

Anselm Heinen

**Untersuchung des Verhaltens von resonant
beschleunigten Elektronen in stationären Elektron-
Zyklotron-Resonanz-Plasmen**

2002

Experimentelle Physik

**Untersuchung des Verhaltens von resonant
beschleunigten Elektronen in stationären Elektron-
Zyklotron-Resonanz-Plasmen**

Inaugural-Dissertation

zur Erlangung des Doktorgrades

der Naturwissenschaften im Fachbereich Physik
der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster

vorgelegt von

Anselm Heinen

aus Münster

- 2002 -

Dekan: Prof. Dr. J. Pollmann

Erster Gutachter: Prof. Dr. H.J. Andrä

Zweiter Gutachter: Prof. Dr. R. Santo

Tag der mündlichen Prüfung:

Tag der Promotion:

INHALTSVERZEICHNIS

KAPITEL 1: EINFÜHRUNG	1
KAPITEL 2: EZR-IONEN-QUELLEN	7
2.1 EZR-IONEN-QUELLEN IM ALLGEMEINEN	7
2.2 MAGNETISCHER EINSCHLUß.....	9
2.2.1 <i>Magnetischer Einschluß im allgemeinen</i>	9
2.2.2 <i>Magnetisches Einschlußverhältnis</i>	10
2.2.3 <i>Eine simple Spiegelmaschine</i>	11
2.2.4 <i>Der radiale magnetische Einschluß</i>	12
2.2.5 <i>Minimum-B-Strukturen: Standard-Struktur (S-ECRIS)</i>	13
2.2.6 <i>Minimum-B-Strukturen: Plateau-Struktur (P-ECRIS)</i>	15
2.2.7 <i>Nomenklatur von Magnetstrukturen</i>	16
2.2.8 <i>Verlustkanäle in Minimum-B-Strukturen</i>	16
2.3 STOCHASTISCHES HEIZEN	18
2.3.1 <i>Prinzipien</i>	18
2.3.2 <i>Typischer Energieverlauf bei Resonanzdurchläufen</i>	20
2.4 BESCHREIBUNG DER QUELLEN IM INSTITUT FÜR KERNPHYSIK	21
2.4.1 <i>Struktur der Quellen ECRIS I und PECRIS III</i>	21
2.4.2 <i>PECRIS V</i>	23
2.4.3 <i>PECRIS IV</i>	24
2.5 MIKROWELLEN(MW)-FELDER IN EZR-QUELLEN	25
2.5.1 <i>Entstehung der Cavity-Resonanzen (Wellenausbreitung in Plasmen)</i>	25
2.5.2 <i>Cutoffdichte</i>	25
2.5.3 <i>Das Mikrowellenfeld in PECRIS III</i>	26
2.5.4 <i>Realistische Mikrowellenfeldstärken in PECRIS III</i>	26
2.5.5 <i>Mikrowellenmoden in PECRIS V</i>	28
2.5.6 <i>Relative Stärke der Mikrowelle</i>	29
2.5.7 <i>Der Einfluß des magnetischen MW-Anteils auf das Einschlußverhalten</i>	29
KAPITEL 3: EIGENSCHAFTEN VON EZR-PLASMEN	31
3.1 IONISATIONSPROZESSE	31
3.1.1 <i>Berechnung der Ionisationswirkungsquerschnitte mit der Müller-Salzborn-Formel</i>	31
3.1.2 <i>Ionenerzeugung (Ratengleichungen)</i>	32
3.1.3 <i>Bestimmung des Ladungszustands-Spektrums</i>	33
3.1.4 <i>Berechnung der Ionendichte aus dem Ladungsspektrum</i>	34
3.1.5 <i>Bestimmung der Neutralteilchendichte</i>	34
3.2 ANREGUNGSPROZESSE IN PLASMEN.....	35
3.3 STRAHLUNGSVERLUSTE	36
3.3.1 <i>Bremsstrahlungsverluste</i>	36
3.3.2 <i>Synchrotron-Strahlungsverluste</i>	37
3.4 AFTERGLOW-EFFEKT.....	38
3.4.1 <i>Verwendung des Afterglow-Effekts</i>	40
3.5 TEILCHEN- UND ENERGIEHAUSHALT DES PLASMAS	41
3.5.1 <i>Stationäre Teilchen- und Energieflüsse der Elektronen</i>	41
3.5.2 <i>Sekundärelektronen und Backscattering</i>	42
3.5.3 <i>Teilchen-Einschlußzeiten τ, $\langle \tau \rangle$</i>	43
3.5.4 <i>Effektive Teilchen-Einschlußzeit τ^{eff}, mittlere Ionisationszeit $\tau_{\text{Ionisation}}$</i>	44
3.5.5 <i>Einfluß der Wand auf das Plasma</i>	45

3.5.6 Energieeinschlußzeit τ_E	46
3.5.7 Ionen- und Neutralteilchengleichgewicht.....	48
3.5.8 Die Plasma-Randschicht (Plasmapotential)	48
3.5.9 Energieverluste der Elektronen durch Coulomb-Stöße.....	49
3.6 DIE POPULATION DER GEHEIZTEN ELEKTRONEN	50
3.6.1 Grenzschicht-Elektronen (Korona-Elektronen).....	51
KAPITEL 4: EINZELTRAJEKTORIEN-BERECHNUNG.....	53
4.1 DAS EINZELTRAJEKTORIEN-MODELL.....	54
4.2 DER RELATIVISTISCHE PARTICLE MOVER.....	55
4.2.1 Kernroutine	55
4.2.2 Der Halbschritt der Movers	57
4.2.3 Statisches Standard-Switching	57
4.2.4 Ein Rechenschritt des Movers in der Graphik (homogenes B-Feld).....	58
4.2.5 Ein Rechenschritt des Movers in der Graphik (homogenes B- und E-Feld).....	59
4.2.6 Das Super-Switching-Verfahren.....	60
4.2.7 Der particle mover im stark inhomogenen B-Feld.....	62
4.2.8 Die Problematik des Übergangs vom homogenen zum inhomogenen Feld.....	64
4.2.9 Dynamisches Switching.....	65
4.3 UNTERSUCHUNGEN ZUM PARTICLE-MOVER.....	67
4.3.1 Konstantes, inhomogenes B-Feld ohne E-Feld	67
4.3.2 Relativistisches Heizen im homogenen B-Feld.....	69
4.3.3 Relativistisches Heizen im inhomogenen B-Feld.....	72
4.3.4 Prinzipielle Schlußfolgerungen aus der Einzeltrajektorienberechnung.....	74
4.4 STÖRUNGEN DER ELEKTRONENBAHN - RUTHERFORDSTREUUNG.....	75
4.4.1 Elektron-Elektron-Streuung	75
4.4.2 Elektron-Ionen-Streuung.....	76
4.5 STÖRUNGEN DER ELEKTRONENBAHN - SPITZERSTREUUNG.....	77
4.6 IONISATIONSPROZESSE IM SIMULATIONSPROGRAMM.....	77
KAPITEL 5: TRAJEKTORIEN-STATISTIK.....	79
5.1 DAS STATIONÄRE PLASMA	79
5.2 DIE BETRACHTUNG VIELER TRAJEKTORIEN FÜR DIE PLASMABESCHREIBUNG.....	80
5.3 DIE DURCHFÜHRUNG DER SIMULATION (REFRESH-VERFAHREN)	81
5.3.1 Datenerfassung beim single sampling.....	82
5.3.2 Refresh-Verfahren und single-sampling.....	83
5.4 DIE VOLLSTÄNDIGE STATISTISCHE ANALYSE DER ELEKTRONENBAHNEN (MULTI-SAMPLING)..	85
5.5 DIE ÄQUIVALENZ VON SINGLE- UND MULTISAMPLING.....	87
5.5.1 Die Altersdichte-Verteilung der stationären Elektronen.....	89
5.5.2 Die Wahl der Größe T_{SIM}	90
5.5.3 Ein Stationaritätskriterium für die Simulation	90
5.5.4 Die stationären Austrittsrate der geheizten Elektronen	92
5.5.5 Das Spektrum der Aufenthaltsdauern.....	92
5.5.6 Die Extrapolation der mittleren Aufenthaltsdauer.....	93
5.5.7 Die Größe $\chi(t)$ - zeitaufgelöste Austrittsrate -	94
5.6 VORGEHENSWEISE DER SIMULATION (ZUSAMMENFASSUNG)	95

KAPITEL 6: DIE ANWENDUNG DER SIMULATION..... 97

6.1 SIMULATIONSPARAMETER..... 97

 6.1.1 Rechnung mit verschiedenen $P = n_e \dots \langle q^2 \rangle / \langle q \rangle$ 97

 6.1.2 Der Variationsbereich von P 97

 6.1.3 Extraktionsspannung..... 97

6.2 DIE ANALYSE VON ECRIS I ($T_{SIM} = 5\mu s$)..... 98

 6.2.1 Aufenthaltsdauer-Verteilungen bei ECRIS I bis $5\mu s$ 101

6.3 DIE STATIONÄRE ECRIS I..... 104

6.4 DIE ANALYSE VON PECRIS III ($T_{SIM} = 5\mu s$)..... 106

 6.4.1 Aufprallverteilungen..... 107

 6.4.2 Einschlußverhalten bei Variation der E-Feldstärke (bis $5\mu s$)..... 108

 6.4.3 Der Einfluß der Stöße in PECRIS III (bis $5\mu s$)..... 109

 6.4.4 Dichtevariation bei PECRIS III (bis $5\mu s$)..... 110

6.5 ÜBERPRÜFUNG DES STATIONARITÄTSKRITERIUMS ANHAND PECRIS III..... 111

6.6 DIE STATIONÄRE PECRIS III..... 113

 6.6.1 $N(t)$ und Energiespektrum..... 113

 6.6.2 Stabilitätsinseln der Energie..... 115

 6.6.3 Stationäre räumliche Verteilungen..... 116

 6.6.4 Abhängigkeit der räumlichen Verteilungen von der E-Feldstärke..... 117

 6.6.5 Einschlußverhalten bei Variation des E-Feldes (bis $2ms$)..... 118

 6.6.6 Variation der E-Feldstärke bei festgehaltenem $P = n_e \dots \langle Q \rangle$ 119

 6.6.7 Einfluß des Resonanzvolumens auf die optimale Feldstärke..... 120

 6.6.8 Variation der Mikrowellen-Frequenz..... 120

 6.6.9 Austrittsorte bei variierender E-Feldstärke und Frequenz..... 121

6.7 DIE STATIONÄRE ECRIS III /V10MM..... 122

6.8 DIAMAGNETISMUS IN PECRIS III..... 124

6.9 DIE STATIONÄRE PECRIS V, MODE $H_{1,1,38}$ 127

 6.9.1 Variation der E-Feldstärke..... 127

 6.9.2 Die Mode $H_{1,1,38}$ mit $150V/cm$ 129

 6.9.3 Vergleich mit dem Experiment..... 129

 6.9.4 Das Verhalten der langlebigen Elektronen bei E-Feldstärke-Variation..... 130

6.10 DIE STATIONÄRE PECRIS V, MODE $H_{1,1,38}$ 50V/CM MIT DIAMAGNETISMUS..... 131

 6.10.1 Räumliche Verteilungen..... 131

 6.10.2 Der Diamagnetismus der Mode $H_{1,1,38}$ - Stufe 0..... 132

 6.10.3 Der Diamagnetismus - Stufe 1..... 133

 6.10.4 Der Diamagnetismus - Stufe 2..... 133

 6.10.5 Beschleunigung der Konvergenz durch diamagnetische Mittelung..... 134

 6.10.6 Das selbstkonsistente diamagnetische Feld..... 134

 6.10.7 Nachführung der Frequenz..... 136

 6.10.8 Deutung des Oszillations-Phänomens bei der diamagnetischen Rechnung..... 136

 6.10.9 Die statistischen Anforderungen der diamagnetischen Rechnung..... 136

6.11 DIE STATIONÄRE ECRIS V MIT $H_{2,2,33}$, 100V/CM..... 137

 6.11.1 Der Diamagnetismus der Mode $H_{2,2,33}$ 138

6.12 DIE STATIONÄRE ECRIS V MIT $H_{3,1,38}$ 139

 6.12.1 Räumliche Verteilung..... 139

6.13 MULTI-FREQUENZ-HEIZUNG(MFH)..... 140

 6.13.1 Theorie..... 140

 6.13.2 Simulation und Experiment in PECRIS V..... 142

 6.13.3 Ergebnis der Simulation..... 143

6.14 ZUSAMMENFASSUNG DER WICHTIGSTEN SIMULATIONSERGEBNISSE..... 144

KAPITEL 7: DIAMAGNETISMUS.....	145
7.1 EINFÜHRUNG	145
7.2 DER HOMOGEN MAGNETISIERTE STABMAGNET	146
7.3 DIAMAGNETISMUS IN EINER P-ECRIS	148
7.3.1 <i>Diamagnetismus als Folge von Elektronen-Nettoströmen</i>	148
7.4 MESSUNG DES DIAMAGNETISMUS IN PECRIS III	150
7.4.1 <i>Der Plasmakern als Stabmagnet</i>	150
7.4.2 <i>Die Meßvorrichtung</i>	150
7.4.3 <i>Feldlinien des Plasmakerns</i>	151
7.4.4 <i>Bestimmung der effektiven magnetischen Induktion B_{eff}</i>	153
7.4.5 <i>Messung der induzierten Spannung</i>	153
7.4.6 <i>Die explizite Flußberechnung durch alle Spulen</i>	154
7.4.7 <i>Abhängigkeit der berechneten Magnetisierung vom angenommenen Plasmakernradius</i>	155
7.4.8 <i>Abschätzung der mittleren Elektronenenergie</i>	156
7.5 DIE ZWEITE MESSUNG DES DIAMAGNETISMUS	157
7.5.1 <i>Meßaufbau</i>	157
7.5.2 <i>Flußberechnung durch die kleine und große Meßspule</i>	158
7.5.3 <i>Messungen und Auswertung: Vergleich der Signalstärken großer und kleiner Meßspule</i> . 161	
7.5.4 <i>Das Signal der großen zentralen Meßspule</i>	162
7.5.5 <i>Das diamagnetische Signal der stromoptimierten Quelle ($I(\text{Ar}^{8+})=30\mu\text{A}$)</i>	163
7.5.6 <i>Abschätzung einer unteren Grenze für das Produkt $\langle n_e \cdot E_{\text{kin}} \rangle$</i>	165
7.5.7 <i>Afterglowströme im Vergleich mit dem Dia-Signal</i>	167
7.5.8 <i>Weitere Dia-Signale: Quelle im instabilen Zustand, Einschaltvorgänge</i>	169
7.5.9 <i>Das Dia-Signal des Wasserstoff-Plasmas</i>	170
7.5.10 <i>Zusammenhang zwischen Afterglowsignal und diamagnetischem Signal</i>	171
7.5.11 <i>Zusammenfassung Experiment-Simulation</i>	171
 KAPITEL 8: ZUSAMMENFASSUNG	 173
8.1 ZUSAMMENFASSUNG DER WICHTIGSTEN ERGEBNISSE DER ARBEIT	174

ANHANG A: FORMELSAMMLUNG	177
A.1 RELATIVISTISCHE BERECHNUNGEN	177
A.2 RUTHERFORDSTREUUNG	179
A.3 SPITZERSTREUUNG	181
ANHANG B: WELLENAUSBREITUNG IN PLASMEN.....	182
B.1 GRENZFALL: KEINE BEEINFLUSSUNG DURCH DAS PLASMA	182
B.2 DAS MODELL DES STOßFREIEN, KALTEN MAGNETISIERTEN PLASMAS.....	182
B.3 EIGENSCHAFTEN UND BRECHUNGSINDIZES DER VIER GRUNDWELLENTYPEN BEI UNTERSCHIEDLICHEN DICHTEN DES PLASMAS UND VARIIERENDER FREQUENZ	184
B.4 ERKLÄRUNGEN ZUM UNTERKRITISCHEN TEILS DES CMA-DIAGRAMMS	186
B.5 MODENSTRUKTUREN IM EZR-QUELLENBETRIEB	187
ANHANG C: SIMULATIONS-MODELL ERGÄNZUNGEN	188
C.1 DEFINITION DES RESONANZVOLUMENS	188
C.2 UNGEHEIZTE ABER NICHT KALTE ELEKTRONEN.....	190
C.2.1 Geheizte Sekundärelektronen	191
ANHANG D: ALLGEMEINE STATISTIK	192
D.1 DER "STANDARDFEHLER" DES ARITHMETISCHEN MITTELWERTES	192
ANHANG E: KRÄFTE VON PERMANENTMAGNETEN.....	193
E.1.1 Coulomb-Gesetz für magnetische Oberflächen-Ladungen	193
E.1.2 Kraft auf eine magnetische Oberflächenladung im Magnetfeld	194
E.1.3 σ ist eine Stromdichte	195
E.1.4 Berechnung der Kraft mittels Oberflächen-Ladungen.....	195
E.1.5 Magnetische Momente	196
ANHANG F: BENÖTIGTE UND ZUR VERFÜGUNG STEHENDE RECHENLEISTUNG FÜR DIE SIMULATION.....	197
F.1.1 Spekulation über zukünftige Rechenzeiten mit steigender CPU-Leistungsfähigkeit	197
ANHANG G: TEILCHENBAHN IM ZEITABHÄNGIGEN E-FELD MIT EINEM LEAP- FROG-VERFAHREN.....	198
LITERATURVERZEICHNIS	199

Kapitel 1: Einführung

In vielen Bereichen von Forschung und Technik spielt die Beschleunigung von geladenen Teilchen eine wichtige Rolle. Häufig werden diese Teilchen dabei Magnetfeldern ausgesetzt, in denen sie kreisförmige Bewegungen ausführen. Bei den Zyklotron-Resonanz-Verfahren werden diese rotierenden Teilchen mit Hilfe elektrischer Wechselfelder resonant beschleunigt; so wird ihre kinetische Energie erhöht.

