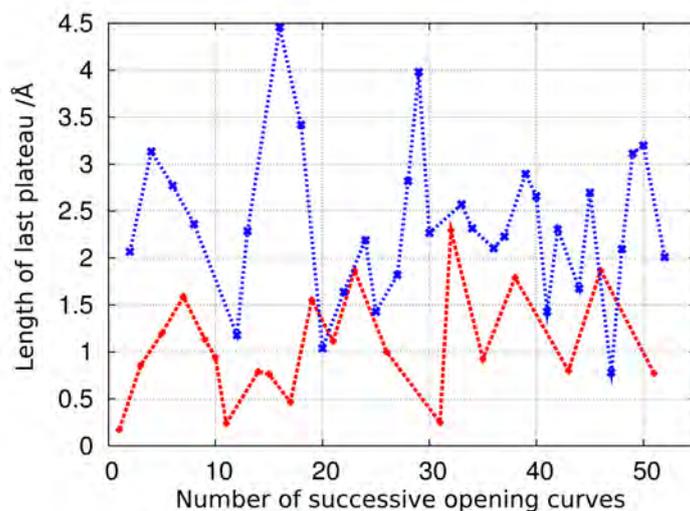


Abbildung 3.19: Länge des letzten Plateaus als Funktion der Anzahl an schon gemessenen Öffnungskurven. In Blau: Für die Plateaus mit Sprüngen (ein, zwei oder mehr als zwei). In Rot: Für die Plateaus ohne Sprünge.

Obwohl die Daten verrauscht sind, können wir sagen, dass im Mittel solche Plateaus, welche Sprünge aufweisen, länger sind als solche, die keine Sprünge zeigen. Wir bemerken, dass die maximale Länge der Plateaus ohne Sprünge nach den Abbildungen 3.18 und 3.19 zwei Ångström zu sein scheint. Wenn man sich die Länge der letzten Plateaus ohne Sprünge anschaut, dann sieht man, dass sie nicht den Multiplen der Nächsten-Nachbar Distanz entsprechen, wie es für Ketten in anderen Metallen bekannt ist [Smit 01] [Smit 03b]. Für Aluminium ist der Nächste-Nachbar Abstand gleich 2,863 Å. Die Hypothese einer monoatomaren Kette, welche sich verlängert, scheint in den hiesigen Messungen nicht gültig zu sein. Warten wir auf den Abschnitt 3.6, um eine besser zutreffende Hypothese für den Ursprung der Sprünge aufzustellen.

Ein letztes Phänomen verdient unsere Aufmerksamkeit, nämlich der Zeitpunkt des Auftretens der Plateaus mit Sprüngen in der Anzahl an schon gemessenen Öffnungskurven. Obwohl in der betrachteten Messung die Anzahl an gemessenen Öffnungskurven nicht sehr groß ist, können wir ein Histogramm aufstellen, in dem wir die Zahl an letzten Plateaus mit und ohne Sprünge als Funktion des Zeitpunktes auftragen.

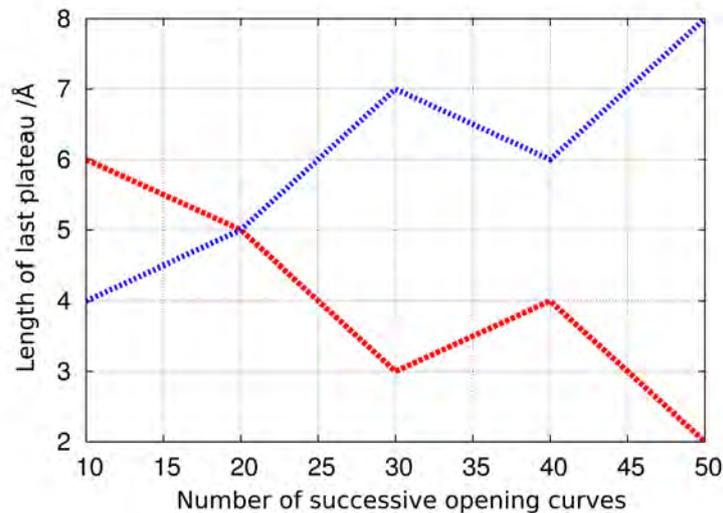


Abbildung 3.20: Histogramm der Anzahl an Plateaus mit Sprüngen (fein gestrichelt in blau) und ohne Sprünge (grob gestrichelt in rot). Jeder Punkt steht für eine Anzahl an Plateaus mit und ohne Sprünge für die jeweils 10 vorhergehenden Öffnungskurven.

Wir können in der Abbildung 3.20 sehen, dass als Funktion des Zeitpunktes die Anzahl an Plateaus mit Sprüngen dazu tendiert, zuzunehmen, und die Anzahl an Plateaus ohne Sprünge, abzunehmen. Das Phänomen der kontinuierlichen Zunahme der Plateaulänge ist in unserer Gruppe bekannt. Das "Trainieren" eines Bruch-Kontaktes ermöglicht es, immer längere Öffnungskurven zu erhalten. Wenn man hier eine Verbindung mit dem Abschnitt 1.2.4 des ersten Teiles der Arbeit zieht, dann können wir die Hypothese der immer weiter fortschreitenden Rekonstruktion des Kontaktes in $\langle 111 \rangle$ Richtung machen.

3.4 Andreev-Reflektionen in Aluminium Bruch-Kontakten

Die Bestimmung der Leitwertkanäle aus den experimentalen Daten wurde im Abschnitt 1.5 (Seite 56) dieses Teils der Arbeit eingeführt.

Fits mit mehr als vier Kanälen wurden anhand eines Programms bestimmt, welches eine von J.J. Riquelme et al. [Riqu 05] geschriebenen Monte-Carlo Fit-Routine verwendet. Fits mit vier oder weniger Kanälen wurden mit einem weiteren Programm bestimmt, welches eine von R. Cron [Cron 01] geschriebene Fit-Routine verwendet, die alle Kombinationsmöglichkeiten für die Leitwertkanäle durchtestet. In diesem letzteren Fall gibt es keine Gefahr, in ein lokales Minimum zu fallen.

Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

Diese Routinen verwenden die gemessene $I(V)$ Kennlinie und versuchen, sie anhand einer gegebenen Anzahl an theoretischen $I(V)$ Kennlinien [Cuev 96] für je einen einzelnen Kanal anzunähern. Je größer die Anzahl an Kanälen ist, umso schwieriger wird es natürlich, eine eindeutige Transmission für die Kanäle zu bestimmen. Für eine Anzahl an Leitwertkanälen kleiner gleich sechs erhalten wir sehr gut reproduzierbare Resultate.

Die gemessenen Aluminium Proben zeigen, wie in der Abbildung 3.21 dargestellt und wie erwartet, eine große Vielfalt an Andreev-Reflexionen.

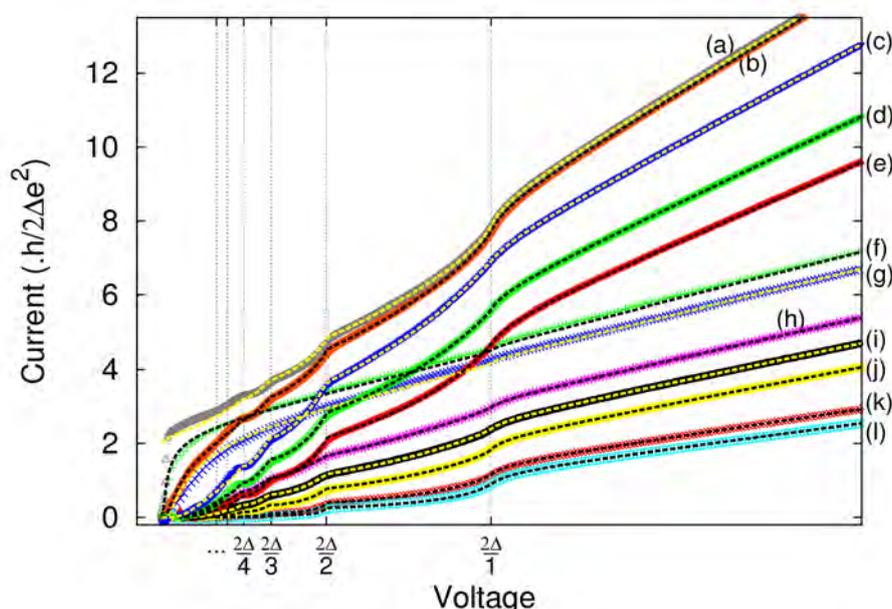


Abbildung 3.21: Unterschiedliche subharmonische $I(V)$ Kennlinien. Die Gruppe an steileren Kurven entspricht Kontakten mit einem Leitwert um $2 G_0$; die Gruppe an flacheren Kurven entspricht Kontakten mit einem Leitwert um $1 G_0$. Diese Kennlinien wurden gefittet, und deren Fit ist jeweils den Messwerten überlagert. Für jede Kurve sind die ermittelten Transmissionen der Leitwertkanäle angegeben:

a) $\tau_1 = 1.000$	$\tau_2 = 0.712$	$\tau_3 = 0.249$	$\tau_4 = 0.249$	$\tau_5 = 0.248$	$\tau_6 = 0.118$
b) $\tau_1 = 0.967$	$\tau_2 = 0.710$	$\tau_3 = 0.316$	$\tau_4 = 0.311$	$\tau_5 = 0.192$	$\tau_6 = 0.114$
c) $\tau_1 = 0.860$	$\tau_2 = 0.623$	$\tau_3 = 0.588$	$\tau_4 = 0.282$		
d) $\tau_1 = 0.811$	$\tau_2 = 0.610$	$\tau_3 = 0.450$	$\tau_4 = 0.151$	$\tau_5 = 0.018$	$\tau_6 = 0.005$
e) $\tau_1 = 0.758$	$\tau_2 = 0.466$	$\tau_3 = 0.451$	$\tau_4 = 0.206$		
f) $\tau_1 = 0.992$	$\tau_2 = 0.108$			g) $\tau_1 = 0.958$	$\tau_2 = 0.095$
h) $\tau_1 = 0.800$	$\tau_2 = 0.170$			i) $\tau_1 = 0.705$	$\tau_2 = 0.186$ $\tau_3 = 0.010$
j) $\tau_1 = 0.608$	$\tau_2 = 0.145$	$\tau_3 = 0.072$		k) $\tau_1 = 0.458$	$\tau_2 = 0.173$
l) $\tau_1 = 0.359$	$\tau_2 = 0.209$				

3.5 Entsprechung zwischen Messung und Fit der multiplen Andreev-Reflexionen

Um genauer die Qualität des Fits zu untersuchen, betrachten wir beispielsweise zwei Messkurven. Die eine entspricht einem Kontakt mit einem Leitwert von etwa $1 G_0$ und die andere einem Kontakt mit einem Leitwert von etwa $2 G_0$ (siehe Abbildung 3.22).

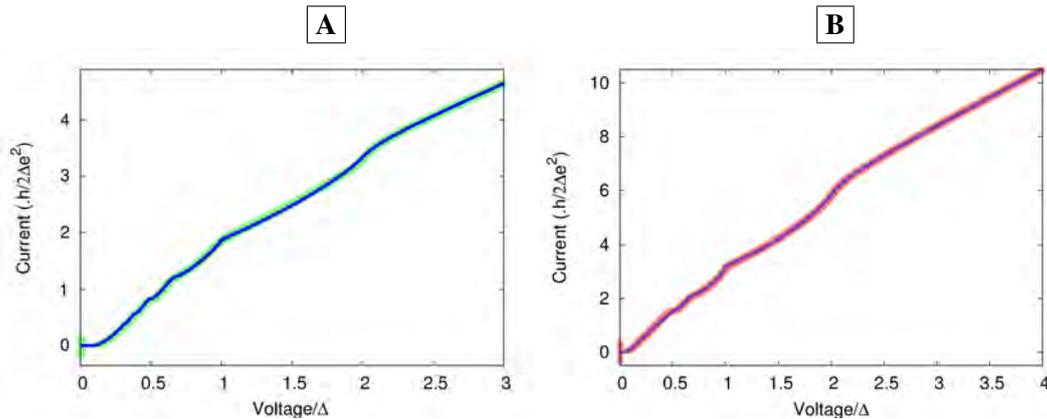


Abbildung 3.22: $I(V)$ Charakteristik, gemessen an einem **A** $1 G_0$ Kontakt (in Grün) und an einem **B** $2 G_0$ Kontakt (in Rot).

A Die Parameter des Fits sind für den Dimer (blaue durchgehende Linie - 2 Kanäle):

$$\tau_1 = 0.824 \pm 0.0001 \quad \tau_2 = 0.261 \pm 0.003.$$

B Für den Monomer erhalten wir (blau gestrichelte Linie - 5 Kanäle):

$$\tau_1 = 0.899 \pm 0.0008 \quad \tau_2 = 0.504 \pm 0.003 \quad \tau_3 = 0.045 \pm 0.003$$

$$\tau_4 = 0.149 \pm 0.03 \quad \tau_5 = 0.026 \pm 0.02$$

Jede Kennlinie wurde mehrmals gemessen ($\sim 10\times$). Der Fehler wird aus den Resultaten der einzelnen Fits bestimmt.

Beide in der Abbildung 3.22 präsentierten Fits entsprechen beim ersten Hinschauen recht gut den gemessenen Kennlinien. Doch wenn man eine andere Art der Auftragung dieser Kennlinien wählt (Abbildung 3.22), kommen Unterschiede zum Vorschein. Diese andere Art der Auftragung wird durch [Sche 97] vorgeschlagen und erlaubt es, weitere Details in den Andreev-Reflexionen zu sehen. Man trägt $G_{\text{Absolut}}(I/V)$ als Funktion von V auf (Abbildung 3.23 (a)). Obwohl die ersten Reflexionen dadurch sichtbar werden, kann dies noch verbessert werden, indem man $G_{\text{Relativ}}(dI/dV)$ als Funktion von $1/V$ aufträgt (Abbildung 3.23 (b)).

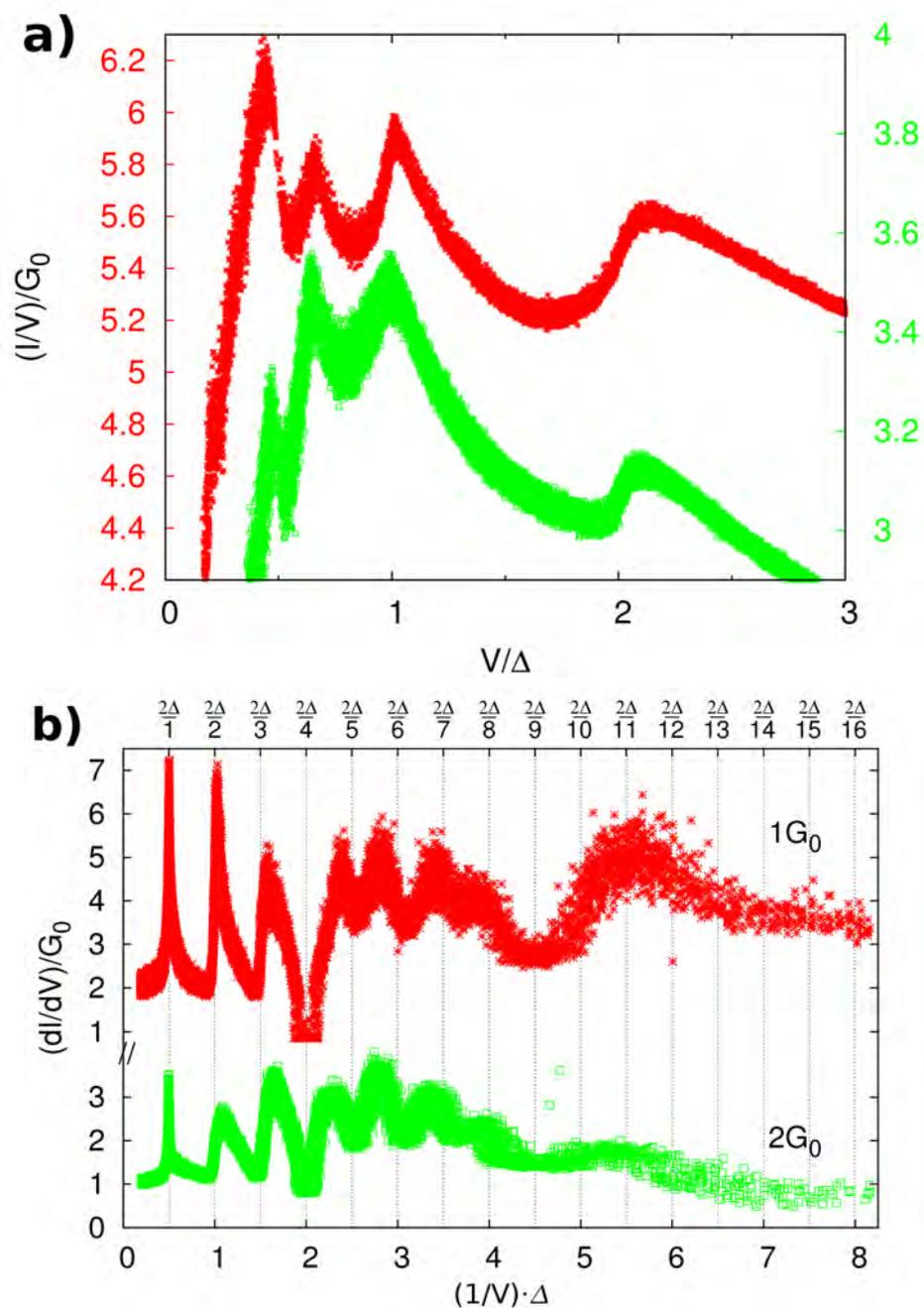


Abbildung 3.23: Andreev-Reflexionen für einen Leitwert von $2 G_0$ (in Rot - Monomer) und für einen Leitwert von $1 G_0$ (in Grün - Dimer). (a) Absoluter Leitwert in Einheiten von G_0 und als Funktion der angelegten Spannung. (b) Differenzieller Leitwert in Einheiten von G_0 als Funktion der inversen Spannung.

Wir sehen in der Abbildung 3.23 (b), dass für die erste Andreev-Reflektion das Maximum sehr genau auf die Anregungsenergie 2Δ fällt. Für beide darauf folgenden Reflektionen fällt die Energie der Andreev-Reflektion immer näher zum Minimum hin. Ab $\frac{2\Delta}{4}$ und bis $\frac{2\Delta}{6}$, fällt die Energie der Reflektionen in ein Minimum. Für $\frac{2\Delta}{7}$ und $\frac{2\Delta}{8}$, die wir noch Andreev-Reflektionen zuschreiben können, fällt die Energie nach und nach wieder auf ein Maximum. Um $\frac{2\Delta}{9}$ scheint es eine Resonanz zu geben die unabhängig vom Kontakt ist. Diese könnte eine Resonanz der elektromagnetischen Umgebung sein [Hols 94] [Sche 97], welche identisch für beide Kontakte ist, da beide Kontakte an der selben Probe gemessen wurden.

Um zu zeigen, dass eine direkte dI/dV Messung bessere Resultate liefert als eine numerische Ableitung von $I(V)$, überlagern wir diese beiden Kennlinien in der Abbildung 3.24.

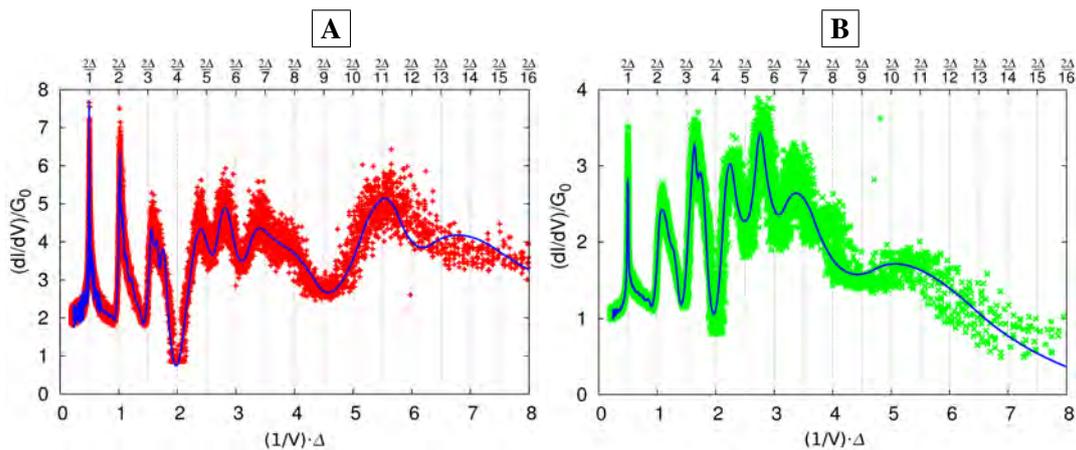


Abbildung 3.24: dI/dV Kennlinien als Funktion von $1/V$ für einen **A** $1 G_0$ Kontakt und für einen **B** $2 G_0$ Kontakt. In Blau sehen wir die numerischen Ableitungen der $I(V)$ Kennlinien.

Man kann sehen, dass die direkte Messung im Allgemeinen weniger abgeflacht ist, und dass gewisse Andreev-Reflektionen nicht in der numerischen Ableitung zu sehen sind.

Um jetzt die numerische Ableitung der Fits der Abbildung 3.22 mit den Lock-in Messungen von $\frac{dI}{dV}$ (Abbildung 3.23 (b)) zu vergleichen, schauen wir uns die Abbildungen 3.25 an:

Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

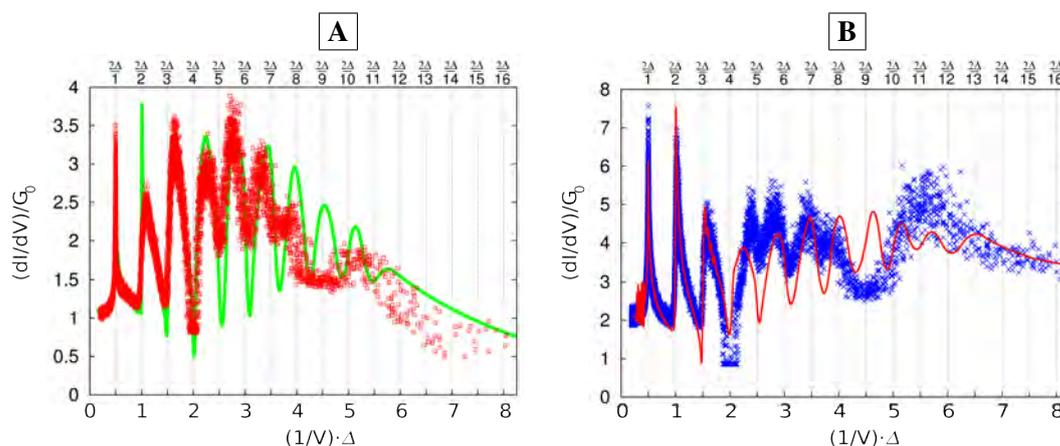


Abbildung 3.25: dI/dV Kennlinie als Funktion von $1/V$ für eine **A** $1 G_0$ Kontakt und einen **B** $2 G_0$ Kontakt. Die kontinuierlichen Kennlinien (grün in **A** und rot in **B**), entsprechen den Fits der Abbildung 3.22.

Die Überlagerung der Ableitungen der Fits erlaubt uns zu aller erst, die Resonanz bei $\frac{2\Delta}{9}$ zu identifizieren, welche in beiden Kontakten zu sehen ist. Wenn man zweitens nur die Position der Maxima und Minima untersucht, sehen wir, dass bis $\frac{2\Delta}{5}$, Messung und Fit gut übereinstimmen. Eine leichte Verschiebung zwischen den gemessenen und den berechneten Daten wird dann für höhere Ordnungen sichtbar. Wir finden übrigens die leichte Verschiebung der Minima und Maxima bezüglich der Energie der Andreev-Reflexionen in den Fits wieder. Es handelt sich hier also nicht um ein Messartefakt.

Wenn man sich die Amplitude der Oszillationen anschaut, sieht man, dass die Entsprechung für die drei ersten Reflexionen nicht besonders gut ist. Diese wird für die darauf folgenden Reflexionen auch nicht besser. Um besser zu verstehen, wie jeder Kanal zu den multiplen Andreev-Reflexionen beiträgt, schauen wir uns die Zerlegung eines jeden Fits in einzelne Kanäle an:

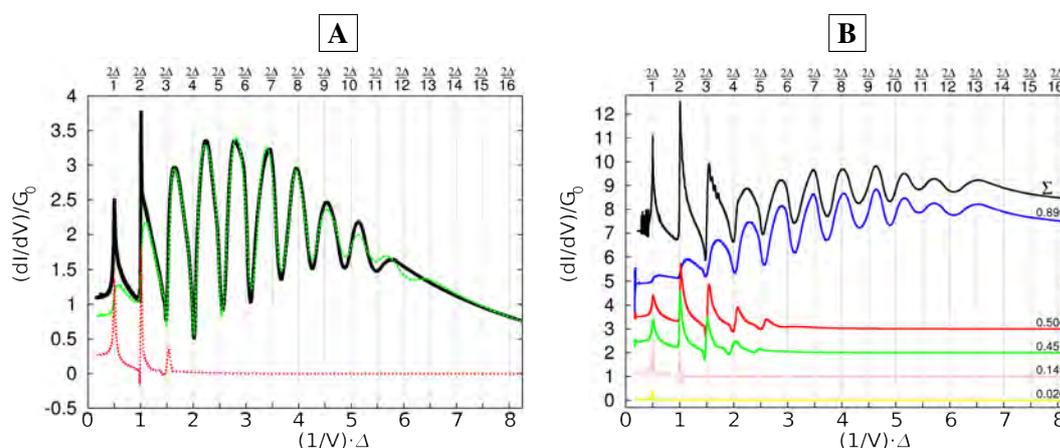


Abbildung 3.26: Berechnete dI/dV Kennlinien als Funktion von I/V für einen Kontakt von \boxed{A} $1 G_0$ und \boxed{B} $2 G_0$ und deren Zerlegung in Leitwertkanäle (die Summe der Kanäle ist jeweils in Schwarz dargestellt). Zur besseren Lesbarkeit wurden die Beiträge in \boxed{B} eines jeden Kanals um jeweils $1 G_0$ in Y verschoben. Das heißt: Der letzte Kanal (der fünfte, in Gelb) wurde nicht verschoben, der vorletzte (der vierte, in Rosa) wurde um $1 G_0$ nach oben verschoben, u.s.w. bis zur Summe aller Kanäle (in Schwarz), die um $5 G_0$ verschoben wurde. Die entsprechenden Transmissionsen sind auf der Abbildung angegeben. In \boxed{A} ist die Transmission der Kanäle $\tau_1 = 0.824$ (in Grün) und $\tau_2 = 0.261$ (in Rot).

Die Zerlegung in Kanäle der Abbildung 3.26 zeigt, dass diese für einen Kontakt mit zwei Kanälen recht einfach ist. Der Kanal mit dem kleinsten Leitwert wirkt in erster Linie bei den ersten Ordnungen mit, und der Kanal mit der höheren Transmission besitzt eine stärker ausgeprägte Struktur bei den höheren Ordnungen. Da die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Mode gleich τ^n ist, mit n der Ordnung dieser Mode, ist dies nicht erstaunlich. Für den Extremfall eines Kanals mit sehr schwacher Transmission (zum Beispiel der Kanal in Gelb), erhalten wir nur noch eine Spitze, welche der ersten Ordnung entspricht. In diesem Fall ist es nicht mehr möglich, zu sagen, ob wir es mit einem einzelnen Kanal zu tun haben oder mit multiplen Kanälen, deren Summe gleich dem einen Kanal ist. Wir merken an, dass die Fit-Routinen versuchen, die Anzahl an verwendeten Kanälen zu minimieren. Außerdem: Dass wir es mit einem Kanal mit einer hohen oder einer tiefen Transmission zu tun haben, liefert uns keine Information darüber, ob es Maxima oder Minima sind, die auf die Energien der Andreev-Reflexionen fallen. Letztendlich kann man in 3.25 sehen, dass stellenweise die experimentellen Messungen schärfer sind als der Fit und stellenweise umgekehrt. Eine Verrundung der Daten aufgrund von Rauschen (oder zu hoher Anregungsamplitude) kann nicht die Abweichung zwischen Messungen und Fits erklären.

Zusammengefaßt:

- Die Position der multiplen Andreev-Reflexionen ist relativ gut durch die Fits wiedergegeben.
- Es ist nicht möglich, als Funktion der Transmission eines Kanals vorherzusagen, ob für diesen die Maxima oder Minima auf die Energien der multiplen Andreev-Reflexionen fallen. Dies ist gut durch die Fits wiedergegeben.
- Wir sehen in beiden Kontakten um $\frac{2\Delta}{9}$ eine von den Andreev-Reflexionen unabhängige Resonanz, die wahrscheinlich einer Resonanz der elektromagnetischen Umgebung entspricht.
- Die Amplitude der gemessenen Maxima und Minima ist schlecht mit derjenigen der Fits vergleichbar. Dies ist kein Problem des Messrauschens (noch einer zu hohen Anregungsspannung oder einer zu hohen Temperatur), welches die Extrema glätten würde. Die plausibelste Hypothese ist also, dass

diese Fit-Art teilweise unangepasst¹⁴ ist.

- Einzig Kanäle mit einer Transmission von mehr als 10% können klar erkannt und eindeutig identifiziert werden.

Wir schlagen für die Zukunft vor, Fits der Messungen anhand der Ableitung der Andreev-Reflexionen (dI/dV) zu machen und dabei ein einstellbares Gewicht für die Steigung der $I(V)$ Kennlinie (normalleitender Widerstand) zu haben. Dies sollte die Möglichkeit geben, besser die Unterschiede zwischen Messung und Rechnung zu beurteilen.

3.5.1 Bestimmung des Aluminium Gaps

Um die Breite des Aluminium Gaps zu bestimmen, haben wir eine Reihe an sukzessiven Fits für ein und dieselbe $I(V)$ Charakteristik und ein veränderliches Gap durchgeführt. Eine solche Serie wurde für die $2 G_0$ Charakteristik der Abbildung 3.22 gemacht. Der Fehler des Fits ist in Abhängigkeit der Gapgröße in der Abbildung 3.27 aufgetragen.

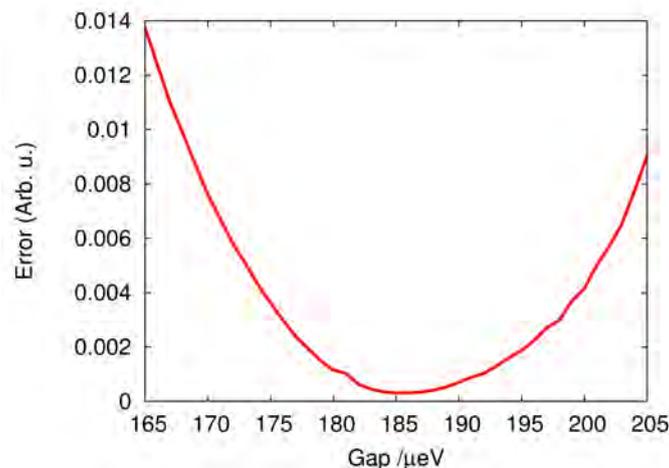


Abbildung 3.27: Fehler des Fits als Funktion des Wertes, welcher für das Gap verwendet wurde.

Wir können sehen, dass sich das Minimum bei $185 \mu\text{eV}$ befindet. Dieser Gap-Wert wurde mehrmals mit unterschiedlichen $I(V)$ Kennlinien bestimmt und führte immer zum gleichen Resultat. Deshalb verwenden wir diesen Wert als Breite unseres Gaps.

¹⁴Die Gründe dafür können zahlreich sein. Die Zustandsdichte kann zum Beispiel auf beiden Seiten des Kontaktes unterschiedlich ausfallen. Ein Kondo-Effekt kann zu einem Unterschied zwischen geraden und ungeraden Andreev-Reflexionen führen [Sand 07] [Eich 07]. Vielleicht könnten aber deshalb auch detailliertere Fits erlauben, weitere Informationen über die Kontakte zu erhalten.

3.6 Transmissionskanäle in einfachen Bruch-Kontakten

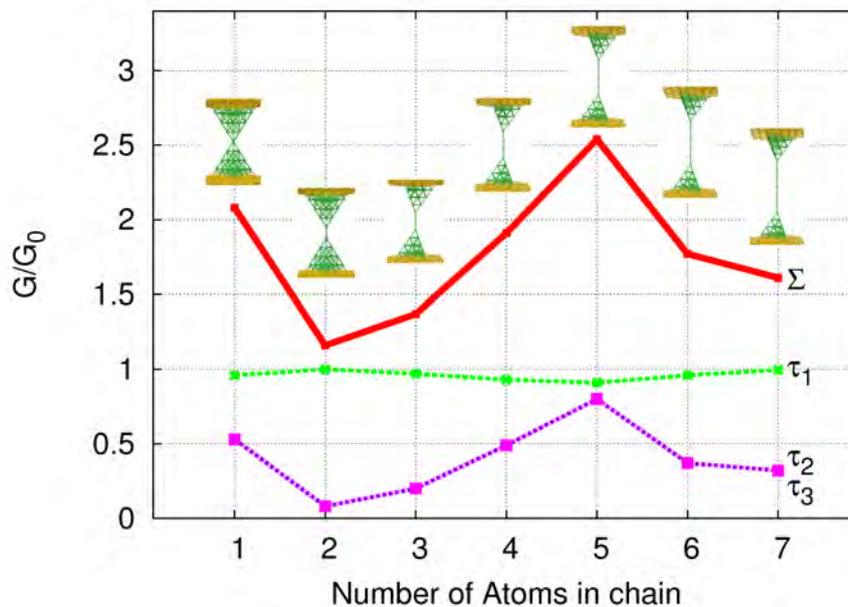
Anhand der zuvor vorgestellten Fits für die Kanäle werden wir versuchen, vier Öffnungskurven zu interpretieren, bei denen die Kanäle an jedem Messpunkt bestimmt worden sind. Fangen wir aber mit einer Analyse dessen an, was in einem monoatomaren Kontakt passieren könnte.

3.6.1 Theoretische Rechnungen und mögliche Konfigurationen in monoatomaren Kontakten.

Alle folgenden Simulationen wurden auf unsere Anfrage hin von Michael Häfner in der Gruppe von Carlos Cuevas in Madrid gefertigt. Die Positionen der Atome sind fest, und die Transmission der verschiedenen Kanäle wurde anhand einer *tight-binding* Theorie berechnet, wie sie in [Cuev 96] und [Paul 08] beschrieben ist. Die Richtung des Kontaktes ist eine $\langle 111 \rangle$ Richtung, und der Kristall hat eine fcc Struktur.

Monoatomare Ketten aus Aluminium

Die erste Frage, die man sich stellen kann, handelt von der Möglichkeit, monoatomare Ketten bei der Öffnung eines Aluminium-Kontaktes zu erhalten. Dies ist in den 5d Metallen wie Gold [Smit 01] gängig. Deshalb wurde eine Simulation einer monoatomaren Kette gefertigt, welche im weiteren Verlauf mit unseren Messungen verglichen wird.



Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

Abbildung 3.28: Rechnung zum Verlauf des Gesamtleitwertes sowie zum Verlauf der Leitwertkanäle als Funktion der Länge einer monoatomaren Aluminium Kette (Daten von Michael Häfner).

Wir sehen hier, dass der Leitwert einer monoatomaren Kette als Funktion dessen Länge oszilliert. Dieses Phänomen, welches schon von anderen Metallen [Smit 03a], dort aber mit einer kürzeren Periode, bekannt war, wurde theoretisch von [Thyg 03] und [Xu 07] für Aluminium beschrieben. Obwohl beide hier genannten Autoren miteinander übereinstimmen, konnte nur M. Häfner die Kanäle auf eine zufriedenstellende Weise bestimmen. In der Tat: Aufgrund von Symmetrie Eigenschaften müssen der zweite und der dritte Kanal entartet sein, was nicht der Fall in der Simulation von Thygesen und Jacobsen ist. M. Häfner insistiert aber auf einer Unsicherheit zum absoluten Leitwert seiner Kanäle. Der mögliche "Fehler" ist intrinsisch zu einer tight-binding Beschreibung, wie er sie verwendet hat.

Zusammenfassend wäre eine monoatomare Kette in ihrer Kanalzerlegung durch einen einzelnen Kanal nahe an $1 G_0$ und durch zwei entartete Kanäle mit sehr viel schwächerer Transmission gekennzeichnet. Die Transmission der schwachen Kanäle würde bei Verlängerung der Kette rapide ansteigen, was auch zu einem Anstieg der Gesamttransmission führen würde. Letztendlich müssten Leitwertsprünge den Moment anzeigen, an dem ein neues Atom in die Kette springt, etwas, was man den Simulationen nicht ansehen kann.

Winkel zwischen den Atomen eines Dimers

Die zweite Frage, die wir uns stellen, ist der Einfluss des Winkels zwischen den Atomen des Kontakts auf den Leitwert.

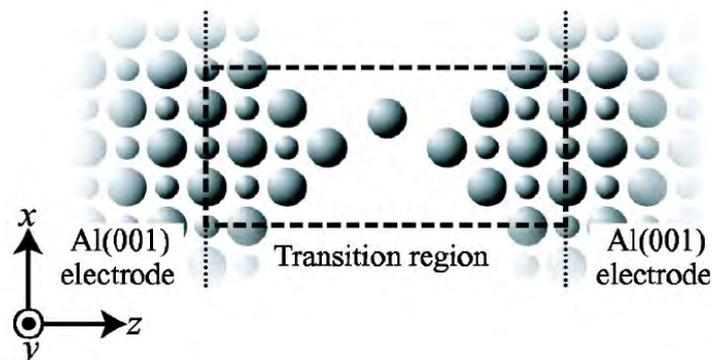


Abbildung 3.29: Stabile Position eines Aluminiumatoms zwischen zwei $\langle 100 \rangle$ Kontakten, wie sie von Ono et al. berechnet wurde [Ono 04].

In der Tat zeigen diverse Autoren, dass das energetische Minimum einer monoatomaren Kette nicht immer einer gerade Kette entspricht [Sen 01] [Ono 04], so wie in der Abbildung 3.29 gezeigt. In der folgenden Simulation haben wir einen Dimer betrachtet, dessen Bindung einen Winkel α mit der Richtung des Kontaktes formt. Der Einfluss dieses Winkels auf den Leitwert ist in der Abbildung 3.30 aufgetragen.

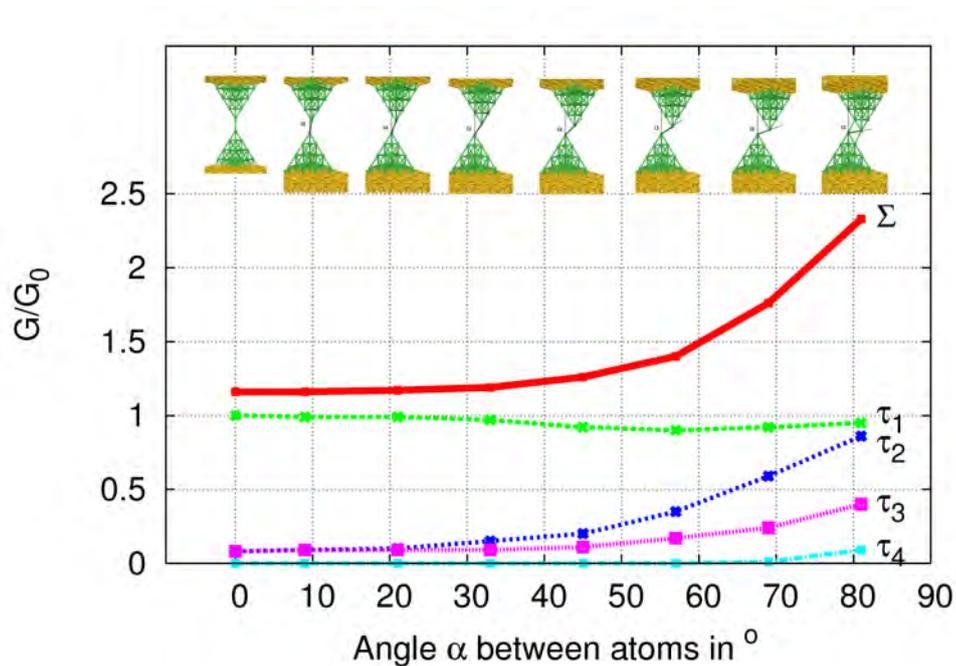


Abbildung 3.30: Berechnung der Gesamttransmission und der Transmission eines jeden Leitwertkanals als Funktion des Winkels zwischen der Dimerbindung und der Richtung des Kontaktes (Daten von Michael Häfner) — diese Bewegung entspricht einer Scherung.

Ab einem Winkel von etwa 30° fängt die Entartung der Kanäle τ_2 und τ_3 an, aufgehoben zu werden. Erst steigt der τ_2 Kanal fast alleine bis zu 57° an, dann folgt der τ_3 Kanal. Schließlich erscheint ein neuer τ_4 Kanal bei 81° . Hier können wir dann nicht mehr von einem monoatomaren Kontakt sprechen. Was den Kanal τ_1 angeht, so bleibt sein Leitwert um $1 G_0$ relativ konstant.

Um dieses Verhalten zu plausibilisieren, betrachten wir (stark vereinfacht), dass wir nur die Atomorbitale p_x , p_y und p_z haben, wie sie in der Abbildung 3.31 beschrieben sind.

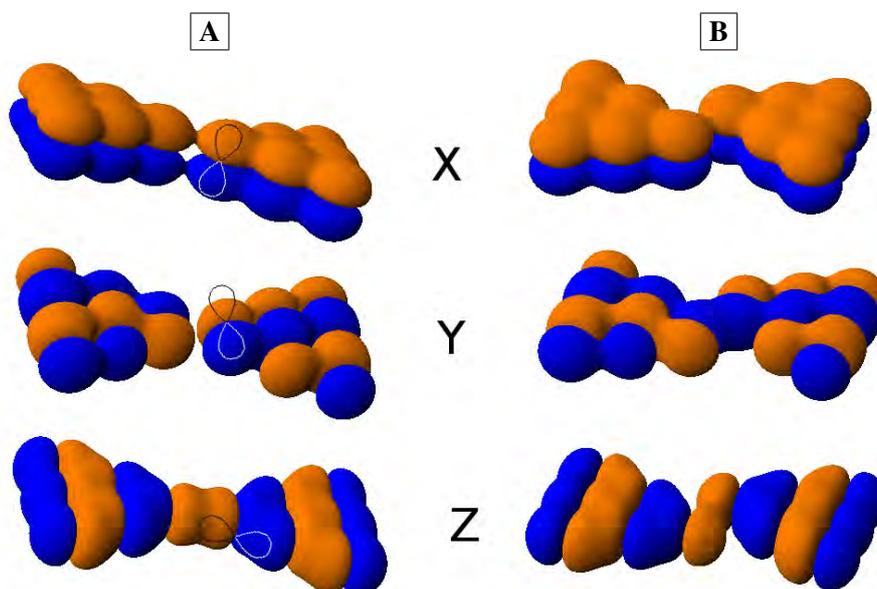


Abbildung 3.31: Rechnungen zu p Orbitalen in allen drei Raumrichtungen für **A** einen geraden Dimer und **B** einen Dimer auf Eck. Eine Umrisslinie der Orbitale wurde in **A** (dünne Linie) eingezeichnet, um die Richtung der jeweiligen Orbitale darzustellen. Die Atome befinden sich an den Knotenpunkten der Orbitale. Die Oberfläche der Orbitale entspricht einer Wahrscheinlichkeit von 10%. Die Strukturen wurden anhand des Programms "Orbital Viewer" berechnet.

Hier sehen wir, dass für einen Kontakt, der ausschließlich aus Orbitalen in X-Richtung besteht, die Überlappung dieser Orbitale fast unverändert bleibt, wenn beide Dimeratome umeinander drehen.

Für die Y-Richtung gehen wir von einer antibindenden Situation **A** zu einer bindenden Situation **B** über.

Für die Orbitale in Z-Richtung schließlich verändert sich der Überlapp, wenn man von der geraden Geometrie **A** zu der Eckgeometrie **B** übergeht, was zu einer leichten Veränderung (Anstieg oder Abstieg) des Leitwertes dieses Orbitales führen kann.

Wenn wir also jedem Orbital einen Kanal zusprechen, so wie es in dem Abschnitt 1.2.2 des ersten Teil der Arbeit gemacht wurde, dann ist es plausibel, dass ein Leitwertkanal unverändert bleibt, während die Entartung der zwei anderen Kanäle als Funktion des Dimer-Winkels aufgehoben wird.

Einfluss der benachbarten Atome

Der Leitwert kann auch durch die benachbarten Atome beeinflusst werden. Schauen wir uns den Einfluss der Anzahl an nächsten Nachbarn auf den Leitwert des

Kontaktes an.

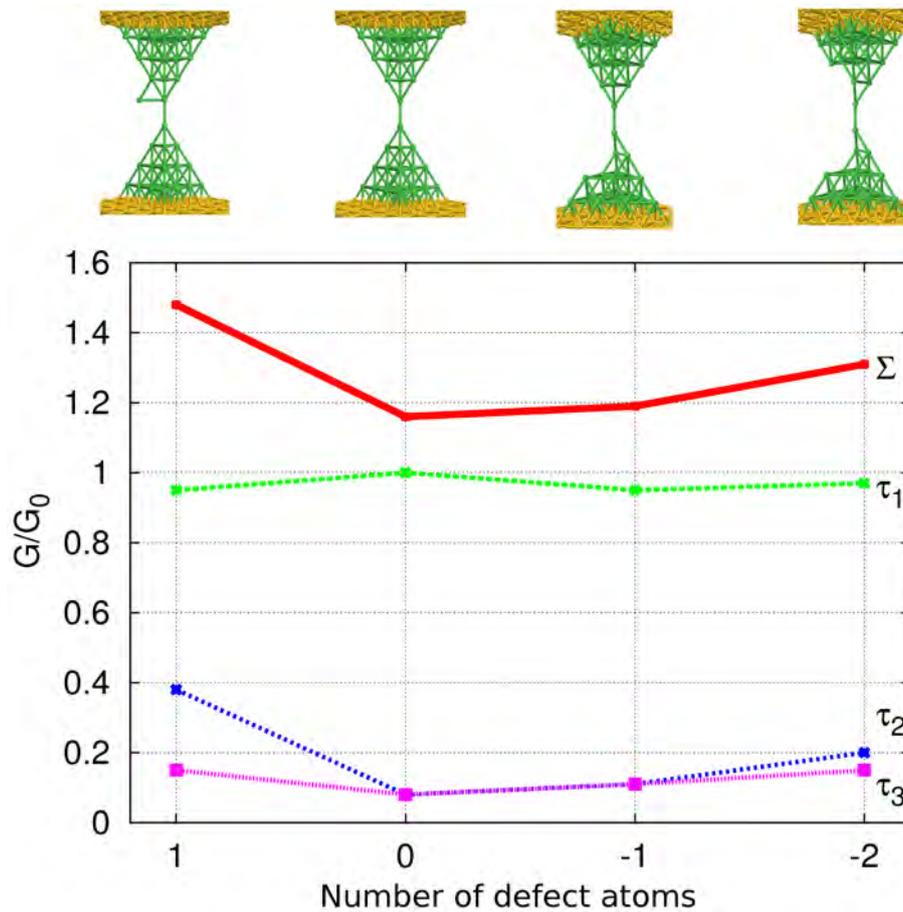


Abbildung 3.32: Einfluss der Anzahl an Atomen auf jeder Seite des Kontaktes auf die Gesamt-Transmission sowie auf die einzelnen Kanäle (Daten von Michael Häfner).

Der Abbildung 3.32 nach ist der Einfluss eines einzelnen zusätzlichen Atoms groß; der Leitwert erhöht sich um 30% zwischen dieser Situation ($X=1$) und der eines geraden Dimers ($X=0$). Übrigens nähert sich die Situation $X=1$ der eines Monomers. Wir erinnern uns, dass der Leitwert eines Monomers $2 G_0$ beträgt, das heißt, einen viel höheren Leitwert als den eines Dimers besitzt (siehe Abbildung 1.6, Seite 20), was den starken Anstieg hier erklärt. Die Dekonstruktion des Kontaktes durch Entfernen von Atomen hat einen viel schwächeren Einfluss. Der Übergang von $X=0$ zu $X=2$ ähnelt der Bildung einer monoatomaren Kette (siehe Abbildung 3.28).

Dehnung des Kontaktes

Der letzte Einfluss, der hier betrachtet wird, ist derjenige einer Dehnung des Kontaktes jenseits seines Gleichgewichtspunktes. In diesem Fall nimmt der Leitwert parallel für alle Leitwertkanäle ab. Dies wird einfach dadurch erklärt, dass die Orbitale immer weniger überlappen.

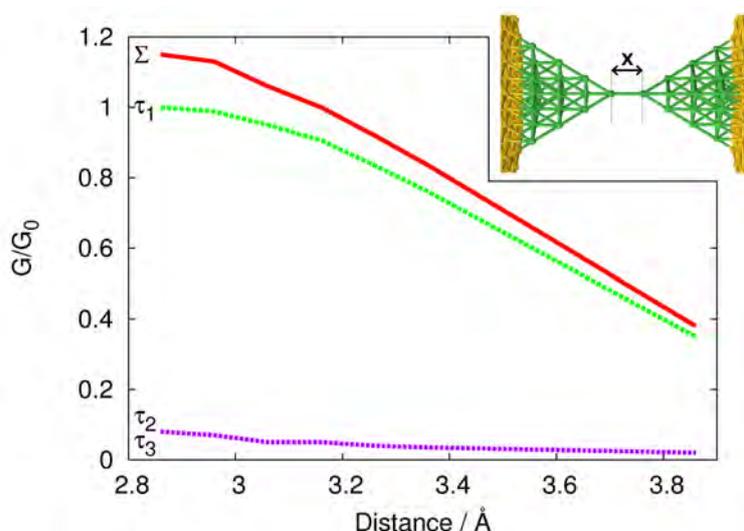


Abbildung 3.33: Leitwert der Kanäle als Funktion des Abstandes zwischen den zwei Atomen des Dimers (Daten von Michael Häfner).

In dieser Dehnung, welche hinter dem starken Anstieg des ersten Kanals liegt (siehe Abbildung 1.9, Seite 24 — dieser geht bis auf eine Transmission von 1), sehen wir, dass alle Kanäle das gleiche Verhalten zeigen, mit einem Leitwert, der schnell mit der Distanz abnimmt.

Wir werden jetzt schauen, ob es möglich ist, die eine oder andere dieser Signaturen in unseren Daten wieder zu entdecken.

3.6.2 Messung der Leitwertkanäle

Die Messprozedur ist die folgende: Der Motor wird in sukzessiven Schritten vorwärts gedreht, und eine I(V) Kennlinie wird an jeder Motorposition aufgenommen. Unsere Analyse konzentriert sich auf die Kontakte mit vier Kanälen oder weniger, einerseits um vom quantitativen Resultat des Fits sicher zu sein¹⁵, andererseits weil die Struktur dann höchst wahrscheinlich ein atomarer Kontakt ist (Monomer,

¹⁵Wir verwenden hier die Messprozedur welche alle Kombinationsmöglichkeiten für die Transmissionen der Kanäle überprüft (siehe Seitenanfang Seite 100).

Dimer, Kette), den man anhand von Rechnungen bestimmen kann (alle anderen Strukturen mit einem Durchmesser größer als ein Atom besitzen eine Anzahl an Leitwertkanälen, die größer als 3 ist; siehe Abschnitt 1.2.3 auf Seite 17).

Schauen wir uns vier Öffnungskurven sowie deren Zerlegung in Leitwertkanäle an. Alle folgenden Messungen wurden an der selben Probe durchgeführt.

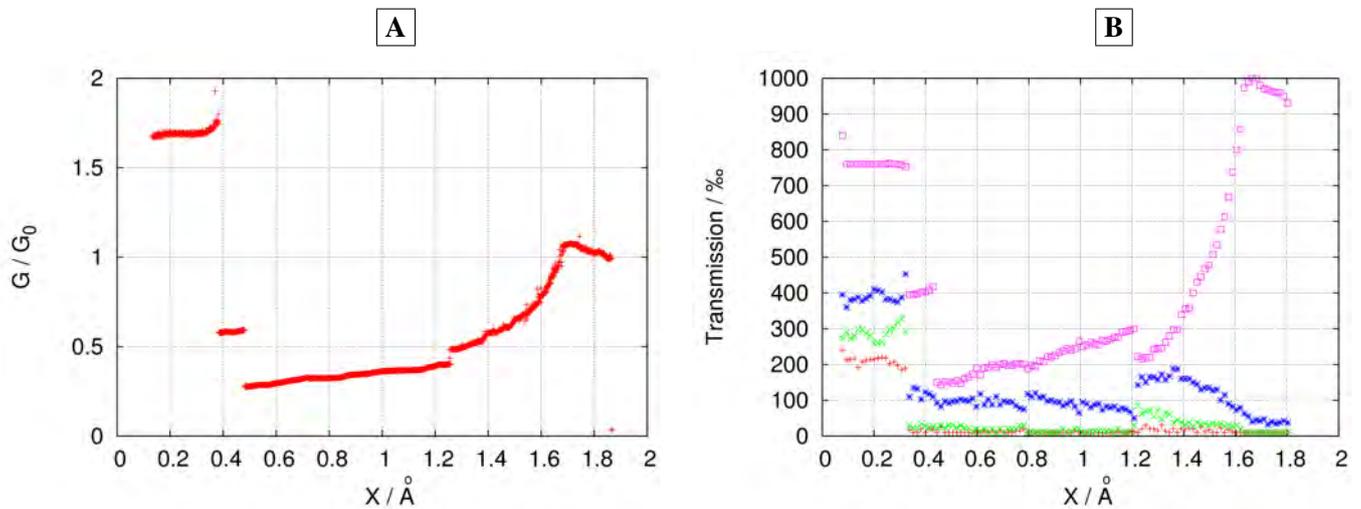


Abbildung 3.34: **A** Letzte Plateaus einer Öffnungskurve. **B** Zerlegung in Leitwertkanäle.

In der Abbildung 3.34 sehen wir, dass wir — von einem Kontakt mit vier Leitwertkanälen ausgehend — eine Dimerstruktur bei $0,3 \text{ Å}$ erhalten. Diese Struktur scheint nicht besonders stabil zu sein, da sich bei $0,45 \text{ Å}$ eine andere Dimerstruktur bildet mit einer stark verminderten Transmission des ersten Kanals. Bei $1,2 \text{ Å}$ verändert sich die Dimerstruktur wieder. Der Abfall der Transmission nach $1,7 \text{ Å}$ wird dem abnehmenden Überlapp der Orbitale zugeschrieben. Wir finden nach jedem Sprung und für jedes Dimer eine ansteigende Transmission wieder, welche von einem Resonanzeffekt des sp_z Orbitales herrührt (siehe Abschnitt 1.2.6 auf Seite 23).

Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

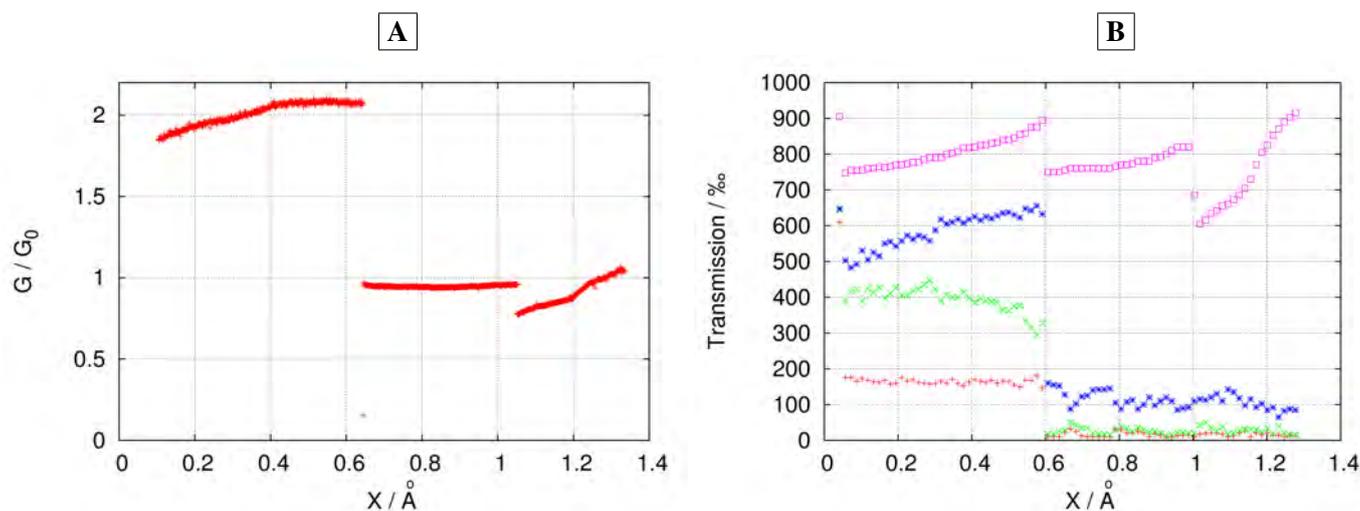


Abbildung 3.35: **A** Letzte Plateaus einer Öffnungskurve. **B** Zerlegung in Leitwertkanäle.

In der Abbildung 3.35 starten wir a priori von einer Monomerstruktur (hier vier Kanäle), dann gehen wir bei $0,6 \text{ \AA}$ zu einer Dimerstruktur mit zwei Kanälen über. Bei 1 \AA bildet sich eine neue Dimerstruktur. Für beide Dimerstrukturen finden wir während der Dehnung einen Anstieg des ersten Kanals wieder.

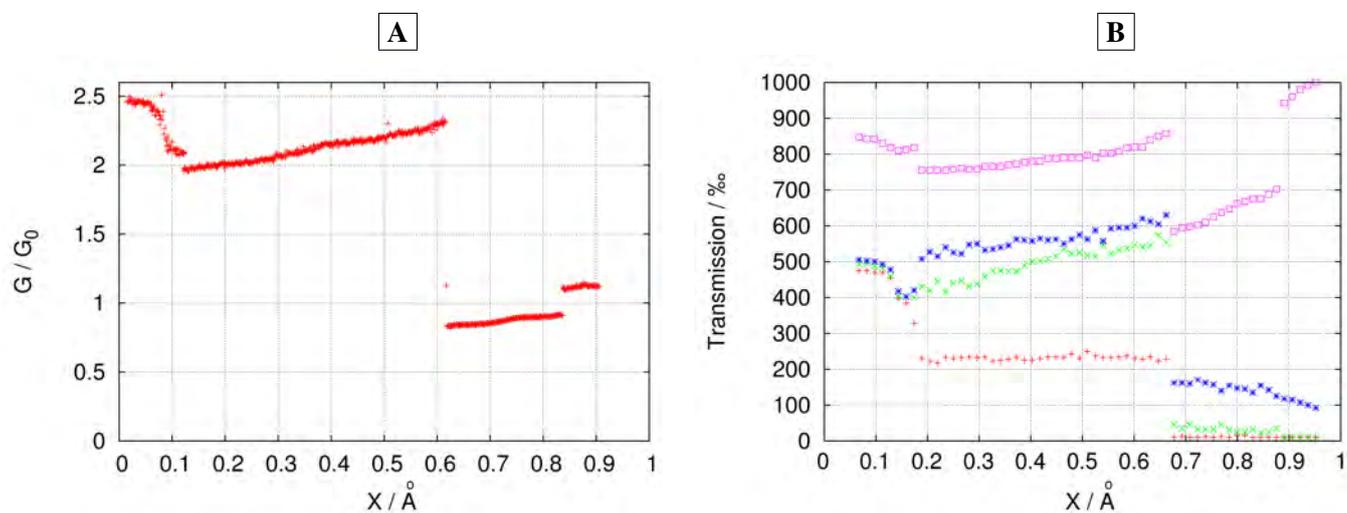


Abbildung 3.36: **A** Letzte Plateaus einer Öffnungskurve. **B** Zerlegung in Leitwertkanäle.

In der dritten Charakteristik, Abbildung 3.36, sehen wir zwischen 0 \AA und $0,15 \text{ \AA}$ das Resultat eines Fit mit zu wenigen Kanälen. Die schwächeren Kanäle nehmen alle die gleiche Transmission an. Dieser Effekt konnte dadurch beobachtet werden,

dass Fits mit mehr als vier Kanälen durchgeführt wurden (hier nicht aufgeführt). Neben diesem Artefakt sehen wir eine erste Dimerstruktur bei $0,65 \text{ \AA}$ und eine weitere bei $0,9 \text{ \AA}$.

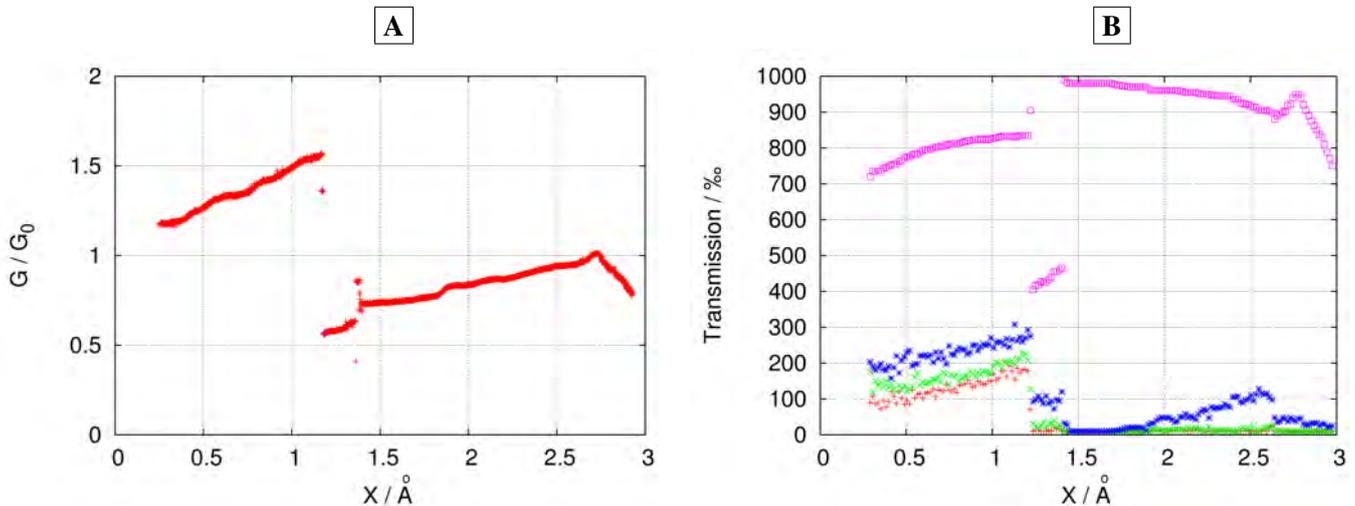


Abbildung 3.37: **A** Letzte Plateaus einer Öffnungskurve. **B** Zerlegung in Leitwertkanäle.

Diese vierte und letzte Messung (Abbildung 3.37) hat, verglichen mit den vorherigen Messungen, ein qualitativ verschiedenes Verhalten. Drei Dimerstrukturen können identifiziert werden, die erste bei $1,2 \text{ \AA}$, die zweite bei $1,4 \text{ \AA}$ und die dritte und letzte bei $2,7 \text{ \AA}$. Die erste Dimerstruktur verhält sich, wie wir es von den vorherigen Strukturen gewohnt waren. Der Unterschied rührt von der zweiten Struktur. Diese zweite Struktur besitzt einen ersten Kanal, der abfällt, während der zweite Kanal sich erhöht. Wir erkennen hier die Signatur eines Dimers wieder, der mit dem Kontakt nicht ausgerichtet ist (mit einer starken Zunahme der Transmission eines sekundären Kanals – Abbildung 3.30, Seite 110). Die dritte Struktur besitzt einen Hauptkanal, dessen Transmission zunimmt, wie das für die meisten Letzten Aluminium Plateaus gilt, und dann wieder abklingt, was auf einen kleiner werdenden Überlapp der Atomorbitale hindeutet.

Diese vier Messungen sind repräsentativ für die Sprünge, die man im Aluminium sieht. Wir ziehen also folgende Schlüsse:

- Das Leitwertplateau bei $1 G_0$ entspricht a priori immer einer Dimerstruktur (Abbildung 1.6, Seite 20) oder einer monoatomaren Kette (Abbildung 3.28, Seite 109), wobei unsere Messung keine solche Ketten im Aluminium aufweisen können. Wir haben keine sprungartige Veränderung sehen können (durch den Sprung eines Atoms), welche mit einem hoch-transmittierenden ersten Kanal und einer starken Zunahme der sekundären Kanäle gekoppelt

wäre. Außerdem haben wir in dem Histogramm der Plateaulängen (Abbildung 3.19, Seite 99) keine regelmäßigen Strukturen erkennen können, welche ein Vielfaches des Nächsten-Nachbar Abstandes hätten sein müssen. Letztendlich entspricht die Zunahme des ersten Kanals dem Verhalten eines unter Spannung stehenden Dimers. Dieses Verhalten bleibt sichtbar nach fast jedem Sprung und unterstützt die Hypothese, dass die Dimerstruktur erhalten bleibt.

- Der starke Anstieg des ersten Kanals ist immer an sekundäre Kanäle gekoppelt, mit konstantem (Abbildung 3.35) oder abfallendem (Abbildungen 3.34; 3.36; 3.37) Leitwert. Die von E. Scheer et. al. [Sche 97] erstellte Messung bestätigt dieses Verhalten. Die von Cuevas et al. [Cuev 98a] durchgeführten und in dem Abschnitt 1.2.6, Seite 23, beschriebenen Rechnungen zeigen leicht zunehmende sekundäre Kanäle.
- Wir beobachten zu keinem Zeitpunkt drei Kanäle auf dem letzten Plateau, wohl aber zwei. Daraus schließen wir, dass unsere Kontakte stark asymmetrisch sind. In der Tat erwartet man eine Aufhebung der Entartung, sobald der Kontakt asymmetrisch wird, wobei eine asymmetrische Konfiguration sehr wohl einen der zwei Kanäle stark abschwächen könnte.
- Der Leitwertabfall des ersten Kanals kurz vor dem Abreißen ist wahrscheinlich durch einen Kontakt verursacht, der sich immer mehr zu einem Tunnelkontakt entwickelt (siehe Messungen 3.34 und 3.37 sowie die Simulation der Abbildung 3.33, Seite 113).
- Der Leitwertabfall des ersten Kanals, gekoppelt mit einer Zunahme des zweiten (Abbildung 3.37), kann durch die Rotation eines Atoms um das andere erklärt werden (siehe Abbildung 3.30).
- Nach jedem kleinen Sprung auf einem gleichen Plateau um $1 G_0$ finden wir eine Zunahme des ersten Kanals sowie konstante oder abnehmende sekundäre Kanäle. Da es sich wahrscheinlich nicht um einen — wie in der Abbildung 3.32 beschriebenen — Fehlstelleneffekt handelt (der erste Kanal bleibt relativ konstant), sprechen wir dieses Verhalten einer "Slip-Stick" Bewegung zu, bei der das Atom, welches beide Kontakte verbindet, auf dem einen dieser Kontakte entlang gezogen wird (siehe nächsten Abschnitt).

3.6.3 Argumente für eine Slip-Stick Bewegung

Viele Beobachtungen, die aus unseren Messungen stammen und die wir in den vorherigen Abschnitten vorgestellt haben, können durch eine Slip-Stick Bewegung des letzten Atoms erklärt werden.

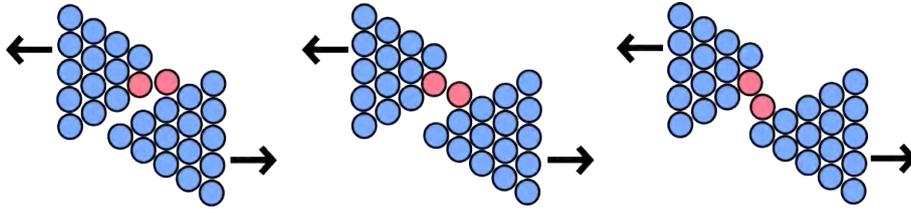


Abbildung 3.38: Potentieller Slip-Stick Bewegungsmodus des Kontaktes. Der Kontakt bleibt an jedem Punkt monoatomar.

Die erste Beobachtung betrifft die Verlängerung der Plateaus von einer Öffnungskurve zur anderen sowie die Zunahme der Anzahl an Sprüngen auf diesen Plateaus. Wenn man von der Hypothese ausgeht, dass der Kontakt sich von einer Öffnung zur anderen immer mehr in eine $\langle 111 \rangle$ Richtung aufbaut, dann wird die Oberfläche des Kontaktes, auf der ein solcher Slip-Stick Effekt (Abbildung 3.38) erfolgen kann, immer länger. Die Anzahl an möglichen Sprüngen nimmt mit einer immer flacher werdenden Oberfläche zu. Außerdem haben alle intermediären Plateaus, wie vorher gezeigt, die Leitung eines Dimers, das heißt einen Leitwert nahe zu $1 G_0$ mit einer Transmission des Hauptkanals, welche unter Spannung zunimmt. Dies ist kompatibel mit einem Slip-Stick Kontakt.

Die Slip-Stick Bewegung erlaubt es uns, unsere experimentelle Beobachtungen auf eine sehr zufriedenstellende Art zu erklären.

3.6.4 Erscheinungswahrscheinlichkeit der Leitwertkanäle

Die Verteilung der Leitwertkanäle spiegelt den Typus an Orbitalen, die am Kontakt teilhaben, wieder. Wir haben in den Abbildungen 1.3 auf der Seite 17 und 1.6 auf der Seite 20 für $1 G_0$ zwei entartete p_x und p_y Kanäle mit schwacher Transmission und einen sp_z Kanal mit einer hohen Transmission. Dies wird durch das durch Cuevas et. al. (Abbildung 3.39 **B**) berechnete Histogramm widerspiegelt. Wenn man dieses theoretische Histogramm mit einem aus den drei ersten Messungen des letzten Abschnittes bestehenden Histogramm vergleicht, erhält man:

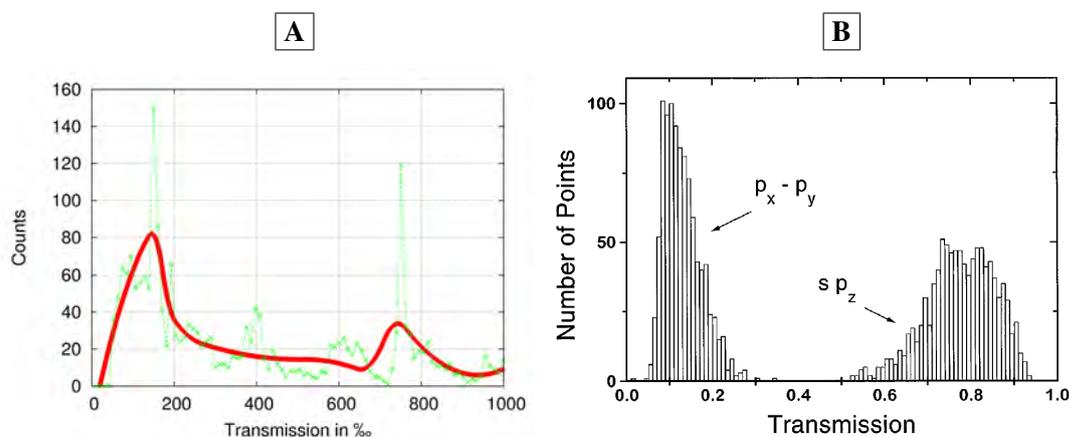


Abbildung 3.39: **A** Histogramm der Leitwertkanäle aus drei Öffnungskurven. Die grüne Kurve entspricht der Messung und die rote kontinuierliche Kurve einem Spline Fit dieser Messpunkte. Das Histogramm wurde "auf Null gesetzt" für alle Transmissionswerte unterhalb von 42 ‰. Auf diese Weise werden alle Kanäle weggelassen, die nicht an dem Transport teilhaben. **B** Theoretisches Histogramm der Leitwertkanäle für einen Aluminiumkontakt bei $1 G_0$ [Cuev 98b].

Die Anzahl an I(V) Messungen für das experimentelle Histogramm **A** ist relativ hoch. Doch stammen diese Messungen nur aus drei Öffnungskurven. Wenn man betrachtet, dass jeder dieser kleinen Sprünge einer Konfigurationsänderung des Kontaktes entspricht, dann würde das experimentelle Histogramm aus acht Messungen stammen. Zusammenfassend: Die Übereinstimmung der Histogramme ist gut; wir schließen daraus, dass wir eine starke Zerlegung in mindestens zwei Typen an Kanälen für die Öffnungskurven haben, welche kein Rotationseffekt von dem einen Atom um das andere zeigen. Wir verknüpfen das Maximum bei schwacher Transmission mit einem p_x oder p_y Kanaltypus und das Maximum bei starker Transmission mit einem sp_z Kanal.

3.7 Coulomb-Blockade in den Ein-Elektron Transistoren

In diesem Abschnitt werden wir die Messung einer Ein-Elektron Struktur präsentieren (siehe Abschnitt 2.4.2) und werden anhand des Kapitels 2, Seite 28, versuchen, diese zu interpretieren. Die folgenden Simulationen wurden anhand des Monte-Carlo Simulationsprogramm "SIMON" [Wass 97] gefertigt, welches uns erlaubt, eine SSS Charakteristik zu simulieren (siehe Kapitel 2).

Die Struktur bestand aus einem Bruch-Kontakt und einem $Al/Al_2O_3/Al$ Tunnelkontakt, welche voneinander durch eine etwa $500 \mu m$ breite Insel getrennt waren (siehe Abbildung 2.13, Seite 78).

Nach dem Abkühlen der Struktur wurde eine $I(V)$ Kennlinie aufgenommen (Abbildung 3.40), die gezeigt hat, dass der Tunnelkontakt ein Standard BCS Gap eines SIS Kontaktes besitzt. Der Widerstand des Aluminiumoxyd-Tunnelkontaktes beträgt $32\text{ k}\Omega$ ¹⁶.

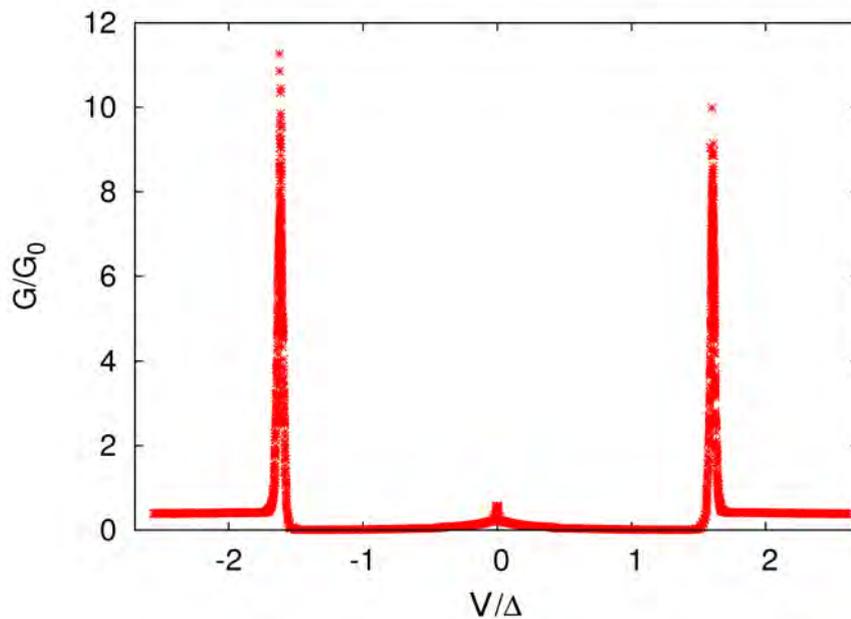


Abbildung 3.40: $\frac{dI}{dV}(V)$ Kennlinie einer ungedehnten SET Struktur. Diese stimmt gut mit den Kennlinien von geöffneten Bruch-Kontakten (Abbildung 3.2) überein. Das Gap ist leicht kleiner als das Gap bei sehr tiefen Temperaturen, da diese Messung oberhalb von 1 K durchgeführt wurde. Die Struktur um 0 V kommt durch einen Tunneleffekt der Elektronen zustande, welche bei 1 K über das Gap angeregt sind. Dieser Effekt verschwindet typischerweise bei sehr tiefen Temperaturen.

Nachdem der Tunnelkontakt charakterisiert worden ist ($R = 32\text{ k}\Omega$), wird der Bruch-Kontakt geöffnet und bei $223\text{ k}\Omega$ ¹⁷ stabilisiert. In diesem Zustand erhalten wir folgende Kennlinie:

¹⁶Ein solcher Widerstand ist vereinbar mit dem Auftreten von Andreev-Reflexionen durch das Oxyd zwischen beiden supraleitenden Kontakten des Tunnelkontaktes.

¹⁷Dieser hohe Widerstand soll uns erlauben, die Coulomb-Blockade zu sehen.