Für Experimente der Kern- und Teilchenphysik werden Ionen und Elektronen in Synchrotrons und Betatrons resonant beschleunigt und auf höchste Energien gebracht. Um immer feinere Strukturen der Materie auflösen zu können (z.B. das *Quark-Gluonen-Plasma*), werden immer höhere Energien benötigt. Entsprechend aufwendig werden die Beschleunigeranlagen. Die derzeit wohl bedeutendsten Linear- und Synchrotron-Beschleunigeranlagen sind: der (im Bau befindliche) LHC (*Large Hadron Collider*) am CERN (*Centre Européen pour la Recherche Nucléaire*, Europäisches Zentrum für Kernforschung) in Genf, das SIS (*Schwer-Ionen-Synchrotron*) der GSI (*Gesellschaft für Schwerionenforschung*) in Darmstadt, der RHIC (*Relativistic Heavy Ion Collider*) am BNL (*Brookhaven National Laboratory*) auf Long Island, New York. Ferner GANIL (*Grand Accélérateur National D'Ions Lourds*) in Frankreich und RIKEN (*Rikagaku Kenkyusho*) in Japan.

Für diese Teilchenbeschleuniger-Anlagen werden Ionenquellen benötigt, um sie mit den zu beschleunigenden Ionen zu versorgen [ECRIS99]. In den letzten Jahren haben sich hier die *Elektron-Zyklotron-Resonanz-(EZR)-Quellen* besonders bewährt. Sie produzieren die höchsten Ladungszustände bei großen Stromstärken und sind sehr benutzerfreundlich, weil relativ einfach zu bedienen und wartungsarm.

Auch in der Fusionsforschung werden immer häufiger *Elektron-Zyklotron-Resonanz-Heizung* (EZRH) [Lloyd] und *Ionen-Zyklotron-Resonanz-Heizung* (IZRH) eingesetzt, um die Teilchentemperaturen weiter zu erhöhen und das Fusionsplasma zu stabilisieren [Schumacher].

Nicht nur im universitären und wissenschaftlichen Bereich, auch in der Industrie werden Ionenquellen benötigt. Sie werden hier vor allem für die Materialbearbeitung eingesetzt. Die Ionen-Implantation [Wierzbicki] wird zur Materialhärtung und -Veredelung verwendet (Spezialstähle, Stahlveredelung). Es gibt vielfältige Anwendungen von Ionenquellen im Bereich der Oberflächenreinigung und -Strukturierung (z.B. in der Mikroelektronik).

Ferner gibt es bedeutende Anwendungen von Ionenquellen im medizinischen Bereich. Die Implantationstechnik wird hier z.B. zur Herstellung von chirurgischen Stählen und zur Prothesenherstellung (z.B. Oberflächenhärtung von Hüftprothesen) verwendet. Ferner werden Ionenstrahlen zur gezielten Tumorbestrahlung eingesetzt [MEDEBIS].

2 Kapitel 1: Einführung

Bei kommerziellen Anwendungen werden häufig keine hochgeladenen Zustände benötigt, weswegen in diesen Fällen einfache Ionenquellen (wie z.B. die Kaufmann-Quelle [RothI]) ausreichend sind.

Die technischen Anwendungen der Plasmaphysik, die ja die Grundlage für viele Ionenquellen-Typen darstellt, gehen noch weit darüber hinaus. Bedeutende Entwicklungen, die mit Hochdruckplasmen arbeiten, sind die Leuchtstoffröhren, Plasma-Schweißtechniken sowie (schonende) Materialreinigungs- und -Bearbeitungsverfahren (z.B. in der Textilindustrie oder der Archäologie), um nur einige zu nennen [RothII].

EZR-Quellen werden bevorzugt eingesetzt, wenn große Ströme hochgeladener Ionen benötigt werden. Hochgeladene Ionen werden vor allem für Beschleunigeranlagen benötigt. Benötigt werden sie auch für bestimmte Verfahren der Oberflächenanalyse und (schonenden) -Bearbeitung [MrogendaD+P]. Die EZR-Quellen arbeiten dabei, im Gegensatz zu den meisten kommerziell eingesetzten Ionenquellen, mit Niederdruckplasmen ($<10^{-6}$ mBar).

Den EZR-Quellen verwandt und in der physikalischen Grundlagenforschung bedeutsam sind Ionenfallen vom Typ ECRIT (*Electron Cyclotron Resonance Ion Trap*) [ECRIS99] und EBIT (*Electron Beam Ion Trap*) [EBITNIST]. Bei den EBIT-Fallen werden die durch einen Elektronenstrahl erzeugten Ionen durch die negative Raumladung der Elektronen radial eingeschlossen (für den axialen Einschluß sorgt ein magnetisches Spiegelfeld). In diesen Fallen erreicht man durch geeignete Elektronenenergien die höchsten Ladungszustände, allerdings ist die Plasmadichte und damit die Rate der erzeugten Ionen im Vergleich zur ECRIS und ECRIT sehr gering.

Die in einer EBIT erzeugten Ionen lassen sich durch Pulsung des Elektronenstrahls extrahieren. Dies wird in den EBIS (*Electron Beam Ion Source*) Ionenquellen durchgeführt. Allerdings sind die so erzeugten Ionenströme sehr gering und nur in Pulsen geringer Wiederholrate zu generieren. Der Vorteil dieser Quellen liegt in der Erzeugung höchster Ladungszustände, verbunden mit der außerordentlich hohen *Brillanz* und niedrigen *Emittanz* des erzeugten Ionenstrahls [Zschornak].

EBIS Quellen werden u.a. für die Beschleunigung radioaktiver Isotope am CERN (*Rex-Isolde-Experiment* [Köster]), aber auch im medizinischen Bereich eingesetzt [MEDEBIS].

Auch in EZR-Quellen werden Ionen durch die negative Ladung der Elektronen festgehalten. Die Elektronen werden ihrerseits in magnetischen axialen und radialen Spiegelfeldern eingeschlossen. Im stationären Gleichgewicht gibt es einen konstanten Strom von Ionen und Elektronen aus dem Plasma heraus. Die Ionen können durch ein externes elektrisches Feld extrahiert und zu einem Ionenstrahl geformt werden.

EZR-Quellen gibt es seit 1972, und sie wurden seitdem ständig weiterentwickelt. Die ersten Quellen wurde am *Centre d'études Nucléaires* in Grenoble gebaut. Die Magnetstruktur von MAFIOS, der ersten EZR-Quelle, bestand nur aus einem axialen Spulenpaar, bei SUPERMAFIOS wurde ein

magnetischer Hexapol hinzugefügt, der die starken Wandverluste der Vorgängerquelle stark reduzierte [Geller]. Bei QUADRUMAFIOS [GirardQuadMaf] wurde ein Quadrupol eingebaut, der gute Diagnosemöglichkeiten bietet, jedoch für die Leistungsfähigkeit der Quelle weniger günstige Eigenschaften als ein Hexapol besitzt. Die aktuelle und leistungsfähigste Quelle dieser Produktlinie ist die MINIMAFIOS [BaruéMinMaf].

Die Entwicklung geht seit dem Bau der ersten EZR-Quellen zu immer höheren Mikrowellenfrequenzen, verbunden mit immer stärkeren Magnetfeldern, da mit der Frequenz auch die Dichte des erzeugten Plasmas und damit die Ionisationsrate im Plasma stark zunimmt. Die zur Zeit wohl leistungsfähigste EZR-Quelle SERSE (abgeleitet vom griechischen *Xerxes*) steht am LNS (*Laboratori Nazionale del Sud*) in Catania (Sizilien). Sie besitzt eine vollständig supraleitende Struktur, die Felder bis 2.7 Tesla erzeugt und eine 18GHz-Mikrowelle mit mehreren kW Leistung besitzt. Informationen zur aktuellen EZR-Quellen-Entwicklung finden sich in [ECRIS99],[ECRIS02].

Nicht nur der Betrag des Ionenstroms ist von Bedeutung, auch die Qualität des Ionenstrahls ist, vor allem bei wissenschaftlichen Experimenten, bisweilen von großem Interesse. Wichtig ist hierbei die hohe Brillanz und niedrige Emittanz des Strahls [MrogendaD+P]. Die Qualität des Strahls hängt neben der Extraktionsmechanik vor allem von der Quelle selbst ab.

Ebenfalls wird oftmals Wirtschaftlichkeit verlangt, d.h. geringe Herstellungs- und laufende Unterhaltungskosten bei guter Leistungsfähigkeit der Quelle.

In diese Richtung zielt die im *Institut für Kernphysik der Universität Münster* [IKP-Münster] konstruierte erfolgreiche Quelle PECRIS III [HeinenD], die mit einer Permanentmagnetstruktur, einem Hohlraumresonator (im folgenden auch als *Cavity* bezeichnet) als Plasmakammer und einem neuartigen Design des Magnetfeldes (*Plateau-Struktur* [Alton],[HeinenD]) ausgestattet ist.

Die großen Teilchen-Beschleuniger-Anlagen benötigen gepulste Ionenströme. Der Beschleuniger am CERN wird z.B. durch eine gepulst betriebene EZR-Quelle mit Blei-Ionen versorgt [Haseroth]. Bei dieser Quelle wird der bei allen EZR-Quellen beobachtete *Afterglow-Effekt* ausgenutzt [Sortais],[MüllerD]. Hierbei kommt es beim Abschalten der Mikrowelle, ausgehend vom cw(*continuous wave*) - Strom, zu einem kurzzeitigen starken Stromanstieg (100 μ s bis zu mehreren ms). Diese Strom-Überhöhung wurde ebenfalls beim PUMAEX (*Pulsed Magnetic Extraction*)-Effekt festgestellt, der zum ersten Mal effizient in [MüllerD] an der PECRIS III untersucht und eingesetzt wurde. Hierbei wird der axiale magnetische Einschluß auf der Extraktionsseite kurzzeitig geöffnet, um den eingeschlossenen Ionen eine verbesserte und gerichtete Austrittsmöglichkeit zu bieten.

Gute einführende Werke zur Plasmaphysik und Ionenquellen sind die Bücher von [Goldston],[Chen], für die Anwendungen von Ionenquellen ist [RothI+II] zu empfehlen. Ein einführendes Werk zum Thema EZR-Quellen ist [Geller].

4 Kapitel 1: Einführung

Die Ergebnisse aktueller Forschung und Entwicklung bezüglich EZR-Quellen werden auf den Fachtagungen vorgestellt und diskutiert, hier sind insbesondere folgende Konferenzen zu nennen: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE PHYSICS OF HIGHLY CHARGED IONS, HCI die alle 2 Jahre stattfindet [Bensheim98],[Berkley00] und ganz speziell INTERNATIONAL WORKSHOP ON ECR SOURCES, ECRISYY (YY steht für das aktuelle Jahr), die alle 3 Jahre stattfindet [ECRIS99],[ECRIS02].

In den Apparaturen, die mit der Zyklotron-Resonanz arbeiten, wird das Vorhandensein der Lorentz-Kraft $\mathbf{F}_L = q \cdot (\mathbf{v} \times \mathbf{B} + \mathbf{E})$ ausgenutzt, die geladene Teilchen auf eine kreisförmige Bahn zwingt, auf der sie dann mit einer bestimmten Frequenz rotieren. Mit dem elektrischen Wechselfeld einer Mikrowelle derselben Frequenz kann man ihnen nun zusätzliche kinetische Energie geben. So werden Elektronen in EZR-Quellen „geheizt“. Diese geheizten Elektronen ionisieren Neutralgasatome und schon vorhandene Ionen, es entsteht ein Plasma.

Es wurden umfangreiche Messungen an EZR-Quellen vorgenommen, insbesondere auch, um die Rolle der heißen Elektronen in diesen Quellen zu klären [BaruéHotE], [ELISA].

Plasmen sind Gegenstand intensivster Studien und Experimente. Vor allem der Versuch, Hochdruck-Plasmen (in denen die geladenen Teilchen permanent in starker Wechselwirkung miteinander stehen) zu beherrschen und zu verstehen, ist eine große Herausforderung. Dies ist vor allem für die Fusionsforschung von Interesse, in die man große Hoffnungen für die Lösung der zukünftigen Energieprobleme setzt und die mit entsprechendem Aufwand betrieben wird. Die zugehörige Literatur zu diesem Thema ist außerordentlich umfangreich. Für den Bereich Computersimulation von Plasmen gibt [Birdsall] eine gute Übersicht.

In EZR-Plasmen ist die Situation zwar nicht ganz so kompliziert wie in den Hochdruck-Fusionsplasmen, aber immer noch sehr komplex. Es handelt sich bei den EZR-Plasmen in der Regel um Niederdruckplasmen ($< \text{ca. } 10^{-6} \text{ mBar}$) mit einem großen Anteil hochenergetischer Elektronen (einige keV bis einige 100keV). Hier ist die heiße Elektronenpopulation im wesentlichen von den kalten Teilchen (Elektronen, Ionen und Neutralteilchen) entkoppelt.

Aufgrund der speziellen Verhältnisse in EZR-Plasmen ist man in der Lage, die theoretische Beschreibung und -Untersuchung dieser Plasmen zu vereinfachen. Während in vielfältigen theoretischen Arbeiten versucht wird, das kollektive Teilchenverhalten sowohl von Elektronen als auch Ionen zu beschreiben ([Birdsall], [GirardSim], G.Shirkov in [ECRIS99]), wird in der vorliegenden Arbeit und vorherigen Veröffentlichungen [Heinen1-3] ein anderer Weg beschritten.

Aufgrund der dominanten Rolle der geheizten und entkoppelten Elektronen für die Ionisationsprozesse und den Einschluß des EZR-Plasmas lassen sich viele Plasmaeigenschaften direkt aus dem Verhalten

der geheizten Elektronen ableiten. Das Verhalten der heißen Elektronen stellt einen wesentlichen Schlüssel zum Verständnis der Vorgänge in den Quellen dar. Kann man diese Elektronen gut genähert beschreiben, so ist es mit weiterführenden Simulationen möglich, das gesamte Quellenverhalten zu verstehen [VittP].

Für die heiße Elektronenpopulation stellt die Lorentzkraft die entscheidende Wechselwirkungskraft dar. Die bei den Energien dieser Teilchen auftretenden Stöße können bei den Teilchendichten in EZR-Plasmen ($<10^{12}\text{cm}^{-3}$) als leichte Störungen der Bahn betrachtet werden. Die heißen Elektronen lassen sich aufgrund ihrer hohen Energien gut mit dem klassischen Teilchenbild beschreiben und sind weniger als stark wechselwirkendes Kollektiv aufzufassen. Dies gilt nicht für die ebenfalls im Plasma vorhandenen kalten Elektronen, deren Verhalten durch kollektive Phänomene bestimmt wird.

Das Hauptproblem bei der Beschreibung der heißen Elektronen liegt dann im Lösen der Lorentz'schen Differentialgleichung für den Fall der Bewegung dieser Teilchen in den vorherrschenden, extern aufgeprägten **B**- und **E**-(Mikrowellen-)Feldern. Hierbei müssen die auftretenden Stöße mit berücksichtigt werden.

Da in den EZR-Plasmen eine große Anzahl von heißen Elektronen existiert, erzeugen diese ein nicht zu vernachlässigendes *diamagnetisches* Feld [Wiesemann], [BaruéHotE], welches auf das externe Magnetfeld zurückwirkt. Form und Stärke des Magnet- und des Mikrowellenfeldes beeinflussen aber das Verhalten der heißen Elektronen maßgeblich. Deshalb ist es auch wichtig, den *Diamagnetismus* in diesen Quellen zu erfassen und bei der Lösung des Problems zu berücksichtigen.

Ebenfalls wichtig ist die Berücksichtigung der Wechselwirkung von heißen Elektronen mit den Plasmakammerwänden, da diese einen starken Einfluß auf den Elektronenhaushalt haben.

Die Aussagen zum Verhalten der heißen Elektronen in EZR-Quellen aus [HeinenD] werden in der vorliegenden Arbeit vertieft und wesentlich erweitert. Das in dieser Arbeit entwickelte Modell und die zugehörigen Methoden sollen zu einem tieferen Verständnis der Vorgänge in diesen Quellen führen, als Vorlage für weiterführende Simulationen dienen und somit ein Werkzeug zur Planung und Optimierung derartiger Quellen darstellen.

An dieser Stelle sei als begleitende Lektüre auf die Diplomarbeiten und Veröffentlichungen der Arbeitsgruppe Prof. Andrä im [IKP-Münster] verwiesen. In dieser Arbeitsgruppe wurde die vorliegende Arbeit angefertigt.

Eine ständig aktualisierte Liste der Arbeiten findet sich im Internet unter:

<http://www.uni-muenster.de/Physik/KP/andrae/ecris/publications.html>

In allen Teilen der Arbeit wird, wenn nicht anders gekennzeichnet, das SI-System verwendet. Vektoren sind fett gedruckt oder mit Pfeil gekennzeichnet. Gleitkommazahlen sind aus Konsistenzgründen in der angelsächsischen Notation mit Punkt dargestellt.

Kapitel 2: EZR-Ionen-Quellen

2.1 EZR-Ionen-Quellen im Allgemeinen

Ausführliche Informationen über die Bestandteile von *Elektron-Zyklotron-Resonanz*(EZR)-*Ionen-Quellen* findet man in der einschlägigen Literatur (wie z.B. [Geller] mit sehr vielen Referenzen, aber auch in den Diplomarbeiten und Veröffentlichungen der Arbeitsgruppe, in der diese Arbeit erstellt wurde [IKP-Münster]). In diesem Kapitel sollen die wichtigsten Aussagen bezüglich EZR-Quellen kurz vorgestellt werden.

In Abbildung 1 sieht man eine schematische Darstellung einer EZR-Quelle.