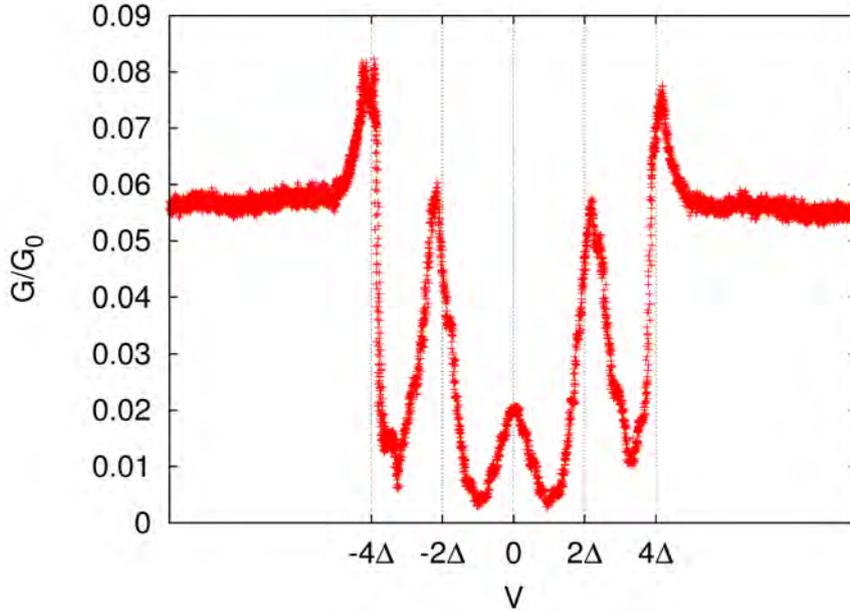


Abbildung 3.41: $dI/dV(V)$ Kennlinie für eine SET Struktur. Das verwendete Gap beträgt $185 \mu\text{eV}$ und die Temperatur 800 mK .

In der Kennlinie sind starke Oszillationen sichtbar. Es stellt sich die Frage, was diese Oszillationen hervorruft, insbesondere ob es sich hier um das Phänomen der Coulomb-Blockade handelt. Wir müssen hier bedenken, dass eine Veränderung der Spannung an der Gate Elektrode nichts an der Form der Kennlinie ändert. Um genaueres zu erfahren, wollen wir eine Simulation dieses Kontaktes erstellen. Dazu brauchen wir eine Größenordnung für die Kapazität der beiden Kontakte. Im Fall des Oxydtunnelkontaktes wissen wir, dass der Überlapp der beiden Strukturen etwa $100 \text{ nm} \times 500 \text{ nm}$ beträgt. Wenn man außerdem betrachtet, dass die Dicke des aufgewachsenen Oxyds von der Größenordnung des nativen Oxyds ist, das heißt etwa 2 nm , dann können wir die Formel für einen Plattenkondensator anwenden $C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{A}{d}$ mit einem mittleren $\epsilon_r = 9$ (siehe Anhang B). Wir erhalten in diesem Fall eine Kapazität $2 \cdot 10^{-15} \text{ F}$. Für den Bruch-Kontakt betrachten wir eine Kapazität, welche mindestens 10 Mal¹⁸ kleiner ist, das heißt $\approx 10^{-16} \text{ F}$. Die Simulation eines SSS¹⁹ Kontaktes bei 800 mK zeigt uns, dass wir die Coulomb-Blockade in den "Seitenarmen" der Kennlinie 3.41, jenseits von 4Δ , suchen müssen, und dass die Periode des Coulomb-Blockade Effektes E_C , der Ladungsenergie der Insel entspricht, wenn man nur den Oxydkontakt betrachtet²⁰. Wenn wir eine FFT dieser

¹⁸ Angesichts der geometrischen Dimensionen eines Bruch-Kontaktes erwartet man notwendigerweise eine sehr viel kleinere Kapazität als die des hier beschriebenen Oxydkontaktes.

¹⁹ SSS Kontakt kurzgefasst; strikter wäre SISIS Kontakt.

²⁰ Die $2E_C$ Periode, die wir in den Simulationen des 2. Kapitels erhalten haben, stammt von den zwei Kapazitäten, die im gleichen Maße zu der Stromblockade beitragen. Im hiesigen Fall ist einer der zwei Kontakte stark transparent, was eine Periode von E_C erklärt.

Seitenarme erstellen, erhalten wir ein für tiefe Frequenzen typisches 1/f Rauschen.

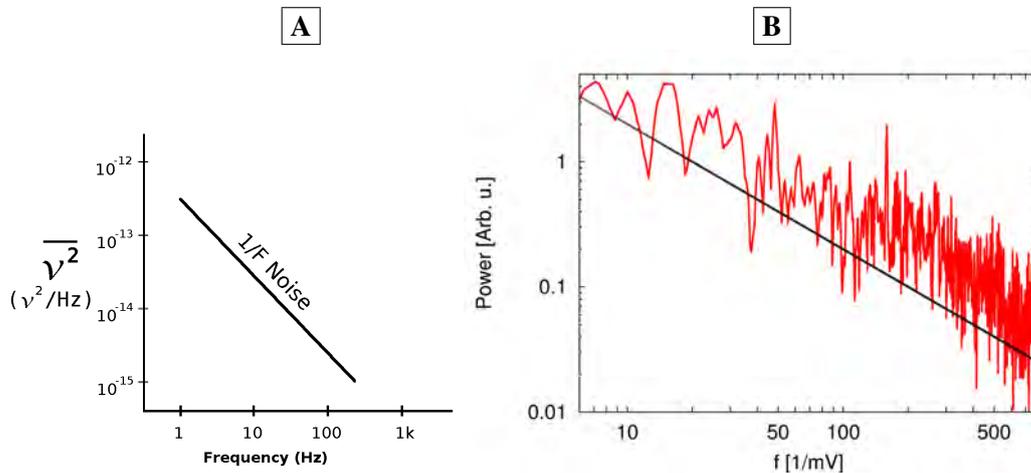


Abbildung 3.42: **A** Theoretische 1/f Charakteristik [Zone 06] und **B** FFT der Seitenarme (jenseits von 4Δ) der Abbildung 3.41.

Wenn wir diese Charakteristik nicht als Funktion der Frequenz, sondern der Periode auftragen, dann erhalten wir die Abbildung 3.43 **A**.

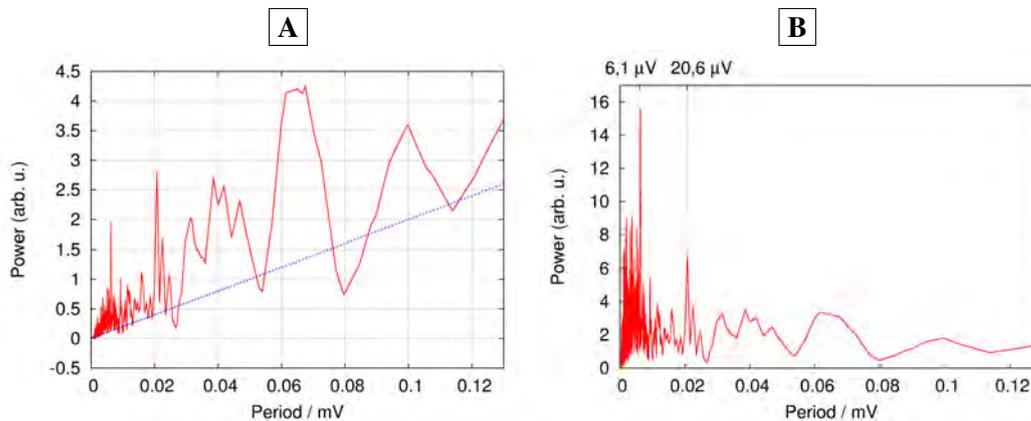


Abbildung 3.43: **A** FFT als Funktion der Periode. Nach Abziehen des 1/f Rauschens erhält man die Charakteristik **B**. In dieser Auftragung können zwei Maxima identifiziert werden. Das eine befindet sich bei $6,1 \mu\text{V}$ und das andere bei $20,6 \mu\text{V}$.

Durch Abziehen des 1/f Rauschens können wir zwei Maxima identifizieren, welche der Coulomb-Blockade zugeordnet werden könnten. Wir schauen uns jetzt das FFT Spektrum von drei unabhängigen Seitenarmen an (Seitenarme der Abbildung 3.41 für aufeinanderfolgende Messungen).

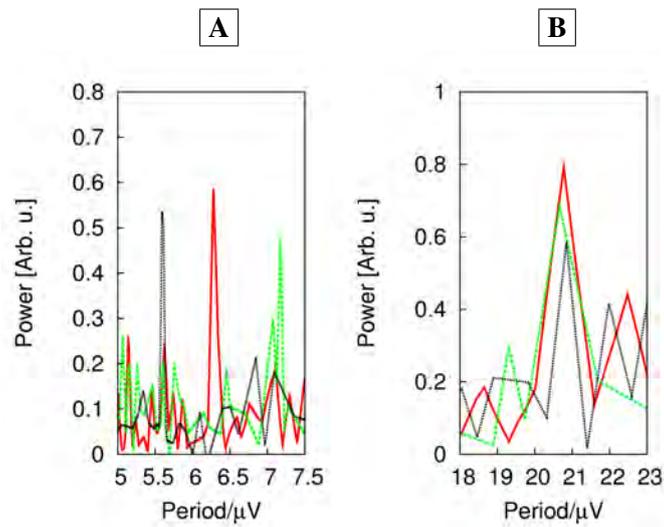


Abbildung 3.44: Vergrößerung eines jeden einzelnen Maximums der Abbildung 3.43 [B], mit Beitrag eines jeden unabhängigen Armes (die Leistung jedes Armes wurde normiert, um vergleichbare Höhen der Maxima zu erhalten).

Wir können sehen, dass das Maximum bei $6,1 \mu V$ nur durch eine einzelne Kurve getragen wird, während bei dem Maximum bei $20,6 \mu V$ alle drei Seitenarme mitspielen. Wenn man eine entsprechende Simulation startet, mit einer Kapazität, welche einem $E_c = 20,6 \mu V$ entspricht, das heißt mit $3,88 \cdot 10^{-15} F$, erhalten wir:

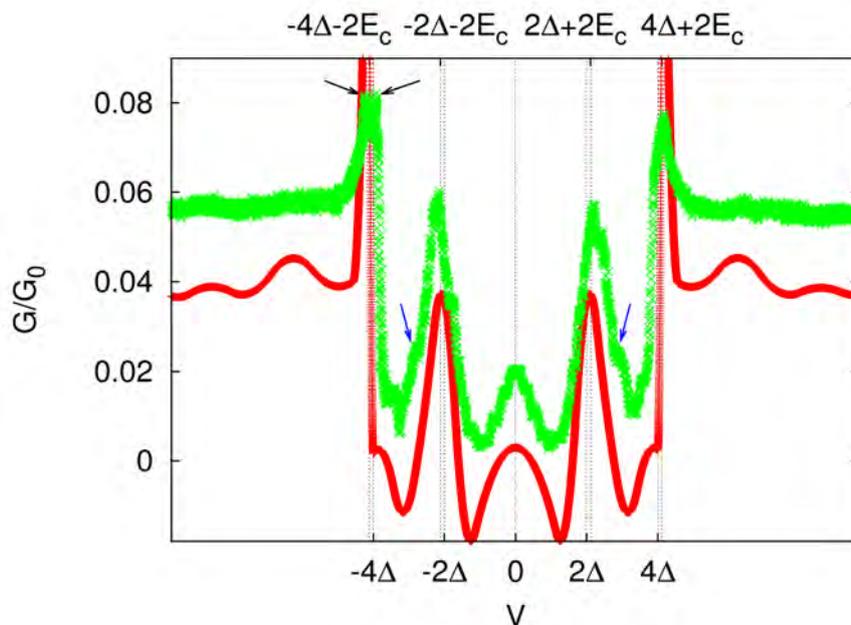


Abbildung 3.45: In Grün experimentelle $\frac{dI}{dV}(V)$ Kennlinie (Abbildung 3.41). In Rot — aufgrund der Lesbarkeit auf der Y-Achse verschoben — simulierte, numerisch abgeleitete und geglättete Kennlinie einer SSS Struktur bei 800 mK mit $C_1 = 3,88 \cdot 10^{-15} F$ und $C_2 = 10^{-16} F$. Die schwarzen Pfeile zeigen auf einen Doppelpick, den man in der Simulation sehen kann, wenn die Glättung reduziert wird.

Diese Simulation zeigt uns, dass die großen Strukturen (die Oszillationen) der $I(V)$ Kennlinie nichts anderes als eine Konsequenz des supraleitenden Gaps der Struktur sind. Da einerseits unser Simulationsprogramm "SIMON" den Effekt der Andreev-Reflexionen nicht betrachtet und andererseits jede kleine Struktur der Kennlinie durch die Simulation wiedergegeben werden kann, können wir davon ausgehen, dass die Andreev-Reflexionen in unserer Messung nicht sichtbar sind. Aufgrund ihrer respektiven Widerstände erinnern wir, dass sie in der Oxydbarriere hätten sichtbar sein können, nicht aber in dem offenen Bruch-Kontakt.

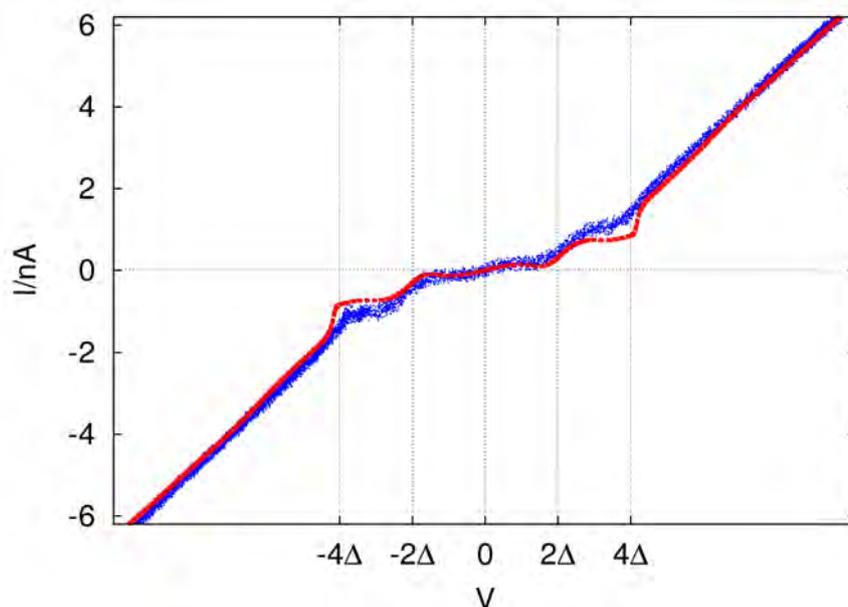


Abbildung 3.46: Experimentelle $I(V)$ Kennlinie (in Blau), mit der zuvor simulierten Kennlinie (in Rot, bei gleicher Glättung) überlagert (Messung und Experiment bei 800 mK).

In der Abbildung 3.46 ist die Entsprechung zwischen Simulation und Messung zufriedenstellend. Wenn man jetzt die Glättung weglässt, können die Effekte der Coulomb-Blockade in der Abbildung 3.46 klar erkannt werden.

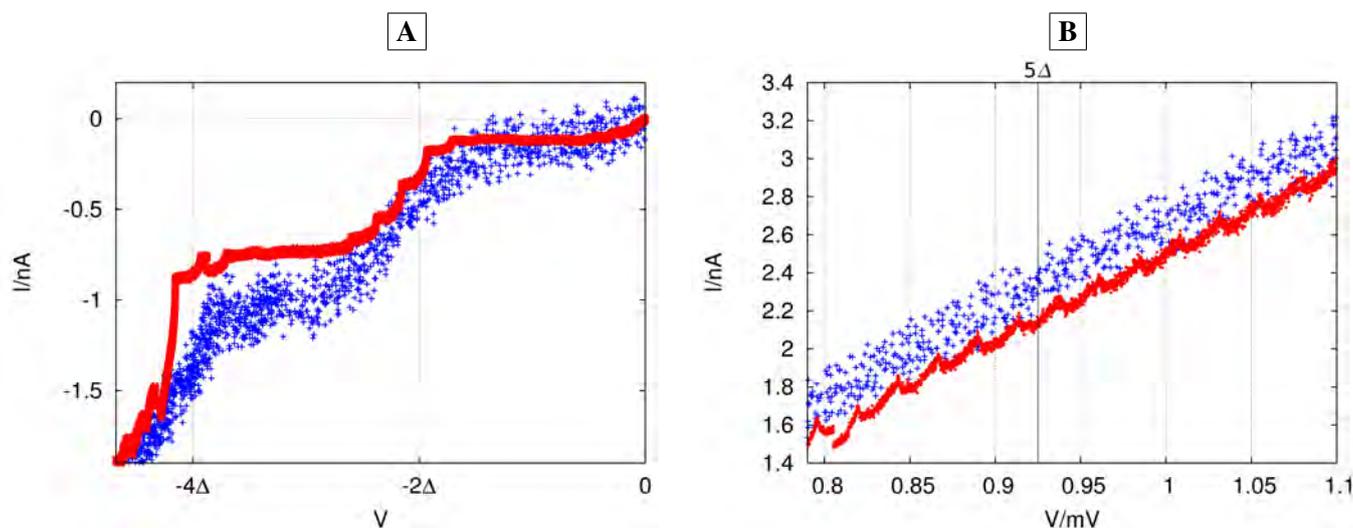


Abbildung 3.47: Vergrößerung von zwei strategischen Stellen der Kennlinie Abbildung 3.46, bei Weglassen der vorher verwendeten Glättung ($\Delta = 185 \mu\text{eV}$).

Für die Kurve **A** der Abbildung 3.47 sehen wir, dass die relative Höhe der durch die Coulomb-Blockade hervorgerufenen Strukturen sehr schwach ist. Es ist nicht erstaunlich, dass diese nicht in der Messung zu sehen sind. Wenn man sich die Vergrößerung eines der Arme jenseits von 4Δ (Abbildung 3.47 **B**) anschaut, sieht man, dass die Coulomb-Blockade nur durch ein FFT Spektrum der Messung gesehen werden kann. Wir merken an, dass die gefundene Kapazität $C = 3,88 \cdot 10^{-15} \text{ F}$, welche wir aus dem FFT Spektrum ableiten (Abbildung 3.43), sehr nahe an der zu Anfang abgeschätzten Kapazität von $2 \cdot 10^{-15} \text{ F}$ liegt.

Zusammengefaßt: Es wurde eine Ein-Elektron Struktur gemessen, dessen Kennlinie anhand des supraleitenden Gaps erklärt werden konnte, wobei weder auf die multiplen Andreev-Reflektionen noch auf die Coulomb-Blockade zurückgegriffen werden musste. Die Coulomb-Blockade konnte in dem Rauschen der Seitenarme der Abbildung 3.45 identifiziert werden. Die Ladungsenergie des Transistors ist gleich $20,6 \mu\text{eV}$, welche mit der thermischen Energie bei 800 mK verglichen werden muss, das heißt $69 \mu\text{eV}$. Es wird deshalb sinnvoll sein, Strukturen mit einer kleineren Kapazität herzustellen²¹, damit der Effekt der Coulomb-Blockade eindeutiger aus dem Rauschen heraussteicht.

²¹Dies wurde leider ohne Erfolg versucht. Dafür waren technologische Schwierigkeiten bei der Herstellung der Oxydschicht des SETs verantwortlich.

Literaturverzeichnis

- [Buck 04] W. Buckel and R. Kleiner. *Supraleitung - Grundlagen und Anwendungen*. Wiley-VCH Verlag, 6th Ed., 2004.
- [Chan 59] G. Chanin, E. A. Lynton, and B. Serin. “Impurity Effects on the Superconductive Critical Temperature of Indium and Aluminum”. *Phys. Rev.*, Vol. 114, No. 3, pp. 719–724, May 1959.
- [Coch 56] J. F. Cochran, D. E. Mapother, and R. E. Mould. “Superconducting Transition in Aluminum”. *Phys. Rev.*, Vol. 103, No. 6, pp. 1657–1669, Sep 1956.
- [Cour 08] H. Courtois, M. Meschke, J. T. Peltonen, and J. P. Pekola. “Origin of Hysteresis in a Proximity Josephson Junction”. *Physical Review Letters*, Vol. 101, No. 6, p. 067002, 2008.
- [Cron 01] R. Cron. *Atomic Contacts: a Test-Bed for Mesoscopic Physics*. PhD thesis, Université Paris 6, 2001.
- [Cuev 96] J. C. Cuevas, A. Martín-Rodero, and A. L. Yeyati. “Hamiltonian approach to the transport properties of superconducting quantum point contacts”. *Phys. Rev. B*, Vol. 54, No. 10, pp. 7366–7379, Sep 1996.
- [Cuev 98a] J. C. Cuevas, A. Levy Yeyati, A. Martín-Rodero, G. Rubio Bollinger, C. Untiedt, and N. Agrait. “Evolution of Conducting Channels in Metallic Atomic Contacts under Elastic Deformation”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 81, No. 14, pp. 2990–2993, Oct 1998.
- [Cuev 98b] J. C. Cuevas, A. L. Yeyati, and A. Martín-Rodero. “Microscopic Origin of Conducting Channels in Metallic Atomic-Size Contacts”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 80, No. 5, pp. 1066–1069, Feb 1998.
- [Eich 07] A. Eichler, M. Weiss, S. Oberholzer, C. Schönenberger, A. L. Yeyati, J. C. Cuevas, and A. Martín-Rodero. “Even-Odd Effect in Andreev Transport through a Carbon Nanotube Quantum Dot”. *Physical Review Letters*, Vol. 99, No. 12, p. 126602, 2007.

Zweiter Teil: Tiefe Temperaturen

- [Hols 94] T. Holst, D. Esteve, C. Urbina, and M. H. Devoret. “Observation of the effect of an electromagnetic environment with sharp resonances on the current-voltage characteristics of a small capacitance tunnel junction”. *Physica B Condensed Matter*, Vol. 203, No. 3-4, pp. 397–403, Dec. 1994.
- [Land 90] Landolt-Börnstein. *Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaften und Technik - Band III/21a*. Vol. Gruppe III: Kristall- und Festkörperphysik- Supraleiter, Springer-Verlag, 1990.
- [Leav 81] C. R. Leavens and E. W. Fenton. “Superconductivity of small particles”. *Phys. Rev. B*, Vol. 24, No. 9, pp. 5086–5092, Nov 1981.
- [O A 69] J. S. O. A. E. Cherney. “Enhancement of superconductivity in thin aluminium films”. *Canadian Journal of Physics*, Vol. 47, No. 10, pp. 1101–1106, 1969.
- [Ono 04] T. Ono and K. Hirose. “Geometry and conductance of Al wires suspended between semi-infinite crystalline electrodes”. *Phys. Rev. B*, Vol. 70, No. 3, p. 033403, Jul 2004.
- [Pauf 74] P. Paufler. “Einfluß der Realstruktur auf einige Eigenschaften von Supraleitern”. *Kristall und Technik*, Vol. 9, No. 5, pp. 533–550, 1974.
- [Paul 08] F. Pauly, J. Viljas, U. Huniar, M. Hafner, S. Wohlthat, M. Burkle, J. Cuevas, and G. Schon. “Cluster-based density-functional approach to quantum transport through molecular and atomic contacts”. *Arxiv*, pp. 0806–4173, 2008.
- [Riqu 05] J. Riquelme, L. de la Vega, A. Yeyati, N. Agrait, A. Martin-Rodero, and G. Rubio-Bollinger. “Distribution of conduction channels in nanoscale contacts: Evolution towards the diffusive limit”. *Europhysics Letters*, Vol. 70, No. 5, pp. 663–669, 2005.
- [Sand 07] T. Sand-Jespersen, J. Paaske, B. M. Andersen, K. Grove-Rasmussen, H. I. J. rgensen, M. Aagesen, C. B. S. rensen, P. E. Lindelof, K. Flensberg, and J. N. rd. “Kondo-Enhanced Andreev Tunneling in InAs Nanowire Quantum Dots”. *Physical Review Letters*, Vol. 99, No. 12, p. 126603, 2007.
- [Sche 97] E. Scheer, P. Joyez, D. Esteve, C. Urbina, and M. Devoret. “Conduction Channel Transmissions of Atomic-Size Aluminium Contacts”. *PRL*, Vol. 78, No. 18, pp. 3535–3538, 1997.
- [Sen 01] P. Sen, S. Ciraci, A. Buldum, and I. P. Batra. “Structure of aluminum atomic chains”. *Phys. Rev. B*, Vol. 64, No. 19, p. 195420, Oct 2001.

- [Skal 64] S. Skalski, O. Betbeder-Matibet, and P. R. Weiss. “Properties of Superconducting Alloys Containing Paramagnetic Impurities”. *Phys. Rev.*, Vol. 136, No. 6A, pp. A1500–A1518, Dec 1964.
- [Smit 01] R. H. M. Smit, C. Untiedt, A. I. Yanson, and J. M. van Ruitenbeek. “Common Origin for Surface Reconstruction and the Formation of Chains of Metal Atoms”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 87, No. 26, p. 266102, Dec 2001.
- [Smit 03a] R. H. M. Smit, C. Untiedt, G. Rubio-Bollinger, R. C. Segers, and J. M. van Ruitenbeek. “Observation of a Parity Oscillation in the Conductance of Atomic Wires”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 91, No. 7, p. 076805, Aug 2003.
- [Smit 03b] R. Smit. *Characterization of the Ultimate Nanowire*. PhD thesis, Universiteit Leiden, February 2003.
- [Susu 74a] H. S. Susumu Matsuo and S. Noguchi. “Superconducting transition temperature of aluminum, indium, and lead fine particles”. *Journal of Low Temperature Physics*, Vol. 15, No. 5-6, pp. 481–490, 1974.
- [Susu 74b] H. M. Susumu Matsuo and S. Noguchi. “Particle Size and Superconducting Transition Temperature of Aluminum Fine Particles”. *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. 13, pp. 351–354, 1974.
- [Thyg 03] K. S. Thygesen and K. W. Jacobsen. “Four-Atom Period in the Conductance of Monatomic Al Wires”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 91, No. 14, p. 146801, Sep 2003.
- [Tink 96] M. Tinkham. *Introduction to superconductivity*. McGraw-Hill, Inc., 1996.
- [Wass 97] C. Wasshuber, H. Kosina, and S. Selberherr. “SIMON-A simulator for single-electron tunnel devices and circuits”. *Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems, IEEE Transactions on*, Vol. 16, No. 9, pp. 937–944, Sep 1997.
- [Xu 07] Y. Xu, X. Shi, Z. Zeng, Z. Y. Zeng, and B. Li. “Conductance oscillation and quantization in monatomic Al wires”. *Journal of Physics: Condensed Matter*, Vol. 19, No. 5, p. 056010 (7pp), 2007.
- [Yans 98] A. I. Yanson, G. R. Bollinger, H. E. van den Brom, N. Agraït, and J. M. van Ruitenbeek. “Formation and manipulation of a metallic wire of single gold atoms”. *Nature*, Vol. 395, pp. 783–785, October 1998.
- [Zgir 05] M. Zgirski, K.-P. Riikonen, V. Touboltsev, and K. Arutyunov. “Size Dependent Breakdown of Superconductivity in Ultranarrow Nanowires”. *Nano Letters*, Vol. 5, No. 6, pp. 1029–1033, 2005.

Zweiter Teil: *Tiefe Temperaturen*

[Zone 06] N. D. Zone. "Sampling Quality". Tutorial, National Instruments, Sept. 2006.

Teil III

Raumtemperatur

Kapitel 1

Herstellung und Antrieb der Strukturen

Siliziummembranen, welche anhand von SOI¹ Substraten hergestellt werden, gehören inzwischen zu den meistverwendeten MEMS² der Industrie. Ursprünglich wurden diese Membranen zur Herstellung von Ionenstrahl Lithographiemasken verwendet, eine Technik, die früher sehr zukunftsreich war [Buts 99a] [Buts 99b] [Letz 00] [Buts 03], dann auch für die Elektronenprojektionslithographie (LEE-PL) [Yosh 02]. Die Drucksensoren gehörten zu den ersten MEMS Anwendungen der SOI Membranen [Yang 99] [Fern 06]. Inzwischen, als Beispiel, werden SOI Membranen als Mikroheizplatten [Chun 04] verwendet, welche unter anderem für integrierbare Gas Sensoren in der CMOS und bi-CMOS Technologie eingesetzt werden. Das Heizen der Membran erlaubt es, die Empfindlichkeit und Reaktionsgeschwindigkeit von chemoresistiven Materialien zu erhöhen [Udre 01] [Lu 01], wobei eine Membran den Vorteil bringt, die thermischen Verluste und dadurch auch den Energieverbrauch zu minimieren. Man kann noch Ultraschall Empfänger/Sender zitieren (ultrasonic transducer) [Cian 02], elektromechanische Wandler [Mart 07] [Fuld 01], darunter Beschleunigungssensoren [Ishi 01]. Wir merken hier an, dass die Membranen, welche üblicherweise in der Industrie verwendet werden, relativ dick — der Größenordnung 1 Mikrometer bis 10 Mikrometer — sind, verglichen mit den hier präsentierten, die typischerweise 340 nm dicke sind.

In der Grundlagenforschung haben die ultradünnen SOI Membranen gerade erst ihren Auftritt gemacht [Soto 04] [Groe 08] [R Wa 08].

¹SOI: Silicon On Insulator – Substrat, dessen Basis aus dickem Silizium (das Bulk – ein Paar hundert Mikrometer dick) besteht, erst überdeckt mit einer dünnen Siliziumoxydschicht, dann mit einer dünnen Siliziumschicht (jeweils das Box und das Top-Si mit insgesamt weniger als 10 Mikrometer Dicke). Die letzte Entwicklung dieser Substrat-Art heißt Smart-Cut Unibound der Firma SOITEC. Die oberen Schichten können hier mit einer Dicke von einigen 10 Nanometer hergestellt werden, und die Top-Si Schicht behält eine mit dem Bulk vergleichbare Kristallqualität bei [Brue 95] [Brue 97].

²MEMS: Micro-Electro-Mechanical Systems

1.1 Membranen

Die hier verwendeten Siliziummembranen können entweder in einem Plasma Trockenätzprozess (mit der Deep Reactive Ion Etching (DRIE) Technik), oder in einem Nassätzprozess (in einer KOH oder TMAH³ Lösung) hergestellt werden. Das Prinzip der Membranherstellung bleibt aber in beiden Fällen das gleiche.

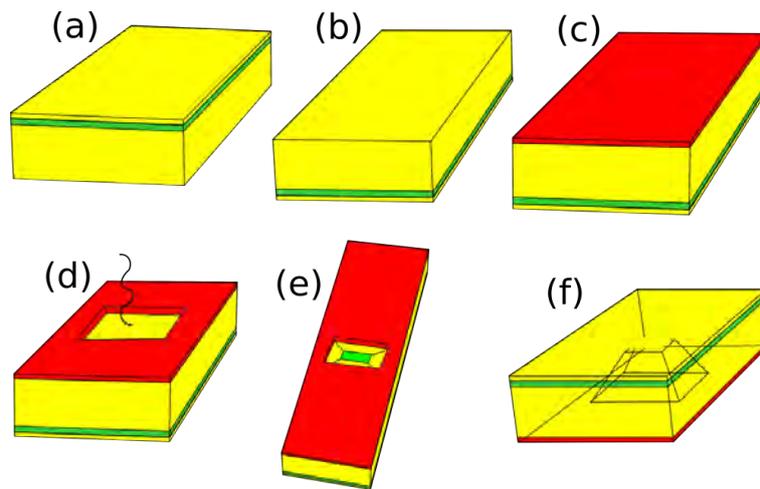


Abbildung 1.1: Herstellungsschritte der Membranen

In [a], von einem SOI Substrat mit einer vergrabenen Siliziumoxydschicht (in Grün) ausgehend, wird auf der Rückseite [b] eine Maske, entweder aus Siliziumnitrid⁴ (KOH Ätzschritt) oder aus dickem Photolack⁵ (DRIE Ätzschritt) bestehend, abgeschieden [c]. Das Schreiben der Öffnungen [d] für die Membranen geschieht entweder anhand eines Lasers (im Siliziumnitrid) oder von UV-Lithographie (in dem Photolack). Der Siliziumwafer wird dann bis zur vergrabenen Oxydschicht geätzt [e]. Schließlich wird die Oxydschicht in einer Flusssäure Lösung abgetragen [f]. Auf diese Weise bleibt nur noch die Top-Si Schicht bestehen, aus der die Membran besteht.

Wir werden uns jetzt die zwei Möglichkeiten anschauen, mit denen der Ätzschritt durchgeführt werden kann.

1.1.1 Deep Reactive Ion Etching

Diese Technik, die in verschiedenen Varianten existiert [Walk 01], wird hier in der Form des Bosch-Prozesses verwendet [Laer 03] [Laer 05]. Dieser Prozess wird auf

³Diese Lösungen sind starke Basen. TMAH: Tetra-Methyl-Ammonium-Hydroxide.

⁴Hier in einem PECVD Schritt mit einer Dicke von etwa 500 nm abgeschieden.

⁵AZ 4562 Photolack, mit einer Dicke von etwa 8 μm

Wafer angewandt, auf denen man auf der Rückseite in einem dicken Photolack Strukturen definiert hat. Wir merken hier an, dass das native Siliziumoxyd abgetragen⁶ werden muss, bevor man den Photolack aufträgt. Der Photolack wurde so gewählt, dass er in dicken Schichten — etwa $8\ \mu\text{m}$ — aufgetragen werden kann, welche eine ausreichende Dicke besitzen, um einem 80 min andauernden, bis zum vergrabenen Oxyd führenden, DRIE Ätzprozess standzuhalten.

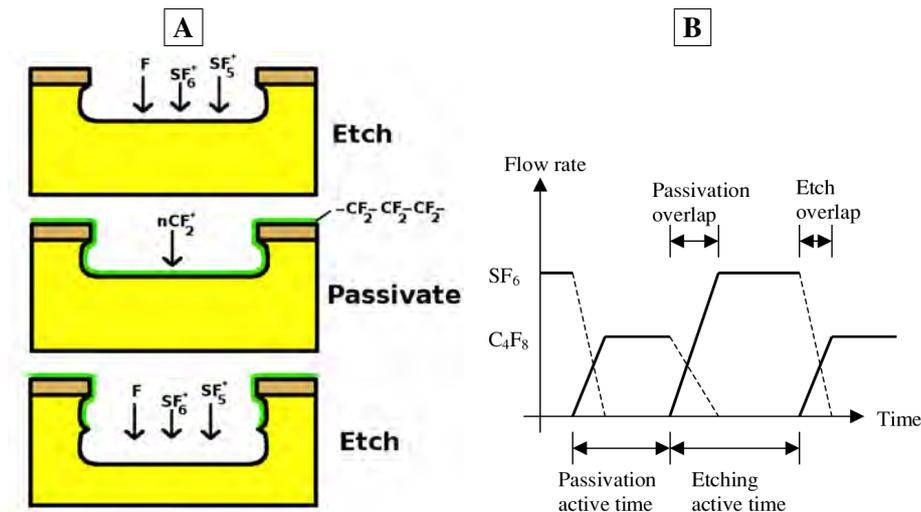


Abbildung 1.2: **A** Schritte des Bosch-Ätzprozesses. **B** Gasflüsse in der Ätzkammer, als Funktion der Zeit [Chan 05].

Der DRIE Bosch-Ätzprozess⁷ beruht darauf, dass mit hoher Frequenz ein SF_6 Plasma und ein C_4F_8 Plasma sich abwechseln. Während der SF_6 Phase wird das Silizium sehr isotrop⁸ angegriffen. Während der C_4F_8 Phase werden CF_2^+ Ionen freigesetzt, welche eine geschlossene Teflonschicht auf der Oberfläche des Wafers bilden. Während des darauf folgenden Ätzschrittes werden nur diejenigen SF_6 Ionen, welche eine hinreichende kinetische Energie besitzen, die abgeschiedene Teflonschicht zerstören und so das dann freiliegende Silizium angreifen können. Die Teflonschicht wird auf diese Weise nur auf dem Boden der Öffnung zerstört, und nicht an dessen Seitenwänden.

Der Boschprozess erlaubt es auf diese Weise, vertikale Seitenwände zu erhalten,

⁶Das Oxyd bildet eine Barriere für den Ätzschritt. Wenn man diese Etappe vergessen würde, bekäme man eine hohe Oberflächenrauigkeit. Durch einen direkt auf den HF Schritt folgenden Photolithographie Schritt sorgt man dafür, dass das Oxyd keine Zeit hat, sich neu zu formen (siehe Anhang E).

⁷9s SF_6 und 3s C_4F_8 . Ein Wafer der Dicke $525\ \mu\text{m}$ wird in 80 Minuten geätzt, was etwa 400 Perioden entspricht. Man kann auf diese Weise abschätzen, dass für jede Periode das SF_6 Plasma eine Dicke von $1,3\ \mu\text{m}$ abträgt, was einer Ätzgeschwindigkeit von etwa $150\ \text{nm/s}$ entspricht.

⁸Wenn man die Energie der Ionen erhöhen würde, wäre der Ätzschritt zwar anisotroper, aber die Oberflächenrauigkeit würde auch entsprechend erhöht werden.

nämlich ein stark anisotropes Ätzen gekoppelt mit einer hohen Ätzgeschwindigkeit und einer schwachen Oberflächenrauigkeit.

1.1.2 Der KOH Ätzschritt

Das Ätzen anhand einer Kalium-Hydroxyd Lösung (KOH) ist eine der ältesten Methoden, um Siliziumwafer in der Tiefe zu strukturieren. Wenn eine (100) Siliziumoberfläche in Kontakt mit einer KOH Lösung kommt, werden inverse Pyramiden mit Winkeln von $54,74^\circ$ gebildet, welche durch die offenen Bereiche der Maske definiert werden. Diese Pyramiden sind durch die dann freiliegenden {111} Oberflächen des Kristalls definiert (siehe Abbildung 1.3). Die Seiten der Pyramide sind auf die $\langle 100 \rangle$ Richtungen ausgerichtet.