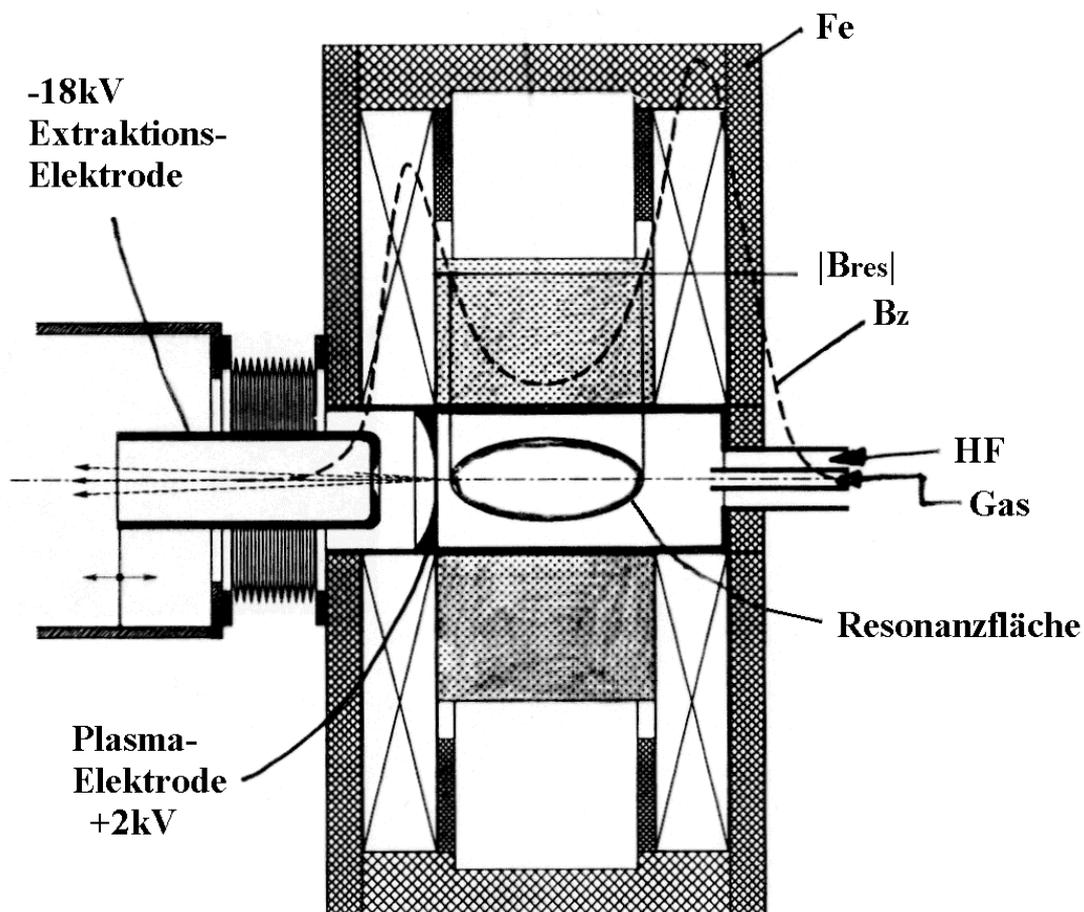


Abbildung 1: EZR-Quelle bestehend aus Magnetstruktur mit Eisenummantelung, Mikrowelleneinkopplung (HF), Gaseinlaß, Plasma- und Extraktionselektrode. Eingezeichnet ist der Magnetfeldverlauf auf der Achse mit markierter Resonanzfeldstärke.

Die Quelle besteht aus einer Magnetstruktur, die das Plasma in der Plasmakammer zusammenhält. Die Magnetstruktur besteht bei dieser Quelle aus einem Spulenpaar für den axialen und einem permanentmagnetischen Hexapol für den radialen Einschluß des Plasmas.

Zur Verstärkung des axialen Feldes sind die Spulen mit Eisen ummantelt. Das Eisen soll dabei den außerhalb der Plasmakammer befindlichen magnetischen Fluß möglichst stark in die Plasmakammer zurückführen.

Ferner befinden sich in der Quelle eine Vorrichtung für die Mikrowelleneinkopplung (rechts) und ein Einlaß für das zu ionisierende Gas sowie eine Plasma- und Extraktionselektrode (links). Oft ist die Kammer ein Hohlraumresonator, in dem die Mikrowelle ein stehendes Feld erzeugt.

Die Mikrowelleneinkopplung ist möglichst verlustfrei durchzuführen. Ferner gibt es verschiedene Einkopplungsmethoden (unterschiedliche Antennen, Mikrowellenzuführungen etc.). Untersuchungen hierzu wurden z.B. von [RütherD] und [MüllerD] durchgeführt.

Der Gaseinlaß sollte fein regulierbar sein, da die Performance von EZR-Quellen in der Regel sehr stark von der Stärke des zufließenden Gasstromes abhängt [VittP]. So gibt es einen ausgeprägten *Gas-Mixing-Effekt* z.B. beim Argon: der Argonstrom läßt sich mit Hilfe von zugeführten Sauerstoff erhöhen. Eine genaue Erklärung dieses Effektes gibt es bislang nicht.

Durch das zwischen Plasma- und Extraktionselektrode bestehende Feld werden Ionen aus dem Plasma extrahiert. Die Anordnung der Elektroden sowie die Höhe der Spannung bestimmt dabei neben den Quelleneigenschaften die Qualität des extrahierten Ionenstroms, wie Brillanz und Emittanz [MrogendaD+P].

Ebenfalls eingezeichnet ist der Feldverlauf auf der Achse und die *Resonanzfläche*, eine geschlossene Fläche, auf der die Zyklotronfrequenz der Elektronen mit der Mikrowellenfrequenz übereinstimmt. Die durch diese Fläche laufenden Elektronen gewinnen im statistischen Mittel Energie (sie werden *geheizt*). Die Elektronen erhalten so ein bestimmtes Energiespektrum. Die durch die energetischen Elektronen erzeugten Ionen versucht man nun möglichst effizient zu extrahieren. Die hochgeladenen Ionen sollten sich dabei möglichst in der Nähe der Extraktionselektrode befinden, damit sie leicht extrahiert werden können. Wenn man davon ausgeht, daß sich die hochgeladenen Ionen in der Nähe der Resonanzzone aufhalten, so ist die Resonanzfläche so nahe wie möglich an die Extraktion zu schieben. Dabei ist darauf zu achten, daß der magnetische Einschluß (siehe nächster Abschnitt) nicht verlorenght.

2.2 Magnetischer Einschluss

2.2.1 Magnetischer Einschluss im allgemeinen

Geladene Teilchen rotieren um Magnetfeldlinien mit der Frequenz

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{q \cdot B}{m}, \quad q: \text{elektrische Ladung,}$$

z.B. so, wie es in Abbildung 2 für ein Elektron skizzenhaft dargestellt ist:

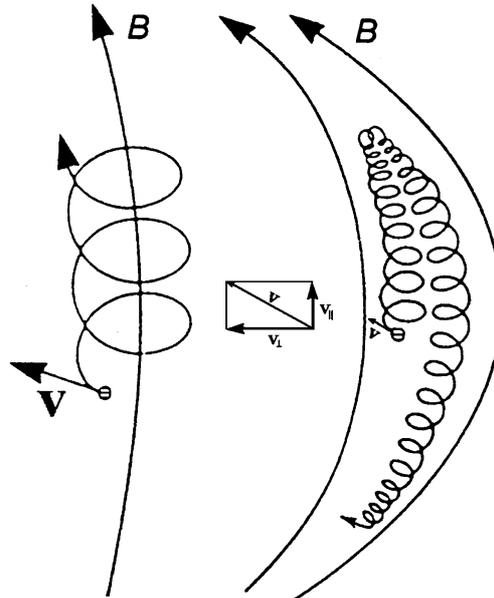


Abbildung 2: Spiegelbahn eines Elektrons

Nimmt der Feldstärkebetrag entlang der Magnetfeldlinie zu, kommt es zu einem rücktreibenden Effekt auf das geladene Teilchen, der *Spiegeleffekt* tritt auf. Diese rücktreibende Kraft ist desto stärker, je größer der zum Magnetfeld senkrechte Anteil des Geschwindigkeitsvektors v_{\perp} ist, und je stärker die Feldstärke entlang der Feldlinie anwächst:

$$\mathbf{F}_{\nabla B} \approx -\boldsymbol{\mu} \cdot \nabla \mathbf{B}$$

Hierbei kennzeichnet $\boldsymbol{\mu} = -\mu \cdot \frac{\mathbf{B}}{B}$ das *magnetische Moment* des geladenen Teilchens: die Bewegung des Elektrons um die Magnetfeldlinie erzeugt einen Kreisstrom I um eine Fläche A .

Dieser Kreisstrom stellt einen magnetischen Dipol dar mit dem Dipolmoment:

$$\boldsymbol{\mu} = I \cdot \mathbf{A} = \frac{E^{\text{kin}}}{B}$$

Man sieht also, daß sich der magnetische Einschluß mit größer werdendem magnetischen Moment und stärkerem Magnetfeld-Gradienten deutlich verbessert. In Abbildung 2 sieht man, daß das Elektron durch das Magnetfeld eingeschlossen ist. Dies ist der Fall, solange v_{\perp} groß genug ist. Ist es zu klein, geht das Elektron verloren.

Für ein geladenes Testteilchen ohne Masse in einem magnetischen Spiegelfeld ist μ eine echte Erhaltungsgröße. Bei realen Teilchen wird diese Näherung allerdings mit zunehmendem Bahnradius immer schlechter, da das B-Feld während eines Umlaufs in der Regel aus Sicht des Elektrons fluktuiert.

Liegt ein elektrisches Wechselfeld vor läßt sich zeigen, daß sich v_{\perp} innerhalb der Resonanzzone dramatisch verändert, v_{\parallel} dagegen nur gering beeinflusst wird. Außerhalb der Resonanzzone bleibt das magnetische Moment im Wesentlichen unbeeinflusst (siehe auch Abschnitt 2.3 Stochastisches Heizen). Empfehlenswert sind hier u.a. [Geller], zum magnetischen Moment auch [Nolting],[Tipler].

2.2.2 Magnetisches Einschlußverhältnis

Als radiales- und axiales Einschlußverhältnis bezeichnet man $R_{\text{radial}} = B_{\text{rmax}} / B_{\text{EZR}}$ bzw. $R_{\text{axial}} = B_{\text{zmax}} / B_{\text{EZR}}$ (nicht zu verwechseln mit dem magnetischen Spiegelverhältnis $B_{\text{max}} / B_{\text{min}}$). Es hat sich gezeigt, daß für eine optimales Funktionieren der Quelle sowohl R_{radial} als auch R_{axial} im Bereich 2 bis 3 liegen sollten. Auf keinen Fall sollte R wesentlich kleiner als 2 sein (Abbildung 3 zeigt die Abhängigkeit des Ionenstromes bei Variation von R in einer S-ECRIS [ECRIS 99]).

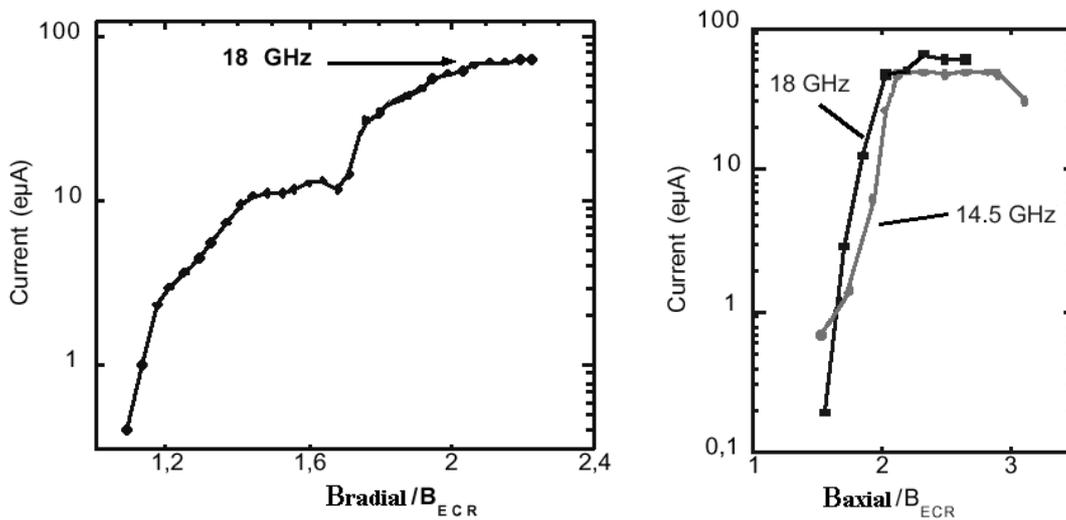


Abbildung 3: Abhängigkeit des Xe^{27+} Strom in einer S-ECRIS vom Einschlußverhältnis R

2.2.3 Eine simple Spiegelmaschine

Für eine einfache Spiegelmaschine, die nur aus zwei Spulen besteht und einen rein axialen Einschluß erzeugt (da das Feld in radialer Richtung nach außen schwächer wird), kann man sehr einfach angeben, wann ein Teilchen dem Magnetfeld entfliehen kann (Abbildung 4):

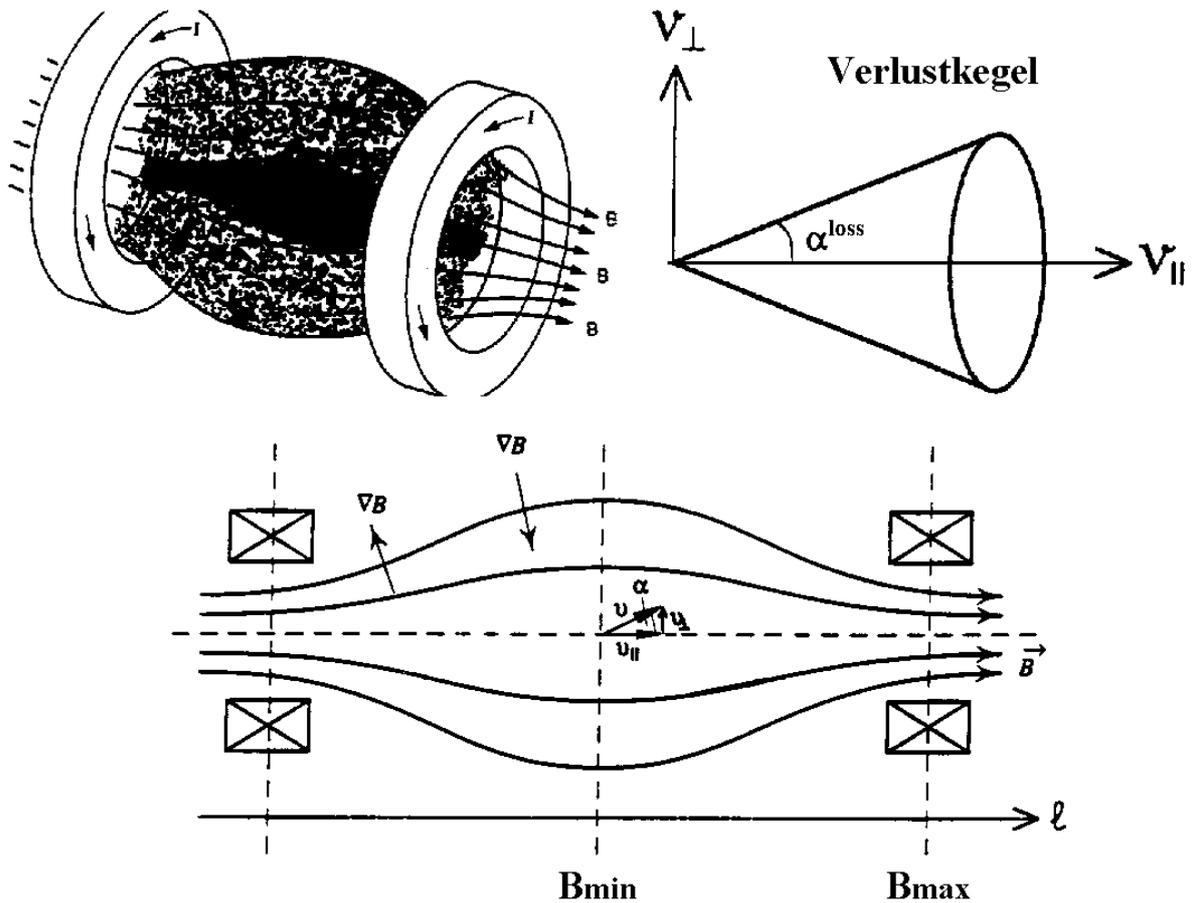


Abbildung 4: Der Verlustkegel eines einfachen axialen Spiegelfeldes

Wenn der Winkel α zwischen v_{\perp} und v_{\parallel} im Zentrum des Spiegels kleiner wird als der eingezeichnete

Winkel $\alpha^{\text{loss}} = \arcsin\left(\sqrt{\frac{B_{\text{min}}}{B_{\text{max}}}}\right)$, geht das Elektron dem Spiegel verloren, es befindet sich im

Verlustkegel.

2.2.4 Der radiale magnetische Einschluß

Der radiale Einschluß des Plasmas wird bei EZR-Plasmen durch einen Multipol, in der Regel ein Hexapol, gewährleistet. Die folgende Abbildung aus [MüllerD] verdeutlicht das Prinzip:

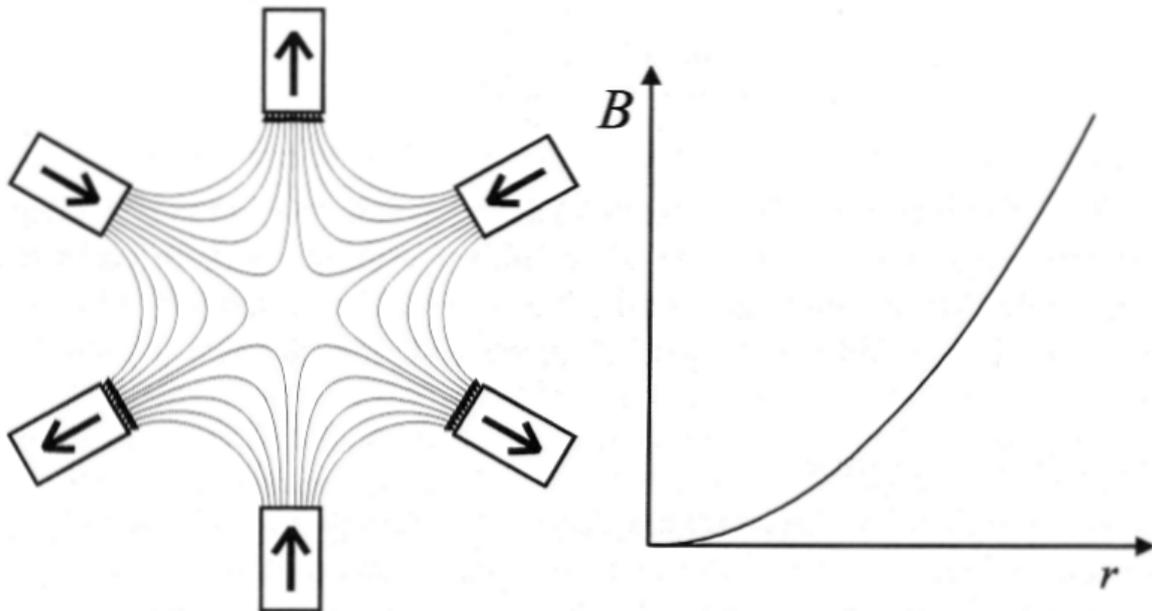


Abbildung 5: Magnetfeld eines simplen Hexapols aus Permanentmagneten. Die Pfeile deuten die Magnetisierungsrichtung der Pole an. Der rechts dargestellte Betrag des Magnetfeldes ist nur von r abhängig. Er ist proportional zum Quadrat des Radius. Heutige Hexapole werden allerdings in der Halbach-Form hergestellt [Halbach].

Moderne Hexapole mit starkem Einschlußfeld werden in der Halbach-Form hergestellt. Hier sind die Zwischenräume zwischen den Magnetpolen mit schräg magnetisierten Permanentmagneten ausgefüllt, die den magnetischen Fluß nach innen lenken und die Feldstärke im Innenraum deutlich vergrößern. Hiermit sind Felder fast bis zur Magnetisierung (in Tesla) der beteiligten Magnete möglich (siehe hierzu auch Kapitel 7 und Anhang: *Kräfte von Permanentmagneten*).

2.2.5 Minimum-B-Strukturen: Standard-Struktur (S-ECRIS)

Eine *Minimum-B-Struktur* ist dadurch charakterisiert, daß es in einem solchen Magnetfeld einen Ort mit minimaler Magnetfeldstärke gibt, von dem aus die Feldstärke in alle Raumrichtungen ansteigt.

In der folgenden Abbildung 6 sieht man die z - und r - Abhängigkeit des Magnetfeldbetrages in einer Minimum-B-Struktur. Als Linie eingezeichnet ist jeweils die Resonanzfeldstärke 0.23935 Tesla (entspricht 6.7GHz).

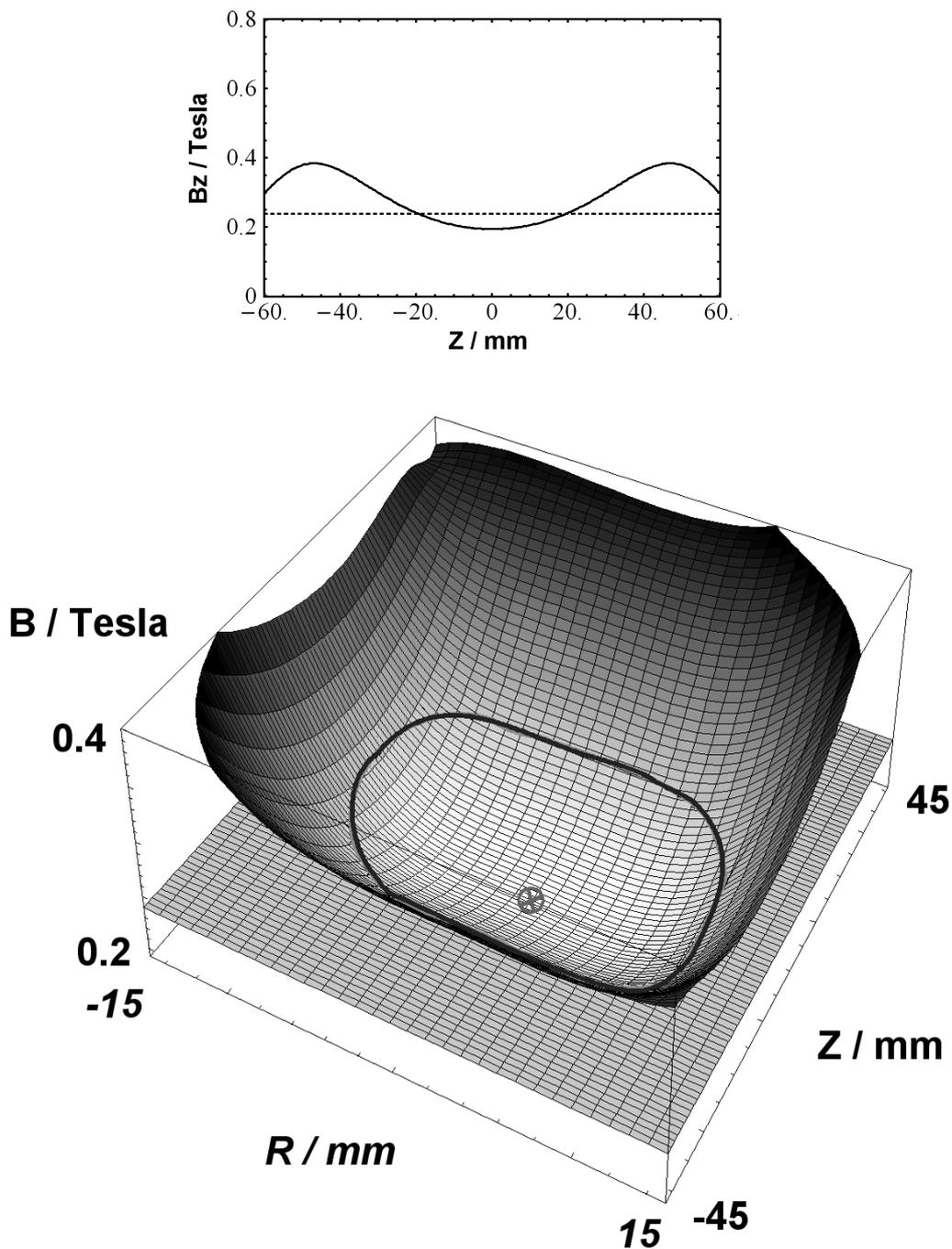


Abbildung 6: Magnetfeld-Betrag in einer Standard-Minimum-B-Struktur (ECRIS I) auf der Achse und in der RZ-Ebene; Schnittebene und Schnittlinie entsprechen der Resonanzfeldstärke einer 6,7GHz-Quelle von 0.23935 Tesla. Das Minimum ist markiert.

Elektronen im B-Feld-Minimum (das im Zentrum der Quelle liegt) sehen in allen Richtungen anwachsende Felder und werden eingeschlossen, wenn ihr Geschwindigkeitsvektor einen genügend großen Anteil senkrecht zum Magnetfeld hat. In der Abbildung 7 sieht man eine Elektronenbahn in einer einfachen Minimum-B-Struktur, wie sie von [Biri] berechnet wurde, allerdings noch ohne Mikrowellenwechselwirkung. Das Elektron startet mit fester Energie auf der Resonanzfläche und läuft dann an der Resonanzfläche entlang, wobei es durch den magnetischen Spiegel erzeugte Pendelbewegungen ausführt. Abbildung 8 zeigt ein hochenergetisches Elektron, das unter Mikrowellenwechselwirkung direkt an der Resonanzfläche entlangläuft.

Man sieht hier also, daß solche Elektronen tatsächlich von einer Minimum-B-Struktur sehr lange festgehalten werden können und der magnetischen Falle nicht entkommen.

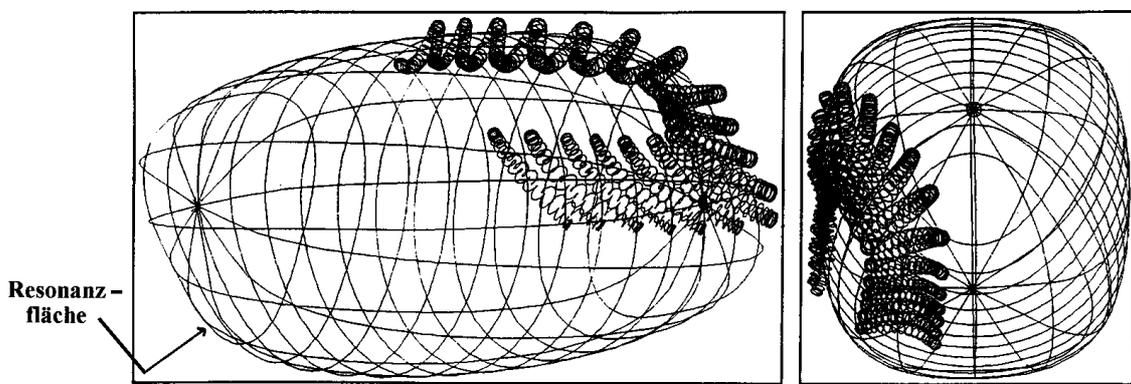


Abbildung 7: Darstellung der Bahn eines von der Resonanzfläche gestarteten Elektrons [Biri]

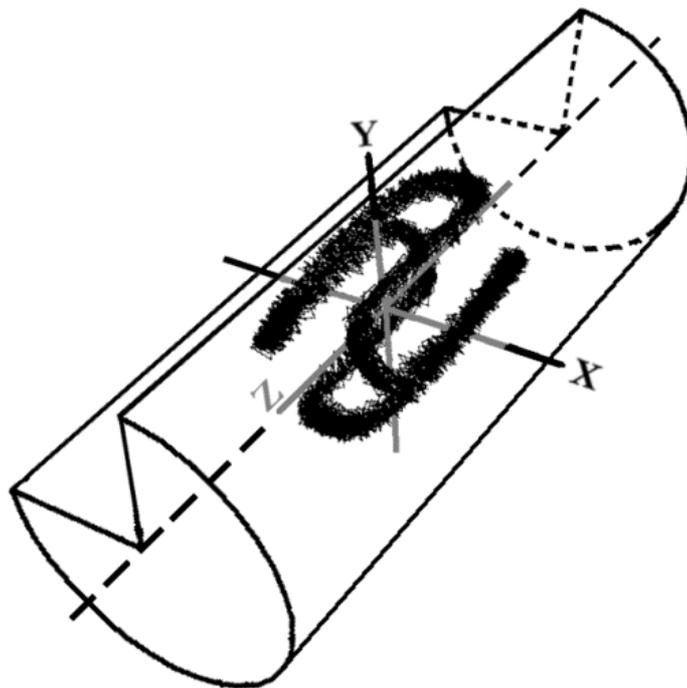


Abbildung 8: Simulierter Bahn-"Schlauch" eines speziellen hochenergetischen Elektrons in einer Min-B-Struktur

2.2.6 Minimum-B-Strukturen: Plateau-Struktur (P-ECRIS)

In Abbildung 9 sieht man eine Minimum-B-Struktur, die eine besondere Eigenschaft besitzt: das Minimum des Feldes ist außerordentlich flach, und der Betrag der Feldstärke ist in diesem homogenen Feldbereich gleich der Resonanzfeldstärke. Daraus folgt: in einem sehr großen Raumbereich innerhalb der Quelle sind die Elektronen in Resonanz, die Wechselwirkung mit der Mikrowelle wird sehr groß. In Abbildung 10 sieht man eine typische Elektronen-Trajektorie in einer solchen Struktur mit 8keV.

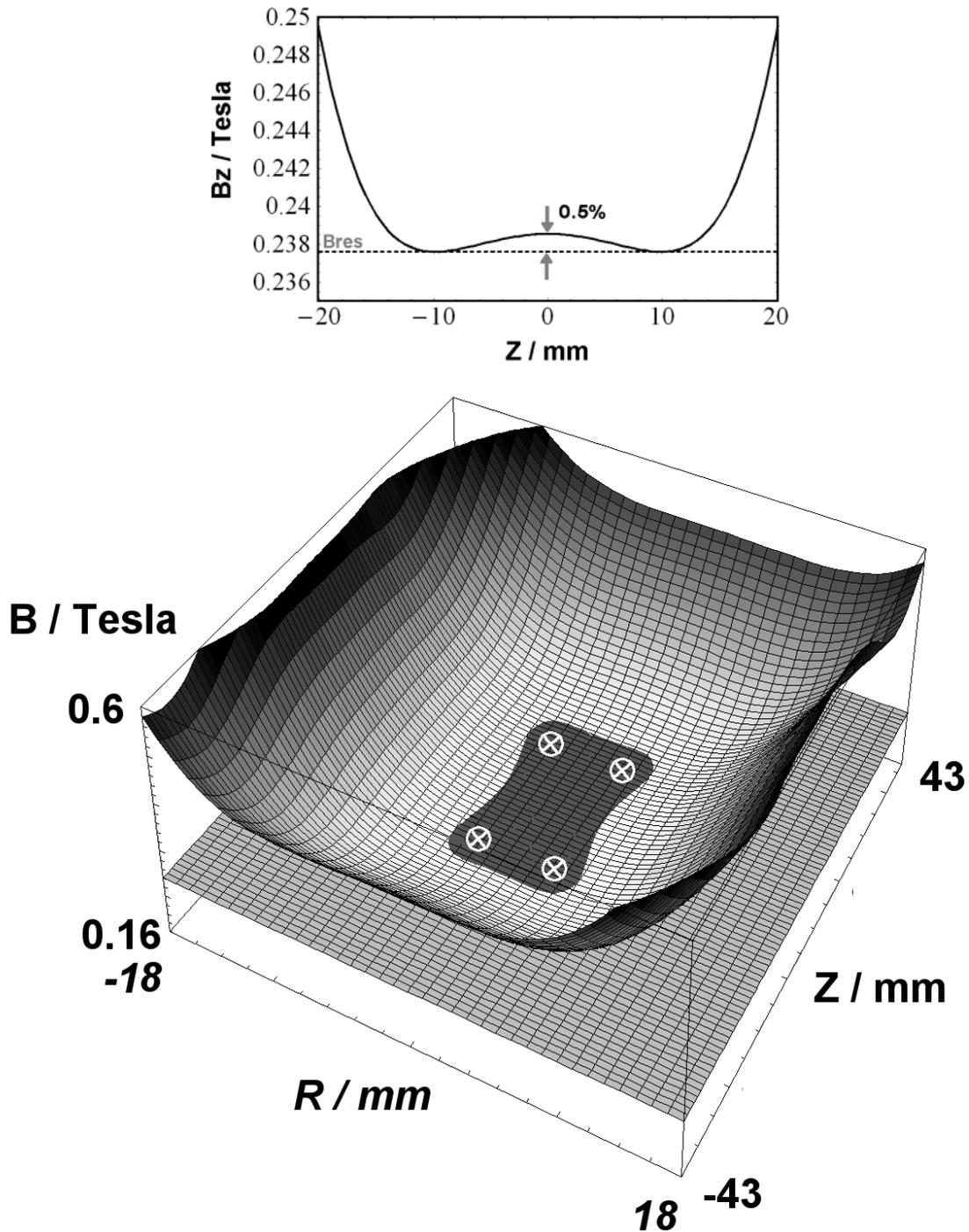


Abbildung 9: Plateau-Struktur (PECRIS III), Markierungen kennzeichnen die Ringe des absoluten Feldminimums

Eine kurze Rechnung zeigt, daß wegen $\text{div}\mathbf{B} = 0$ und $\text{rot}\mathbf{B} = 0$ (für das Vakuum) das absolute Feldminimum abseits der Achse liegen muß. Die Abweichung zum Minimum auf der Achse ist aber in der Regel minimal (typisch $< 0.1\%$). Die nächste Abbildung zeigt einen kurzen zeitlichen Abschnitt einer Elektronen-Trajektorie in dieser Struktur.

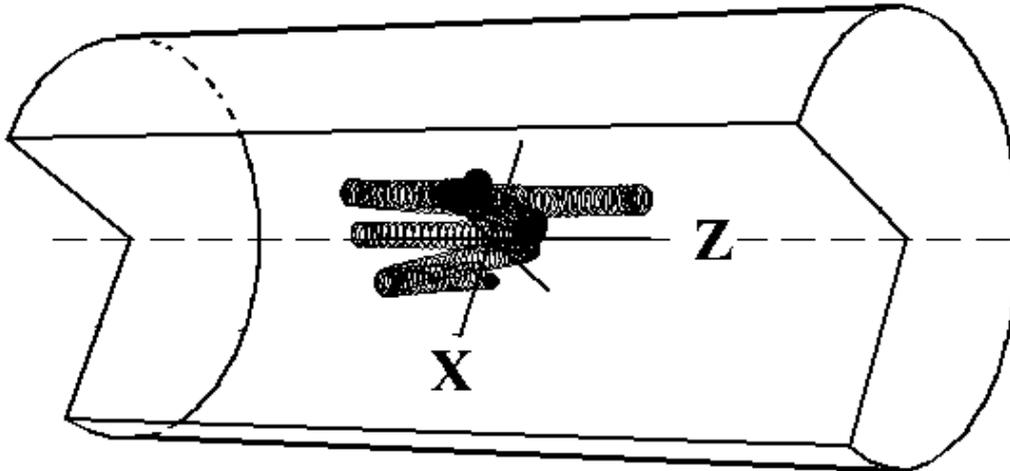


Abbildung 10: Berechnete 8keV Trajektorie in einer Plateau-Struktur

2.2.7 Nomenklatur von Magnetstrukturen

Eine EZR-Ionenquelle mit durchhängender Minimum-B-Struktur wird im folgenden als *Standard-EZR-Ionenquelle (S-ECRIS)*, eine Quelle mit Plateau-Struktur als *Plateau-EZR-Ionenquelle (P-ECRIS)* bezeichnet.