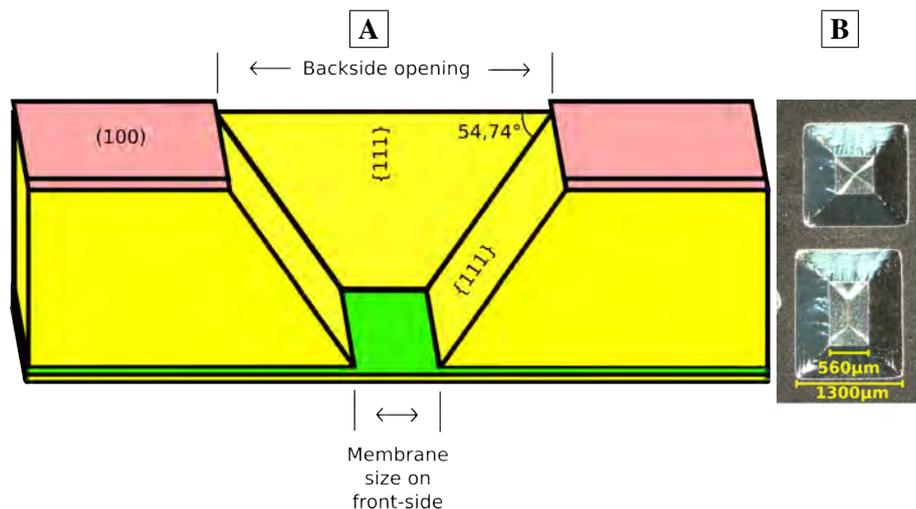


Abbildung 1.3: In [A] Querschnitt durch eine Siliziumpyramide, welche in einer KOH Lösung hergestellt wurde. Die kristallographischen Orientierungen der Oberflächen sind im Bild angegeben. In Hellrot sieht man die Maske und in Grün das vergrabene Oxyd. [B] Bild in einem optischen Mikroskop einer solchen Pyramide, bei welcher der Ätzprozess durch den gesamten SOI Wafer gegangen ist. Auf dem "Boden" sieht man die Zuleitungen, die auf der Membran definiert waren und die trotz des Durchätzens noch bestehen.

Unterschiedliche Modelle wurden vorgeschlagen, um das Freilegen der {111} Oberflächen zu erklären. Eines dieser Modelle betrachtet die Anzahl an Bindungen pro Atom für unterschiedliche Oberflächen der Diamantstruktur; diese Anzahl ist für {111} Oberflächen höher als für {100} Oberflächen [Bean 90]. Ein weiteres Modell geht davon aus, dass die Dichte an freien Bindungen (Dangling Bonds) für die {100} und {110} Flächen doppelt so hoch ist wie für die {111} Flächen [Seid 90]. Diese freien Bindungen bilden jeweils ein Reaktionszentrum für die gelösten OH^- Ionen; die Reaktionsgeschwindigkeit ist umso größer, je höher die

Dichte der Reaktionszentren ist.

Praktisch gesehen wird der KOH Ätzschritt auf der Rückseite des Wafers anhand eines Waferhalters durchgeführt, der die Vorderseite des Siliziums schützt (Abbildung 1.4).

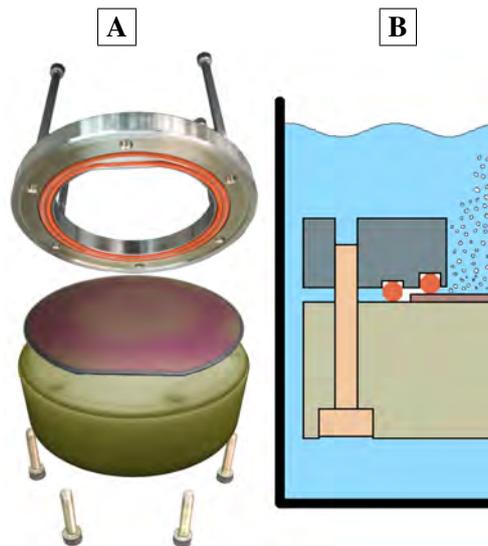


Abbildung 1.4: **A** Photo der unterschiedlichen Elemente, die verwendet werden, um den KOH-Ätzschritt durchzuführen. **B** Schema der Elemente, nachdem der Wafer montiert wurde.

1.1.3 Vergleich der Ätzverfahren

Wir präsentieren hier für die unterschiedlichen Ätztechniken die Hauptvorteile und Hauptnachteile, mit denen wir es zu tun bekommen haben.

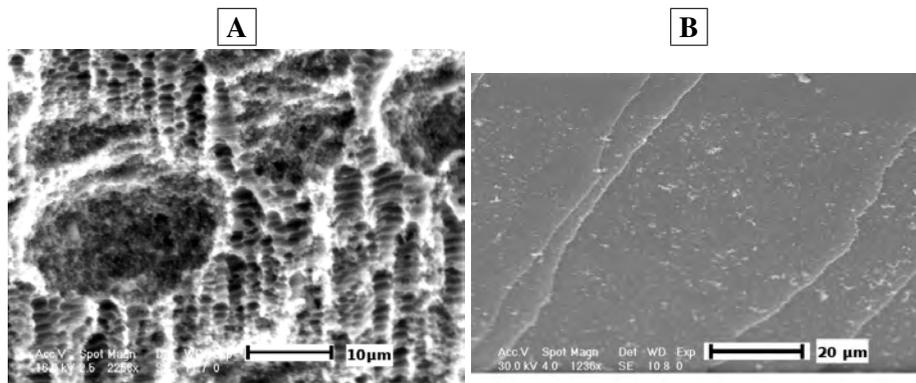


Abbildung 1.5: REM Bilder der Seitenwände der geätzten Öffnungen im Silizium. **A** DRIE, **B** KOH Ätzschritt.

Dritter Teil: Raumtemperatur

Die Abbildung 1.5 zeigt die Struktur der Seitenwände bei jedem Ätztypus. In der durch DRIE geätzten Oberfläche kann man Kavitäten mit unterschiedlichen Dimensionen sehen. Die kleineren sind durch das Ätzprinzip bedingt (siehe Abbildung 1.2). Die großen Kavitäten, werden durch einen Temperatureffekt hervorgerufen. Der DRIE Ätzschritt erzeugt viel Energie und bewirkt dadurch ein lokales Aufheizen der geätzten Oberfläche. Die Vorderseite des SOI Wafers muss deshalb wirksam gekühlt⁹ werden. Doch im Falle einer zu schwachen Kühlung können gewisse Zonen der Oberfläche heiß werden, was zu einem schnelleren Ätzen führt. Dieses Problem der lokalen Erhitzung wird mit der Zeit immer stärker. Die Dichte an geformten Kavitäten nimmt also als Funktion der Tiefe zu. Da wir nicht die Möglichkeit hatten, die Ätzparameter zu verändern, konnte dieses Problem nicht vermieden werden, welches für zackenförmige¹⁰ Membrankanten verantwortlich ist. Diese Zacken können die Verformung der Membran beeinflussen.

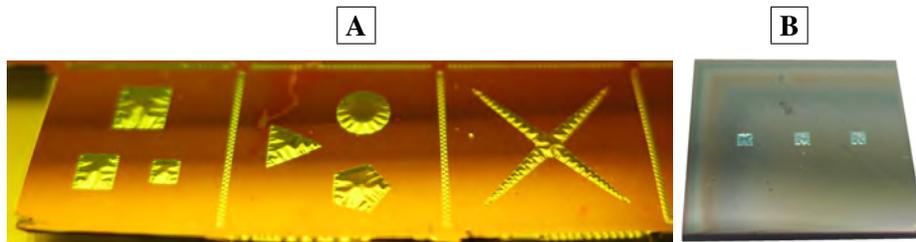


Abbildung 1.6: **A** Mit dem DRIE Verfahren hergestellte Membranen. **B** In KOH-Lösung hergestellte Membranen.

Der Hauptvorteil der DRIE betrifft die Vielfalt an herstellbaren Formen (Abbildung 1.6 **A**). Da diese Technik nicht durch die kristallografischen Richtungen begrenzt ist, ist es möglich, jede Membranform auch unabhängig von der kristallografischen Orientierung des Wafers herzustellen. Außerdem dauert der DRIE Ätzschritt etwa eine Stunde gegen 24h beim KOH¹¹ Ätzschritt.

Das KOH Ätzen ist dagegen nur auf die kristallografischen Richtungen empfindlich. Auf diese Weise werden Fehler der Maske¹² oder eine hohe anfängliche Oberflächenrauigkeit durch das Ätzen ausgebügelt. Am Ende entsprechen die geätzten Oberflächen strikt den kristallografischen Richtungen des Wafers. Außerdem ist dann die — zwangsweise rechteckige — Form perfekt definiert. Schließlich hatten wir durch das Aufbauen eines KOH-Ätzplatzes Zugang zu den Parametern. Der

⁹Mit flüssigem Stickstoff

¹⁰Wir merken an, dass die Oberflächenbeschaffenheit (sowie die Dicke) der Membranen nur durch den letzten Schritt, dem Ätzen des vergrabenen Oxyds in einer Flusssäure Lösung, definiert ist. Dieser Ätzschritt ist stark selektiv; das Silizium wird dadurch kaum angegriffen. Die möglichen Dickevariationen des vergrabenen Oxyds spielen also am Ende keine Rolle mehr für die Dicke der Membran.

¹¹Weitere Details über den KOH und den TMAH Ätzschritt finden sich in [Veen 01b] [Veen 01a].

¹²Zum Beispiel, wenn die Kanten der Maskenöffnung nicht richtig mit den $\langle 100 \rangle$ Richtungen ausgerichtet sind.

Prozess konnte deshalb optimiert werden.

Weitere Details über die Herstellung von Strukturen auf Membranen finden sich in [Laco 06]. Details zu den Ätzprozessen finden sich unter [Mado 02] [Laco 06] [Koch 09].

1.2 Bruch-Kontakte auf Membranen

Der darauffolgende Prozess ist fast der gleiche wie jener Prozess, der im zweiten Teil des Promotion (Abbildung 2.9, Seite 75) schon beschrieben worden ist. Der einzige Unterschied besteht in der Verwendung einer sehr dünnen Polyimidschicht mit nur 100 nm Dicke, welche viel dünner ist als die $2 \mu\text{m}$ Polyimidschicht, die bei den Bronzesubstraten verwendet wurde. Der Grund dafür ist, dass wir eine im Vergleich zur Membran (340 nm) dünne Polyimidschicht verwenden wollen. Außerdem wird diese Schicht vollständig von der Membranoberfläche, die nicht durch Metallstrukturen abgedeckt ist, weggeätzt.

Das Schema eines einfachen Bruch-Kontaktes auf einer Membran ist in der Abbildung 1.7 aufgeführt.

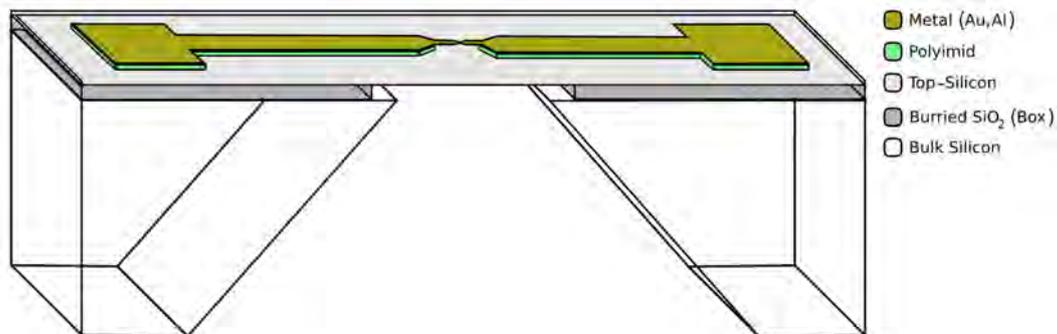


Abbildung 1.7: Schematische Darstellung eines Bruch-Kontaktes auf einer Siliziummembran. Die Metallstruktur befindet sich auf einer Polyimidschicht, welche an der Stelle der Einengung durchgeätzt wurde und so eine freistehende Brücke bildet.

In dem Teil der Arbeit über tiefe Temperaturen haben wir eine Struktur präsentiert, welche aus einer Insel besteht, die sich zwischen einem Bruch-Kontakt und einem Aluminiumoxyd-Tunnelkontakt befindet. Diese Struktur war durch den Bruch-Kontakt einstellbar.

Die Fortsetzung einer solchen Struktur ist eine Geometrie, bei der sich zwei Bruch-Kontakte auf beiden Seiten der Insel befinden (siehe Abbildung 1.8).

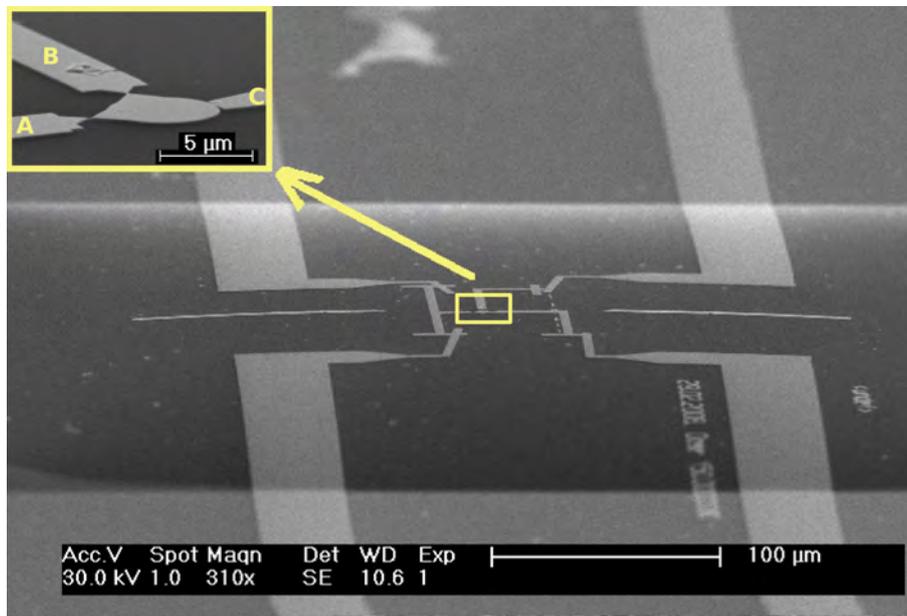


Abbildung 1.8: REM Bild einer SET Struktur auf einer Membran, welche aus zwei Bruch-Kontakten (A und B) besteht, die eine Insel umschließen. Jeder Bruch-Kontakt kann als Funktion des anderen eingestellt werden, indem die Position eines Stempels verändert wird, der die Membran von unten deformiert. In C ist eine Referenzelektrode mit der Insel verbunden. Sie erlaubt es, die Leitfähigkeit durch den einen oder anderen Bruch-Kontakt unabhängig zu messen. Diese gleiche Elektrode bildet, wenn sie ein wenig weiter weg von der Insel positioniert und von der Insel getrennt ist, die Gate Elektrode der doppelten Bruch-Kontakt SET Struktur.

Schließlich haben wir eine Mechanik gefertigt, welche es uns erlaubt, die Verformung (und so das Öffnen) des einen Bruch-Kontaktes in Abhängigkeit vom anderen einzustellen.

Dazu deformiert — wie im nächsten Abschnitt beschrieben — ein Stempel von unten lokal die Membran, und seine Position definiert den relativen Öffnungsgrad eines ersten Bruch-Kontaktes zu einem zweiten Bruch-Kontakt.

1.3 Mechaniken

Um das Öffnen der Bruch-Kontakte zu steuern, wurden unterschiedliche Mechaniken hergestellt, welche uns erlauben sollen, bei Raumtemperatur und bei tiefen Temperaturen Messungen durchzuführen. Diese Ansteuerungen werden in der Abbildung 1.9 vorgestellt.

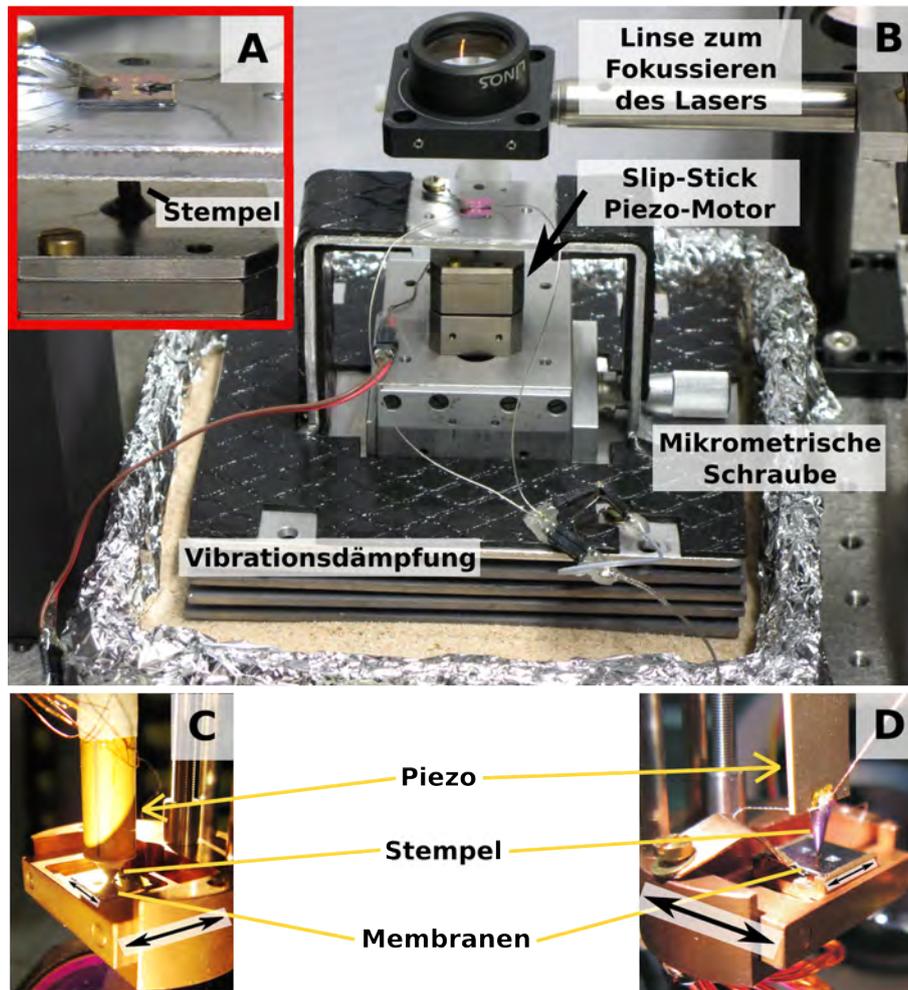


Abbildung 1.9: Mechaniken zum Antrieb der Membranen. Diese sind in **A**, **B** bei Raumtemperatur, **C** und **D** bei tiefen Temperaturen verwendbar. **B** Antrieb anhand einer Kombination aus piezoelektrischem Slip-Stick Motor und Mikrometerschrauben. Eine einzelne Mikrometerschraube ist sichtbar; die zweite geht nach hinten. In **A** vergrößerte Ansicht der Probe und des Stempels. **C** Tieftemperaturmechanik, welche anhand eines Piezorohrs funktioniert und so eine Bewegung in alle drei Raumrichtungen erlaubt. Auf dem Piezo ist eine Spitze montiert, welche zur Deformation der Membran dient. Die Bewegungsamplitude bei tiefen Temperaturen ist hier auf 1 µm begrenzt. **D** Tieftemperaturmechanik, welche anhand einer Piezoplatte funktioniert, die sich in eine einzelne Richtung mit einer Amplitude bei tiefen Temperaturen von 50 µm krümmen lässt. In **C** und in **D** können wir zwei verschachtelte "Schubladen" erkennen, mit denen die Position der Membran zum Stempel voreingestellt werden kann (die zwei Verfahrensrichtungen sind eingezeichnet).

Die in der Abbildung 1.9 **B** aufgeführte Mechanik erlaubt es uns, mit großer Präzision die Position des Stempels (den man in der Vergrößerung **A** sehen kann) einstellen zu können. Dies funktioniert einerseits anhand eines Piezomotors für die Höhe und andererseits anhand von Mikrometerschrauben, mit denen der Stempel lateral sehr genau eingestellt werden kann. Auf diese Weise kann der Stempel mit einem optischen Mikroskop sehr präzise unter dem Bruch-Kontakt positioniert werden. Die Spitze des Stempels besteht entweder aus Graphit oder aus Glas. Mit dem Graphit kann die Spitze auf kontinuierliche Weise bewegt werden, während sie in Kontakt mit der Membran steht, und dies selbst bei starker Deformation der Membran. Der Glasstempel wird von Laserlicht wenig beeinflusst. Das Glas absorbiert sehr schwach das sichtbare Licht, und dessen thermischer Ausdehnungskoeffizient ist gering. Diese Mechanik wurde zur Durchführung von Raumtemperaturmessungen entwickelt.

Um Messungen bei tiefen Temperaturen durchzuführen, wurde die Mechanik 1.9 **C** hergestellt, dessen Hub ($\sim \pm 1 \mu\text{m}$) theoretisch ausreichend sollte, um ein aus zwei Bruch-Kontakten (Abbildung 1.8) bestehendes System lateral¹³ aufzumachen und wieder zu schließen. Es ist aber unmöglich, die Membran auf $1 \mu\text{m}$ genau unter den Stempel zu positionieren, wenn für diese Aufgabe die in der 1.9 **C** gezeigten Schubladen mit der Pinzette verschoben werden.

Die Mechanik 1.9 **D** wurde hergestellt, um eine größere laterale Amplitude des Piezos zu erhalten, wobei dies in eine einzelne Richtung geschieht. Das Problem des ersten Platzierens bleibt zwar bestehen, ist aber viel unkritischer. Die ideale Lösung zu diesem Problem wäre ein Slip-Stick Piezo-„tisch“, der bei tiefen Temperaturen funktioniert und kompakt genug ist, um im Raum der Standard Tieftemperaturmechanik unter dem Stempel positioniert zu werden¹⁴.

Die Mechanik 1.9 **D** wurde getestet; sie funktioniert bei Raumtemperatur und wird bei tiefen Temperaturen für zukünftige Messungen verwendet werden können.

¹³Durch laterales Verschieben des Stempels ist es möglich, einen Bruch-Kontakt zu öffnen und wieder zu schließen. Das kommt dadurch zustande, dass die Membran neben dem Stempel stärker gedehnt wird als weiter davon entfernt (siehe Abschnitt 2.4.1).

¹⁴Ein solcher Tisch kann bei der Firma *Attocube* gefunden werden, hier aber zu einem unerschwinglichen Preis. Deshalb wurde die hier präsentierte Mechanik entwickelt.

Literaturverzeichnis

- [Bean 90] K. E. Bean and W. R. Runyan. *Semiconductor Integrated Circuit Processing Technology*. Addison-Wesley, New York, 1990.
- [Brue 95] M. Bruel. “Silicon on insulator material technology”. *Electronics Letters*, Vol. 31, No. 14, pp. 1201–1202, July 1995.
- [Brue 97] M. Bruel, B. Aspar, and A. Auberton-Herve. “Smart-Cut: A New Silicon On Insulator Material Technology Based on Hydrogen Implantation and Wafer Bonding”. *Jpn. J. Appl. Phys.*, Vol. 36, No. 3B Pt 1, pp. 1636–1641, 1997.
- [Buts 03] J. Butschke. *Die SOI-Scheibe der Mikroelektronik als neue Prozessbasis für nanostrukturierte Silizium Membranmasken*. PhD thesis, Fakultät Konstruktions- und Fertigungstechnik, Universität Stuttgart, 2003.
- [Buts 99a] J. Butschke, A. Ehrmann, B. Hofflinger, M. Irmscher, R. Kasmaier, F. Letzkus, H. Loschner, J. Mathuni, C. Reuter, C. Schomburg, *et al.* “SOI Wafer Flow Process for Stencil Mask Fabrication”. *Microelectronic Engineering*, Vol. 46, No. 1, pp. 473–476, 1999.
- [Buts 99b] J. Butschke, A. Ehrmann, E. Haugeneder, M. Irmscher, R. Kaesmaier, K. Kragler, F. Letzkus, H. Loeschner, J. Mathuni, I. W. Rangelow, C. Reuter, F. Shi, and R. Springer. “PN and SOI wafer flow process for stencil mask fabrication”. In: U. F. W. Behringer, Ed., *Proceedings of SPIE*, pp. 20–29, SPIE, 1999.
- [Chan 05] C. Chang, Y.-F. Wang, Y. Kanamori, J.-J. Shih, Y. Kawai, C.-K. Lee, K.-C. Wu, and M. Esashi. “Etching submicrometer trenches by using the Bosch process and its application to the fabrication of antireflection structures”. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 15, No. 3, pp. 580–585, 2005.
- [Chun 04] G. Chung. “Fabrication and characterization of micro-heaters with low-power consumption using SOI membrane and trench structures”. *Sensors & Actuators: A. Physical*, Vol. 112, No. 1, pp. 55–60, 2004.

- [Cian 02] E. Cianci, V. Foglietti, G. Caliano, and M. Pappalardo. “Micromachined capacitive ultrasonic transducers fabricated using silicon on insulator wafers”. *Microelectronic Engineering*, Vol. 61, pp. 1025–1029, 2002.
- [Fern 06] M. Fernández-Bolaños, N. Abelé, V. Pott, D. Bouvet, G. Racine, J. Quero, and A. Ionescu. “Polyimide sacrificial layer for SOI SG-MOSFET pressure sensor”. *Microelectronic Engineering*, Vol. 83, No. 4-9, pp. 1185–1188, 2006.
- [Fuld 01] M. Földner, A. Dehé, R. Aigner, T. Bever, and R. Lerch. “Silicon microphones with low stress membranes”. *Proceedings of Transducers*, Vol. 1, pp. 126–129, 2001.
- [Groe 08] J. Groenen, F. Poinsothe, A. Zwick, C. M. S. Torres, M. Prunnila, and J. Ahopelto. “Inelastic light scattering by longitudinal acoustic phonons in thin silicon layers: From membranes to silicon-on-insulator structures”. *Physical Review B*, Vol. 77, No. 4, p. 045420, 2008.
- [Ishi 01] M. Ishida, Y. Matsumoto, and H. Takao. “SOI Sensors”. *Sensors Update*, Vol. 6, No. 1, pp. 301–331, September 2001.
- [Koch 09] C. Koch and T. J. Rinke. *Lithographie - Theorie und Anwendung von Fotolacken, Entwicklern, Ätzchemikalien und Lösemitteln*. 2008-2009. MicroChemicals.
- [Laco 06] J. Laconte, D. Flandre, and J.-P. Raskin. *Micromachined Thin-Film Sensors for SOI-CMOS Co-Integration*. Springer Verlag, 2006.
- [Laer 03] F. Laermer and A. Urban. “Challenges, developments and applications of silicon deep reactive ion etching”. *Microelectronic Engineering*, Vol. 67, pp. 349–355, 2003.
- [Laer 05] F. Laermer and A. Urban. “Milestones in deep reactive ion etching”. *Solid-State Sensors, The 13th International Conference on Actuators and Microsystems, 2005, TRANSDUCERS’05*, Vol. 2, pp. 1118–1121, 2005. Robert Bosch GmbH Stuttgart.
- [Letz 00] F. Letzkus, J. Butschke, B. Höfflinger, M. Irmscher, C. Reuter, R. Springer, A. Ehrmann, and J. Mathuni. “Dry etch improvements in the SOI wafer flow process for IPL stencil mask fabrication”. *Microelectronic Engineering*, Vol. 53, No. 1-4, pp. 609–612, 2000.
- [Lu 01] C.-C. Lu, F. Udrea, J. W. Gardner, D. Setiadi, T. Dogaru, T. H. Tsai, and J. A. Covington. “Design and coupled-effect simulations of CMOS micro gas sensors built on SOI thin membranes”. *Design, Test, Integration, and Packaging of MEMS/MOEMS 2001*, Vol. 4408, No. 1, pp. 86–95, 2001.

- [Mado 02] M. J. Madou. *Fundamentals of Microfabrication - The science of Miniaturization*. CRC Press, second edition Ed., 2002.
- [Mart 07] P. Martins, S. Beclin, S. Brida, S. Metivet, O. Stojanovic, and C. Malhaire. "Design of bossed silicon membranes for high sensitivity microphone applications". *Microsystem Technologies*, Vol. 13, No. 11, pp. 1495–1500, 2007.
- [R Wa 08] R. Waitz — O. Schecker, and E. Scheer. "Nanofabricated adjustable multicontact devices on membranes". *Review of Scientific Instruments*, Vol. 79, No. 9, p. 093901, 2008.
- [Seid 90] H. Seidel, L. Csepregi, A. Heuberger, and H. Baumgärtel. "Anisotropic Etching of Crystalline Silicon in Alkaline Solutions". *Journal of The Electrochemical Society*, Vol. 137, p. 3612, 1990.
- [Soto 04] C. M. Sotomayor Torres, A. Zwick, F. Poinsothe, J. Groenen, M. Prunnila, J. Ahopelto, A. Mlayah, and V. Paillard. "Observations of confined acoustic phonons in silicon membranes". *physica status solidi(c)*, Vol. 1, No. 11, pp. 2609–2612, 2004.
- [Udre 01] F. Udrea, J. Gardner, D. Setiadi, J. Covington, T. Dogaru, C. Lu, and W. Milne. "Design and simulations of SOI CMOS micro-hotplate gas sensors". *Sensors & Actuators: B. Chemical*, Vol. 78, No. 1-3, pp. 180–190, 2001.
- [Veen 01a] E. van Veenendaal, K. Sato, M. Shikida, A. Nijdam, and J. van Suchtelen. "Micro-morphology of single crystalline silicon surfaces during anisotropic wet chemical etching in KOH: velocity source forests". *Sensors & Actuators: A. Physical*, Vol. 93, No. 3, pp. 232–242, 2001.
- [Veen 01b] E. van Veenendaal, K. Sato, M. Shikida, and J. van Suchtelen. "Micro-morphology of single crystalline silicon surfaces during anisotropic wet chemical etching in KOH and TMAH". *Sensors & Actuators: A. Physical*, Vol. 93, No. 3, pp. 219–231, 2001.
- [Walk 01] M. J. Walker. "Comparison of Bosch and cryogenic processes for patterning high-aspect-ratio features in silicon". *MEMS Design, Fabrication, Characterization, Packaging*, Vol. 4407, No. 1, pp. 89–99, 2001.
- [Yang 99] L. J. Yang and Y.-M. Chang. "Micro pressure sensor with submillimeter size by silicon bulk micromachining". *Micromachined Devices and Components V*, Vol. 3876, No. 1, pp. 260–266, 1999.
- [Yosh 02] M. Yoshizawa. "Sub-50 nm stencil mask for low-energy electron-beam projection lithography". *Journal of Vacuum Science, Technology B: Microelectronics, Nanometer Structures*, Vol. 20, p. 3021, 2002.

Kapitel 2

Messungen und Resultate

Es werden in diesem Kapitel verschiedene Messungen ausschliesslich zu den Membranen (statische und dynamische mechanische Messungen) vorgestellt. Wenn es nötig ist, wird der Messaufbau kurz angesprochen. Ein gewisser Teil dieser Messungen wurde zusammen mit meinem Diplomanden Reimar Waitz durchgeführt, den ich ein Jahr lang ausgebildet und betreut habe.

2.1 Membranoxydation

Wie in der Abbildung 1.6 auf Seite 137 schon gezeigt, schlagen die Membranen Falten¹. Dies kommt aufgrund der verschiedenen Gitterparameter von Silizium und dessen Oxyd zustande. Die interatomare Distanz verändert sich [Ng 99] von 2,35 Å (Si-Si Bindung) im *Si* zu 1,6 Å (Si-O Bindung) im *SiO₂*.



¹Man muss hier betrachten, dass das *SiO₂* Volumen etwa 2,25 Mal größer als das gleiche *Si* Volumen bei gleicher Quantität an *Si* ist (aufgrund des zusätzlichen Sauerstoffs). Doch bei kleinen nativen Oxyddicken ist es vor allem der Gitterparameter Unterschied, der eine Rolle bei der Deformation der Membranen spielt. Für dicke, durch thermische Oxydation gewachsene *SiO₂* Schichten wird der Unterschied der Ausdehnungskoeffizienten ausschlaggebend sein [Guyo 97].

Abbildung 2.1: Bilder im optischen Mikroskop unterschiedlicher Oxydationsstadien einer Testmembran kleiner Größe. In [a] sieht man den Zustand direkt nach der Herstellung. Die Membran besitzt zu diesem Zeitpunkt auf der Rückseite noch die dicke Oxydsschicht (≈ 400 nm) des BOX. In [b] wurde die Membran in eine Flusssäure Lösung getaucht, um die vergrabene BOX Oxydschicht zu entfernen. In [c] hat die Membran 5 Minuten an Raumluft verbracht. In [d] hat sie 24h an Raumluft verbracht. Wir haben uns entschieden, diese Membran zu zeigen, da sie starke Randeffekte zeigt, die das Fortschreiten der Oxydation klar hervorheben.

Je dicker die native Oxydschicht ist, umso stärker zwingt sie das darunterliegende Silizium, Falten zu werfen. Der Einfluss der Oxyddicke auf die Membran ist in der Abbildung 2.1 klar zu erkennen. In [b], ist die Oxyddicke fast Null, weil sie gerade erst im HF abgetragen wurde; in [c] beträgt die Dicke des nativen Oxyds auf jeder Seite etwa 6 \AA [Stew 01] (siehe Abbildung E.1, Seite 202); und in [d] beträgt die Dicke etwa 9 \AA . In [a] schließlich, befindet sich noch das BOX Oxyd des SOI Wafers mit einigen hundert Nanometer Dicke unter der Membran. Die Entwicklung der Falten von einem Bild zum anderen ist klar zu sehen, und zeigt einen eindeutigen Einfluss der Oxyddicke auf den Stresszustand der Membranen, und dies schon ab lediglich einigen Paar \AA Dicke.

Dieser Stress nimmt seinen Ursprung an Grenzfläche. Es wurde in der Literatur gezeigt, dass der Übergangsbereich vom Silizium zum Siliziumdioxid, weit davon entfernt sprunghaft zu sein, sich über eine Distanz erstreckt, die von einigen \AA ngström zu einigen zehn \AA ngström reicht [Himp 88] [Good 85] [Ng 99]. Simulationen haben gezeigt, dass die Oxydationszahl des Si mit dem Hineintreten in das SiO_2 zunimmt [Ng 99]. Das heißt, dass der Übergangsbereich aus einer Sauerstoff defizienten Schicht besteht. In dieser Übergangsschicht, haben Ng et al. gefunden, dass der Gitterparameter des Siliziums, verglichen mit dem des Bulks, um einige Prozent kontrahiert ist, während der Gitterparameter des Siliziumoxyds gedehnt ist, was zu einem mechanischen Stress in der Übergangsschicht führt [Ravi 87]. Die Bilder von [b] nach [d] der Abbildung 2.1 entsprechen also wahrscheinlich dem Wachstum einer Oxydschicht, die dünner als die hier besprochene Übergangsschicht ist, was eine Veränderung des Stresszustandes mit der Zeit erklärt. Im Gegensatz dazu ist der Ursprung des Stresses in Bild [a] eher thermischer Natur und mit dem thermischen "Bouding" des Top-Si auf das Oxyd bei der Herstellung der SOI Wafer verbunden [Brue 95] [Brue 97]. Außerdem finden wir in der Literatur, dass die Oxydationsgeschwindigkeit (für thermische Oxydation) stark vom Stresszustand des Siliziums abhängt. Demnach wird eine flache Fläche sehr viel schneller oxydieren als eine konvexe Fläche, welche wiederum leicht schneller oxydiert als eine konkave Fläche [Kao 85] [Kao 87]. Diese Variationen können hier einen Unterschied von bis zu 30% ergeben. Man kann annehmen, dass solche Variationen der Oxydationsgeschwindigkeit sich auch auf das Wachstum von nativem Oxyd übertragen lassen können. Wenn dies der Fall ist, kann die ursprüng-

liche Deformation der Membran ein inhomogenes Wachstum des nativen Oxyds in Gang setzten, was zu Inseln auf der Membran mit unterschiedlichen Oxyddicken führt. Diese Inseln beeinflussen ihrerseits die Deformation der Membran, so dass letztendlich Deformationsinseln sich auf den oxydierten Membranen formen.

2.2 Statische Deformation der Membran

In diesem Abschnitt werden wir untersuchen, wie gut sich eine Membran verformen lässt. Zu aller erst werden die experimentellen Vorrichtungen zur Membran-deformation skizziert.

2.2.1 Prinzip der Deformationsmessung

Um Deformationsmessungen durchzuführen, wurden die Membranen entweder global (Abbildung 2.2 **A**) durch Anlegen eines Druckunterschiedes oder lokal (Abbildung 2.2 **B**) mit einem Stempel verformt.

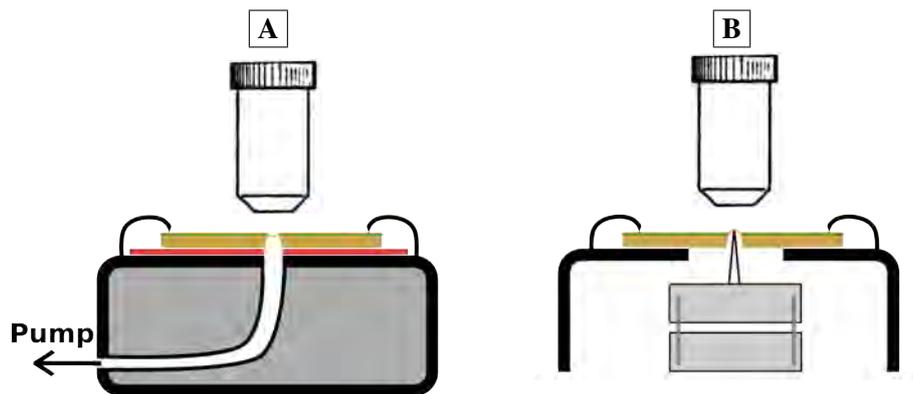


Abbildung 2.2: **A** Messung durch Anlegen eines Druckunterschiedes. Unter der Membran befindet sich eine Silikondichtung (in Rot). **B** Messung mit einem Stempel. Dieser besteht entweder aus Graphit oder aus Glas. In beiden Fällen wird das Siliziumstück, in dem die Membran eingespannt ist, durch zwei Metallspitzen gehalten.

Was den Druckunterschied angeht, so wurden die hier präsentierten Deformationen durch Anlegen eines Unterdrucks erhalten. Das Siliziumstück wurde alleine durch zwei Metallspitzen auf die Silikondichtung gepresst (siehe Abbildung 2.2), was beim Anlegen eines Überdrucks zum Entweichen von Luft und dadurch zu Vibrationen führte. Ab einem gewissen Niveau an Vibrationen, werden die Membranen dann zerstört. Das Anlegen von Unterdruck bringt den Vorteil mit sich,

dass das Siliziumstück angezogen wird und so mögliche Lecks automatisch abgedichtet werden. Was die Deformation mit einem Stempel angeht, so haben wir die Mechanik der Abbildung 1.9 **B** verwendet. Der Stempel kann durch ein Slip-Stick Piezosystem an die Membran herangebracht werden. Wenn ein feinerer Bewegungsverlauf benötigt wird, wird der Piezo kontinuierlich angetrieben.

Diese Deformationen wurden unter zwei verschiedenen optischen Profilometern realisiert, welche entweder durch eine Phasenverschiebungstechnik ein dreidimensionales Bild liefern oder anhand einer Fokusverfolgungstechnik das Höhenprofil eines Querschnittes ausgeben.

Wir werden uns jetzt die Deformation der Membranen für verschiedene Situationen anschauen, wobei zu aller erst der Einfluss des Oxyds ohne externe Kraft untersucht wird.

2.2.2 Durch das native Oxyd hervorgerufene Deformation

Verschiedene Membranprofil-Messungen im Ruhezustand

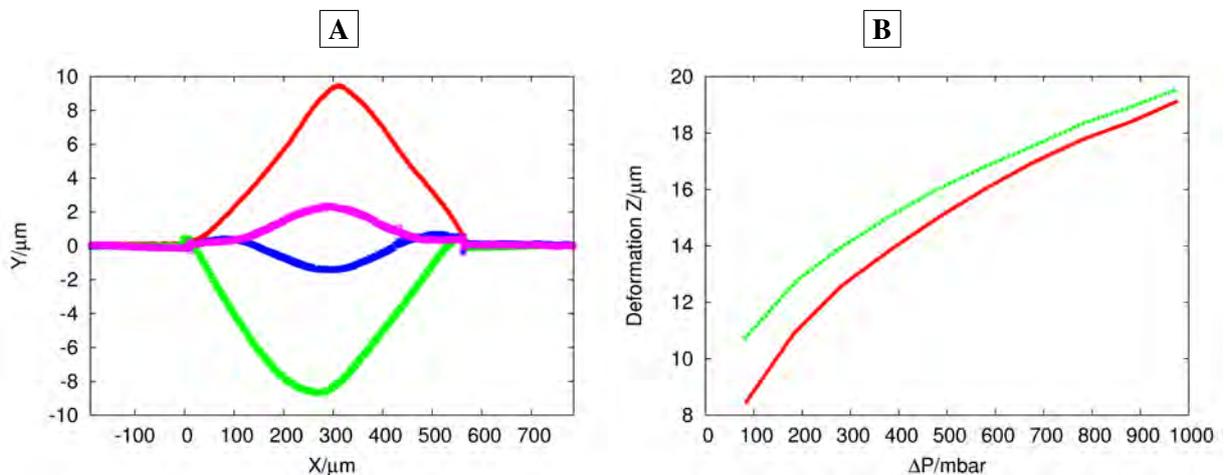


Abbildung 2.3: **A** Bistabile Zustände einer quadratischen Membran mit $570\ \mu\text{m}$ Breite, ohne Zuleitungen. Die stärksten Deformationen nach oben und nach unten (rot und grün) entsprechen den zwei möglichen Zuständen der Membran mit einer nativen Oxydschicht (was nach [Stew 01] $12\ \text{\AA}$ Oxyd entspricht); die schwächeren Deformationen (blau und rosa) entsprechen den gleichen Zuständen mit wenig Oxyd (5 min nach einem HF Schritt, also $6\ \text{\AA}$ nach [Stew 01]). **B** Deformation dieser gleichen Membran durch Anlegen eines Unterdrucks ΔP . In Grün Membran mit Enddicke an nativem Oxyd und in Rot Membran mit wenig Oxyd (10 min nach dem HF Schritt, also $6\ \text{\AA}$ nach [Stew 01]).

Diese Membranen mit $570\ \mu\text{m}$ Seitenlänge besitzen ohne Anlegen von äußeren Kräften bistabile Zustände² (siehe Abbildung 2.3 **A**). Da diese Zustände durch die Anwesenheit von Oxyd stark beeinflusst werden, könnte man denken, dass auch die Deformation durch Anlegen einer äußeren Kraft vom Oxydationszustand abhängt. Eine Messung, bei der eine Membran mit und ohne Oxyd durch Anlegen von Unterdruck deformiert wurde (Abbildung 2.3 **B**), zeigt uns, dass je größer die angelegte Kraft ist, desto mehr gleichen sich die Deformationen der Membranen mit und ohne Oxyd einander an. Die Kraft, welche durch den Unterdruck erzeugt wird, steigt, bis sie vergleichbar mit der Kraft ist, die durch das Oxyd hervorgerufen wird.

Abschätzung des ursprünglichen mechanischen Stresses in einer Membran

In diesem Abschnitt werden wir uns die piezoresistiven Eigenschaften des Siliziums zunutze machen, um den Rest-Stress (Eigenspannung) einer Membran im Ruhezustand abzuschätzen.

Weitere Details über die Piezoresistivität von Silizium finden sich in [Lysk 01] [Kand 82] [Zavr 93] [Grev 04].

Wir haben hier den elektrischen Widerstand eines Aluminium Bruch-Kontaktes auf einer Siliziummembran gemessen, bei der es keine Polyimidschicht zwischen dem Metall und dem Silizium gab, also ohne freistehende Brücke bei der Einengung. Die Messung wurde mit einer "LR-700"³ durchgeführt, eine "Black-Box", welche mit integriertem Lock-in bei fester Anregfrequenz von 16 Hz im Vierpunktmodus arbeitet. Die Anregespannung beträgt bei diesen Messungen 1 mV.

Die studierte Membran besaß im Ruhezustand bei stärkerer Deformation durch natives Oxyd zwei stabile Konfigurationen; sie war jeweils nach oben bzw. nach unten gewölbt (siehe Abbildung 2.1). Der Übergang der einen zur anderen dieser

²Nach [Malh 02] treten bistabile Zustände bei Membranen mit 3 mm Seitenlänge bei allen Membrandicken unterhalb von $10\ \mu\text{m}$ auf.

³"Linear Research 700", Gerät der ehemaligen Firma *Linear Research*, welche inzwischen von *Lakeshore* aufgekauft wurde.

Konfigurationen wurde anhand von Druck-Pulsen ausgelöst. In der Abbildung 2.4 kann man eine Widerstandsveränderung als Funktion der Membranposition bei jedem Druck-Puls sehen. Die Position der Membran wurde parallel dazu in einem optischen Mikroskop bestimmt.

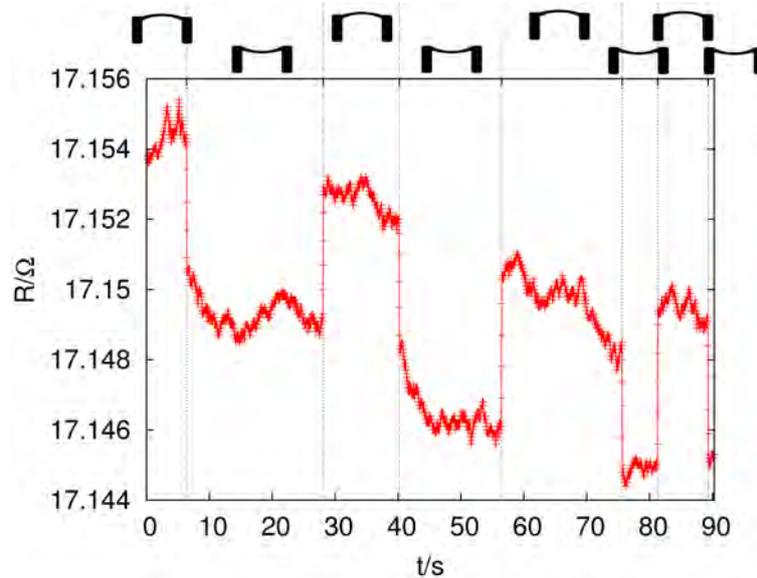


Abbildung 2.4: Widerstandsänderung an den Kontakten eines ungeöffneten Bruch-Kontaktes als Funktion der Membranposition. Oberhalb der Abbildung wurde schematisch die Position der Membran als Funktion der Zeit aufgetragen.

Wir wissen, dass sich der Widerstand, den man für einen ungeöffneten Aluminium Bruch-Kontakt erwartet, zwischen 40Ω und 100Ω befinden muss; allerdings zeigt die Messung der Abbildung 2.4 nur einen Widerstand von 17Ω an. Da der Bruch-Kontakt im hiesigen Fall nicht vom Silizium isoliert ist, ist es wahrscheinlich, dass der Strom parallel im Silizium und im Aluminium fließt. Wenn man davon ausgeht, dass der hier präsentierte Bruch-Kontakt einen Widerstand von etwa 70Ω besitzt, dann beträgt der Widerstand des Siliziumbereichs, durch den der Strom fließt, etwa 22Ω . Die gemessene Widerstandsänderung von $4 m\Omega$ bei jedem Positionswechsel entspricht einem $\frac{\Delta R}{R_0} = 2 \cdot 10^{-4}$.

Wir können jetzt die Piezoresistivität des Siliziums verwenden, um den Wert des Stresses bezüglich einer $\langle 100 \rangle$ Deformation⁴ in der Membran abzuschätzen.

$$\frac{\Delta R}{R_0} = \sigma_1 \pi_{11} + \sigma_2 \pi_{12} \quad (2.1)$$

⁴Die Gleichung 2.1 ist für eine Siliziumdotierung zwischen $1,3 \cdot 10^{15} cm^{-3}$ und $2,6 \cdot 10^{15} cm^{-3}$ bei einer Temperatur von etwa $25^\circ C$ gültig.

σ_1 und σ_2 die Komponenten des Stresses in der Fläche der Membran ($\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma$ für einen biaxialen Stress in der Mitte der Membran) und π_{ij} die Koeffizienten des Piezoresistivitätstensors⁵.

$$\sigma = \frac{\frac{\Delta R}{R_0}}{\pi_{11} + \pi_{12}} = 3,3 \cdot 10^6 \text{ Pa} \quad (2.2)$$

Die Widerstandsänderung der Abbildung 2.4 entspricht demnach zwei Mal dem Stresszustand der gewölbten Position der Membran, das heißt einem Stress in der Membran der Größenordnung 1 bis 2 GPa oder 10 bis 20 bar. Dieser vom Oxyd herrührende Stress scheint auf den ersten Blick erheblich zu sein. Wenn man aber diesen Stresswert mit der Bruchbelastung für Bulk Silizium von 3700 bar [Hu 82] vergleicht, sieht man, dass der abgeschätzte Stress weit davon entfernt ist, das Silizium zu gefährden. Im Falle eines durch feuchte Oxydation hergestellten dicken thermischen Oxyds kann der Stress sehr viel stärker ausfallen. Wir verweisen auf [Guyo 97], der in einer 4,4 μm dicken Siliziummembran, welche durch eine 2,1 μm dicke Oxydschicht verspannt ist, einen maximalen lokalen Stress von 2300 bar findet, was etwa 60% der Bruchbelastung⁶ von Silizium entspricht.

2.2.3 Verformung unter dem Einfluss eines Unterdruckes

Die maximale Auslenkung h einer Membran beim Anlegen eines externen Drucks p ist durch folgende Formel gegeben [Dege 01]:

$$p \simeq \frac{4t\sigma_0}{r^2}h + \frac{8t}{3r^4}Y \cdot k \cdot h^3 \quad (2.3)$$

mit t der Dicke der Membran, r dem Radius der Membran⁷ (runde Membranen), σ_0 dem Residual-Stress, Y dem biaxialen Modul und k einer von Eins leicht verschiedenen Anpassfunktion. Wir sehen in dem Ausdruck 2.3, dass der Residual-Stress nur in dem linearen Term der Gleichung steht. Bei starker Deformation dominiert der h^3 Term, weshalb wir vorhin gesehen haben, dass die Auslenkungen der Membranen mit und ohne Oxyd sich angleichen (Abbildung 2.3 **B**).

Wir können 2.3 in folgender Form neu schreiben:

$$F = p \cdot A \simeq A \cdot C_1 \cdot h + A \cdot C_2 \cdot h^3 \quad (2.4)$$

⁵ $\pi_{11} = 6,6 \cdot 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$ und $\pi_{12} = -1,1 \cdot 10^{-11} \text{ Pa}^{-1}$ [Smit 54]

⁶Wenn man die Veränderung der elektrischen Eigenschaften und die mögliche Deformation der Membranen betrachtet, wäre es für eine potentielle elektromechanische Anwendung der Membranen interessant, diese lokal zu verformen, um so lokal auch die elektrischen Eigenschaften zu verändern (ein Beispiel an "Bänder Strukturierung" auf SOI Wafer kann unter [Sutt 03] gefunden werden).

⁷Für runde Siliziummembranen angegebene Formel.

mit A der Fläche der Membran und C_1 und C_2 den in der Gleichung 2.3 angegebenen Koeffizienten.

Wir haben die Auslenkung von mehreren Membranen bei Anlegen eines Unterdrucks⁸ gemessen. Die Auslenkung ist in der Abbildung 2.5 als Funktion der angelegten Kraft aufgetragen. Die Daten werden anhand der Gleichung 2.4 gefittet.

Die Fitparameter sind die folgenden:

Membran 1a : $C_1 \cdot A = 2 \cdot 10^{-5} \frac{N}{\mu m}$ et $C_2 \cdot A = 4,5 \cdot 10^{-6} \frac{N}{\mu m^3}$
(blauer Fit - Breite der Membran: $570 \mu m$; kein natives Oxyd)

Membran 1b : $C_1 \cdot A = -3,5 \cdot 10^{-4} \frac{N}{\mu m}$ et $C_2 \cdot A = 5,19 \cdot 10^{-6} \frac{N}{\mu m^3}$
(roter Fit - Breite der Membran: $570 \mu m$; mit nativem Oxyd)

Membran 2 : $C_1 \cdot A \approx 0 \frac{N}{\mu m}$ et $C_2 \cdot A = 1,2 \cdot 10^{-7} \frac{N}{\mu m^3}$
(grüner Fit - Breite der Membran: $3,55 \text{ mm}$; kein natives Oxyd)

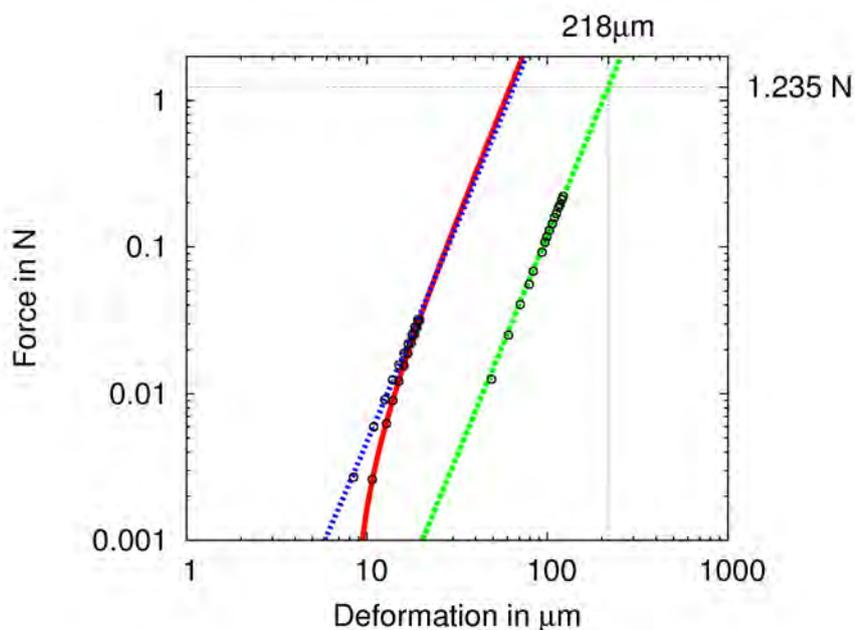


Abbildung 2.5: Auslenkung von zwei Membranen als Funktion des angelegten Unterdrucks (die Linien entsprechen den Fits und die Punkte den gemessenen Daten). In Blau und in Rot sieht man eine $570 \mu m$ breite Membran mit (in Rot) und ohne (in Blau) nativem Oxyd; in Grün sieht man eine $3,55 \text{ mm}$ breite Membran ohne natives Oxyd.

Wir sehen, dass sich die Formen unserer Deformationskurven bei schwachen

⁸Unsere Überdruck-Messungen waren, wie vorher erwähnt, instabil. Die hier präsentierten Messungen werden also immer auf einen maximalen Unterdruck von einer Atmosphäre begrenzt bleiben. Außerdem konnten wir mit unserem optischen Profilometer eine maximale Auslenkung von $100 \mu m$ messen.

Dritter Teil: Raumtemperatur

Kräften stark unterscheiden und bei starken Kräften alle Kurven, zumindest qualitativ, den gleichen Verlauf haben.

Um unsere Messungen untereinander zu vergleichen, berechnen wir den Wert der ursprünglichen Auslenkung $h_0 = -\sqrt{\frac{C_1 \cdot A}{C_2 \cdot A}}$ (ohne angelegten Druck), den Residual-Stress $\sigma_0 = (C_1 \cdot A) \cdot \frac{r^2}{4t \cdot A}$ (indem man für r die halbe Breite unserer quadratischen Membranen verwendet) und das Biaxialmodul $Y = (C_2 \cdot A) \cdot \frac{3r^4}{8t \cdot A}$ (mit $k \approx 1$). Wir erhalten so:

$$\begin{array}{l} \text{Membran 1a: } h_0 \approx -2,1 \mu\text{m} \quad \sigma_0 \approx 37 \text{ bar} \quad Y = 101 \text{ GPa} = 1,01 \cdot 10^6 \text{ bar} \\ \text{Membran 1b: } h_0 \approx 8,2 \mu\text{m} \quad \sigma_0 \approx -643 \text{ bar} \quad Y = 116 \text{ GPa} = 1,16 \cdot 10^6 \text{ bar} \\ \text{Membran 2: } h_0 \approx 0 \mu\text{m} \quad \sigma_0 \approx 0 \text{ bar} \quad Y = 104 \text{ GPa} = 1,04 \cdot 10^6 \text{ bar} \end{array}$$

Wir sehen zu aller erst, dass man für $570 \mu\text{m}$ Membranen ohne natives Oxyd eine ursprüngliche Auslenkung h_0 von $2 \mu\text{m}$ und mit nativem Oxyd von $8 \mu\text{m}$ erhält. Diese berechneten Auslenkungen überschneiden sich mit den in der Abbildung 2.3 gemessenen.

Vergleichen wir jetzt das berechnete Biaxialmodul mit dem Young Modul von $\langle 100 \rangle$ Bulk Silizium, welches gleich 130 GPa [Fran 04] ist. Unsere Rechnungen liefern uns einen Wert von etwa 110 GPa , also ein dem Bulk Silizium sehr nahe liegender Wert. Man kann in der Tat davon ausgehen, dass bei einer Dicke von 340 nm das Silizium noch in jeder Hinsicht makroskopisch reagiert.

Unsere Berechnungen verraten bei den Membranen mit nativem Oxyd ebenfalls einen sehr hohen Residual-Stress. Wenn man das Oxyd entfernt, nimmt der Stress stark ab, ohne jedoch ganz zu verschwinden. Der Residual-Stress ist nur für die großen Membranen gleich Null (in den Grenzen unserer Genauigkeit), bei denen der Einfluss des Membranrandes vernachlässigbar wird. Dieser endliche Stress erlaubt die in Abbildung 2.3 gezeigten bistabilen Zustände.

Wenn man dieses Resultat mit den im Abschnitt 2.2.2 präsentierten Messungen vergleicht — diese lieferten uns einen Stress von etwa 10 bar , dann scheint hier der Stress der oxydierten Membran erheblich größer zu sein (643 bar). Wenn man sich aber die Form einer Membran im statischen Zustand mit einer nativen Oxydschicht und Metallzuleitungen anschaut, sieht man, dass das native Oxyd zwar starke Deformationen hervorruft, aber die Steifigkeit des Metalls jede starke Verformung der Membran an dieser Stelle unterbindet (siehe Abbildung 2.6).

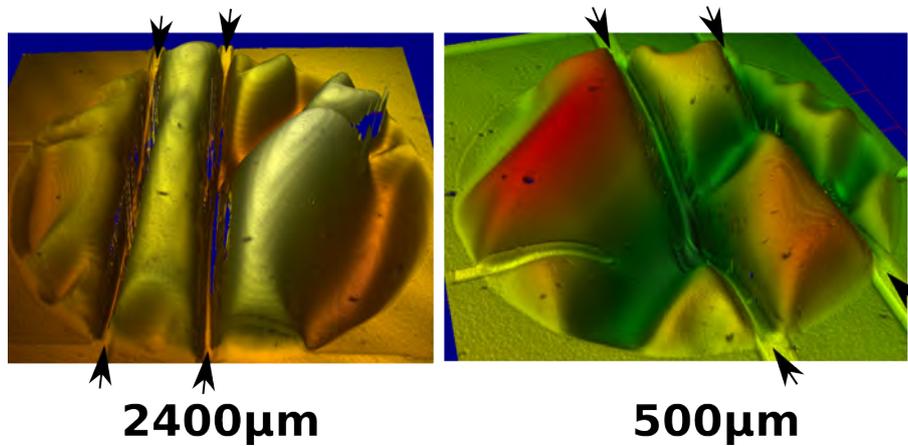


Abbildung 2.6: Verformung von zwei runden Membranen mit Durchmessern von jeweils $2400\ \mu\text{m}$ und $500\ \mu\text{m}$. Die Verformung ist durch das native Oxyd ausgelöst, welches auf beiden Membranseiten aufwächst. Die Deformation ist auf Höhe der Zuleitungen (durch Pfeile angezeigt) blockiert. Dies geschieht einerseits aufgrund der Steifheit des Metals und andererseits aufgrund des fehlenden Oxyds unter der Metallschicht.

Da der Strom in unseren Piezoresistivitätsmessungen wahrscheinlich durch das Silizium direkt unterhalb der Zuleitungen fließt, erhalten wir durch diese Messung einen sehr viel schwächeren Residual-Stress Wert, als in dem Fall von Membranen ohne Zuleitungen, welche in ihrer Gesamtheit gemessen wurden.

Schließlich haben wir auch die Auslenkung einer $3,55\ \text{mm}$ Membran gemessen (hier nicht aufgeführt), welche — ohne zu bersten — einem Unterdruck von $-1\ \text{bar}$ standgehalten hat. Diese Messung entspricht einer Kraft von $1,235\ \text{N}$, also der Abbildung 2.5 nach einer Auslenkung von $218\ \mu\text{m}$. Wir konnten diese Auslenkung mit unserem Profilometer nicht messen, da sein maximaler Messbereich $100\ \mu\text{m}$ beträgt. Diese $1,235\ \text{N}$ entsprechen einem auf der gesamten Membran verteilten Gewicht von $0,126\ \text{Kg}$. Obwohl dieser Wert hoch erscheint, konnten wir zeigen, dass im Rahmen unserer Fit-Genauigkeit und mit der Hypothese, dass die verwendete Gleichung auch für quadratische Membranen gilt, unsere Membranen die gleichen mechanischen Eigenschaften wie das Bulk-Silizium haben.

2.2.4 Verformung anhand eines Stempels

Um den Einfluss einer lokalen Kraft zu studieren, schauen wir uns die Verformung der Membran unter dem Einfluss eines Stempels an (siehe Abschnitt 2.2.1).

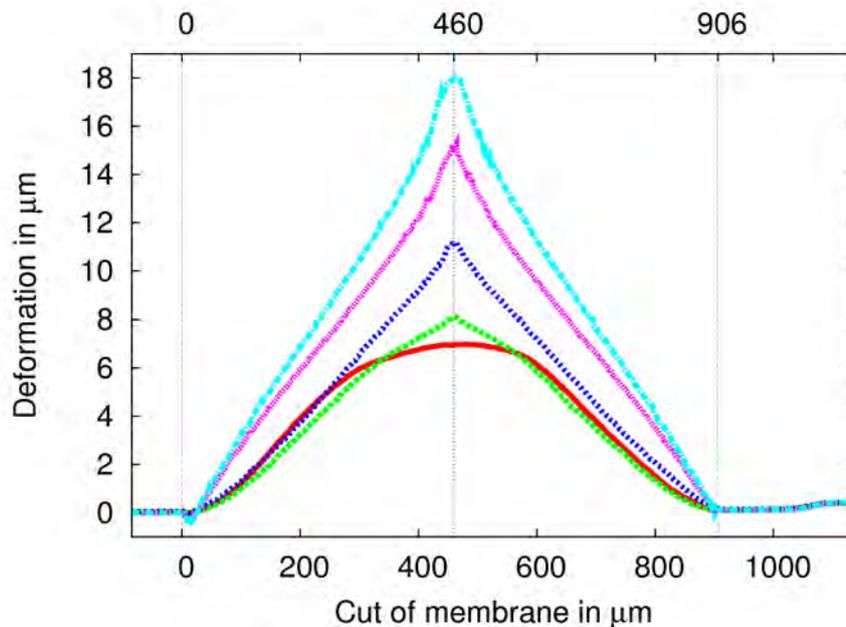


Abbildung 2.7: Querschnitt der Verformung einer $600 \mu\text{m}$ Membran bei unterschiedlichen Stempel-Positionen (diese entlang der Diagonalen — Membran mit Zuleitungen).

Wir sehen in der Abbildung 2.7 einen Schnitt durch eine Membran für unterschiedliche Stempel Positionen. Die Deformation ist hier, verglichen mit dem Einfluss eines Unterdruckes, qualitativ verschieden. Aufgrund der lokal angesetzten Kraft erhalten wir ein Profil in Form einer Spitze dort, wo ein Unterdruck nur runde Strukturen zeigt (außer natürlich am Rand der Membran). Hier in dieser Messung ist das Profil auf beiden Seiten des Stempels flach. An der Spitze schmiegt sich lokal die Membran an den Stempel. Dieser letztere Effekt ist besonders in den dunkelblauen und hellblauen Kurven sichtbar; man sieht am Punkt der stärksten Verformung eine Veränderung der Steigung.

Wir haben beobachtet, dass die Standard Membranen mit $600 \mu\text{m}$ Breite bei Auslenkungen zwischen $30 \mu\text{m}$ und $40 \mu\text{m}$ brechen. Das entspricht für die Membran 1 des vorherigen Abschnittes einer Kraft zwischen 130 mN und 320 mN (bei Verwendung der Gleichung 2.4). Auf diese Weise bekommen wir eine Größenordnung der Kraft, welche beim Brechen ausgeübt wird, da wir mit unserem Messaufbau sonst keinen Zugang dazu hatten. Doch unsere Kraftabschätzung mit der Gleichung 2.4 bleibt grob, da diese im Gegensatz zum Stempel, der eine sehr lokale Kraft ausübt, einer Kraft entspricht, welche über die ganze Membran verteilt ist.

Der Punkt, an dem die Membran bei Stempelverformung bricht, wird durch die im Silizium mechanisch hervorgerufenen Defekte an der Spitze des Stempels

bestimmt. Diese Aussage wird dadurch unterstützt, dass eine Membran, welche anhand eines Stempels stark verformt wird und doch weit entfernt von ihrem dynamischen Brech-Punkt ist, nach einer gewissen Zeit immer zerbricht. Man kann dies durch die progressive Bildung von Fehlstellen erklären, welche sich weiterentwickeln und das Material am Kontaktpunkt des Stempels schwächen, bis der Bruch eintritt (dieser tritt üblicherweise genau an diesem Kontaktpunkt auf). Wir möchten hier noch anmerken, dass die üblicherweise verwendeten Deformationsamplituden, um einen Bruch-Kontakt auf Membran zu öffnen, um $15\ \mu\text{m}$ liegen⁹, also weit weg von dem Punkt, an dem die Membranen brechen.

2.3 Dynamische Deformationen durch Vibrationen

Die Vibrationsmessungen wurden mit einem optischen Profilometer erstellt, welches anhand einer Stroboskoptechnik die Deformation von Eigenmoden "einfrieren" kann. Der Antrieb der Membranen wird durch einen Piezo erzielt, der auf dem Siliziumsubstrat unter der Membran festgeklebt ist. Die Antriebsfrequenz des Piezos wird durch das Profilometer gesteuert¹⁰.

2.3.1 Ausbreitungsgeschwindigkeiten

Um die Vibrationsverformung unserer Membranen interpretieren zu können, müssen wir uns ein Bild der Ausbreitungsgeschwindigkeiten der mechanischen Membranoszillationen machen. Wir betrachten die Membranoszillationen als äquivalent zu akustischen Oberflächen Oszillationen¹¹ (SAW¹²) des Siliziums, für die die Eindringtiefe der akustischen Wellen vergleichbar mit der Materialdicke wird.

⁹Dieser Standardwert für die mittlere Auslenkung hängt sehr stark von der Distanz ab, über die der Bruch-Kontakt unterätzt ist, das heißt von der Distanz, über die wir eine freihängende Brücke haben.

¹⁰Die Frequenz der stroboskopischen Bilder entspricht der Anregungsfrequenz des Piezos. Während der Messung wird die Anregungsfrequenz des Piezos parallel mit der Beleuchtungsfrequenz in einem bestimmten Fenster durchgeführt. Wenn bei einer gegebenen Frequenz ein Bild "eingefroren" wird, bedeutet das, dass es sich um eine Eigenmode handelt, deren Verformung sich periodisch im Laufe der Zeit wiederholt.

¹¹Transversale Wellen

¹²Surface Acoustic Waves

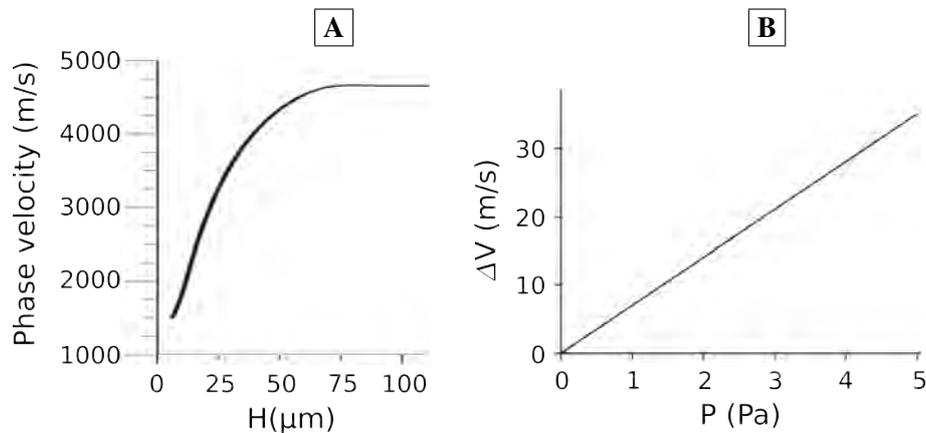


Abbildung 2.8: **A** Simulation der Ausbreitungsgeschwindigkeit von akustischen Oberflächenwellen auf einer Siliziummembran in Abhängigkeit der Membrandicke [Chen 04]. Diese Simulation wurde für Membranen in wässriger Umgebung durchgeführt. **B** Änderung der Ausbreitungsgeschwindigkeit von SAWs auf Bulk Silizium durch Anlegen eines gleichförmigen Drucks [Jian 05] (durch Biegen des Wafers). ΔV entspricht der Ausbreitungsgeschwindigkeits-Veränderung während der Durchbiegung.

Wir sehen in der Abbildung 2.8 **A** die Geschwindigkeit von akustischen Oberflächenwellen in Abhängigkeit von der Dicke einer Siliziummembran. Obwohl diese Simulation in einer wässrigen Umgebung und nicht an Luft durchgeführt wurde, geht hieraus klar hervor, dass — verglichen mit dem Bulk — unsere 340 nm Membranen eine stark verminderte Ausbreitungsgeschwindigkeit besitzen. Die Abbildung 2.8 **B** zeigt, dass sich die Ausbreitungsgeschwindigkeit bei kleinen Drücken linear mit dem Druck ändert. Dies gilt nicht mehr für starke Drücke [Jian 05]. Zusammenfassend können wir sagen, dass unsere Ausbreitungsgeschwindigkeit stark vom Oxydationszustand der Membran abhängt, da er in der Membran starke Stressvariationen hervorrufen kann.

Markus Schmotz in der Gruppe von Prof. Leiderer an der Universität Konstanz hat mittels Laseranregung Messungen der Ausbreitungsgeschwindigkeiten von akustischen Wellen auf Membranen¹³ durchgeführt. Die Messungen beruhen darauf, einen Laserpuls zur Zeit $t=0$ auf die Membran zu geben und die Ausbreitung der dadurch hervorgerufenen akustischen Welle zu messen. Hier dient ein weiterer Laser der Messung. Die jeweilige Position der Laser auf der Membran ist in der Abbildung 2.9 schematisiert. Der Spot des "Messlasers" ist fest und befindet sich in der Mitte der Membran. Der Spot des "Anregungslasers" wird auf einer Geraden, welche von der einen Seite der Membran zu anderen geht, verschoben.

¹³Hier ohne Zuleitungen

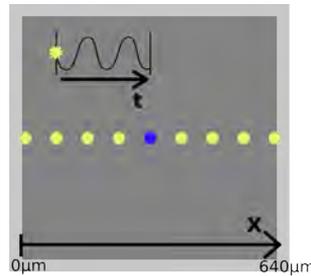


Abbildung 2.9: Prinzip der Messung von Markus Schmotz. Der erste Laser — grün (YAG, Frequenzverdoppelt, 532 nm) — erlaubt anhand eines sehr kurzen Puls (30 ns), die Membran lokal aufzuheizen und so eine akustische Welle auszulösen. Der zweite Laser — blau (Argon Laser, 488 nm) — dessen Spot in der Mitte der Membran fixiert ist, erlaubt es, den Durchgang einer akustischen Welle zu messen. Die Größe jedes Spots beträgt etwa 30 μm .

Der Nachweis des Durchganges der akustischen Welle wird durch die Reflexion des Messspots auf einer mehrquadranten Photodiode bewerkstelligt. Der Zeitpunkt des Ankommens der unterschiedlichen Wellen dient dazu, eine Karte der Wellenausbreitung in Abhängigkeit der Zeit zu zeichnen (Abbildung 2.10). Jeder Messpunkt für eine gegebene Position des Anregungslasers entspricht einer Mittelung über 20 unabhängige Messungen. Diese Karte wird verwendet, um die Ausbreitungsgeschwindigkeit von akustischen Wellen in unseren Membranen zu bestimmen.

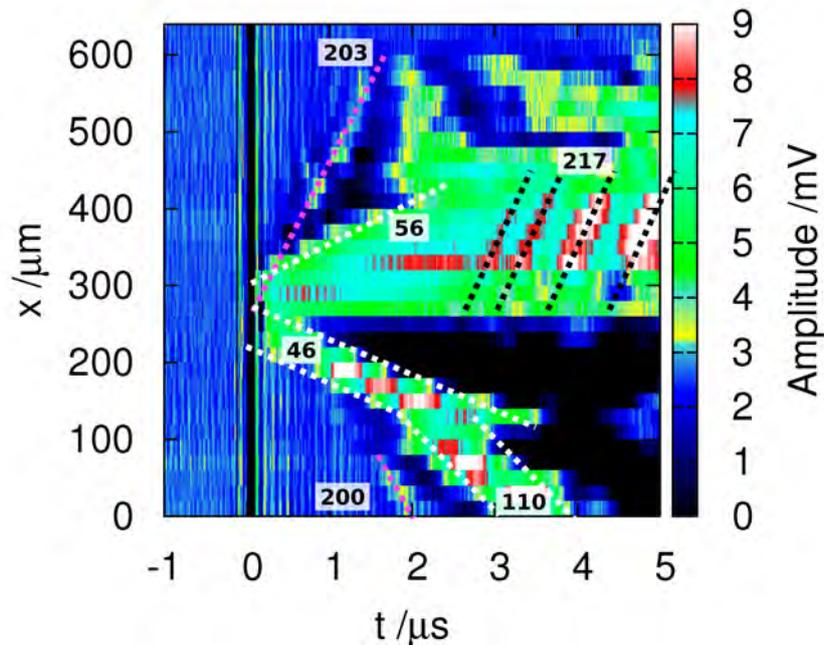


Abbildung 2.10: Messung des Durchganges von akustischen Wellen auf einer Membran in Abhängigkeit der Zeit. Die Membran ist quadratisch und $600 \times 600 \mu\text{m}$ groß. Der Abstand zwischen jeder Messung entspricht $20 \mu\text{m}$. Verschiedene Wellen werden auf der Abbildung durch punktierte Linien angedeutet. Die Geschwindigkeit der Wellen (in m/s) ist in der Abbildung angegeben. Daten von Markus Schmotz.

Da die Wellen von einer lokalen Erhitzung des Siliziums unter dem Einfluss des Lasers herrühren, hängt deren Art von der Spotgröße und von der vom Silizium absorbierten Leistung ab. Man kann also sagen, dass für eine gleiche Spotgröße, eine gleiche Leistung und bei Vernachlässigung des Membranrand-Einflusses der Effekt der Bestrahlung immer der gleiche sein wird und jeweils eine gleiche gegebene Anzahl an Wellen ausgesandt¹⁴ wird.

Wir können in der Abbildung 2.10 sehen, dass unterschiedliche Geschwindigkeiten bestimmt werden können. Zwei Wellenarten stechen hervor, solche mit einer Ausbreitungsgeschwindigkeit um die 200 m/s und solche mit einer Ausbreitungsgeschwindigkeit um 50 m/s. Die schnelleren sind nur sehr schwach beim ersten Durchgang nach Laseranregung sichtbar (rote punktierte Linien). Sie erscheinen aber sehr viel deutlicher bei deren Rückkehr zum Messpunkt, nachdem sie vom Rand der Membran reflektiert wurden (schwarze punktierte Linien).

Im unteren Teil der Abbildung 2.10 beobachtet man einen Geschwindigkeitswechsel bei etwa $2 \mu\text{s}$. Dieser Wechsel könnte vom Einfluss des Randes oder von einer lokal verschiedenen Dicke der Oxydschicht kommen. Hiermit könnte man auch die Asymmetrie zwischen oberer Hälfte und unterer Hälfte der Abbildung 2.10 erklären.

Durch diese Messung bestimmen wir also, dass die Ausbreitungsgeschwindigkeiten auf unseren Membranen zwischen 50 und 200 m/s liegen.

2.3.2 Eigenfrequenzen

Wir haben in einem optischen Profilometer anhand einer stroboskopischen Messung das Frequenzspektrum von drei runden Membranen mit unterschiedlichen Durchmessern gemessen.

¹⁴Es ist möglich, eine Analogie mit einem Stein zu machen, den man in einen Teich wirft. Wenn man immer den gleichen Stein mit der gleichen Geschwindigkeit in den Teich wirft, dann werden die emittierten Wellen bei jedem Wurf die gleichen sein, wenn man dem System die Zeit gibt, zwischen zwei Steinen zu seinem Gleichgewichtszustand zurückzukommen, und wenn die Ränder nicht zu nahe am Beobachtungspunkt sind.