2.2.8 Verlustkanäle in Minimum-B-Strukturen

Durch das Plasma hindurchführende Feldlinien laufen in Minimum-B-Strukturen in der Regel an die Wand. Die in EZR-Quellen beobachteten *Sputterspuren* an den Wänden stammen von Ionen und Elektronen, die dem magnetischen Einschluß entlang der Feldlinien laufend entkamen. Die entsprechenden Feldlinien sind in Abbildung 11 für eine P-ECRIS zu sehen (die Feldstärke ist farbig kodiert). Rot eingezeichnet sind die Front- und Rückwand der Cavity. Die Mittelpunkte der kleinen Rechtecke in zentralen Bereich der Cavity sind die Startpunkte für die Magnetfeldlinien (die Rechtecke decken in etwa die radiale Ausdehnung des Plasmas ab). Man erkennt, daß der Einfluß des Hexapols im Innenbereich schwach ist (die Feldlinien haben hier fast keine Radial-Komponente und laufen direkt in die Extraktionsöffnung hinein). Weiter außen nimmt der Einfluß des Hexapols sehr stark zu, die Feldlinien in diesem Bereich laufen auf den Zylindermantel. Man sieht auf dem Mantel das Zustandekommen von jeweils 3 scharfen Streifen, die auf der anderen Seite der Cavity um 60Grad

versetzt sind und auf Front- bzw. Rückwand in einen Stern übergehen. Diese Strukturen entsprechen den beobachtbaren Wand-Strukturierungen in allen EZR-Quellen mit Hexapol.

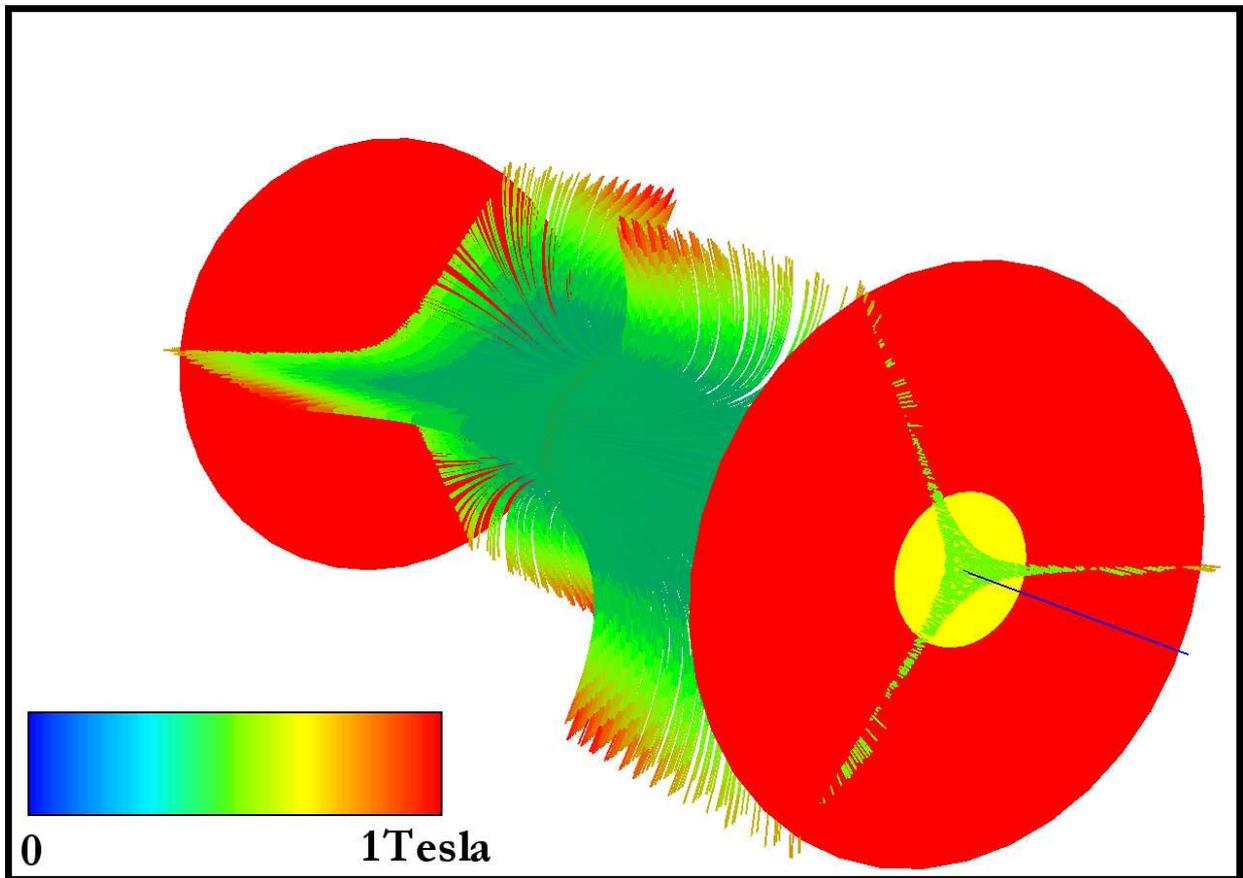


Abbildung 11: Feldlinien durch den zentralen Bereich des Plasmas einer P-ECRIS (PECRIS III). Die Extraktionsöffnung hat 10mm Durchmesser. Das 3D-Darstellungsprogramm wurde von Lutz Nowack [IKP-Münster] programmiert.

Je größer der radiale Ursprung der Feldlinie ist, desto weiter reichen die Spuren am Mantel bis in die Mitte des Mantels. Man sieht auch, daß die Feldliniendichte zum Übergang Stirnfläche/Mantel hin abnimmt.

Für die Wahl der Größe des Extraktionslochs ist eine Betrachtung dieser Figur sehr hilfreich.

Man sieht, daß die Feldlinien einen Raumbereich durchlaufen, der aufgrund des Hexapols eine Art Doppelkeil bildet.

Man erkennt bei der Figur, daß ein möglichst großer Anteil des Plasmas dicht an der Achse liegen sollte, da Ionen mit zunehmendem Abstand von der Achse aufgrund der gezeigten Feldlinienverteilung immer schlechter extrahiert werden können.

2.3 Stochastisches Heizen

2.3.1 Prinzipien

Das Funktionieren der EZR-Ionenquellen läßt sich im wesentlichen darauf zurückführen, daß Elektronen dem elektrischen Mikrowellenfeld Energie entnehmen und kinetische Energie gewinnen können. Dies geschieht im Bereich der Resonanzfeldstärke. Das Magnetfeld erzeugt also zum einen den Teilchen-Einschluß, zum anderen die Resonanzbedingung in den Quellen.

Die stochastische Heizung läßt sich wie folgt erklären:

Das elektrische Wechselfeld der Mikrowelle wirkt permanent auf die Elektronen in der Quelle. Es läßt sich zeigen [Geller], daß sich diese Kräfte im Mittel zu Null addieren, es sei denn, das geladene Teilchen befindet sich in der Nähe der Resonanz.

Befindet sich die Mikrowelle in einem Resonator und bildet eine Mode aus, entsteht ein stehendes \mathbf{E} -Feld, das sich an jedem Ort aus einer rechts- und einer linkszirkular polarisierten Welle zusammensetzt. Durchläuft das Elektron eine Resonanz, so kommt es zu einer starken Wechselwirkung zwischen Elektron und einer der beiden zirkularpolarisierten Wellen (die andere hat im Mittel keinen Einfluß auf das Elektron). In der folgenden Abbildung wird diese Situation verdeutlicht.

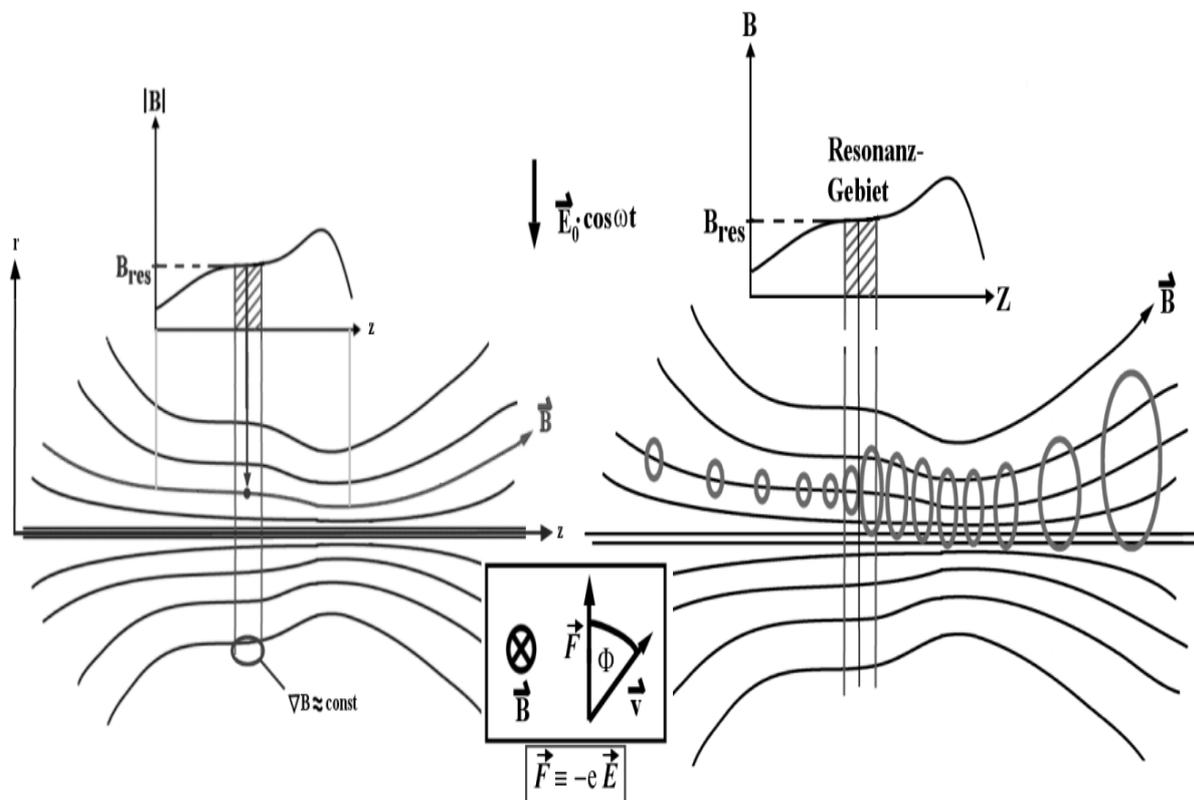


Abbildung 12: Resonanzdurchlauf eines Elektrons

Man sieht in der Abbildung rechts die Bahn eines Elektrons, das durch eine Resonanz läuft und dabei Energie gewinnt durch Ringe angedeutet. Ferner sind Magnetfeldlinien eingezeichnet und die Magnetfeldstärke, die auf das Elektron auf seiner Bahn einwirkt. Neben der Energiezunahme im Resonanzgebiet ist die Zu- und Abnahme des Bahnradius (und damit der Parallelgeschwindigkeit), verursacht durch die variierende Magnetfeldstärke, zu beobachten.

Die Lage des \mathbf{v}_\perp -Vektors relativ zu $\mathbf{F} \equiv -e \mathbf{E}$ und \mathbf{B} -Feld bei Erreichen der Resonanzfeldstärke ist ebenfalls eingezeichnet. Der Phasenwinkel zwischen \mathbf{v}_\perp und \mathbf{F} ist mit Φ bezeichnet.

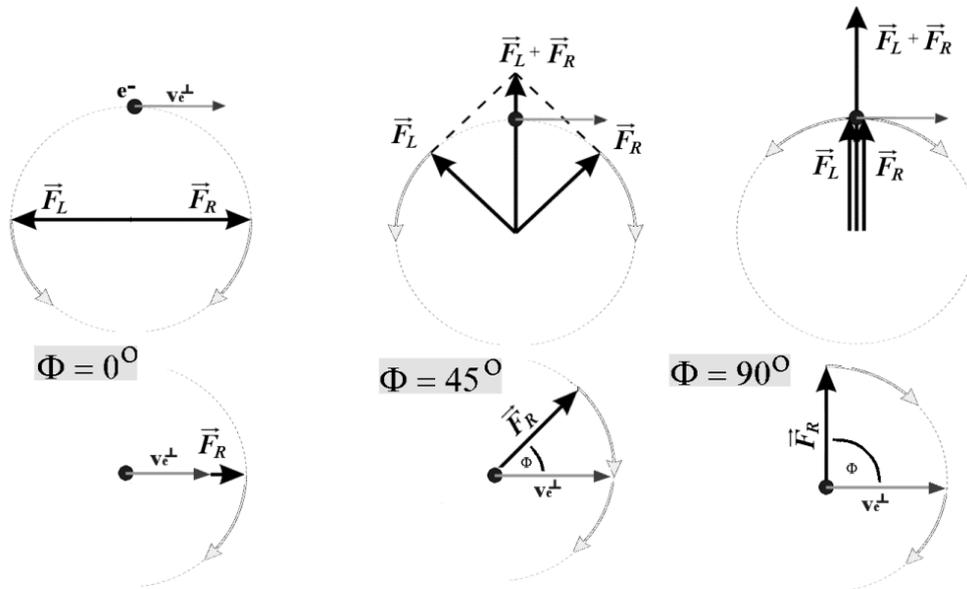


Abbildung 13: Die Situation beim Erreichen der Resonanzfeldstärke

In Abbildung 13 ist die Situation für das Elektron bei Erreichen der Resonanzfeldstärke eingezeichnet. Ist $\Phi = 0^\circ$, so gewinnt das Elektron durch den gleichsinnig umlaufenden Kraftvektor $\mathbf{F}_R \equiv -e \mathbf{E}_R$ maximale Energie, bei 90° bleibt die Komponente v_\perp unverändert, bei $\Phi = 180^\circ$ wird das Elektron maximal abgebremst.

Das Elektron kann also bei Resonanzdurchläufen auch Energie verlieren. Bei Betrachtung der möglichen Phasenwinkel Φ erkennt man aber, daß das Elektron bei einem Resonanzdurchlauf im Mittel Energie gewinnt, wie sich aus folgender Rechnung schließen läßt:

Energie nach einem Resonanzdurchlauf:

$$E' = \frac{m}{2} \cdot (v_0 + \Delta v \cdot \cos \Phi)$$

$$\Delta v \propto E \cdot \frac{1}{\nabla B} \cdot \frac{1}{v_{\parallel}}$$

Δv ist hierbei die maximal mögliche Geschwindigkeitszunahme. Δv ist proportional zur E-Feldstärke, zu $\nabla \mathbf{B}^{-1}$ und $v_{||}^{-1}$ [Leonhard],[Adam]. Mittelt man die Gleichung für E' über alle Phasenwinkel Φ , so fällt der mittlere Term heraus und man erhält folgendes Ergebnis:

Mittlung über alle Phasenwinkel Φ :

$$\begin{aligned}\bar{E}' &= \frac{m}{2} \cdot (v_0^2 + 2v_0 \cdot \Delta v \cdot \cos \Phi + \Delta v^2 \cdot \cos^2 \Phi) \\ &= \frac{m}{2} \cdot \left(v_0^2 + \frac{1}{2} \Delta v^2 \right) \text{ mit } \Delta v^2 > 0\end{aligned}$$

Diese einfache Rechnung gilt allerdings nur für den Fall kleiner Radien und $\nabla \mathbf{B} = \nabla \mathbf{B}_z = \text{const.}$

Δv^2 ist größer als Null, die Energie nach einem Resonanzdurchlauf nimmt also im Mittel zu. Somit ist der Aufheizungsprozeß der Elektronen in einer EZR-Quelle mittels Mikrowelle zu verstehen.

Bei dieser Überlegung muß vorausgesetzt werden, daß alle Phasenwinkel gleichwahrscheinlich auftreten bzw. bei sukzessiven Resonanzdurchläufen keine zeitlichen Korrelationen auftreten. Wenn man annimmt, daß die Elektronen permanent kleinen Störungen (also Kleinwinkelstößen) ausgesetzt sind, so ist diese Annahme gerechtfertigt.

Bemerkenswert und wichtig ist, daß die Mikrowellen-Heizung im Mittel hauptsächlich die senkrechte Geschwindigkeits-Komponente verändert. Die Longitudinal-Energie des Teilchens parallel zu Magnetfeldlinie bleibt im zeitlichen Mittel fast unverändert. Sie kann aber durch Stoßprozesse und durch den magnetischen Feld-Anteil der Mikrowelle [GirardSim2] verändert werden.

2.3.2 Typischer Energieverlauf bei Resonanzdurchläufen

In Abbildung 14 sieht man den Energieverlauf eines Elektrons, das mehrmals hintereinander durch Resonanzen läuft. Die starken Energiesprünge bei den Resonanzdurchläufen sind deutlich zu erkennen.

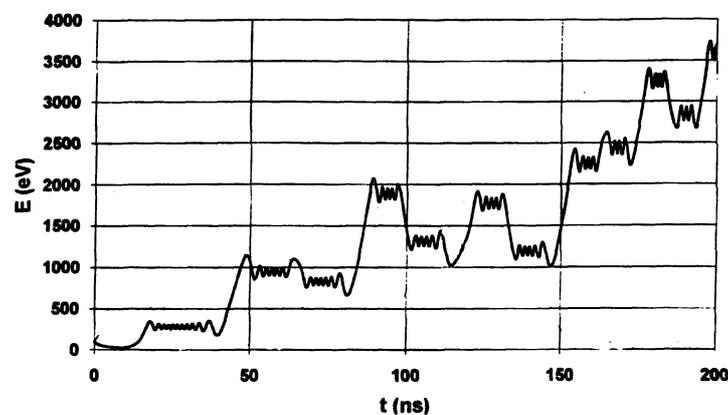


Abbildung 14: Möglicher Energieverlauf eines Elektrons bei Resonanzdurchläufen

2.4 Beschreibung der Quellen im Institut für Kernphysik

In diesem Abschnitt sollen die in [IKP-Münster] gebauten Quellen vorgestellt werden. Die derzeit leistungsfähigsten Quellen sind zum Vergleich im Anhang beschrieben.

2.4.1 Struktur der Quellen ECRIS I und PECRIS III

Im *Institut für Kernphysik der Universität Münster* wurden in den letzten Jahren die Quellen ECRIS I, ECRIS II, PECRIS III, PECRIS IV und PECRIS V gebaut. ECRIS I & II wurden mit einem *Standard-Minimum-B-Feld* konstruiert, die Quellen PECRIS III - V (auch mit ECRIS III - V bezeichnet) haben die neuartige *Plateau-Magnetstruktur*. PECRIS III ist die weltweit leistungsfähigste EZR-Ionenquelle dieser Baugröße. PECRIS V wird zur Zeit getestet. Zwei dieser Quellen sieht man in Abbildung 15. PECRIS V ist in Abbildung 17 zu sehen.

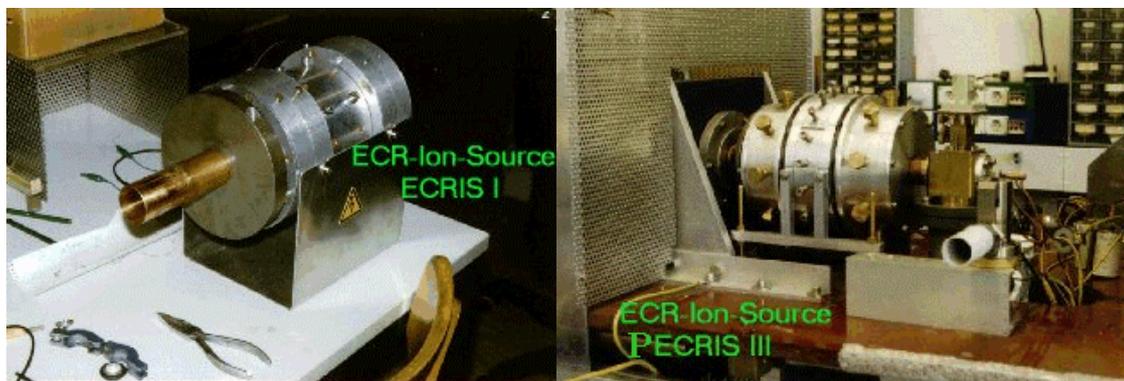


Abbildung 15: ECRIS I und PECRIS III im Labor

Technische Zeichnungen zu den Quellen befinden sich in [VittD] und [RütherD], Details zum Bau von PECRIS III in [HeinenD].

ECRIS I bis III sind voll permanent-magnetisch aufgebaut, während bei ECRIS IV der Multipol (Oktopol statt Hexapol bei den anderen Quellen) permanent-magnetisch ist und der Rest des Magnetfeldes durch Spulen erzeugt wird.

In der folgenden Abbildung 16 sieht man den Betrag des Magnetfeldes auf der Achse von ECRIS I und PECRIS III sowie die Magnetfeld-Struktur von PECRIS III.

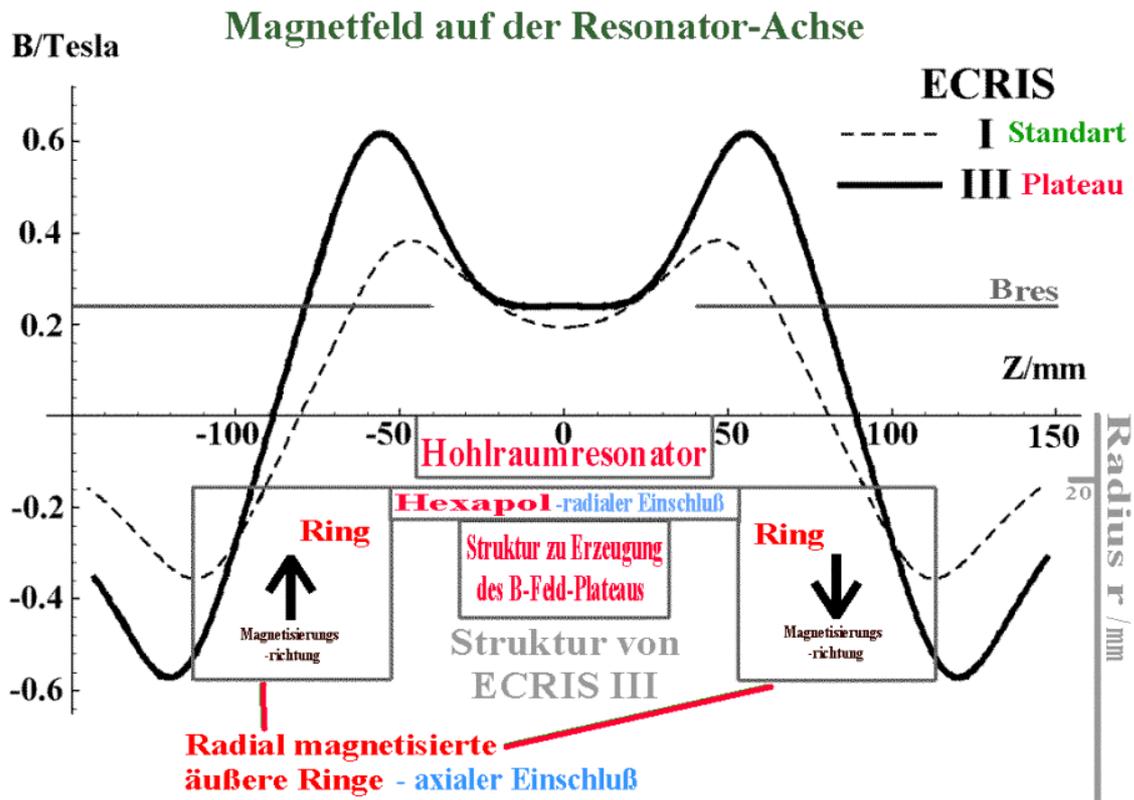


Abbildung 16: Magnetfeld und Struktur von ECRIS I und PECRIS III

ECRIS I und II sind nach dem Standard-ECRIS-Konzept mit Minimum-B-Prinzip aufgebaut worden. ECRIS II besitzt einen wesentlich stärkeren magnetischen Einschluß und einen stärkeren Gradienten im Bereich der Resonanzfeldstärke als ECRIS I (in Abbildung 16 mit B_{res} gekennzeichnet). ECRIS II wurde also für einen möglichst hohen magnetischen Einschluß konzipiert. Dieses Konzept schlug jedoch fehl, die Ionenströme von ECRIS II waren deutlich niedriger als die von ECRIS I. Bei ECRIS II wurde ein wesentlich höherer Aufwand für die Magnetstruktur betrieben. Es ist zu vermuten, daß die schlechte Leistung der zweiten Quelle sich u.a. durch die wesentlich kleinere Resonanzfläche begründen läßt und durch den viel größeren Gradienten des B-Feldes beim Resonanzdurchgang und die damit verbundene viel kleinere Heizeffizienz für die Elektronen.

Es wurde somit klar, daß der magnetische Einschluß nicht der einzig wichtige Aspekt beim Bau einer EZR-Quelle ist. Mit Hilfe der erst danach eingesetzten Computersimulation wurde das Magnetfeld der erfolgreichen PECRIS III konzipiert. Dieses ist flach im Bereich der Resonanz, es besitzt hier ein Plateau (siehe Abbildung 9).

Die Folge dieser Flachheit ist, daß PECRIS III im Gegensatz zu den beiden Vorgänger-Quellen statt einer Resonanzfläche ein großes Resonanzvolumen besitzt, d.h. einen Bereich, in dem kalte Elektronen lange und effektiv geheizt werden können (siehe *Anhang: Definition des Resonanzvolumens*). In einem Volumen von 10% des gesamten Cavity-Volumens weicht hierbei die Feldstärke um nicht mehr als 1% von der Resonanzfeldstärke ab.

Das Plateau besitzt eine Feinstruktur, die sowohl axial als auch radial, vom Z-Achsen-Minimum ausgehend, wie ein W aussieht (siehe auch Abbildung 9 oben).

Anhand der in Abbildung 16 schematisch aufgetragenen Magnetstruktur sieht man, daß bei PECRIS III neben den radial magnetisierten äußeren Magnetringen und dem Hexapol eine zusätzliche Magnetstruktur entwickelt wurde, die für die Erzeugung des Plateaus notwendig ist.

2.4.2 PECRIS V

Das Plateau-Konzept hat sich bei kleinen Bauformen in allen Belangen der Standard-Struktur als überlegen erwiesen (außer in der Kompliziertheit ihrer Bauweise). Um zu demonstrieren, daß diese Idee auch für Höchstleistungsquellen sinnvoll ist, wurde die Quelle PECRIS V geplant und gebaut. Es handelt sich um eine 18GHz - P-ECRIS mit Spulenstruktur sowie einem permanentmagnetischen Hexapol. Zum Erreichen der benötigten Feldstärken wurde die Quelle mit Eisen ummantelt. Im wesentlichen entspricht das Magnetfeld dem hochskalierten PECRIS III - Feld, obwohl das radiale Spiegelverhältnis wegen des relativ schwachen Hexapols kleiner ist als bei PECRIS III.

Zusätzlich soll an dieser Quelle zum ersten Mal das Konzept der Multifrequenzheizung demonstriert werden: zusätzlich zu der 18GHz-Frequenz sollen 7 weitere niedrigere Frequenzen eingestrahlt werden. Die Multifrequenzheizung soll zu einem für die Produktion höchster Ladungszustände wesentlich günstigeren Elektronen-Energiespektrum führen, als es in S-ECRIS erreicht werden kann.

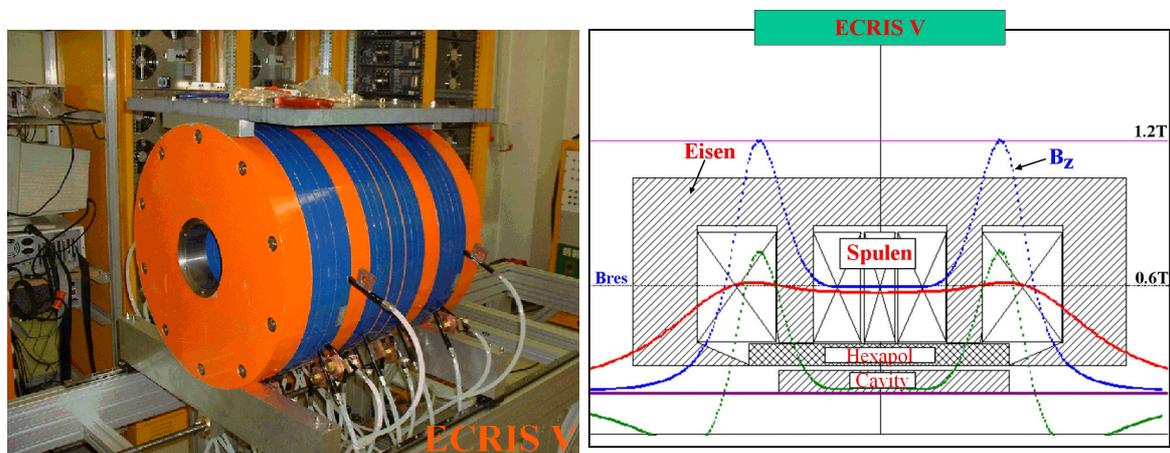


Abbildung 17: PECRIS V im Labor (links). Rechts: Quellenstruktur. Blau eingezeichnet ist die z-Komponente des B-Feldes auf der Achse als Summe des reinen Spulenfeldes (grün) und Feld des magnetisierten Eisens (rot). Länge der Cavity: 32cm, Durchmesser: 7.5cm

In Abbildung 17 ist die Quelle im Labor zu sehen sowie die schematische Darstellung der Quellenstruktur. Die Länge der Cavity beträgt 320mm, der Radius 37.5mm. Damit ist das Cavityvolumen im Vergleich zu PECRIS III um den Faktor 13.8 größer (1414cm^3 zu 103cm^3). Um die gezeigten Felder erzeugen zu können, müssen in den Spulen Ströme von bis zu 1200 Ampere fließen. Insgesamt werden für den Betrieb der Quelle über 100kW benötigt. Damit ist der Aufwand für den Bau und den

Betrieb dieser Quelle wesentlich größer als bei PECRIS III. Entsprechend groß sind die Erwartungen an die Leistung dieser aufwendigen Konstruktion.

Die Berechnung des kompletten Feldes (mit Eisenstruktur) wird Hilfe der Konzepte aus der Arbeit von [Adam] und [Pauthenet] durchgeführt.

2.4.3 PECRIS IV

PECRIS IV ist eine Spulenquelle mit permanentmagnetischem Oktopol. Da bei dieser Quelle im Vergleich zu PECRIS V schwache Spulen und nur sehr wenig Eisen verwendet wird, ist das magnetische Einschlußfeld relativ schwach. Der Oktopol konnte keine sichtbare Verbesserung gegenüber dem Hexapol bewirken. Ein Erklärungsansatz hierfür ist, daß das Plasma beim Oktopol radial weniger stark Richtung Achse gedrängt wird als beim Hexapol, da die Feldstärke von der Achse aus radial sehr viel langsamer anwächst (der **B**-Feld-Gradient wächst quadratisch mit r , statt linear beim Hexapol [HeinenD]). Dadurch verringert sich die Konzentration der Plasmadichte in Achsennähe, was als Grund für eine schlechtere Extraktionsmöglichkeit und damit geringere Ionenströme angesehen wird. Ferner steigen die radialen Wandverluste durch den starken radialen Gradienten des Oktopols in Wandnähe. Damit sinken die Teilcheneinschlußzeiten, was wiederum zu einer insgesamt geringeren Plasmadichte mit geringeren Ionisationsraten führt.

Insgesamt liegt PECRIS IV im Performancevergleich zwischen ECRIS I und PECRIS III.

2.5 Mikrowellen(MW)-Felder in EZR-Quellen

2.5.1 Entstehung der Cavity-Resonanzen (Wellenausbreitung in Plasmen)

Die in die Plasmakammer eingekoppelte Mikrowelle läuft im Hohlraumresonator (im folgenden *Cavity* genannt) hin- und her, und es entsteht bei geeigneten Bedingungen eine Resonanzüberhöhung, die zu einer bestimmten Modenstruktur führt. Im Idealfall ohne Plasma und geeignete Resonator-Abmessungen laufen die Wellen in der Kammer ungestört, die resultierende Mode ergibt sich durch Superposition der Wellen. Befindet sich ein Plasma in der *Cavity*, ändern sich die Gegebenheiten: Die Wellen beeinflussen das Plasma und umgekehrt. Es kommt zu einer Wechselwirkung zwischen Welle und Plasma, so daß die Modenstrukturen verwischen und im Extremfall verschwinden. Die Beschreibung dieser Wechselwirkung ist recht umfangreich und wird deshalb im Anhang soweit möglich mit einem einfachen Modell beleuchtet (siehe auch [Meinke-Gundlach]).

2.5.2 Cutoffdichte

Für die Elektronen-Plasmafrequenz [RothI] gilt [HeinenD]: $\nu_p \approx 9 \text{ kHz} \cdot \sqrt{n[\text{cm}^{-3}]}$

Strahlt man eine Mikrowelle unterhalb dieser Frequenz ein, so wird diese Welle beim Eindringen ins Plasma gedämpft (man bezeichnet diese Plasmen als überkritisch). Das Heizen des EZR-Plasmas ist zwar nach [Meinke-Gundlach] dann immer noch möglich, die Modenstrukturen werden aber stark gestört. Dies konnte experimentell von [Rhode in [ECRIS99]] belegt werden: die Güte der *Cavity* verschlechtert sich sprunghaft, wenn das Plasma überkritisch wird. Hieraus ergibt sich die weitreichende Konsequenz, daß EZR-Quellen mit *Cavity* und ausgeprägten Modenstrukturen (also starker E-Feld-Überhöhung) immer unterkritisch betrieben werden müssen. Damit steigt die maximal mögliche Dichte (*Cutoffdichte*) in einer solchen Quelle quadratisch mit der Frequenz an. Da die Ionenproduktion in etwa linear mit der Plasmadichte skaliert, kann man auch grob formulieren:

Der Ionenstrom einer EZR-Ionenquelle wird tendenziell quadratisch mit der eingestrahlten Mikrowellenfrequenz zunehmen.

2.5.3 Das Mikrowellenfeld in PECRIS III

Für die Magnetstruktur von PECRIS III wurde eine Cavity konstruiert, in dem die H_{113} - Mode schwingt. Diese Mode ist günstig für die Heizung der Elektronen, da sie im Bereich des Resonanzvolumens starke elektrische Feldvektoren besitzt.

Die mathematische Form von Hohlzylinder-Moden kann in [Jackson], [HeinenD] nachgeschlagen werden.