Messung zu tiefen Frequenzen

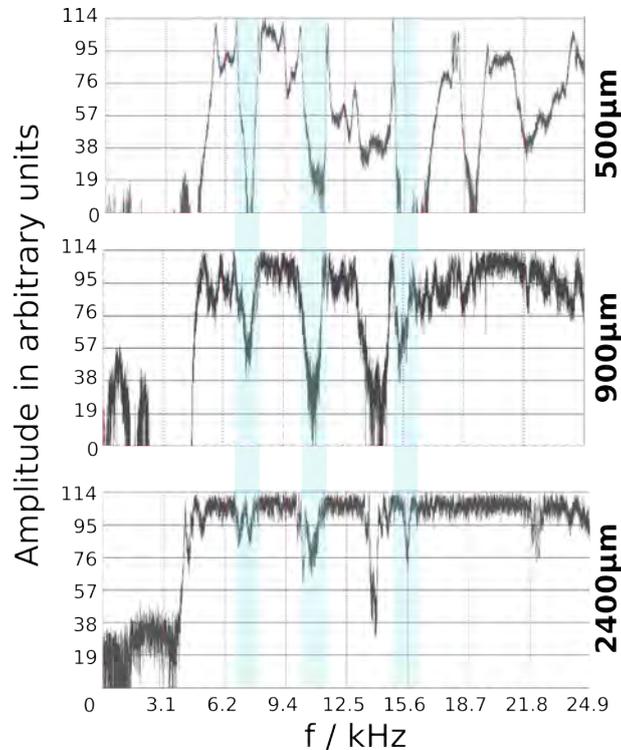


Abbildung 2.11: Amplitude der Oszillation als Funktion der Vibrationsfrequenz für verschiedene Durchmesser von runden Membranen. Diese Spektren wurden an einem gegebenen Punkt einer jeden Membran gemessen.

Die erste Information, die uns das Spektrum der Abbildung 2.11 liefert, ist die Frequenz der ersten Vibrationsmode. Diese befindet sich bei:

- 5,8 kHz bei der 500 μm Membran
- 5,2 kHz bei der 900 μm Membran
- 4,4 kHz bei der 2400 μm Membran

Dieses Resultat erscheint beim ersten Hinschauen etwas erstaunlich, wenn man betrachtet, dass die fundamentale Mode stark von der Größe der Membran abhängen sollte. Wenn man die jeweiligen Ausbreitungsgeschwindigkeiten bestimmt, erhält man mit¹⁵ $c = \lambda \cdot f$:

- 5,8 m/s für die 500 μm Membran
- 9,36 m/s für die 900 μm Membran
- 21,12 m/s für die 2400 μm Membran.

Diese Geschwindigkeiten befinden sich im unteren Bereich der in der Abbildung 2.10 gefundenen Geschwindigkeiten.

¹⁵Mit λ der Wellenlänge der fundamentalen Mode, welche dem doppelten Membrandurchmesser entspricht.

Betrachten wir genauer die Abbildung 2.11. Über den reinen Anfang der Oszillationen hinaus — dieser befindet sich bei etwa der gleichen Frequenz für alle drei Membranen — können wir unterschiedliche Bereiche erkennen, in denen die Vibrationsamplitude der drei Membranen parallel abnimmt (in der Abbildung 2.11 in Blau markiert). Wie kann man dieses Verhalten erklären, wenn davon ausgegangen wird, dass jede Membrangröße eigene Eigenmoden besitzt¹⁶, die stark von deren Größe abhängen und deshalb äußerst verschieden sein müssten. Wir müssen hier anmerken, dass sich alle drei Membranen auf dem gleichen Siliziumstück befanden. Die Vibrationen, welche in der einen oder der anderen Membran induziert wurden, können mit den Vibrationen einer anderen gekoppelt sein. Auch der Anfang der Vibrationen kann stark durch die größte der drei Membranen beeinflusst sein. So könnte man die scheinbar sehr tiefen Ausbreitungsgeschwindigkeiten in den zwei kleineren Membranen erklären.

Unterteilung der Membran in Domänen

Man kann man sich zudem fragen, warum — neben dem reziproken Einfluss der Membranen — die größte der drei Membranen nur sehr wenige Moden aufweist, welche obendrein schlecht definiert sind. Dieses Verhalten kann erklärt werden, wenn man sich genauer die Form der Membranen im statischen Zustand anschaut. Ein Bild der Interferenzen, welche vom Profilometer auf die Membran projiziert werden — diese entsprechen Höhenlinien, lässt verschiedene Bereiche erscheinen (siehe Abbildung 2.12).

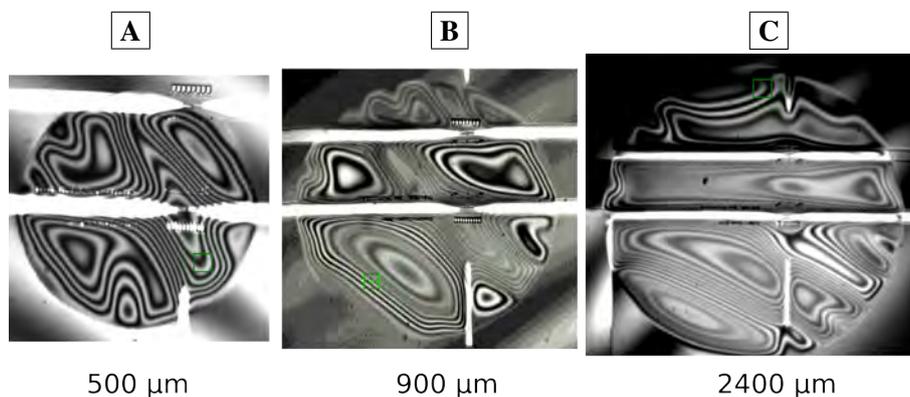


Abbildung 2.12: Photos verschiedener runder Membranen im Ruhezustand. Anhand der Interferenzen ist es möglich, die Deformationsextrema der Membranen zu sehen. Die horizontalen und vertikalen weißen Linien entsprechen den Zuleitungen auf den Membranen.

¹⁶Die einfachste Lösung wäre zu sagen, dass der Piezo bei diesen Frequenzen nicht in der Lage ist, die Probe anzutreiben. In diesem Fall wäre es aber erstaunlich, dass es so viele, so gut definierte und so nahe beieinander liegende Frequenzen gibt, bei denen der Piezoantrieb Schwierigkeiten bereitet. Deshalb gehen wir nicht davon aus, dass es sich um ein Problem des Piezos handelt.

Diese so sichtbar gemachten Zonen entsprechen Extrema der statischen Deformation¹⁷. Diese Extrema bilden ihrerseits "Unter-Membranen". Diese Regionen haben einen Einfluss auf die Verteilung der möglichen Eigenschwingungen¹⁸.

Wenn man versucht die Anzahl der möglichen Extrema zu zählen, kommen wir auf:

- 8 für die Membran mit 500 μm Durchmesser
- 11 für die Membran mit 900 μm Durchmesser
- 14 für die Membran mit 2400 μm Durchmesser

und das bei abnehmender Domänengröße (Achtung, man muss den Maßstabsunterschied zwischen den **A**, **B** und **C** Photos der Abbildung 2.12 beachten). Wenn man davon ausgeht, dass jede dieser Domänen Eigenfrequenzen besitzt und dass sie obendrein untereinander koppeln können, was weitere mögliche Eigenfrequenzen zu Folge hat, dann kommt man zum Schluss: Je größer die Domänen sind und je mehr Domänen es gibt, desto mehr Frequenzen wird es geben, bei denen die Membran schwingt.

Wenn man sich unter dem Profilometer die Form einer Mode bei einigen kHz anschaut, dann kann man sehen, dass die Domänen der Oszillationen die Domänen der statischen Deformation sind¹⁹. Dies kann in der Abbildung 2.13 gesehen werden, in der die Deformationsamplitude einer Vibrationsmode dargestellt ist (nach Abzug der statischen Deformation).

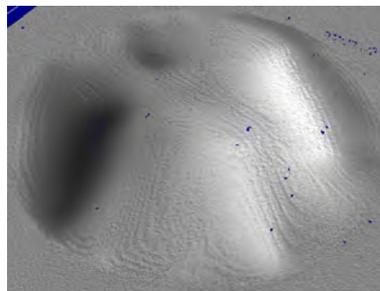


Abbildung 2.13: Vibrationsamplitude der Membran bei einigen kHz, zu einem gegebenen Zeitpunkt der Oszillation (die statische Deformation wurde abgezogen). Man kann verschiedene Domänen sehen, welche durch die oxydierten Bereiche und durch die Zuleitungen definiert sind (siehe Abbildung 2.12 **A**). Die Größe dieser Membran beträgt 500 μm .

¹⁷Diese Domänen existieren ebenfalls — wenn auch in reduziertem Maße — für die Membranen ohne Zuleitungen.

¹⁸Die Amplitude der statischen Verformung ist in der Größenordnung von einigen Mikrometern bei einer Vibrationsamplitude von lediglich einigen hundert Nanometern (Membranen mit Zuleitungen).

¹⁹Filme, die dieses Verhalten zeigen, konnten von uns aufgenommen werden.

Die Membran vibriert mit ihren Domänen, welche nicht nur durch die Oxydation und durch deren Verformung definiert sind, sondern auch durch die Zuleitungen, die man in der Abbildung 2.12 **A** gut sehen kann. Diese Zuleitungen, welche de facto auf der Membran abgeschiedene Metallfilme²⁰ sind, vibrieren nahezu nicht und definieren so Knotenpunkte für die erlaubten Vibrationen. Wenn man folglich ein Frequenzspektrum an verschiedenen Orten der Membran misst, wird es unterschiedlich ausfallen. Dies ist in der Abbildung 2.14 dargestellt:

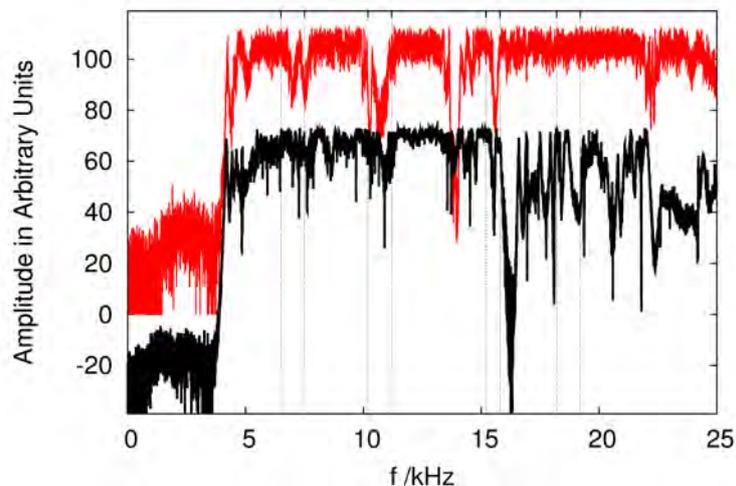


Abbildung 2.14: Zwei Vibrationsspektren für die 2400 μm Membran, welche dadurch erstellt wurden, dass an an verschiedenen Punkten auf der Membran gemessen wurde.

In der Abbildung 2.14 können wir sehen, dass die Strukturen, welche von einer Kopplung der verschiedenen Membranen herrühren, bestehen bleiben. Für die Frequenzen jenseits von 17 kHz treten (schwarzen Kennlinie) definiertere Strukturen auf, das heißt mit einer größeren Amplitudenvariation. Man kann annehmen, dass diese zu den vorher definierten Untermembranen gehören.

Messungen bei hohen Frequenzen

Wenn man schließlich zu höheren Frequenzen übergeht, nimmt die Anzahl an erlaubten Moden für jede Membran ab. Je höher die Frequenz, desto kürzer ist die Wellenlänge der entsprechenden Vibration. Bei tiefen Frequenzen sind die Wellenlängen derselben Größenordnung oder größer als die statischen Domänen, was zu einer Kopplung dieser Domänen führt und so zu einer größeren Anzahl an erlaubten Moden. Bei höheren Frequenzen wird die Wellenlänge sehr klein, verglichen mit der Größe der Domänen, welche dann keine so große Rolle mehr bei der Festlegung der erlaubten Moden spielen, was zu diskreteren und besser definierten

²⁰Das Gold ist hier 100 nm dick. Zur Erinnerung: Die Dicke der Membran beträgt 340 nm.

Moden führt. Man muss hier beachten, dass bei starken Randbedingungen (hier der Rand der Membran) die Moden besser definiert sind. Für eine Domäne, welche durch die Oxydation der Membran definiert ist, sind die Randbedingungen sehr viel schlechter definiert, was zu einem breiteren Spektrum der Frequenzen führt.

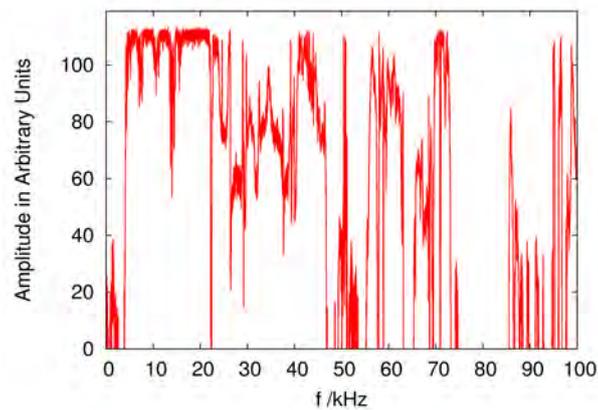


Abbildung 2.15: Vibrationsspektrum der 2400 µm Membran, für Frequenzen von 0 bis 100 kHz.

In der Abbildung 2.15, sehen wir, dass ab 85 kHz immer besser definierte Moden auftreten. Wenn man zu noch höheren Frequenzen übergeht, erhält man:

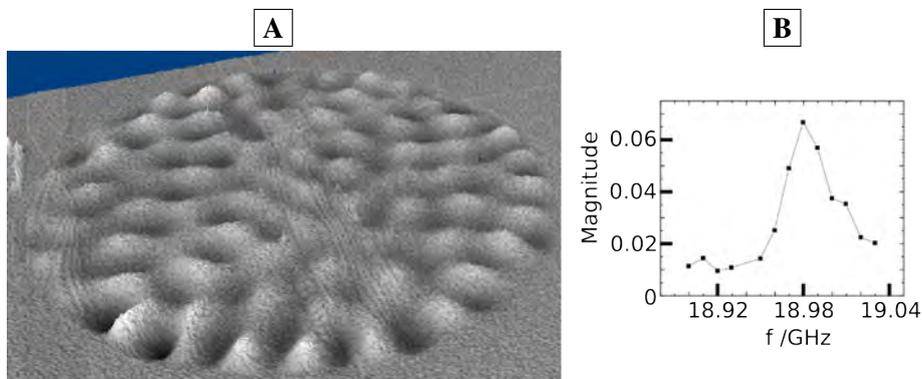


Abbildung 2.16: **A** Statisches Bild der Mode einer runden Membran mit einem Durchmesser von 500 µm und bei einer Frequenz von 1,5 MHz. Die Amplitude der Oszillationen beträgt etwa 16 nm. Der statische Untergrund wurde hier vom Bild abgezogen. **B** Mode der Membran bei 19 GHz, welche durch Daniel Issenmann in der Gruppe von Thomas Dekorsy an der Universität Konstanz gemessen wurde. Diese Mode entspricht der ersten Dickschwingung der Membran. Die Membran ist etwa 220 nm dick, und die Messung wurde in der Mitte der Membran anhand der ASOPS [Bart 07] Technik durchgeführt (eine auf Femtosekunden-Laser basierende Stroboskop-Technik).

In der Abbildung 2.16 **A** können wir sehen, dass bei hohen Frequenzen die Zuleitungen keinen Einfluss mehr auf die Oszillation der Membran haben. Wir können hier durch Zählen der Maxima (8 oder 9) auf einem Membrandurchmesser einen Wert für die Ausbreitungsgeschwindigkeit bestimmen. Das führt uns auf eine Geschwindigkeit von etwa 90 m/s.

Dann sieht man in der Abbildung 2.16 **B** die erste Resonanzmode der Dickschwingungen einer 220 nm²¹ dicken Membran. Für unsere Standarddicke von 340 nm haben Florian Hudert und Daniel Issenmann eine Resonanz bei 12,17 GHz \pm 0,01 GHz gemessen, das mit einer Laserintensität von 100 mW und einem auf die Mitte²² der Membran gerichteten Spot. Bei einer Laserintensität von 150 mW verschiebt sich die Resonanz zu 12,00 GHz \pm 0,02 GHz. Wenn dann der Laserspot zusätzlich nahe an den Rand der Membran positioniert wird, findet man wieder vergleichbare Werte wie für den 100 mW Spot auf die Mitte der Membran.

Das heißt, dass unsere longitudinale akustische Welle (Dickeschwingung) im Silizium folgende Geschwindigkeiten annimmt:

- $f \cdot 2 \cdot t = 12,17 \text{ GHz} \cdot 2 \cdot 340 \text{ nm} = 8276 \text{ m/s}$

für eine Laserintensität von 100 mW und ein Spot auf die Mitte der Membran oder für eine Laserintensität von 150 mW und ein Spot auf den Rand der Membran.

- $f \cdot 2 \cdot t = 12,0 \text{ GHz} \cdot 2 \cdot 340 \text{ nm} = 8160 \text{ m/s}$

für eine Laserintensität von 150 mW auf die Mitte der Membran.

Diese Werte liegen sehr nahe an dem Silizium Bulk-Wert in $\langle 100 \rangle$ Richtung der gleich 8480 m/s ist [Hao 00].

Wenn man schließlich eine Laserintensität von 100 mW (also 8276 m/s) für die Messung der Abbildung 2.16 **B** betrachtet, dann können wir die Dicke unserer Membran abschätzen. Diese liegt dann bei 218 nm, was mit unserer ersten Abschätzung übereinstimmt. Man muss aber daran denken, dass die Erhitzung der Membran bei der Laser Anregung nicht in unsere Rechnungen einbezogen ist. Diese Erhitzung tendiert dazu, das Material lokal aufzuweichen, wodurch die Schallgeschwindigkeit abnimmt. Für einen Spot mit 150 mW erhalten wir deshalb eine langsamere Geschwindigkeit, als bei einem Spot mit 100 mW. Außerdem kann die durch den Laser erzeugte Wärme schneller "abtransportiert" werden, wenn der Spot sich nahe dem Rand der Membran befindet, was dann zu einer höheren Schallgeschwindigkeit führt. So könnte der Unterschied, den es zwischen der Bulk Geschwindigkeit und der bei 100 mW gemessenen Geschwindigkeit gibt, von einem Aufheizen der Membran abstammen.

Zusammenfassend:

- Es ist schwer, bei tiefen Frequenzen die Eigenmoden der gesamten Membranen zu sehen. Die Vibration der Membranen wird dann durch die aufgedampften Materialien (Zuleitungen), die durch die Oxydation definierten Zo-

²¹Diese Dicke, welche dünner als die Standarddicke unserer Membranen ist, wurde durch eine trockene thermische Oxydation einer Standardmembran, gefolgt von einem Flusssäurebad (zur Oxyd Entfernung), erhalten. Deshalb kannten wir anfangs die exakte Dicke dieser Membran nicht.

²²Anregung und Messung werden hier an dem selbem Punkt durchgeführt.

nen und durch die Anwesenheit weiterer Membranen auf der gleichen Probe beeinflusst. Außerdem gilt, dass je kleiner die Membran ist, desto besser die Moden definiert sind.

- Bei höheren Frequenzen (zum Beispiel bei 1,5 MHz) gewinnen die geometrischen Charakteristiken der Membranen wieder die Oberhand, was Membranweit zu klar definierten Eigenmoden führt.
- Die ersten Dickemoden erscheinen bei etwa 10 GHz. Die Ausbreitungsgeschwindigkeit, welche man daraus entnimmt, entspricht etwa der des Bulks. Der Unterschied kommt wahrscheinlich von einer Laser induzierten lokalen Erhitzung der Membran.
- Die tiefsten transversalen Ausbreitungsgeschwindigkeiten, die bestimmt werden konnten, liegen in der Größenordnung 5 m/s bis 20 m/s, was sehr viel tiefer als der Bulk Wert ist (4917 m/s [Jian 05]). Weitere Messungen bei hohen Frequenzen und mit Laseranregung liefern Geschwindigkeiten bis zu 200 m/s. Diese Geschwindigkeiten hängen wahrscheinlich von dem Oxidationszustand der Membran ab.

Wir können also sagen, dass der Frequenzbereich, der die am besten definierten Vibrationen zeigt, so daß ein Studium der elastischen Eigenschaften der Membranen möglich wird, sich zwischen 100 kHz und 10 GHz befindet. Unterhalb von 100 kHz stören parasitäre Phänomene die Eigenmoden, und oberhalb von 10 GHz kann man mit den Dickevibrationen gekoppelte Moden erwarten. Um höhere Frequenzen ohne Dickschwingungen zu erreichen, wird man die Membranen weiter ausdünnen müssen.

2.4 Öffnung von Bruch-Kontakten auf Membranen

Die folgende Publikation behandelt die mechanische Ansteuerung von Bruch-Kontakten auf Membranen anhand der in der Abbildung 1.9 **B** beschriebenen Mechanik. Der Antrieb von monoatomaren Kontakten sowie die Möglichkeit, mehrere Bruch-Kontakte auf ein- und derselben Membran kontrolliert ansteuern zu können, werden hier besprochen. Die Bruch-Kontakte werden hier aus Gold (100 nm Dicke) hergestellt, da bei Raumtemperatur das Aluminium²³, beim Öffnen des Bruch-Kontaktes sofort oxydieren würde. Schließlich besitzt Gold ein sehr stabiles letztes Plateau; wir können uns so leicht in den Bereich eines monoatomaren Kontaktes platzieren. Am Ende dieser Publikation werden Lasermessungen besprochen. Diese sind Teil des nächsten Abschnittes (Abschnitt 2.5).

2.4.1 Publikation

²³Dies ist auch bei sehr tiefen Drücken gültig. Tobias Böhler aus unserer Gruppe hat bestimmen können, dass bei Zimmertemperatur und bei einem Druck von 10^{-9} mbar ein offener Aluminium Bruch-Kontakt in einer 1/2 Stunde oxydiert ist.

Nanofabricated adjustable multicontact devices on membranes

Reimar Waitz,¹ Olivier Schecker,^{1,2} and Elke Scheer¹¹*Department of Physics, University of Konstanz, D-78457 Konstanz, Germany*²*IMEP-LAHC, MINATEC-INPG, F-38016 Grenoble, France*

(Received 2 June 2008; accepted 25 July 2008; published online 8 September 2008)

Adjustable atomic size contacts realized by break junctions have become a standard tool during the last decade. Although nanofabricated break junctions may in principle be incorporated onto complex electronic circuits, a fundamental drawback of the standard break junction technique is its limitation to a single adjustable junction per device. We have fabricated single break junctions as well as devices containing two break junctions on a silicon membrane. The junctions are adjusted by positioning a fine tip via piezocontrol on the rear side of the membrane. We describe the fabrication process of the membranes and the devices and present results obtained on circuits made of gold and platinum. We show that the junctions can be addressed independently by a suitable choice of the tip position. Single-atom contacts, vacuum tunneling contacts as well as larger contacts can be stabilized. © 2008 American Institute of Physics. [DOI: 10.1063/1.2972148]

I. INTRODUCTION

The investigation of electrical properties of matter at the atomic level has become possible by the development of techniques such as the scanning tunneling microscope or mechanically controllable break junctions (MCBs).¹ A variety of realizations of MCBs have been put forward including “notched-wire” MCBs (Ref. 2) and lithographically defined MCBs.³ So far they have in common a bulk substrate made of metal, plastic, or silicon. The adjustment is performed by uniformly bending the substrate. A pushing rod is placed at the rear side of the device closely to the single break junction and two countersupports insure the bending. Since the typical dimension of the bending mechanism is on the millimeter to centimeter scale, it is impossible to integrate and address in a controllable way more than one junction.

We have overcome this restriction by defining MCBs on silicon membranes produced from silicon-on-insulator (SOI) wafers.⁴ We use the elasticity of the membranes to expand them locally with the help of a thin tip and by this means to stretch the metallic nanostructures on top. By displacing the tip in the plane of the membrane the point of maximum expansion can be adjusted according to the designed device. The lateral positioning precision is in the order of micrometers.

In standard MCB realizations the junctions are suspended from the substrate by several hundred nanometers to micrometers.³ This is advantageous to exclude possible influence from the substrate, e.g., in molecular electronics applications.⁵ However, it hampers using the substrate as back gate or for imaging field distributions.^{6,7} On bulky substrates the high suspension is necessary to ensure reliable breaking of the contacts because a particular freestanding length is required for breaking the junctions by elastic and reversible deformation of the substrate. As a compromise a combination of lithographically defined MCBs with electromigration for reducing the initial thickness of the nano-bridge has been put forward.⁸ Since in our new device the

quantity which defines the elongation of the metal structures is the strain and the elastic expansion resulting from the strain, the suspension height may be reduced considerably without further reduction of the lithographically defined bridge diameter [see Figs. 1(a) and 2].

II. SAMPLE FABRICATION PROCEDURE

We start from SOI wafers (Company SOITEC, Grenoble) into which we define freestanding single-crystalline membranes out of Si with a thickness of 340 ± 5 nm, which is defined by the thickness of the silicon top layer by the fabrication process of the wafer. The crystal orientation of the membrane is [100]. The top layer resides on an oxide layer produced by thermal oxidation of Si with an approximate thickness of 400 ± 15 nm. Smaller Si thicknesses down to 24 nm (Ref. 10) have been reported in literature. Our fabrication process is similar to the one described in Ref. 9. After having produced the membranes with a size of 0.6×0.6 mm², we cover the wafers with the membranes with a 100 nm thin layer of polyimide (T-10001 from Brewer Science Inc.) using an adhesion promoter APX-K1 from the same company. This layer has a twofold function. At first it can be etched away in order to suspend the metallic nanobridges and secondly it isolates the metallic nanostructures electrically from the silicon substrate which has a finite conductance at room temperature (ρ ranges from 14 to 22 Ω cm). We then cover the substrates with a standard double layer system of polymethyl methacrylate (PMMA, 100 nm thick) and methyl methacrylate-methacrylic acid (MMA-MAA, 600 nm thick) for electron beam lithography and cut the wafer in quadratic pieces of 8×8 mm². We perform the exposure in a scanning electron microscope equipped with a pattern generator with the desired design. Examples are shown in Figs. 1(a) and 1(b). After development, the metal is evaporated (we tested Al, Pt, and Au) onto the substrate from an electron gun. The next steps are the lift-off of the mask in acetone and isotropic reactive ion etch-

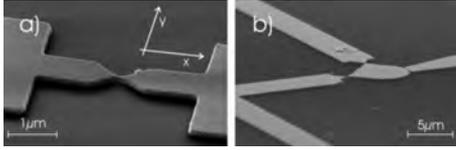


FIG. 1. (a) Electron micrograph of a single gold break junction on a membrane. (b) Electron micrograph of a double junction separated by a circular island of size of $6 \mu\text{m}$. For measuring the conductance of both junctions independently a reference electrode has been attached to the island.

ing of the polyimide in oxygen plasma. The goal of this etching step is twofold. First the narrow bridge has to be detached from the substrate in order to guarantee concentration of the mechanical strain at the bridge for reliable breaking. Secondly, the polyimide on the parts of the membrane which are not covered by metal has to be removed for improving the optical and mechanical properties of the membrane. These two requirements can be fulfilled by suitable choice of the etching parameters [pressure of 1 mbar, power of 50 W, flow of 50 SCCM (SCCM denotes cubic centimeter per minute at STP) O_2], which result in an etching rate of 2.5 nm/min laterally. The process is stopped when the metal structures are underetched laterally by $\Delta w \approx 500 \text{ nm}$. Manifold geometries including single break junctions [Fig. 1(a)] as well as double junctions with a small island in between [Fig. 1(b)] can be fabricated. The minimum island size is limited by the underetching width $D_{\min} > 2 \Delta w$.

III. MECHANICAL CONTROL SYSTEM

The chips with the membranes are then clamped onto a stretching mechanism consisting of a sample holder which carries the chip and a fine tip controlled by a uniaxial piezostage (from Attocube, model ANPz 100, for the z -motion perpendicular to the membrane), which is itself mounted on a mechanically controlled x - y table [see Fig. 2, for the definition of the x and y directions see Fig. 1(a)]. We use the slip-stick mode of the stage for coarse approach and the piezoeffect of the stage element for the fine adjustment. The resolution of the z -detection of our profilometer is limited to a few nanometers, although the stability of the stage should allow subnanometer precision and the results of our transport measurements also suggest the stability to be in this range

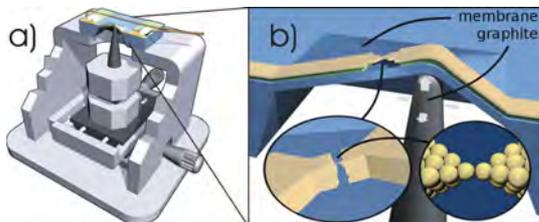


FIG. 2. (Color online) (a) Schematics of the breaking mechanism, showing the sample holder and a cut through a sample (not to scale), the tip, and its control scheme with mechanical x - y stage and piezocontrol for the z motion. (b) Zoom into panel (a) demonstrating the working principle of the setup. The typical membrane size is $0.6 \times 0.6 \text{ mm}^2$ with a thickness of 340 nm .

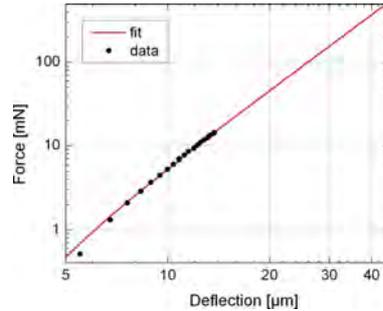


FIG. 3. (Color online) The force needed to cause a given deflection of a membrane with 0.4 mm diameter by applying underpressure on one side. The fit has been performed according to $F(z) = C \times (z^3 - z_0^2 z)$.

(see below). The motion of the tip can be monitored with an optical profiler with integrated microscope and recorded by a charge coupled device camera. The precision with which the tip can be positioned laterally is in the order of $1 \mu\text{m}$, given by the precision of the micrometer screws. Upon pushing the tip toward the membrane it is stretched locally. We tried different tip materials including glass, graphite, Macor® ceramics, epoxy, and metal pins. Best results were obtained with glass and graphite. The glass tips have almost spherical ends and are made from short pieces of homemade glass rod with a diameter between roughly 40 and $100 \mu\text{m}$ by melting the ends and cleaning in ethanol after cooling down. The resulting ends have diameters between 60 and $250 \mu\text{m}$. The glass tips are robust and give very reproducible deformations. They are used for the optical measurements described below. However, for experiments which require displacing the tip along the membrane, graphite tips are advantageous, since the glass tips have the tendency to adhere to the membrane and to move laterally in a slip-stick motion. The graphite tips are made from pencils by careful polishing. The effective curvature varies from tip to tip, but is estimated to be in the order of 10 – $20 \mu\text{m}$. While the graphite tips slide easily along the rear side of the membrane, their tip shape changes resulting in strong variations of the required vertical displacement in order to produce a particular deformation of the membrane and in the formation of multiple tips.

The force, which is required to deform the membrane, can be estimated from the deflection of the membrane when expanded by hydrostatic pressure and recording the shape with the profilometer. Since our setup has only the ability to apply underpressure on one side, we are limited to forces lower than 1 atm times the area of the membrane. The fit function we use in Fig. 3 is $F(z) = C \times (z^3 - z_0^2 z)$ with the fit parameters $C = 5.87 \times 10^{-6} \text{ N}/\mu\text{m}^3$ and $z_0 = 3.0 \mu\text{m}$. This value of z_0 is in the order of magnitude of the deflection of the membrane without applied pressure. Geometrical considerations lead to a strain proportional to z^2 , thus with Hooke's law one expects the energy to increase proportional to z^4 and the force with z^3 . This fit function is commonly used in the membrane bulging method for characterizing the elastic properties.¹¹ Our breaking mechanism usually works at deflections of about $15 \mu\text{m}$ corresponding to about 20 mN . At forces in the range of 250 – 500 mN (estimated from that fit)

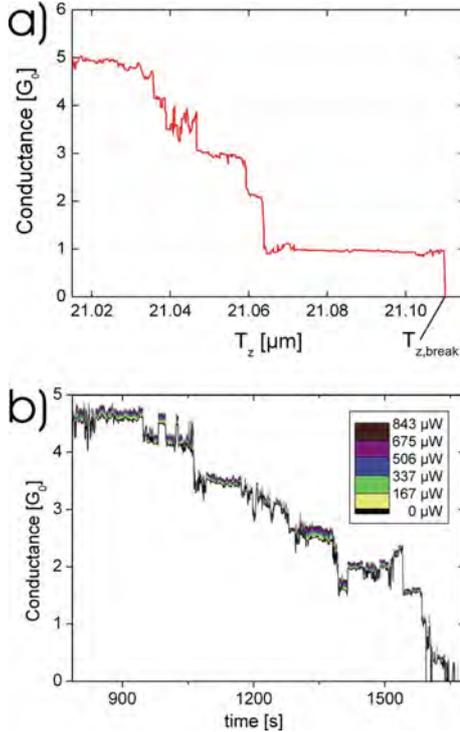


FIG. 4. (Color online) (a) Conductance G as a function of vertical displacement T_z of a gold break junction measured under ambient conditions. (b) Conductance vs time of a gold junction when opened with a constant z -speed of the tip of approximately 1 nm/s and when irradiated with laser light with wavelength $\lambda=488 \text{ nm}$ and power P as indicated in the legend. The spot has a diameter of approximately $10 \mu\text{m}$.

the membranes tend to break. Of course these numbers only represent a rough estimation because with applied pressure, the force is spread over the whole membrane, in contrast to a very concentrated force, which we use for controlling the MCBs.

IV. RESULTS

A. Function and stability of the setup

The operation of the setup is tested by recording the conductance G of a gold break junction as a function of the z -position of the tip T_z . In Fig. 4(a) we show an example of such an “opening trace” when the tip is displaced by $27 \mu\text{m}$ in x direction from the bridge. The conductance decreases in steps of a typical height of the conductance quantum $G_0=2e^2/h$ (e : elementary charge; h : Planck’s constant). A last step of $G \approx 1G_0$ is observed, which is typical for single-atom contacts of gold.¹ Upon further deformation the metallic contact breaks and a tunneling contact is formed ($T_z=T_{z,\text{break}}$). When the tip is withdrawn the junction closes again to roughly its initial conductance of typically $200G_0$. In order to demonstrate the sensitivity to the lateral position of the tip, we plot in Fig. 5 the displacement in z -direction which is required for breaking a junction to the tunneling regime $T_{z,\text{break}}$ as a function of tip position in x and y direc-

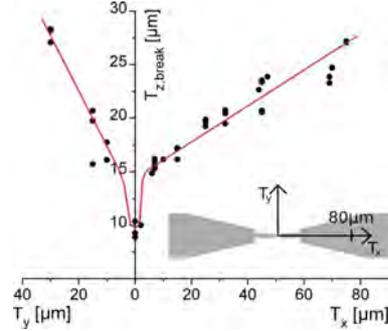


FIG. 5. (Color online) Sensitivity of the setup to lateral motion of the tip. The main panel shows the displacement in z -direction which is required for breaking a nanobridge $T_{z,\text{break}}$ as a function of the position of the tip with respect to the nanobridge. The directions x and y are defined in the inset.

tions, where x is parallel to the bridge and y is perpendicular. As expected, small displacements in y direction drastically reduce the sensitivity of the setup, i.e., a larger T_z is necessary for breaking the bridge. When exceeding a deformation in z direction of $30\text{--}45 \mu\text{m}$ (depending on the shape of the tip), the membranes break along the crystallographic $[011]$ and $[0\bar{1}\bar{1}]$ directions.

At variance to break junctions on bulk substrates which can be regarded as a homogeneous bending beam,² here the local elastic stretching of the membrane controls the deformation of the metal bridge. In order to control the elongation of the MCB, we need to estimate the strain of the membrane parallel to the leads at the location of the nanobridge. For that purpose we choose the following coordinate systems [see Fig. 6(a)]: The location (r_x, r_y) is measured relative to the tip and the tip position (T_x, T_y, T_z) relative to the center of the flat membrane. In general, the local strain ε depends on the location (r_x, r_y) and on (T_x, T_y, T_z) . We assume here that the break junction is located in the center of a quadratic membrane with the edge length of d . Below we will focus on the case when the tip is positioned directly underneath the leads, that is, $T_y=0$ and on locations on the leads, that is, $r_y=0$. In the next step we assume that when the tip is near the center of the membrane, we can write the local strain ε as a product of the strain averaged over the entire lead and a symmetric weight function $e(r_x)$ that only depends on r_x ,

$$\varepsilon(r_x, T_z, T_x) = e(r_x) \cdot \bar{\varepsilon}(T_z, T_x). \quad (1)$$

The definition of the average strain $\bar{\varepsilon}(T_z, T_x) = \int_{-d/2}^{d/2} dr_x e(r_x, T_z, T_x)$ together with Eq. (1) leads to the standardization of the weight function,

$$\int_0^{d/2} dr_x e(r_x) = \frac{d}{2}. \quad (2)$$

On the other hand $\bar{\varepsilon}$ can easily be obtained by geometrical considerations [Fig. 6(a)],

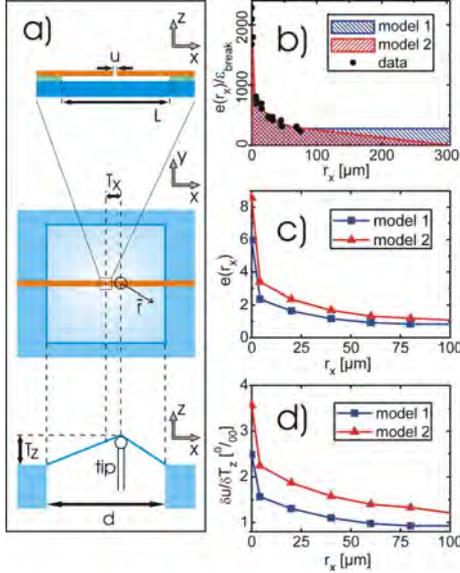


FIG. 6. (Color online) Schemes and data necessary for determining the relationship between the motion and the position of the tip and the resulting deformation of the membrane. (a) Scheme of the sample geometry (not to scale) with all relevant dimensions (see text). (b) Relative elongation $e(r_x)/\varepsilon_{\text{break}}$ of the membrane. The data points have been calculated with Eq. (5) and the data in Fig. 5. The lines are two different extrapolations of the data, which we name models 1 and 2. (c) Weight function $e(r_x)$ deduced from models 1 and 2. (d) Relative motion $\delta u/\delta T_z$ as a function of the tip position along the x axis for models 1 and 2 (for details, see text).

$$\bar{\varepsilon}(T_z, T_x) = \frac{\sqrt{\left(\frac{d}{2} + T_x\right)^2 + T_z^2} + \sqrt{\left(\frac{d}{2} - T_x\right)^2 + T_z^2}}{d} - 1. \quad (3)$$

In Fig. 5 we depict the tip positions in z direction $T_{z,\text{break}}$ where the MCB breaks for a given tip location in the membrane plane. We assume that the relevant point for the local strain is the center of the membrane (where the nanobridge is located): $r_x = -T_x$. Since the contact always breaks under the same strain $\varepsilon_{\text{break}}$, we can conclude,

$$\varepsilon(r_x = -T_x, T_{z,\text{break}}, T_x) = \varepsilon_{\text{break}} = \text{const.}, \quad (4)$$

and with Eq. (1) and the symmetry of $e(r_x)$ it follows

$$\frac{e(r_x = T_x)}{\varepsilon_{\text{break}}} = \frac{1}{\bar{\varepsilon}[T_{z,\text{break}}(T_x), T_x]}. \quad (5)$$

On the right hand side we insert the empirical data from Fig. 5 and the expression Eq. (3) to gain $e(r_x)/\varepsilon_{\text{break}}$ [see Fig. 6(b)]. An estimated value for the missing constant $\varepsilon_{\text{break}}$ can be obtained by the standardization condition Eq. (2): $\int_0^{d/2} dr_x e(r_x)/\varepsilon_{\text{break}} = d/2\varepsilon_{\text{break}}$.