In Abbildung 18 sieht man das E-Feld zu einem Zeitpunkt maximaler Feldstärke. Da es sich um ein stehendes Feld handelt, schwingen die Feldvektoren an jedem Ort mit der Frequenz der Mikrowelle hin- und her. Die maximale Amplitude des elektrischen Wechselfeldes läßt sich bei dieser Cavity durch Gütemessung und die Messung der eingekoppelten Mikrowellenleistung von ca. 5W mit etwa 20 V/cm abschätzen (siehe nächster Abschnitt).

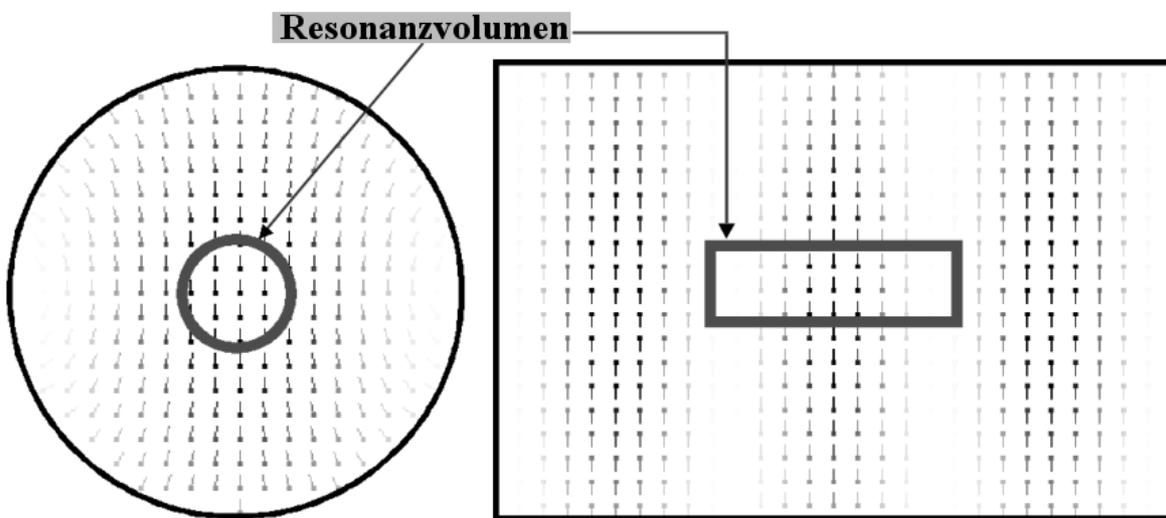


Abbildung 18: H_{113} -Mode in PECRIS III, zentrale xy - und xz -Ebene. Im Resonanzvolumen ist die Abweichung von B zu $B_{res} < 1\%$

2.5.4 Realistische Mikrowellenfeldstärken in PECRIS III

Durch an PECRIS III durchgeführten Messungen der Resonanzbreiten bei variierender Dichte [ECRIS 99] ist es möglich, die Güte der Cavity im Quellen-Betrieb recht genau zu bestimmen: Q ergibt sich aus Quotient Frequenz durch Halbwertsbreite der Frequenz [RütherD], [Meinke-Gundlach]. Die Güte variiert zwischen Vakuum- und Plasmapetrieb der Cavity ganz beträchtlich, woraus eine starke Wechselwirkung zwischen Plasma und Mikrowelle folgt (wobei sich im stationären Betrieb eine Dichte in der Größenordnung der Cutoff-Dichte einstellt). Die Güte liegt bei PECRIS III im Bereich 6 bis 24 (Plasma) [RhodeD] bzw. 60 bis 80 (Vakuum) [RütherD]. Aus der Definition $Q = \text{gespeicherte Feldenergie} / \text{Energieverlust pro Schwingungsperiode}$, $Q = E / (P \cdot T)$ folgt also mit bekannter Verlustleistung P die Energie E des elektrischen Feldes in der Cavity. Im stationären Zustand ist die Verlust-Leistung gleich der eingekoppelten Leistung P_{in} . Diese kann gemessen werden. PECRIS III läuft im stationären Betrieb mit ca. 5 Watt. Bei höherer Leistung (ca. 50 Watt) wird die

Quelle normalerweise instabil: Bremsstrahlung von hochenergetischen Verlustelektronen tritt vermehrt auf, der Ionenstrom bricht zusammen.

Man kann die Energie einer Mode berechnen durch Integration der Formel $dE = 0.5 \cdot \epsilon_0 \cdot dF^2$

$$\Rightarrow E = 0.5 \cdot \epsilon_0 \cdot \langle F \rangle^2 \cdot V \quad (\langle F \rangle: \text{mittlere E-Feld Amplitude, } V: \text{Volumen}) \quad [\text{Klein}].$$

Durch die numerische Bestimmung der mittleren elektrischen Feldamplitude einer Mode (siehe auch Modenformeln in [HeinenD]) ergibt sich für das Volumen der Cavity von PECRIS III:

$$E_{\text{ECRIS_III}}^{\text{H113}} [\text{Joule}] = 5.85 \cdot 10^{-16} \cdot \langle F[\text{V/m}] \rangle^2$$

Da die Energie bekannt ist (s.o.), ergibt sich so $\langle F[\text{V/m}] \rangle$.

Beispiel:

H_{113} , $V = V(\text{PECRIS III}) \approx 100 \text{ cm}^3$, $\nu = 6.7 \text{ GHz}$:

$$E[\text{Joule}] = Q \cdot P_{\text{in}} \cdot T[\text{s}] = Q \cdot P_{\text{in}}[\text{W}] \cdot 1.5 \cdot 10^{-10} = 0.5 \cdot \epsilon_0 \cdot \langle F \rangle^2 \cdot V = 5.85 \cdot 10^{-16} \cdot \langle F[\text{V/m}] \rangle^2$$

$$\Rightarrow \langle F \rangle = 5 \text{ V/cm} \cdot \sqrt{(Q \cdot P_{\text{in}}[\text{W}])}$$

$$P_{\text{in}} = 5 \text{ Watt}, Q = 10 : \langle F \rangle = 35 \text{ V/cm}$$

$$P_{\text{in}} = 2,75 \text{ Watt}, Q = 66 : \langle F \rangle = 50 \text{ V/cm}$$

$$P_{\text{in}} = 5 \text{ Watt}, Q = 66 : \langle F \rangle = 90 \text{ V/cm}$$

Für die realistische Bestimmung der Feldstärke muß die gemessene Güte im stationären Betrieb verwendet werden, da das Plasma einen Teil der Mikrowelle reflektiert.

2.5.5 Mikrowellenmoden in PECRIS V

In den folgenden Abbildungen ist die Feld- bzw. Energiedichtedarstellung einiger in der Cavity von PECRIS V möglicher Moden dargestellt.

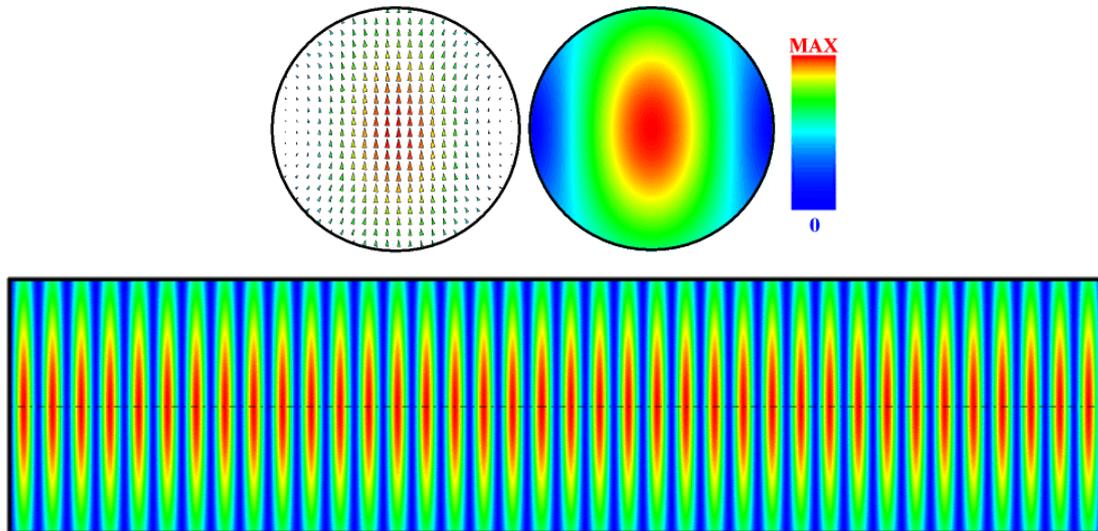


Abbildung 19: Die Mode $H_{1,1,38}$ wird bei der Frequenz 18.0GHz angeregt. Dargestellt ist die E-Feldverteilung in der zentralen XY-Ebene, sowie die Energiedichteverteilung in dieser Ebene und in der xz-Ebene (*unten*).

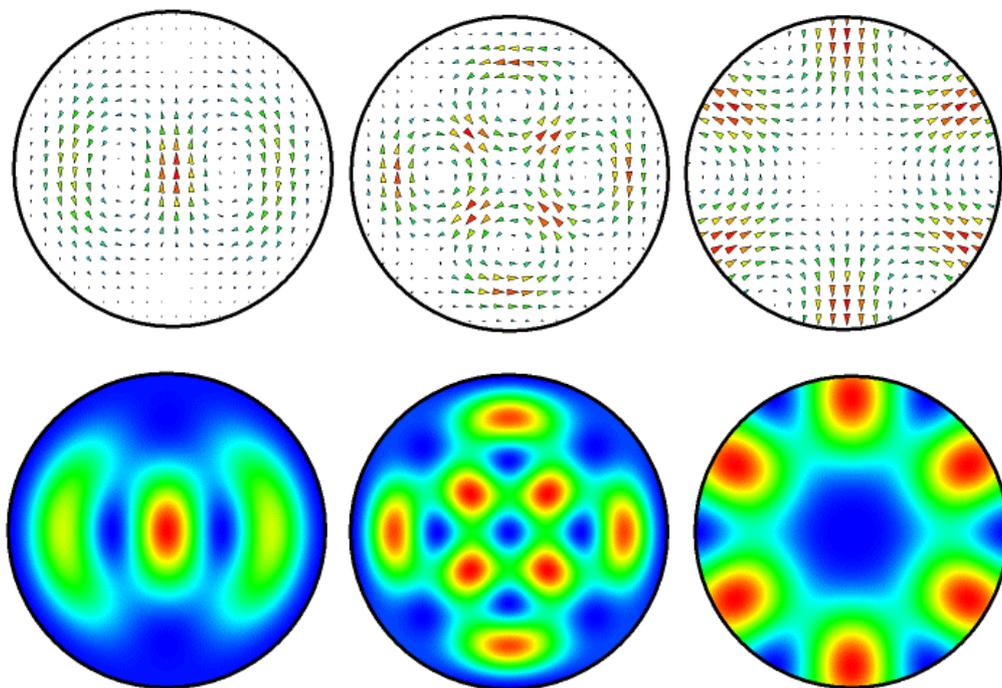


Abbildung 20: Die Feld- und Energiedichteverteilung der Moden $H_{1,2,33}$ (16.9GHz) $H_{2,2,33}$ (17.7GHz) und $H_{3,1,38}$ (18.6GHz)

(Mit freundlicher Genehmigung von [MüllerD]).

2.5.6 Relative Stärke der Mikrowelle

Aufgrund der Abschätzungen in Abschnitt 2.5.4 werde für die mittlere MW-Feldstärke $\langle E \rangle$ festgelegt:

Sehr schwaches MW-Feld:	$\langle E \rangle = 0-10\text{V/cm}$	$\langle E \rangle_{\text{typisch}} = 5\text{V/cm}$
Schwaches MW-Feld:	$\langle E \rangle = 10-30\text{V/cm}$	$\langle E \rangle_{\text{typisch}} = 20\text{V/cm}$
Mittleres MW-Feld:	$\langle E \rangle = 30-70\text{V/cm}$	$\langle E \rangle_{\text{typisch}} = 50\text{V/cm}$
Starkes MW-Feld:	$\langle E \rangle = 70-130\text{V/cm}$	$\langle E \rangle_{\text{typisch}} = 100\text{V/cm}$
Sehr starkes MW-Feld:	$\langle E \rangle > 130\text{V/cm}$	$\langle E \rangle_{\text{typisch}} = 400\text{V/cm}$

Die typischen Werte werden in der später vorgestellten Elektronen-Simulation verwendet

2.5.7 Der Einfluß des magnetischen MW-Anteils auf das Einschlußverhalten

Neben dem stehenden elektrischen Wechselfeld existiert in der Cavity ein stehendes magnetisches Wechselfeld. Beide Felder sind über die Maxwell-Gleichungen miteinander verbunden (die exakten Gleichungen finden sich in [Jackson],[HeinenD]). Die magnetische Komponente der Mikrowellenmoden ist wichtig für das Einschlußverhalten der hochenergetischen Elektronen.

Kapitel 3: Eigenschaften von EZR-Plasmen

In diesem Kapitel sollen allgemeine Eigenschaften von Plasmen, insbesondere EZR-Plasmen vorgestellt werden.

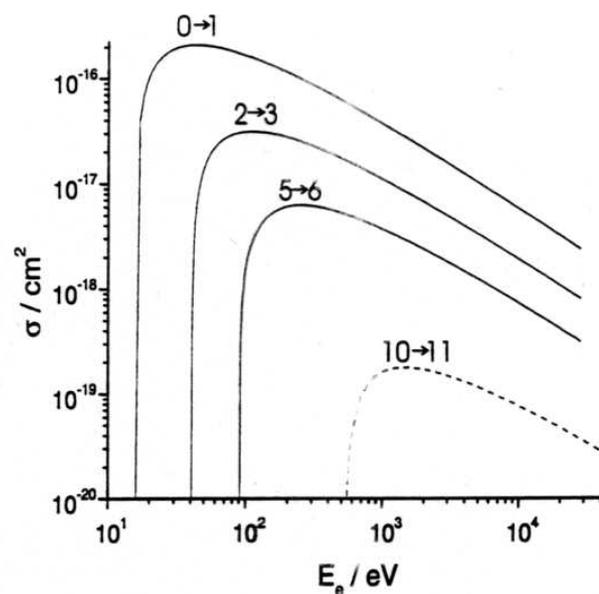
Zur (EZR-)Plasmaphysik gibt es u.a. folgende empfehlenswerte Literatur: [Roth], [Chen], [Geller].

3.1 Ionisationsprozesse

3.1.1 Berechnung der Ionisationswirkungsquerschnitte mit der Müller-Salzborn-Formel

Zur Aufrechterhaltung des Ladungsspektrums im stationären Zustand geben die geheizten Elektronen ständig Energie durch Ionisationsstöße ab. Ferner müssen permanent Elektronen (und Ionen) abfließen, um die durch Ionisationsprozesse entstehenden neuen Teilchen zu kompensieren, da auch die Teilchendichte der Ladungsträger im stationären Zustand konstant bleiben muß.

Die Ionisationswirkungsquerschnitte ergeben sich in guter Näherung aus der Müller-Salzborn-Formel [Müller-Salzborn]:



$$\sigma_{i,i+1} = 1,4 \cdot 10^{-13} \frac{\ln \frac{E_e}{E_i}}{E_e E_i} (eV)^2 cm^2$$

Abbildung 21: Müller-Salzborn-Formel (E_e : Elektronenenergie, E_i : Ionisationsenergie). Die Wirkungsquerschnitte sind etwa beim dreifachen der Ionisationsenergie maximal.

3.1.2 Ionenerzeugung (Ratengleichungen)

Die Produktion von Ionen über Stoßprozesse jeweils zweier Stoßpartner der Dichte n_1 und n_2 läßt sich durch Ratengleichungen folgender Art beschreiben [VittP]:

$$\frac{dn_i}{dt} = \sum n_1 \cdot n_2 \cdot \langle \sigma_{\text{nachi}}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} \rangle - \sum n_1 \cdot n_2 \cdot \langle \sigma_{\text{voni}}(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} \rangle$$

$$\langle \sigma(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} \rangle = \int_0^{\infty} f(\mathbf{u}) \cdot \mathbf{u} \cdot \sigma(\mathbf{u}) \, du$$

σ : Differentieller Wirkungsquerschnitt für einen bestimmten Stoßprozeß

\mathbf{u} : Relativgeschwindigkeit der beiden Stoßpartner

$f(\mathbf{u})$: Geschwindigkeitsverteilung der Stoßpartner im Schwerpunktsystem

Die Änderungsrate der Ionendichte des i -ten Zustands ist gleich der Rate, mit der der i -te Zustand erzeugt wird, abzüglich der Rate, mit der dieser abgebaut wird.

In der ersten Summe stehen alle Prozesse, die zur Produktion des i -ten Ladungszustands führen, in der zweiten alle, die den Zustand reduzieren (ganz wichtig sind die Ionisationsprozesse von Elektronen, also $n_2 = n_e$). Die resultierende Ladungszustandsverteilung ergibt sich im stationären Zustand, d.h. für jeden Zustand wird die Änderungsrate gleich Null. Diese Verteilung läßt sich durch geeignete numerische Verfahren bestimmen.

Die Problematik dieser Verfahrens liegt in folgenden Punkten:

- Die Ratengleichungen müssen orts aufgelöst betrachtet werden
- Es ist schwierig, alle Stoßprozesse zu erfassen, eine Auswahl muß getroffen werden
- Makroskopische Ionenbewegungen (z.B. durch Diffusion) sollten erfaßt werden und mit in die Ratengleichungen einfließen. Aussagen über diese Ströme sind aber schwierig.