The integral depends on the extrapolation of the experimental data to the border of the membrane. We are confident that the true value is somewhere between models 1 and 2 defined in Fig. 6(b) leading to $\varepsilon_{\text{break}}$ between 0.30% and 0.43% for this sample.

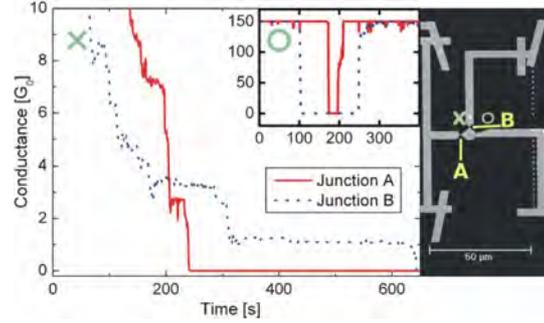


FIG. 7. (Color online) Conductance vs time of junctions A and B of the circuit shown in the right panel when the tip was located at the position indicated by the cross. Inset: Conductance vs time of junctions A and B of the circuit shown in the right panel when the tip was located at the position indicated by the circle. At $t=160$ s the motion direction of the tip is reversed. Right panel: The cross (circle) indicates the tip positions at which the opening curves shown in the left panel and the inset have been recorded.

Now we have the weight function $e(r_x)$ [Fig. 6(c)], and with it the local strain ε responsible for the breaking of the MCB allowing us to calculate the reduction ratio

$$\rho = \frac{\delta u}{\delta T_z} = L \frac{\partial}{\partial T_z} \varepsilon \quad (6)$$

[see Fig. 6(d)]. The lower the reduction ratio, the easier it is to maintain stable contacts over a long period of time. For the standard MCB on a massive substrate, ρ is a constant for a given sample layout. On membranes, we have to be more specific since ρ depends on the same parameters as the local strain. To make things easier it can be shown that for the relevant range of parameters, i.e., $T_z < 35 \mu\text{m}$ and $|T_x| < 50 \mu\text{m}$, the following term is a good approximation of Eq. (3):

$$\bar{\varepsilon} = 2 \frac{T_z^2}{d^2}. \quad (7)$$

For the issue of stability we are interested in ρ at the point of breaking, $\rho_{\text{break}} = (\delta u/\delta T_z)|_{T_z=T_{z,\text{break}}} = L (\partial/\partial T_z) \varepsilon(r_x = -T_x, T_z, T_x)|_{T_z=T_{z,\text{break}}}$ using Eqs. (1), (4), and (7) we obtain an expression that can be calculated using the empirical data for $\varepsilon_{\text{break}}$ and $e(x)$ [see Fig. 6(c)]:

$\rho_{\text{break}} = (2\sqrt{2}L/d) \sqrt{e(T_x) \varepsilon_{\text{break}}}$. Empirically we find $\rho \approx 0.001$ when the tip is located underneath the bridge. Detailed observation of the shape of the membrane reveals that the elastic limit of the membrane is higher than the one of the metal film. This study will be published elsewhere.

B. Control of multijunction devices

The versatility of the technique is demonstrated by controlling two junctions which are arranged perpendicularly to each other [see Fig. 1(b)]. Figure 7 shows the conductance of both junctions as a function of time when opening and closing with constant speed for different positions in the x - y plane. When positioning the tip close to junction A, junction B is mainly unaffected and vice versa. In this particular experiment it was our goal to find the position at which both

junctions have comparable size in the few-atom regime, with similar conductance values and break at a similar T_z . This would, for example, be required for studying charging effects in metallic single-electron transistors with variable junctions. As can be seen from Fig. 7 for this sample layout the desired situation was approximately obtained for the tip position indicated by a cross in the right panel of Fig. 7. The inset of Fig. 7 shows an example in which junction B opens and closes well before a conductance change can be recorded for junction A (tip located at the circle in the right panel of Fig. 7).

C. Influence of light irradiation onto the conductance of atomic-sized contacts

When irradiating break junctions with laser light, many effects may occur, including — among others — thermal expansion of the metal and the substrate, the excitation of photocurrents, or conductance changes, due to the excitation of hot electrons.^{12,13} For studying the effect of electronic excitations thermal expansion and other influences of the substrate should be reduced as much as possible. For this goal our new technique is advantageous as well: The thin silicon membranes are almost transparent for visible light and the thermal contact between metal and membrane is much better because of the smaller thickness of the polyimide layer. In Fig. 4(b) we plot the conductance of a gold junction when driving the tip with constant z -speed as a function of time when irradiating with laser light with a wavelength $\lambda=488$ nm and varying power P as indicated in the legend. We observe an enhancement of the conductance which is roughly proportional to P for almost all values of G . The size of the conductance change varies remarkably from plateau to plateau although they may have very similar conductance. An example for this observation is given for the two adjacent plateaus for $G \approx 2.5G_0$ with a conductance changes $\Delta G_1=0.2G_0$ and $\Delta G_2=0.05G_0$. From this observation we deduce that the conductance changes depend on the individual atomic arrangement of the contacts, which rules out thermal expansion effects of the substrate or the metallic electrodes.

V. CONCLUSIONS

In conclusion, we have introduced a new variation of MCBs, which are realized on thin silicon membranes. We

demonstrated the stability of the technique which is sufficient to stabilize and to characterize the transport properties of single-atom contacts under the influence of external control parameters. The technique overcomes the limitation of the existing MCB experiments because it allows us to control more than one junction on the same circuit. We will use it for studying the influence of optical excitations onto the conductance^{12,13} and for controllable metallic single-electron transistors.¹⁴

ACKNOWLEDGMENTS

We are indebted to T. Dekorsy, A. Erbe, and P. Leiderer for fruitful discussions. We thank G. Hahn (Photovoltaics group) for use of equipment and F. Book, H. Haverkamp, and A. Herguth for their contributions to the membrane preparation. We gratefully acknowledge financial support from the DFG through SFB767.

R.W. and O.S. contributed equally in this work.

- ¹N. Agraït, A. Levy Yeyati, and J. M. van Ruitenbeek, *Phys. Rep.* **377**, 81 (2003).
- ²C. J. Muller, J. M. van Ruitenbeek, and L. J. de Jongh, *Physica C* **191**, 485 (1992).
- ³J. M. van Ruitenbeek, A. Alvarez, I. Piñeyro, C. Grahmann, P. Joyez, M. H. Devoret, D. Esteve, and C. Urbina, *Rev. Sci. Instrum.* **67**, 108 (1996).
- ⁴M. Bruel, *Electron. Lett.* **31**, 1201 (1995).
- ⁵J. M. van Ruitenbeek, E. Scheer, and H. Weber, in *Introducing Molecular Electronics*, Lecture Notes in Physics, edited by G. Cuniberti, G. Fagas, and K. Richter (Springer, New York, 2005).
- ⁶P. Leiderer, C. Bartels, J. König-Birk, M. Mosbacher, and J. Boneberg, *Appl. Phys. Lett.* **85**, 5370 (2004).
- ⁷K. Ueno, S. Juodkazis, V. Mizeikis, K. Sasaki, and H. Misawa, *Adv. Mater. (Weinheim, Ger.)* **20**, 26 (2008).
- ⁸J. J. Parks, A. R. Champagne, G. R. Hutchison, S. Flores-Torres, H. D. Abruña, and D. C. Ralph, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 026601 (2007).
- ⁹J. Butschke, A. Ehrmann, E. Haugeneder, M. Irmscher, R. Kaesmaier, K. Kragler, F. Letzkus, H. Loeschner, J. Mathuni, I. W. Rangelow, C. Reuter, F. Shi, and R. Springer, *Proc. SPIE* **3665**, 20 (1999).
- ¹⁰C. M. Sotomayor Torres, A. Zwick, F. Poinsotte, J. Groenen, M. Prunnila, J. Ahopelto, A. Mlayah, and V. Paillard, *Phys. Status Solidi C* **1**, 2609 (2004).
- ¹¹A. Degen, N. Abedinova, T. Gotszalkb, E. Sossnaa, M. Kratzemberga, and I. W. Rangelow, *Microelectron. Eng.* **57**, 425 (2001).
- ¹²J. K. Viljas and J. C. Cuevas, *Phys. Rev. B* **75**, 075406 (2007).
- ¹³D. C. Guhr, D. Rettinger, J. Boneberg, A. Erbe, P. Leiderer, and E. Scheer, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 086801 (2007).
- ¹⁴H. Grabert and M. H. Devoret, *Single Charge Tunneling*, NATO ASI Series Vol. 294 (Plenum, New York, 1992).

2.4.2 Tieftemperaturmechanik

Um zu zeigen, dass es möglich ist, in einem Kryostaten den Stempel sehr genau unter eine Membran zu platzieren, haben wir durch laterale Bewegung eines Graphit-Stempels unter der Membran einen Bruch-Kontakt auf und wieder zugemacht (siehe Abbildung 2.17). Diese Messung wurde mit der Mechanik der Abbildung 1.9 [D](#), Seite 140, bei Raumtemperatur in dem Kryostaten durchgeführt.

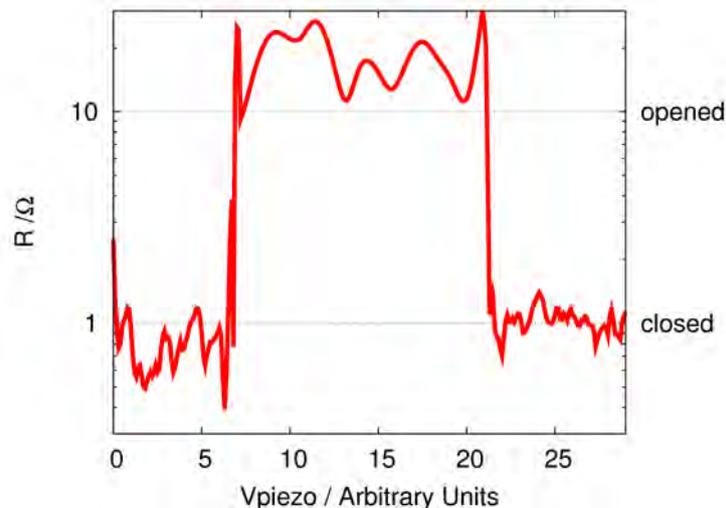


Abbildung 2.17: Öffnen und Schließen eines Bruch-Kontaktes mit der Mechanik 1.9 [D](#), Seite 140. Dieses Öffnen und Schließen wurde durch eine kontinuierliche laterale Bewegung in Y-Richtung (siehe die in Abbildung 2.19, Seite 176 definierten Richtungen) erhalten. Die Bewegung des Stempels bezüglich der Y-Richtung, also die X-Achse der hiesigen Abbildung, beträgt 2 bis 3 μm .

Bei dieser Messung wurden nur 10% der maximalen Amplitude des Piezos verwendet (hauptsächlich um ihn zu positionieren). Man muss bedenken, dass man bei tiefen Temperaturen nur noch ein Drittel der Bewegung des Piezos zur Verfügung hat.

Außerdem, gibt Wildör et al. für die laterale Bewegung einer STM Spitze dann, wenn man sie von Raumtemperatur zu tiefen Temperaturen abkühlt, einen Wert von 100 μm an [Wild 94]. In unserem Fall ist der Piezo fest auf einer Marcor (Keramik) Platte verankert, was ihm nicht die Möglichkeit lässt, sich während des Abkühlens zu bewegen. Das ist nicht der Fall einer STM Spitze, welche auf einer Slip-Stick Mechanik befestigt ist und deshalb von Natur aus ziemlich "frei" an den Rest des Systems fixiert ist. Wir denken deshalb, dass die Bewegung der Spitze sehr viel kleiner als 100 μm sein wird. Man wird aber diese mögliche Verschiebung betrachten müssen, und die größte Schwierigkeit wird die Positionierung des Stempels bei tiefen Temperaturen sein, ohne den Standort des Stempels unter der Membran sehen zu können.

2.5 Einfluss von Laserbestrahlung auf den Leitwert

Zusätzlich zu ihren erstaunlichen mechanischen Eigenschaften absorbieren die Membranen aufgrund ihrer schwachen Dicke kaum das sichtbare Licht. Aus diesem Grund haben wir sie als Substrat für Bruch-Kontakt Messungen unter Laser-Einstrahlung verwendet.

2.5.1 Diskussion der möglichen Effekte bei der Bestrahlung mit Laserlicht.

Bruch-Kontakte auf Membranen können bei Bestrahlung mit Laserlicht verschiedene hier aufgelistete Effekte aufweisen:

- ◇ Thermische Ausdehnung
- ◇ Photonen unterstützter Transport [Vilj 07]
- ◇ Die Kontakte können als optische Antenne fungieren.
- ◇ Photoelektrischer Effekt
- ◇ Thermoelektrischer Effekt
- ◇ Ein Gleichrichtungseffekt ("rectification effect") kann schließlich auch in Frage kommen.

Thermische Ausdehnung

Dieser Effekt, den wir im Abschnitt 2.5.4 betrachten werden, kann entweder eine Erhöhung der Leitwertes, wenn sich die Metallkontakte stark ausdehnen, oder eine Erniedrigung des Leitwertes, wenn sich das Substrat stark ausdehnt, zur Folge haben. Da die Wahl der Membran als Substrat darauf beruht, dass das Substrat schwach absorbiert, ist es wahrscheinlich, dass hier hauptsächlich die Ausdehnung der Kontakte eine Rolle spielen wird. Dieser Effekt ruft bei Lasereinstrahlung einen mit dem Schließen eines Bruch-Kontaktes vergleichbarer Effekt hervor.

Photonen unterstützter Transport

Diese Art an Transport, welche in [Vilj 07] beschrieben ist, basiert auf der Idee, dass der Einfluss des Lichtes sich in einem elektrischen Wechselfeld zwischen beiden Seiten des atomaren Kontaktes äußert. Hierdurch werden eine gewisse Anzahl an Elektronen zu höheren Energien in das Leitungsband "angehoben", Energien, für die der Leitwert verschieden von dem Leitwert an der Fermi-Energie ist. Auf diese Weise, bei gegebener Laserenergie, erwartet man für Aluminium eine Erhöhung des Leitwertes, für Platin eine Erniedrigung des Leitwertes und für Gold entweder eine Erhöhung oder eine Erniedrigung. Dieser Effekt ist stark von dem verwendeten Metall abhängig.

Optische Antennen Effekt

In einer Laser-bestrahlten Struktur welche — verglichen mit der Wellenlänge des Lichtes — klein ist, wird ein stark von der Strukturgeometrie abhängendes elektrisches Feld induziert. Das Feld kann auf diese Weise um mehrere Größenordnungen lokal verstärkt werden (siehe [Merl 08] für eine vergleichbare Strukturgeometrie). Dieses Feld überlagert eine zusätzliche Spannung zur statisch bereits anliegenden. Außerdem können so Oberflächenplasmonen, kollektive Anregungen des Elektronenmeeres, ausgesandt werden. Diese können sich über große Distanzen (der Größenordnung von einigen $10\ \mu\text{m}$) bewegen und so auf Distanz den Bruch-Kontakt beeinflussen.

Nicht betrachtete Effekte

Der **photoelektrische Effekt** kann einen weiteren Beitrag im Strom liefern, wenn man davon ausgeht, dass beide Seiten des Kontaktes eine verschiedene Zustandsdichte besitzen. Der "angeregte" Strom, welcher einer Emission von Photoelektronen entspricht, kann die Spannung an den Kontakten des Bruch-Kontaktes mindern. Dies wird durch ein Spannungsoffset in der $I(V)$ Kennlinie sichtbar, welche dann nicht mehr durch den Koordinaten-Ursprung gehen wird. Da dieser Effekt nicht beobachtet wurde, wird er nicht weiter betrachtet.

Im Rahmen des **thermoelektrischen Effektes** kann ein Strom durch die unterschiedliche Temperatur — und so durch die unterschiedliche elektronische Besetzung der Energieniveaus beider Kontakte — generiert werden. Auch dieser Effekt wird aus den zuvor schon erwähnten Gründen nicht weiter betrachtet.

Der **Gleichrichtungseffekt** ist an eine nicht ohmsche Kennlinie und dadurch an einen Unterschied zwischen absolutem und relativem Leitwert gebunden. Da die gemessenen $I(V)$ Kennlinien in den aller meisten Fällen für die kleinen verwendeten Spannungen ohmsch sind, kommt dieser Effekt nicht in Frage [Guhr 07].

2.5.2 Laser Messaufbau

Für unsere Messungen haben wir die Mechanik der Abbildung 1.9 B, Seite 140, unter Einsatz eines Glasstempels verwendet. Der verwendete Messplatz wurde von Daniel Guhr (siehe [GUHR 08] für weiter Details) zu Verfügung gestellt, welcher gleichartige Messungen auf Bronzesubstraten durchgeführt hat [Guhr 07]. Die verwendeten Elemente sind in der Abbildung 2.18 beschrieben.

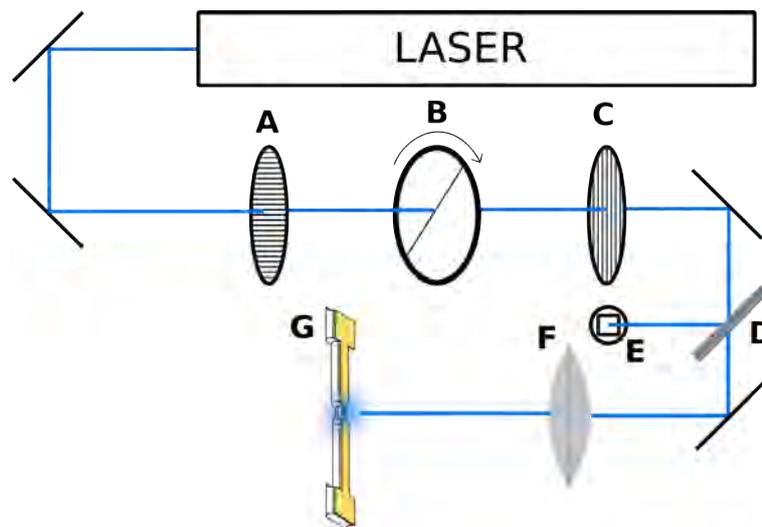


Abbildung 2.18: Schema des Laser-Messaufbaus. Oben wird ein Argon-Krypton Laser bei einer Wellenlänge von 488 nm (blau) verwendet. Wir finden in (A) einen Polarisator bei 0° und in (B) ein $\lambda/2$ Plättchen, welches auf einem Motor fixiert wurde. Dieses Plättchen erlaubt uns, die Polarisationsrichtung des Lichtes durch Drehen des Motors zu verändern. (C) Ein senkrecht zu (A) stehender Polarisator. Auf diese Weise wird jedes direkt von (A) stammende parasitäre Licht absorbiert, und die Intensität des Lasers wird so periodisch — abhängig von der Position des Motors — variiert (Das Licht dringt nur durch, wenn das $\lambda/2$ Plättchen die Polarisationsrichtung des Lichtes um 90° dreht.). (D) Halbdurchlässiger Spiegel, mit dem der Strahl in zwei geteilt wird, wovon (E) ein Teil mit einer Photodiode gemessen wird, und ein anderer Teil über eine Linse (F) auf die Probe (G) fokussiert wird.

Mit diesem Messaufbau erhält man eine sinusförmige Intensitätsmodulation des Lasers.

2.5.3 Einfluss des Laserlichts auf den Leitwert eines Bruch-Kontaktes

Diese Messung wird im Absatz C des Abschnitts 2.4.1 auf Seite 171 besprochen.

2.5.4 Absorption und Einfluss der Membran auf die laserinduzierte Leitwertänderung

Um den Einfluss des Lasers als Funktion der Spot Position auf einen Bruch-Kontakt zu studieren, haben wir bei konstant zwischen $0,8 G_0$ und $1,2 G_0$ gehaltenem Leitwert eine Messung durchgeführt. Diese Leitwertstabilisierung wurde mit einem Programm erledigt, welches im Regelkreis den Piezo und so den Abstand der zwei Kontakte des Bruch-Kontaktes regulierte. Wie im letzten Abschnitt beschrieben, nimmt der Leitwert eines Bruch-Kontaktes leicht zu, wenn er mit einem

Laser bestrahlt wird. Um zu prüfen, ob dieser Effekt von der Deformation des Substrats herrührt — dies induziert eine Bewegung der Elektroden zueinander, wurde die Membran am Bruch-Kontakt und an verschiedenen entfernten Punkten bestrahlt. Die Achsen der Bewegung des Laserspots sind in der Abbildung 2.19 eingezeichnet. Der Laser wurde sukzessive entlang der X-Achse und der Y-Achse bewegt. Die Messungen der damit verbundenen Leitwertänderungen sind in der Abbildung 2.20 aufgetragen.

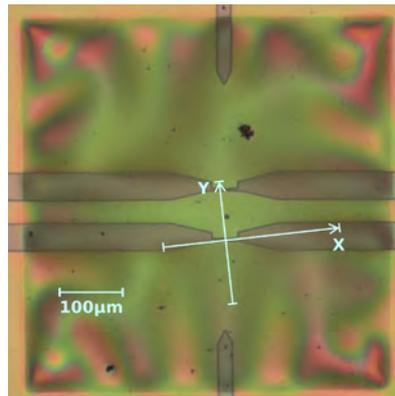


Abbildung 2.19: Bewegung der Spot Position auf der Membran, welche den Leitwertänderungen der Abbildung 2.20 entspricht.

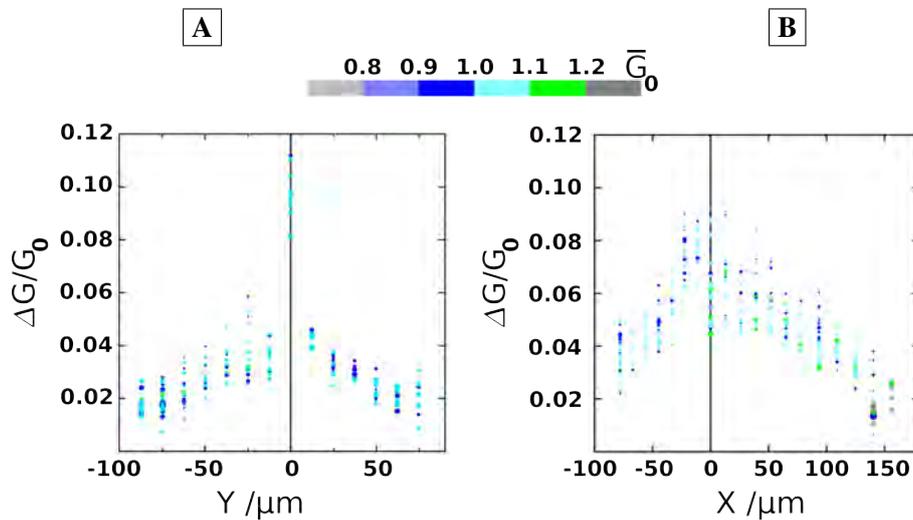


Abbildung 2.20: Einfluss des Laserlichtes auf den Leitwert eines Bruch-Kontaktes in Abhängigkeit vom Abstand zum Kontakt. Die Farbe eines jeden Punktes entspricht dem augenblicklichen Leitwert des Kontaktes. Die Größe eines jeden Punktes entspricht der Qualität des Fits, welcher nötig ist, um die Leitwertänderung zu bestimmen (je größer der Punkt, umso besser der Fit). Unter Leitwertänderung versteht man hier den Unterschied zwischen beleuchteter Membran und nicht beleuchteter Membran.

Dritter Teil: Raumtemperatur

Wir sehen in der Abbildung 2.20 **A**, in der der Laser Spot in Y-Richtung senkrecht zum Bruch-Kontakt verschoben wird, dass das Signal besonders stark ist, wenn der Spot sich genau auf dem Kontakt befindet, hingegen um einen Faktor drei abnimmt, wenn der Laserspot knapp daneben auftrifft. Der Haupteffekt, der für die Zunahme des Leitwertes des Bruch-Kontakts zuständig ist, ist also eindeutig von der Membran unabhängig. Es begründet sich also hier die Wahl von Siliziummembranen als Substrat für Lasermessungen. Nach diesen Messungen ist unser Laserspot kleiner als $40 \mu\text{m}$.

Bezüglich der Messung in X-Richtung in der Abbildung 2.20 **B** ist die Interpretation viel weniger selbstverständlich. Das Maximum der Leitwertänderung befindet sich auf Höhe des Kontaktes, und dessen Abfall ist weniger ausgeprägt als für eine Bewegung in Y-Richtung. Die beobachtete Asymmetrie, rührt wahrscheinlich von der Bewegung des Spots her, die nicht parallel zu den Zuleitungen geschieht (siehe Abbildung 2.19). Auf eine Distanz von $25 \mu\text{m}$, auf der linken Seite des Kontaktes, ist die Antwort sehr konstant. Dies entspricht einem Laserspot, der den Mittelpunkt des Kontaktes noch trifft. Die Abbildung 2.20 **B** kann in zwei Bereiche unterteilt werden; der erste Bereich befindet sich auf Höhe des Kontaktes, und der zweite entspricht einer weiter entfernten Region, in der der Spot nur die Zuleitungen trifft.

Was den zentralen Bereich angeht, so könnte die Leitwerterhöhung von der Erhitzung des Goldes kommen, welche dazu tendiert, die Elektroden zueinander zu bewegen. In diesem Fall müsste die Leitwertänderung für einen gleichen Leitwert konstant sein. Wenn man sich die Abbildung 4b auf der Seite 169 anschaut, sieht man, dass es um $2,5 G_0$ zwei Domänen mit sehr verschiedenen Leitwertänderungen gibt ($\Delta G_1 \approx 0,05 G_0$ und $\Delta G_2 \approx 0,2 G_0$). Deshalb ist die thermische Ausdehnung nicht der Haupteffekt.

Es bleibt der optische Antennen Effekt und der Photonen unterstützte Transport.

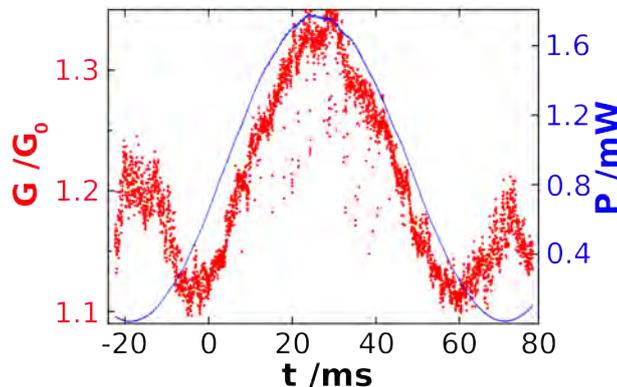


Abbildung 2.21: In Blau, als Funktion der Zeit, die Laserintensität, die auf dem Bruch-Kontakt ankommt. Der Laserspot ist in $X=0$ und $Y=0$ positioniert.

Der einzige Hinweis, den wir zu einem Photonen unterstützten Transport haben, ist eine Messung, welche eine Abnahme des Leitwertes für schwache Energien zeigt (siehe Abbildung 2.21). Wir sehen, dass ab 60 ms, das heißt ab 0,2 mW Laserintensität, der Leitwert des Kontaktes zunimmt, obwohl die Laserintensität weiter abnimmt. Dieser Effekt kann nicht mit dem optische Antennen Effekt verbunden sein, der sein Vorzeichen nicht verändern kann und keinen inversen Einfluss zur Laserenergie haben kann. Der Effekt des Photonen assistierten Transports kann bei Gold sein Vorzeichen verändern. Man kann deshalb annehmen, dass ein Effekt, welcher zu einer positiven Leitwertänderung führt, dem Photonen assistierten Transport überlagert ist. So kann davon ausgegangen werden, dass bei verschiedenen Laserintensitäten der dominante Effekt wechselt. Sehen wir uns den Einfluss bei größeren Distanzen an, bevor wir eine Hypothese über diesen zweiten Effekt formulieren.

Zu größeren Distanzen (größer als der Durchmesser des Spots) sehen wir in der Abbildung 2.20 **B**, dass eine gewisse Leitwertänderung anhält. Bei einer Distanz von mehr als 100 μm kann es sich nicht um einen Einfluss der Oberflächenplasmonen handeln, wenn man davon ausgeht, dass ihre mittlere freie Weglänge von der Größenordnung zehn Mikrometer ist [Guhr 07]. Da die thermische Leitfähigkeit des Goldes besonders hoch ist, denken wir, dass es sich um eine thermische Ausdehnung handelt, welche für die Erhöhung des Leitwertes zuständig ist.

Auf diese Weise können wir zwei Bereiche in der Abbildung 2.20 **B** unterscheiden. Der eine befindet sich um 0 μm , und dessen Leitwerterhöhung wird mindestens den zwei Effekten der immer positiven thermischen Ausdehnung und des auch negativen Photonen unterstützten Transports zugeschrieben, was zu einer intensitätsabhängigen Kennlinie führt. Der zweite Bereich, den man jenseits von 30 μm des Bruch-Kontakt Zentrums findet (auf etwa der Distanz der Laserspotgröße), wird einzig der thermischen Ausdehnung von Gold zugeschrieben.

Um diese Hypothese zu bestätigen, wären Messungen an anderen Metallen²⁴ erforderlich, sowie weitere Öffnungskurven, bei denen der Spot neben den Kontakt platziert wird.

²⁴Bruch-Kontakte aus Platin wurden zwar gemessen, aber das Metal war aufgrund von technischen Schwierigkeiten stark mit Al_2O_3 versetzt, was zu unverständlichen elektrischen Kennlinien führte. Was das Aluminium angeht, so kann man es nicht bei Raumtemperatur und Raumdruck messen, da es sonst während des Öffnens zu schnell oxydieren würde.

Literaturverzeichnis

- [Bart 07] A. Bartels, R. Cerna, C. Kistner, A. Thoma, F. Hudert, C. Janke, and T. Dekorsy. “Ultrafast time-domain spectroscopy based on high-speed asynchronous optical sampling”. *Review of Scientific Instruments*, Vol. 78, No. 3, p. 035107, 2007.
- [Brue 95] M. Bruel. “Silicon on insulator material technology”. *Electronics Letters*, Vol. 31, No. 14, pp. 1201–1202, July 1995.
- [Brue 97] M. Bruel, B. Aspar, and A. Auberton-Herve. “Smart-Cut: A New Silicon On Insulator Material Technology Based on Hydrogen Implantation and Wafer Bonding”. *Jpn. J. Appl. Phys*, Vol. 36, No. 3B Pt 1, pp. 1636–1641, 1997.
- [Chen 04] P. Chen, W. Chen, and S. Pao. “In Situ Monitoring of Silicon Membrane Thickness during Wet Etching using a Surface Acoustic Wave Sensor”. *Japanese Journal of Applied Physics*, Vol. 43, No. 6A, pp. 3611–3617, 2004.
- [Dege 01] A. Degen, N. Abedinov, T. Gotszalk, E. Sossna, M. Kratzenberg, and I. Rangelow. “Stress analysis in Si membranes for open stencil masks and mini-reticles using double bulging and resonance methods”. *Microelectronic Engineering*, Vol. 57, pp. 425–432, 2001.
- [Fran 04] D. R. França and A. Blouin. “All-optical measurement of in-plane and out-of-plane Young’s modulus and Poisson’s ratio in silicon wafers by means of vibration modes”. *Measurement Science and Technology*, Vol. 15, No. 5, pp. 859–868, 2004.
- [Good 85] S. M. Goodnick, D. K. Ferry, C. W. Wilmsen, Z. Liliental, D. Fathy, and O. L. Krivanek. “Surface roughness at the Si(100)-SiO₂ interface”. *Phys. Rev. B*, Vol. 32, No. 12, pp. 8171–8186, Dec 1985.
- [Grev 04] A. Greve and J. Olsen. “Piezoresistivity in silicon and silicon germanium”. bachelor thesis, June 2004. MIC - Department of Micro and Nanotechnology Technical University of Denmark.

- [Guhr 07] D. C. Guhr, D. Rettinger, J. Boneberg, A. Erbe, P. Leiderer, and E. Scheer. "Influence of Laser Light on Electronic Transport through Atomic-Size Contacts". *Physical Review Letters*, Vol. 99, No. 8, p. 086801, 2007.
- [GUHR 08] D. GUHR, D. RETTINGER, J. BONEBERG, A. ERBE, P. LEIDERER, and E. SCHEER. "Influence of chopped laser light onto the electronic transport through atomic-sized contacts". *Journal of Microscopy*, Vol. 229, No. 3, pp. 407–414, 2008.
- [Guyo 97] Y. Guyot, C. Malhaire, M. Le Berre, B. Champagnon, A. Sibai, E. Bustarret, and D. Barbier. "Micro-Raman study of thermoelastic stress distribution in oxidized silicon membranes and correlation with finite element modeling". *Materials Science & Engineering B*, Vol. 46, No. 1-3, pp. 24–28, 1997.
- [Hao 00] H.-Y. Hao and H. J. Maris. "Study of Phonon Dispersion in Silicon and Germanium at Long Wavelengths Using Picosecond Ultrasonics". *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 84, No. 24, pp. 5556–5559, Jun 2000.
- [Himp 88] F. J. Himpsel, F. R. McFeely, A. Taleb-Ibrahimi, J. A. Yarmoff, and G. Hollinger. "Microscopic structure of the SiO_2/Si interface". *Phys. Rev. B*, Vol. 38, No. 9, pp. 6084–6096, Sep 1988.
- [Hu 82] S. M. Hu. "Critical stress in silicon brittle fracture, and effect of ion implantation and other surface treatments". *Journal of Applied Physics*, Vol. 53, No. 5, pp. 3576–3580, 1982.
- [Jian 05] Q. Jiang, X. Yang, H. Zhou, and J. Yang. "Analysis of surface acoustic wave pressure sensors". *Sensors & Actuators: A. Physical*, Vol. 118, No. 1, pp. 1–5, 2005.
- [Kand 82] Y. Kanda. "A graphical representation of the piezoresistance coefficients in silicon". *Electron Devices, IEEE Transactions on*, Vol. 29, No. 1, pp. 64–70, 1982.
- [Kao 85] D. Kao, J. McVittie, W. Nix, and K. Saraswat. "Two-dimensional silicon oxidation experiments and theory". *1985 International Electron Devices Meeting*, Vol. 31, pp. 388–391, 1985.
- [Kao 87] D. Kao, J. McVittie, W. Nix, and K. Saraswat. "Two-dimensional thermal oxidation of silicon I. Experiments". *Electron Devices, IEEE Transactions on*, Vol. 34, No. 5, pp. 1008–1017, 1987.
- [Lysk 01] J. M. Lysko. "Silicon micromechanical sensors model of piezoresistivity". *Optoelectronic and Electronic Sensors IV*, Vol. 4516, No. 1, pp. 1–9, 2001.

- [Malh 02] C. Malhaire, A. Didiergeorges, M. Bouchardy, and D. Barbier. “Mechanical characterization and reliability study of bistable SiO₂/Si membranes for microfluidic applications”. *Sensors & Actuators: A. Physical*, Vol. 99, No. 1-2, pp. 216–219, 2002.
- [Merl 08] J. Merlein, M. Kahl, A. Zuschlaga, A. Sell, A. Halm, J. Boneberg, P. Leiderer, A. Leitenstorfer, and R. Bratschitsch. “Nanomechanical control of an optical antenna”. *Nature Photonics*, Vol. 2, pp. 230 – 233, 2008.
- [Ng 99] K.-O. Ng and D. Vanderbilt. “Structure and oxidation kinetics of the Si(100)-SiO₂ interface”. *Phys. Rev. B*, Vol. 59, No. 15, pp. 10132–10137, Apr 1999.
- [Ravi 87] N. M. Ravindra, J. Narayan, D. Fathy, J. K. Srivastava, and E. A. Irene. “Silicon oxidation and Si-SiO₂ interface of thin oxides”. *MRS*, Vol. 2, pp. 216–221, 1987.
- [Smit 54] C. S. Smith. “Piezoresistance Effect in Germanium and Silicon”. *Phys. Rev.*, Vol. 94, No. 1, pp. 42–49, Apr 1954.
- [Stew 01] D. Stewart, P. Beck, and U. Thumser. “Growth of Native Oxide”. Tech. Rep., Stanford Nanofabrication Facility, 2001.
- [Sutt 03] P. Sutter, E. Suttera, P. Rugheimer, and M. G. Lagally. “Nanoscale strain and band structure engineering using epitaxial stressors on ultrathin silicon-on-insulator”. *Surface Science - Proceedings of the 7th International Conference on Nanometer-Scale Science and Technology and the 21st European Conference on Surface Science*, Vol. 532-535, pp. 789–794, June 2003.
- [Vilj 07] J. K. Viljas and J. C. Cuevas. “Role of electronic structure in photo-assisted transport through atomic-sized contacts”. *Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics)*, Vol. 75, No. 7, p. 075406, 2007.
- [Wild 94] J. W. G. Wildöer, A. J. A. van Roy, H. van Kempen, and C. J. P. M. Harmans. “Low-temperature scanning tunneling microscope for use on artificially fabricated nanostructures”. *Review of Scientific Instruments*, Vol. 65, No. 9, pp. 2849–2852, 1994.
- [Zavr 93] P. M. Zavracky, K. Warner, I. Lassic, and J. Green. “Piezoresistivity of silicon-on-insulator films by zone-melting recrystallization”. *Journal of Micromechanics and Microengineering*, Vol. 3, No. 2, pp. 96–101, 1993.

Fazit und Perspektiven

Diese Promotionsarbeit handelt von an Aluminium Punkt-Kontakten gemessenen elektronischen Effekten. Es wurde eine Erweiterung dieser Art an Messungen auf doppelte Kontakte auf Silizium-Membranen vorgestellt.

In dem Teil dieser Arbeit über tiefe Temperaturen haben wir gezeigt, dass Aluminium wahrscheinlich keine längeren monoatomaren Ketten als Dimere bildet und dass die kleineren Leitwertsprünge, die in den Öffnungskurven auftreten, von einem Slip-Stick Effekt der letzten Atome stammen können. Der Effekt der Coulomb-Blockade konnte in einer SET Struktur gemessen werden, welche aus einer von einem Oxydtunnelkontakt und einem Bruch-Kontakt umschlossenen Insel besteht. Bei Raumtemperatur konnte eine doppelte Bruch-Kontakt Struktur auf zufriedenstellende Weise angetrieben werden. Dies öffnet den Weg für die Herstellung von doppelten Bruch-Kontakten auf Membranen, die bei tiefen Temperaturen gemessen werden. Ein Beispiel solcher Strukturen findet sich in der Abbildung 2.22.

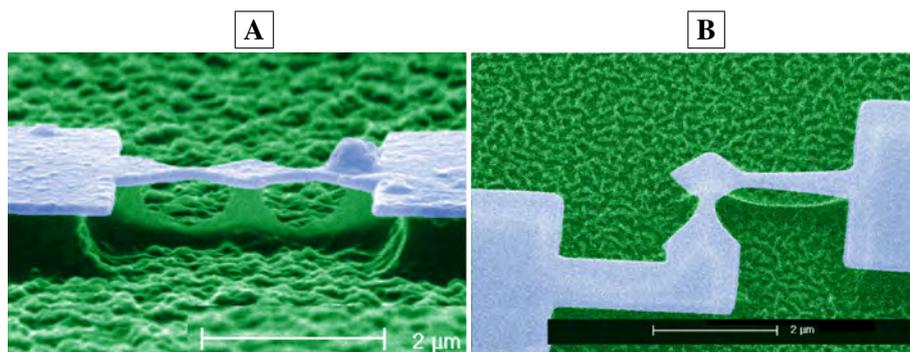


Abbildung 2.22: REM Bild eines doppelten Bruch-Kontaktes; der eine geradlinig **A**, der andere auf Eck **B**.

Solche Kontakte werden uns erlauben, die Leitwertkanäle auf jeder Seite der Insel einzustellen, um so zum Beispiel die bisher nicht beobachtete Wechselwirkung von Coulomb-Blockade und multiplen Andreev-Reflektionen anschauen zu können (Coulomb-Blockade der Kanäle).

Im Rahmen der Raumtemperaturexperimente haben wir bestimmen können, dass der ursprüngliche Stress der Membranen sehr stark werden kann, was zu einer Anfangsverformung der Membranen führt, welche ihre elektrisch-statischen und dynamisch-mechanischen Eigenschaften beeinflusst. In dieser Arbeit haben wir wiederholte Male und mit verschiedenen Methoden die mechanische Verspannung abgeschätzt. Doch diese Abschätzungen bleiben grob, da sie sich immer auf — verschiedene — Hypothesen stützen. Idealerweise sollte die Analyse der mechanischen Eigenschaften der Membranen über eine direkte Messung der Verspannung gehen, zum Beispiel anhand eines Ellipsometers, welches lokale Messungen mit einer Auflösung von bis zu μm durchführen kann, abhängig von dem verwendeten Objektiv (siehe Abbildung 2.23).

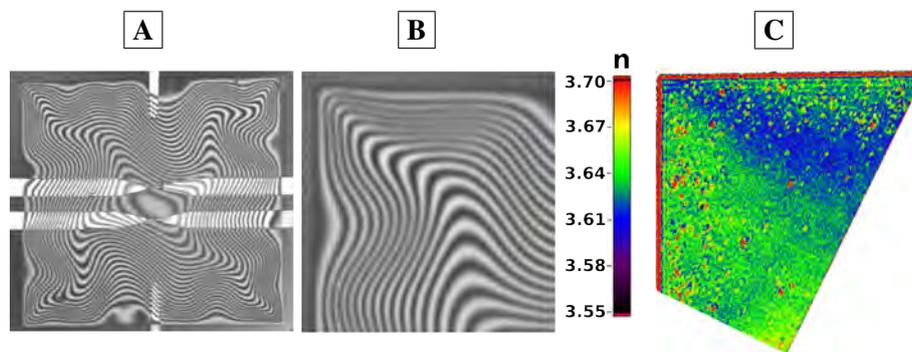


Abbildung 2.23: **A** Bild, welches in einem optischen Profilometer erstellt wurde und eine quadratische Membran mit einer Seitenlänge von $600\ \mu\text{m}$ zeigt. Die Interferenzlinien entsprechen den Höhenlinien. **B** Zoom einer Höhe von etwa $250\ \mu\text{m}$ auf eine Ecke der Membran **A**. **C** Bild einer Höhe von etwa $300\ \mu\text{m}$, mit einem Ellipsometer von einer anderen Membran — eine ohne Leiterbahnen — aufgenommen. Dieses erlaubt es, eine Karte des lokalen Silizium-Brechungsindex der Membran zu erstellen.

Mit dieser Art von Messungen könnte man eine Karte des lokalen Brechungsindex erstellen, wie sie in der Abbildung 2.23 abgebildet ist. Der Brechungsindex kann dann seinerseits mit dem Stress in Verbindung gebracht werden [Wong 07] [Bruc 70] [Farg 84].

Bei Raumtemperatur wurden auch Messungen unter Lasereinstrahlung durchgeführt. Diesen Messungen nach scheint die Leitwerterhöhung zwischen einem nicht bestrahlten und einem bestrahlten Bruch-Kontakte von dem Photonen unterstützten Transport und der thermischen Ausdehnung zu stammen. Die Verwendung einer Siliziummembran ermöglicht uns, uns von dem durch thermische Ausdehnung bedingten Einfluss des Substrats zu befreien, welcher bei Bulk Substraten

Schwierigkeiten bereitet [GUHR 08].

Schließlich bilden die einfachen und doppelten Bruch-Kontakte Nano-Elektro-Mechanische Systeme, die man als Sensoren verwenden könnte. Diese Systeme werden durch das Licht, die mechanischen Vibrationen, die Wärme und — in dem Fall von doppelten Kontakten — durch statische elektrische Felder (Gate Effekt) beeinflusst.

Dabei werden für die nötige Miniaturisierung andere Möglichkeiten entwickelt werden müssen, als die Membranen mit einem Stempel oder mit Gasdruck anzutreiben; nur so können Membran Bruch-Kontakte ihren Einstieg als Sensoren finden. Ein solcher Antrieb ist zur Einstellung der Empfindlichkeit und zum Nachregeln nötig, um den Bruch-Kontakt aufmachen und wieder schließen zu können. Ein solcher Antriebs könnte beispielsweise entweder durch eine Flüssigkeit (inkompressibel) oder kapazitiv erfolgen, was zu einer globalen Deformation der Membran führen würde. Hier müsste allerdings alles noch entwickelt werden. Doch diese Art von Strukturen auf Membranen können jetzt schon (siehe die beschriebenen Herstellungsverfahren) in integrierter Weise auf einem Silizium Wafer hergestellt werden.

Eine weitere Perspektive wäre es, Löcher auf Höhe der Vibrationsknoten einer bereits existierenden Vibration in die Membran zu "brennen", um so Resonatoren mit fester Eigenfrequenz zu erhalten. Diese Löcher würden einerseits die Frequenz, bei der die Membran angetrieben werden kann, festlegen, und andererseits würden die sonst an den Knoten bestehenden mechanischen Spannungen nicht mehr vorliegen. Die ausgewählte Vibration würde auf diese Weise höhere Vibrationsamplituden erreichen.

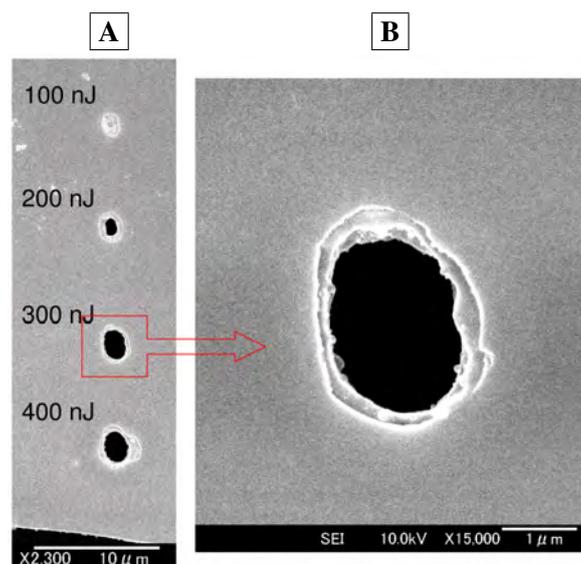


Abbildung 2.24: REM Bild, welches Strukturierungsversuche mit einem Femtosekunden Laser an unserer Siliziummembran zeigt (340 nm Dicke). Jedes Loch dieser Abbildung wurde mit 20 Laserimpulsen geschaffen, dessen Gesamtenergie auf der Abbildung jeweils angegeben ist. Die Leistungen sind von der Größenordnung von hundert Watt. Von Prof. H. Misawa freundlicherweise zu Verfügung gestelltes Bild [Misa 08].

Zusammenfassend erlaubt diese Arbeit, die Kenntnis der Aluminium Bruch-Kontakte zu verbessern und eröffnet den Weg zu komplexeren Tieftemperatur Experimenten mit doppelten Bruch-Kontakten. Andererseits setzten die Herstellung von Nanostrukturen auf Siliziummembranen sowie der Einfluss einer mechanischen Anregung und einer Laser Anregung den Grundstein einer zukünftigen Entwicklung von neuen integrierbaren NEMS Sensoren.

Literaturverzeichnis

- [Bruc 70] R. Bruckner. “Properties and structure of vitreous silica. I”. *J. Non-Cryst. Solids*, Vol. 5, No. 2, pp. 123–175, 1970.
- [Farg 84] A. Fargeix and G. Ghibaudo. “Densification of thermal SiO₂ due to intrinsic oxidation stressing”. *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 17, No. 11, pp. 2331–2336, 1984.
- [GUHR 08] D. GUHR, D. RETTINGER, J. BONEBERG, A. ERBE, P. LEIDERER, and E. SCHEER. “Influence of chopped laser light onto the electronic transport through atomic-sized contacts”. *Journal of Microscopy*, Vol. 229, No. 3, pp. 407–414, 2008.
- [Misa 08] H. Misawa and S. Juodkazis. “Silicon membranes: macro-scale optomechanical/fluidic nano-devices”. private communication, September 2008. Research Institute for Electronic Science, Hokkaido University, Sapporo, Japan.
- [Wong 07] T. K. S. Wong, Y. Gong, P. Yang, and C. M. Ng. “Characterization of biaxial stressed silicon by spectroscopic ellipsometry and synchrotron x-ray scattering”. *Semiconductor Science and Technology*, Vol. 22, No. 11, pp. 1232–1239, 2007.

Danksagung

Ich möchte an erster Stelle Elke Scheer danken. Ich möchte dir dafür danken, dass ich eine Promotion über ein von mir vorgeschlagenes Thema anfangen durfte. Ich danke dir, dass du mir die nötigen (und ziemlich umfangreichen) finanziellen und materiellen Mittel zur Verfügung gestellt hast, damit ich meine Messungen durchführen konnte, sowie dafür, dass du über die ganzen Jahre meine Stelle finanziert hast. Danke dafür, dass du immer und zu jedem Zeitpunkt Zeit für mich hattest. Danke für deinen oft richtigen Blick, wenn dies oder jenes im Labor nicht funktionierte. Danke, dass du mich immer bei der Organisation meiner "leicht" atypischen Promotion unterstützt hast. Danke, dass du mir erlaubt hast, diese mir sehr am Herzen liegende Cotutelle anzufangen und zu beenden.

Dann möchte ich Jacques Zimmermann danken; für seine Unterstützung, dafür, dass er sich auf diese Cotutelle eingelassen hat, dass er seine Rolle als Doktorvater sehr ernst genommen hat, selbst auf Distanz; und dafür, dass er ein begeisterter Wissenschaftler ist. Ich wünsche dir aller Gute für deinen dritten Lebensabschnitt.

Ich möchte Herrn Doudin, Herrn Courtois und Herrn Ghibaudo für die Teilnahme an meiner Promotionsjury danken.

Danke an Herrn Leiderer für das Interesse, welches er meiner Arbeit entgegengebracht hat, sowie für den Beweis, dass man sehr wohl eine lange Karriere hinter sich haben kann und doch von den Experimente so begeistert sein kann wie am ersten Tag. Danke auch für die Teilnahme an meiner Jury.

Danke an Artur Erbe für die Informationen über das Silizium in HF-Lösung, für die Informationen über die Yokogawas. Danke auch für die Teilnahme an meiner Jury.

Dann kommt die "Scheer-Family", bei der ich mit der "alten Garde" anfangen werde: Zu aller erst möchte ich dem Python-Gott danken: Christian. Danke dafür, dass du mich in die Benutzung der Mehrzahl der Techniken und Geräte eingeführt hast, dafür, dass du immer hilfsbereit warst, wenn ich eine Schwierigkeit hatte. Und was immer du auch sagen magst, die Physik ist eine Religion und du ein Fundamentalist !

Danke an Bernd, den Schwarzen; während all diesen Jahren mein Büro-Nachbar, um nicht Freund zu sagen. Danke für deine Unterstützung und für deinen schelmischen Optimismus "Ever tried ? Ever Failed ? No matter. Try again. Fail better."

Danke an Cécile, Debu und Vojko, das unzertrennbare Trio, für all die Tieftemperaturhilfe im P5 Labor.

Danke an Daniel für die Mitbenutzung seines Lasermessplatzes, welchen er während seiner Promotion aufgebaut hatte und der einen Teil der Messungen dieser Arbeit ermöglichte.

Dann danke an Hansi, der seine Promotion zusammen mit mir beendet. Danke dafür, dass du mit mir ein Teil der Tieftemperaturkabel gebaut hast. Danke dafür, dass du immer eine Idee, einen Bekannten irgendwo hattest, um dies oder jenes zu "organisieren".

Danke an Jochen für die zusammen verbrachte Zeit, selbst wenn ich ihn als Teil der "Z-ler" nicht so oft gesehen habe.

Danke an Tobias dafür, dass er immer eine offene Tür für mich hatte, wenn es Schwierigkeiten gab. Bravo, dass du uns gezeigt hast, dass es sehr wohl möglich ist, in einer Rekordzeit beeindruckende Resultate zu erhalten. Ich wünsche dir viel Glück bei Bosch !

Danke an Ursula, unsere Post-Doc Theoretikerin in einer Experimentatoren Gruppe. Danke für die Infos über die SETs, und dafür, dass du immer Zeit hattest, meine Fragen zu beantworten.

Schließlich danke an euch alle, für die Flasche Sekt auf meiner Leiter, an dem Tag, an dem ich das erste Mal 20 mK erreicht habe, danke für die Feierabend Biere vor den Kryostaten, für die Tour de France, welche wir zusammen im Labor angeschaut haben, für die sehr "verschiedenen" Musikstile, die wir gehört haben, während jeder, oft halb unter seinem Kryostaten liegend, seine Messung aufbaute. Das Labor wäre ohne euch nicht das gewesen, was es ist.

Danke an Reimar, meinen Diplomanden, um den ich mich ein Jahr lang gekümmert habe. Danke für all die Lasermessungen, die wir zusammen gemacht haben. Es ist klar, dass ich ohne deine Hilfe nie so viele Messungen auf den Membranen hätte machen können.

Danke an Michael für die STM Erklärungen und die Referenzen, die du mir gegeben hast.

Danke an Ansgar für die unzähligen technischen Zeichnungen, die du aus mei-

nen Skizzen interpretiert hast. Ohne dich wäre die Tieftemperaturmechanik sowie übrigens die aller meisten technischen Realisierungen kaum möglich gewesen.

Danke an Sabine, unsere Sekretärin, für die tagtägliche organisatorische Hilfe.

Danke an den Rest unserer Gruppe: Shoupeng, Martina, Thomas, Stefan Egle, Simon und alle diejenigen, die ich jetzt hier nicht aufführe, für die tagtägliche Hilfe, für die familiäre Atmosphäre und für die Filter, die für meinen Kryo gewickelt wurden.

Danke an Stefan Tibus für seine Hilfe mit der Shell Programmierung. Danke insbesondere für die in extremis Rettung meiner Daten an dem Tag, an dem ich eigentlich drucken wollte...

Danke den verschiedenen Werkstätten. Danke der Feinmechanik für die Herstellung der Tieftemperaturmechanik, der Elektronik für die Herstellung der Schaltbox, des "Bipolarisators" und des rauscharmen Verstärkers.

Danke an Felix Book, Helge Haverkamp und Axel Herguth für die PECVD Nitrid Abscheidungen, die Laser Maskenöffnungen und das Sägen der Wafer.

Danke an Irina die Rumänin, für die zusammen verbrachte Zeit und die gegenseitige Motivation.

Danke an Martine Gri für das Lötten, die unzähligen Tipps (Kleber, Masken, Kontakte ...). Du bist eine richtige Goldmine an Informationen !

Danke an Aude Bouchard, Gregory Grosa und Xavier Mescot für die Hilfe zu den Messungen, die ich am IMEP gemacht habe.

Danke den Alten des IMEPs, insbesondere Stéphane, Kerem, Brice, Dimitris, Leily, Wipa, Kruno, Nicolas², Delphine, Marlène und alle diejenigen, die ich jetzt vergesse, für die super Atmosphäre.

Danke speziell an Sandra Muller, und Danke dem Personal des CIME insgesamt für die DRIE, das Sägen der Wafer und die Reinraumhilfe allgemein.

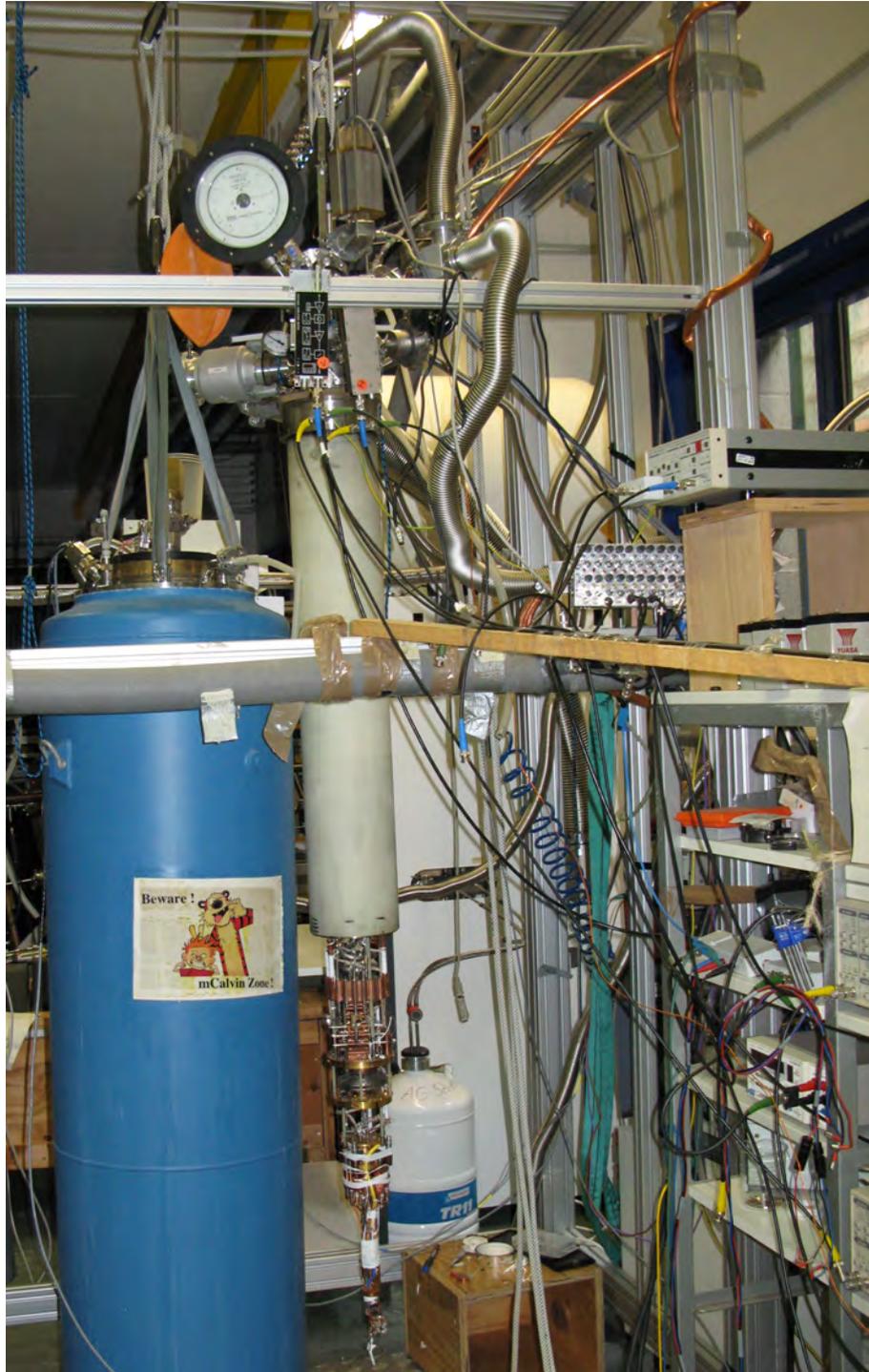
Danke an Carlos Cuevas für die Diskussionen über meine Tieftemperaturmessungen.

Einen großen Dank an Michael Häfner für die tight-binding Simulationen der Atomkontakte, auf die sich meine Schlussfolgerungen stützen.

Danke meinen Eltern für die grammatikalischen und die Rechtschreibkorrekturen in ihrer jeweiligen Sprache sowie dafür, dass sie zu verstehen versucht haben, was der Sinn der tagtäglichen Bastelarbeit ihres Sohnes war.

Dann möchte ich noch Frau predoc Péliison danken, deren Ehemann ich bald sein werde. Danke für die detaillierte! Korrektur der gesamten Arbeit, selbst wenn die Grundlagenphysik "*aber wirklich nicht mein Ding !*" ist; danke für all die Verbesserungen, erneutes Durchlesen, Lachkrämpfe, für das wie Pech und Schwefel zusammenhalten, dafür, dass du mir die Augen geöffnet hast, wenn ich von der Mensa aus den See nicht mehr gesehen habe. Danke, du weißt...

Letztendlich möchte ich unserer erweiterten Mannschaft danken: Aude, Maia, Nadine, Nicole, Michael, Olivier sowie Luc, dafür, dass ihr da wart und da seid, wenn es nötig ist, und dafür, dass ihr das Leben so schön und Lebenswert macht, wie es manchmal sein kann. Diese Arbeit ist euch gewidmet.



The truth I shall not know, but live in doubt,
Till my bad angel fire my good one out.

THE PASSIONATE PILGRIM
William Shakespeare

Teil IV

Anhang

Anhang A

Kritische Temperatur des Aluminiums als Funktion der enthaltenen Verunreinigungen

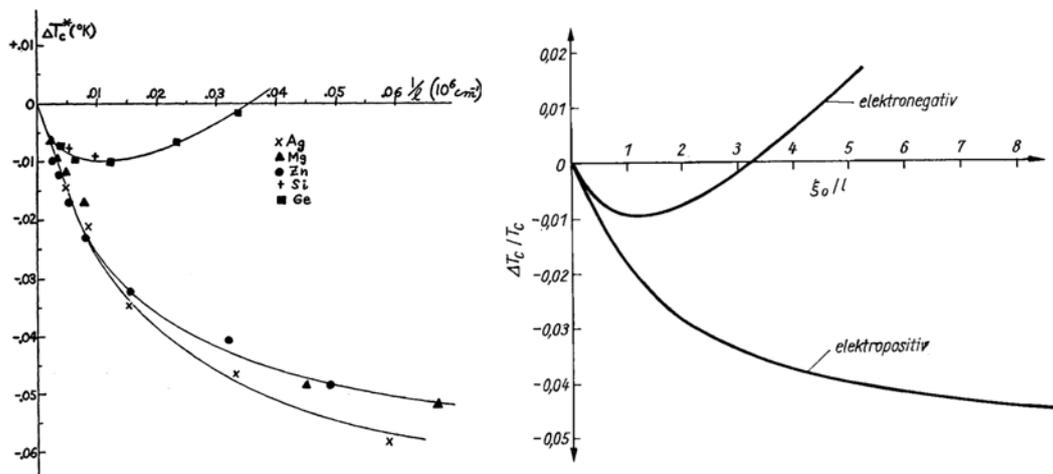


Abbildung A.1: Unterschied an kritischer Temperatur als Funktion der enthaltenen Verunreinigungen (l : Mittlere freie Weglänge). [Pauf 74], [Chan 59]

Weitere Details der Theorie finden sich in [Gins 65] und [Beli 87].

Literaturverzeichnis

- [Beli 87] D. Belitz. “Electron-phonon interaction, ultrasonic attenuation, and Eliashberg function $\alpha^2F(\omega)$ in impure metals”. *Phys. Rev. B*, Vol. 36, No. 5, pp. 2513–2518, Aug 1987.
- [Chan 59] G. Chanin, E. A. Lynton, and B. Serin. “Impurity Effects on the Superconductive Critical Temperature of Indium and Aluminum”. *Phys. Rev.*, Vol. 114, No. 3, pp. 719–724, May 1959.
- [Gins 65] D. M. Ginsberg. “Effect of Electron Mean Free Path on the Critical Temperature of Superconductors”. *Phys. Rev.*, Vol. 138, No. 5A, pp. A1409–A1411, May 1965.
- [Pauf 74] P. Paufler. “Einfluß der Realstruktur auf einige Eigenschaften von Supraleitern”. *Kristall und Technik*, Vol. 9, No. 5, pp. 533–550, 1974.

Anhang B

Numerische Werte des Aluminiums

Eigenschaft	Wert	Referenz
T_c	1,18 K	[Anne 04] [Land 90]
$\lambda(0)$	1550 nm	[Anne 04]
$\xi(0)$	45 nm	[Anne 04]
κ	0,03	[Anne 04]
H_c	10 mT	[Buck 04]
j_c	$1,1 - 1,6 \cdot 10^{11} \text{ A/m}^2$	[Klap 76]
T_{liquid}	660,4 °C	[Holl 95]
T_{gas}	2330 °C	[Holl 95]
Bond length dimere in gas phase	2,863 Å	[Bogi 98]
Native oxide thickness	2,15 nm	[Barn 06]
Alumina permittivity	$\epsilon_r = 9 - 10$	[Auer 96]
Crystal Structure	fcc from 4K to melting point	[Hatc 84]
Thermal expansion at 25K	$\alpha = 0,5 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	[Hatc 84]
Thermal expansion at 75K	$\alpha = 8,1 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	[Hatc 84]
Thermal expansion at 293K	$\alpha = 23 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$	[Hatc 84]
Thermal conductivity at 0,5K	$\kappa = 100 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	[Loun 88]
Thermal conductivity at 1K	$\kappa = 41,1 \text{ W} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	[Hatc 84]
Thermal conductivity at 4K	$\kappa = 157 \text{ W} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	[Hatc 84]
Thermal conductivity at 80K	$\kappa = 4,32 \text{ W} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	[Hatc 84]
Thermal conductivity at 300K	$\kappa = 2,37 \text{ W} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$	[Hatc 84]

Tabelle B.1: Angaben zu den physikalischen Eigenschaften von Aluminium

Eigenschaft	Wert	Referenz
Electrical resistivity at 1,65K	$\kappa = 9,25 \cdot 10^{-5} \mu\Omega \cdot cm$	[Hatc 84]
Electrical resistivity at 4,22K	$\kappa = 9,25 \cdot 10^{-5} \mu\Omega \cdot cm$	[Hatc 84]
Electrical resistivity at 77,4K	$\kappa = 0,21 \mu\Omega \cdot cm$	[Hatc 84]
Electrical resistivity at 273K	$\kappa = 2,5 \mu\Omega \cdot cm$	[Hatc 84]
Lattice constant	4,0496 Å	[Hatc 84]
Θ_D	420 K	[Buck 04]

Tabelle B.2: Angaben zu den physikalischen Eigenschaften von Aluminium

Literaturverzeichnis

- [Anne 04] J. F. Annett. *Superconductivity, Superfluids, and Condensates*. Oxford University Press, 2004.
- [Auer 96] P. Auerkari. “Mechanical and physical properties of engineering alumina ceramics”. *Technical Research Centre of Finland. Research Notes(Finland)*, Vol. 1792, pp. 1–26, 1996.
- [Barn 06] V. Barnier, O. Heintz, D. Roberts, R. Oltra, and S. Costil. “XPS and SIMS study of aluminium native oxide modifications induced by Q-switched Nd :YAG laser treatment”. *Surface and Interface Analysis*, Vol. 38, No. 4, pp. 406–409, april 2006.
- [Bogi 98] A. Bogicevic, P. Hyldgaard, G. Wahnström, and B. I. Lundqvist. “Al Dimer Dynamics on Al(111)”. *Phys. Rev. Lett.*, Vol. 81, No. 1, pp. 172–175, Jul 1998.
- [Buck 04] W. Buckel and R. Kleiner. *Supraleitung - Grundlagen und Anwendungen*. Wiley-VCH Verlag, 6th Ed., 2004.
- [Hatc 84] J. E. Hatch. *Aluminum: Properties and physical metallurgy*. ASM International, 1984.
- [Holl 95] W. Holleman. *Lehrbuch der Anorganischen Chemie*. Walter de Gruyter, 34. Ed., 1995.
- [Klap 76] T. Klapwijk and J. Mooij. “Microwave-enhanced superconductivity in aluminium films”. *Physica B*, Vol. 81, No. 1, pp. 132–136, January 1976.
- [Land 90] Landolt-Börnstein. *Zahlenwerte und Funktionen aus Naturwissenschaften und Technik - Band III/21a*. Vol. Gruppe III: Kristall- und Festkörperphysik- Supraleiter, Springer-Verlag, 1990.
- [Loun 88] O. V. Lounasmaa. *Experimental Principle and Methods Below 1K*. Academic Press, 1988.

Anhang C

Berechnung einer $I(V)$ Kennlinie nach dem Skalski Modell

Die folgende Rechnung baut auf den Entwicklungen von Skalski et al. [Skal 64] auf.

Es geht hier darum, den Strom durch einen SIS (Supraleiter - Isolator - Supraleiter) Kontakt zu berechnen. Wir gehen von der folgenden Zustandsdichte aus:

$$E > \Delta : \quad D(E) = \text{Re} \left[\frac{|E|}{\sqrt{(E + c \cdot T)^2 - \Delta^2}} \right] \quad E \leq \Delta : \quad D(E) = 0 \quad (\text{C.1})$$

mit c , einem Parameter¹, der die Abweichung von der BCS-Theorie beschreibt. Anhand der Fermi-Funktion, welche uns die Besetzung liefert

$$F_{\text{fermi}}(E) = \frac{1}{1 + e^{\frac{E}{T}}} \quad (\text{C.2})$$

und abhängig von der Temperatur T ist, können wir den Strom mit den zwei supraleitenden Zustandsdichten der Gleichung C.1 schreiben als:

$$I(V) = \int_{-\infty}^{+\infty} D(E)D(E - eV) [F(E - eV) - F(E)] dE \quad (\text{C.3})$$

Numerisch gesehen muss man hier auf die auftretenden singularen Punkte aufpassen und die Integrationsgrenzen so setzen, dass man ein stabiles Ergebnis erhält.

¹Pair breaking parameter

Literaturverzeichnis

- [Skal 64] S. Skalski, O. Betbeder-Matibet, and P. R. Weiss. “Properties of Superconducting Alloys Containing Paramagnetic Impurities”. *Phys. Rev.*, Vol. 136, No. 6A, pp. A1500–A1518, Dec 1964.

Anhang D

Verkabelung des Kryostaten

Die Verkabelung des Kryostaten ist in der Abbildung D.1 aufgeführt.

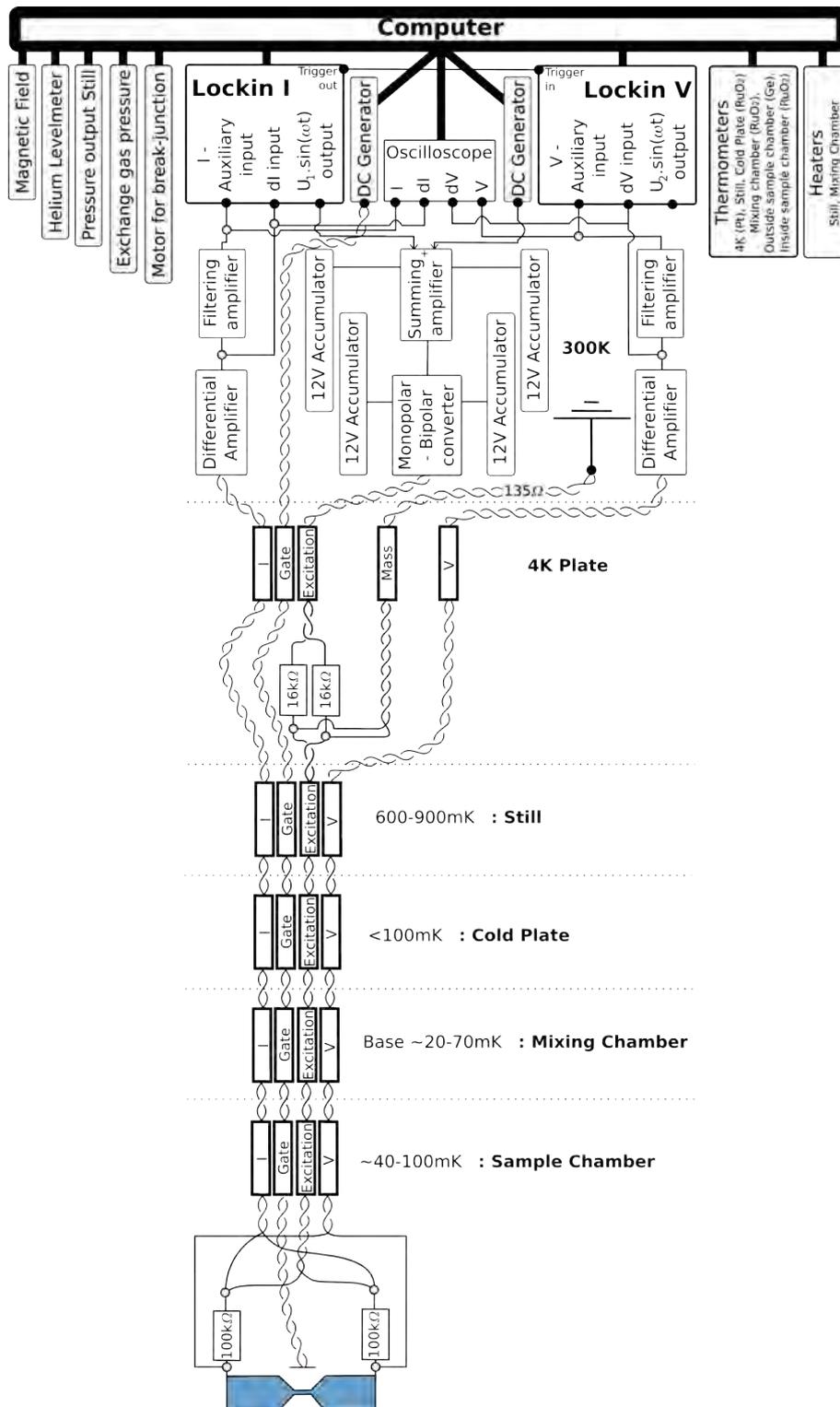


Abbildung D.1: Verkabelung des Kryostaten. Man vergleiche mit dem Verkabelungsprinzip der Abbildung 2.6 im Abschnitt 2.3, Seite 71.

Anhang E

Oxydationsgeschwindigkeit des Siliziums

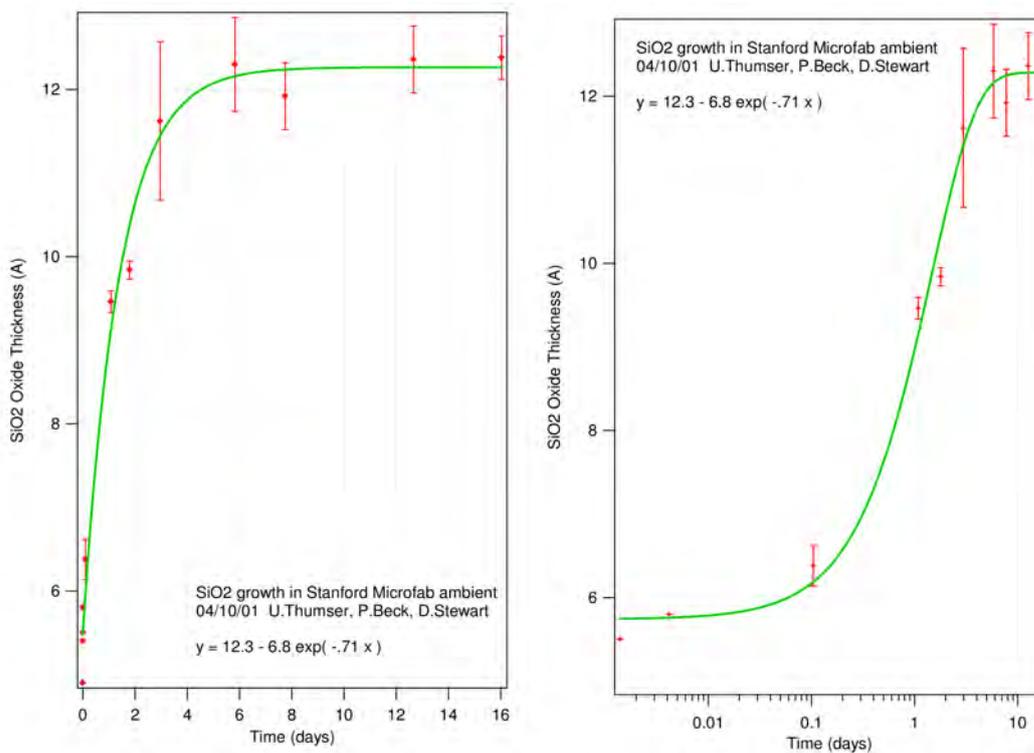


Abbildung E.1: Dicke des nativen Siliziumoxyds als Funktion des Zeit [Stew 01].

Literaturverzeichnis

[Stew 01] D. Stewart, P. Beck, and U. Thumser. "Growth of Native Oxide". Tech. Rep., Stanford Nanofabrication Facility, 2001.