Es zeigt sich, daß der maximale Ladungszustand mit der Elektronen-Dichte n_e und der Ionen-Einschlußzeit linear korreliert ist. Die extrahierten hochgeladenen Ionen sollten das Plasma so schnell wie möglich verlassen können, da auf dem Weg zur Extraktion Rekombinationsprozesse stattfinden und den Ladungszustand reduzieren. Eine Möglichkeit, kurzzeitig eine schnelle Extraktion zu ermöglichen, bieten Afterglow-Effekt und schnelles magnetisches Öffnen (PULSED MAGNETIC EXTRACTION [MüllerD]).

Wegen der verbesserten Ionenstrahlqualität streben alle Quellenbauer eine möglichst hohe Extraktionsspannung an (was natürlich mit technischen Problemen verbunden ist). Da das Extraktionsfeld in der Plasmakammer schnell abfällt [VittP],[Septier] und vom Plasma schnell abgeschirmt wird (innerhalb der Debye'schen Abschirmlänge [RothI]), kann man davon ausgehen, daß im wesentlichen die Verlustrate der heißen Elektronen die Ionen-Einschlußzeit bestimmt. Der

Debye'scher Abschirmradius beträgt z.B. ca. 0.1mm bei den Plasma-Kenngrößen: Dichte: 10^{11}cm^{-3} , $T_e = 10\text{eV}$ in den Randbereichen des Plasmas.

Der Ionen-Einschluß läßt sich also indirekt aus dem Verhalten und der Einschlußzeit der geheizten Elektronen bestimmen.

3.1.3 Bestimmung des Ladungszustands-Spektrums

Die Wahrscheinlichkeit für einen Ionisationsstoß hängt vom Ladungsspektrum im EZR-Plasma ab. Dieses ergibt sich nicht aus einer Elektronen-Simulation, es kann aber in guter Näherung experimentell ermittelt sowie durch eine geeignete Simulation [VittP] vorhergesagt werden. Für die experimentelle Bestimmung des Spektrums von PECRIS III verwendet man z.B. die Teilchenströme im PUMAEX-Betrieb, wie es in [MüllerD] beschrieben wird. Bei diesem Betrieb der Quelle wird das Magnetfeld in Richtung der Extraktion durch ein Gegenfeld geöffnet, so daß sich das Plasma als Ganzes in wenigen ms bis zur Extraktion bewegen kann, ohne daß eine Bewegung der Ionen durch den kalten Außenbereich des Plasmas das Ladungszustandsspektrum an der Extraktion stark verändern könnte. Die dabei auftretenden Rekombinations-Prozesse mit Neutralgasatomen würden den mittleren Ladungszustand der Ionen verringern. Das Spektrum dieser Teilchenströme fließt in die später vorgestellte Elektronen-Simulation direkt als Ladungszustandsspektrum ein (Abbildung 22).

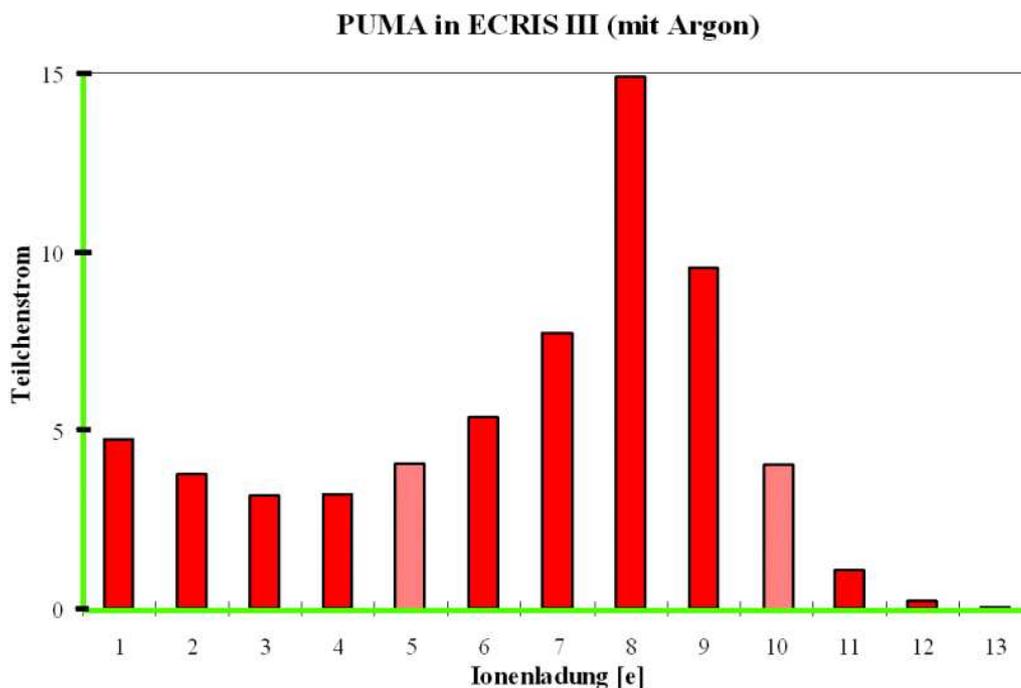


Abbildung 22: PUMAEX-Ladungs-Spektrum von Argon in PECRIS III, die helleren Balken kennzeichnen interpolierte Werte, da sie in diesem Fall experimentell nicht aufgelöst werden konnten.

3.1.4 Berechnung der Ionendichte aus dem Ladungsspektrum

Für ein homogenes Plasma, oder einen näherungsweise homogenen Plasmabereich wie den *Plasmakern* (das Volumen hoher Plasmadichte) von PECRIS III, gilt folgendes:

Die Teilchendichten berechnen sich im einzelnen wie folgt ($18 \geq i \geq 1$):

Es sei n_i Teilchendichte der Ionensorte i mit Ladung $i+$. Die gesamte Ionendichte beträgt dann $n_I^{\text{Ges}} = \sum n_i$. Im stationären Zustand muß die Gesamtladung des Plasmas Null sein:

$$\sum n_i \cdot i = n_e \text{ (Ladungsgleichgewicht) .}$$

Es sei w_i die normierte Teilchendichte der Ionensorte i mit $\sum w_i = 1$ (w_i ist dabei proportional der Verteilung in Abbildung 22). Es gilt also: $n_i = w_i \cdot n_I^{\text{Ges}}$. Setzt man dies in die obige Gleichung ein, folgt:

$$\sum n_i \cdot i = \sum w_i \cdot n_I^{\text{Ges}} \cdot i = n_e, \text{ also } n_I^{\text{Ges}} = n_e / \sum w_i \cdot i . \text{ Es gilt somit: } n_i = w_i n_I^{\text{Ges}} = w_i n_e / \langle q \rangle .$$

Es gilt somit insgesamt der wichtige Zusammenhang:

$$n_I^{\text{Ges}} = n_e / \langle q \rangle$$

$\langle q \rangle$: mittlerer Ladungszustand der Ionen

3.1.5 Bestimmung der Neutralteilchendichte

Die Berechnung der Neutralteilchendichte in einer EZR-Quelle ist nicht einfach. Eine wohl recht gute Abschätzung ergibt sich aus dem Ratengleichungsmodell von [VittP], da hier sehr viele Quellen-Parameter einfließen. Die Dichte ist hier u.a. abhängig von der Geometrie des Plasmas (Magnetfeld etc.), der Elektronendichteverteilung, dem Elektronenenergiespektrum, dem sich aus der Ionen-Simulation von [VittP] ergebenden Ladungsspektrum der Ionen, Gaszufluß etc. Für PECRIS III ergibt sich nach [VittP] ein Neutralteilchenanteil im Plasmakern im Bereich von 10..20%. Hierbei sei der Neutralteilchenanteil η wie folgt definiert:

$$\eta \equiv \left\langle \frac{n_{Ar}}{\sum_{i=1}^{18} n_{Ar(i+)}} \right\rangle_{\text{Plasmakern}}$$

Hierbei wird das Mittel über das Volumen des Plasmakerns gebildet.

Für die Neutralteilchendichte n_{Ar} im Plasmakern gilt dann: $n_{Ar} = \eta \cdot n_{\text{Ionen}} = \eta \cdot n_e / \langle q \rangle$.

Bsp. $\eta = 0.2$, $\langle q \rangle = 6 \Rightarrow n_{Ar} = 1/30 \cdot n_e$.

Für den Fall einer optimierten Quelle kann $n_e \approx n_{\text{cutoff}}/2$ angenommen werden.

Die Neutralteilchendichte bestimmt maßgeblich die Gesamt-Ionisationsrate, da der Ionisationswirkungsquerschnitt $\sigma_{\text{nach } i}$ gegenüber $\sigma_{\text{nach } 1}$ mit $i > 1$ dominiert (siehe Abschnitt 3.1.2).

3.2 Anregungsprozesse in Plasmen

Neben Ionisationsprozessen finden im Plasma ständig Anregungsprozesse statt, wodurch das Plasma leuchtet und somit Energie abstrahlt. Diese Energie wird der kinetischen Energie der geheizten Elektronen entnommen, so daß diese Prozesse einen energiemindernden Einfluß auf das Elektronen-Energie-Spektrum haben.

Bei einer Abschätzung der Bedeutung dieser Anregungsprozesse für das Energie-Spektrum muß man sich mit den Wirkungsquerschnitten der auftretenden Prozesse beschäftigen. Der energiemindernde Beitrag von Stossionisation und Anregungsprozessen wird für eine Elektronen-Simulation zu untersuchen sein. Die Wirkungsquerschnitte von Ionisations- und Anregungsprozessen liegen in den selben Größenordnungen. Es kann an dieser Stelle schon einmal vorweggenommen werden, daß beide Prozesse nur einen marginalen Einfluß auf das resultierende Elektronen-Energiespektrum haben, so daß Anregungsprozesse sowie Ionisationsprozesse für die vorliegende Arbeit zu vernachlässigen sind. Um die Anregungsprozesse in einem Argon-Plasma vollständig zu beschreiben, müssen strenggenommen alle möglichen Übergänge berücksichtigt werden (siehe hierzu auch [Mayer-Atomphysik]). An dieser Stelle soll aber zur Vereinfachung nur eine Abschätzung nach oben vorgenommen werden.

Obwohl schwierig experimentell zu bestimmen (und zu berechnen), gibt es in der Literatur Messungen zu den wichtigen Übergängen.

Die mit Abstand größten Wirkungsquerschnitte beim Argon treten beim Natrium-ähnlichen Ar^{7+} auf. Ferner sind hier die Anregungsenergien und damit Energieverluste der anregenden Elektronen relativ hoch.

Dominant beim Ar^{7+} -Ion ist der Übergang des Leuchtelektrons $3s^2S^0 \rightarrow 3p^2P^0$. In der folgenden Abbildung sind die experimentell und theoretisch bestimmten absoluten Wirkungsquerschnitte für diesen Übergang für den interessanten Energiebereich zu sehen (Experiment: [Chung97]; Theorie: [Griffin93]).

Die Wirkungsquerschnitte liegen im Bereich 10^{-16} cm^2 bis 10^{-15} cm^2 . Mit 10^{-15} cm^2 hat man somit eine grobe Abschätzung des gesamten totalen Wirkungsquerschnitts für einen beliebigen Anregungsprozeß im Argonplasma gemacht.

Die Ionisationswirkungsquerschnitte liegen in einem ähnlichen Bereich [Müller-Salzborn] (maximal $\text{Ar} \rightarrow \text{Ar}^+$ bei etwa 10eV: 10^{-16} cm^2 , [Müller-Salzborn]), wobei der Energieverlust bei den Ionisationsprozessen größer ist als bei den Anregungsprozessen.

Die Simulation wird zeigen, daß sich bei einer künstlichen Überhöhung der Ionisations-Wirkungsquerschnitte um den Faktor 10 durch die Simulation keine signifikanten Änderungen am Simulationsergebnis (und damit am Energiespektrum der Elektronen) finden lassen. Selbst bei einem Faktor von 100 sind diese Änderungen noch marginal. Erst bei Faktor 1000 treten deutliche Änderungen auf.

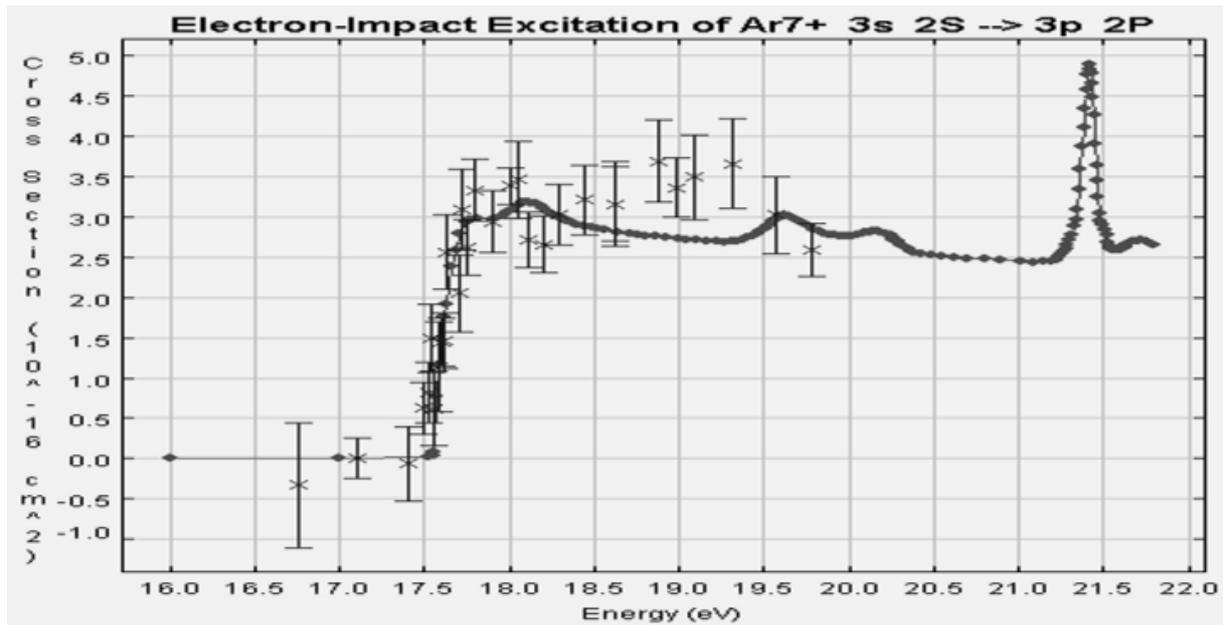


Abbildung 23: Verlauf des totalen Wirkungsquerschnittes für Elektronen-Stoß-Anregung beim Übergang $3s^2S^0 \rightarrow 3p^2P^0$ bei Ar^{7+} [Chung97],[Griffin93].

3.3 Strahlungsverluste

3.3.1 Bremsstrahlungsverluste

In [Goldston],[Heitler] werden die Bremsstrahlungsverluste für ein Plasma mit Maxwell-verteilten Elektronengeschwindigkeiten der mittlerer Energie E_{kin} wie folgt angegeben:

$$P_{Br} \left[\frac{W}{cm^3} \right] = 1.4 \cdot 10^{-34} \cdot (n_e [cm^{-3}])^2 \cdot \frac{\langle Z^2 \rangle}{\langle Z \rangle} \cdot \sqrt{E_{kin} [eV]}$$

Wobei $\langle Z \rangle$ der mittlere Ladungszustand der Ionen des Plasmas ist.

Die Bezeichnungen $\langle q \rangle$ und $\langle Z \rangle$ sind in dieser Arbeit äquivalent.

Als Beispiel nehme man typische Werte für eine 6.4GHz-Quelle: $\langle Z^2 \rangle / \langle Z \rangle = 8$, $n_e = 2.5 \cdot 10^{11} cm^{-3}$ und $E_{kin} = 10keV$: $P_{Br} \approx 0.75 \cdot 10^{-8} W/cm^3$.

Die mittlere Energieabstrahlung in eV/s für jedes Elektron entspricht $P_{Br}[eV/s/cm^3] / n_e[cm^{-3}]$ also etwa 0.25 eV/s. Die Bremsstrahlungsverluste können somit für EZR-Quellen total vernachlässigt werden.

3.3.2 Synchrotron-Strahlungsverluste

In [Kleinpoppen] werden die Synchrotron-Strahlungsverluste pro Zyklotronumlauf für ein einzelnes Elektron der Energie E_{kin} wie folgt angegeben:

$$\Delta E = \frac{4\pi}{3} \cdot \frac{e^2}{R} \cdot \left(\frac{v}{c}\right)^3 \cdot \left(\frac{E_{\text{kin}}}{m_0 c^2}\right)^4 (\text{Gau\ss}) \Rightarrow \Delta E(\text{eV}) = \frac{8.85 \cdot 10^{-5}}{R(\text{mm})} \cdot [E(\text{MeV})]^4 \cdot \left(\frac{v}{c}\right)^3$$

R : Zyklotronradius des Elektrons.

Die Synchrotron-Strahlung nimmt mit der Teilchenenergie massiv zu.

Als Beispiel werde wieder eine 6.7GHz-Quelle genommen, für eine Abschätzung nach oben werde $E_{\text{kin}} = 500\text{keV}$ angesetzt (hierbei ist $v/c = 0.87$). Als Feldstärke werde die Resonanzfeldstärke $B_{\text{res}} \approx 0.24\text{Tesla}$ entsprechend 6.7GHz, angenommen. Damit folgt $R \approx 10\text{mm}$ (siehe Formelsammlung im Anhang).

Es ergibt sich $\Delta E = 3.6 \cdot 10^{-7}\text{eV}$ pro Umlauf. Für die Berechnung der abgestrahlten Leistung pro Elektron muß die relativistische Massenzunahme berücksichtigt werden, die bei 511keV zu einer Halbierung der Zyklotronfrequenz des ruhenden Elektrons führt:

$\Delta E^{\text{ls}} \approx 6.7 \cdot 10^9 / 2 \cdot \Delta E \approx 1 \text{ keV} / \text{s}$. Ein 1MeV Elektron würde für dieses Beispiel etwa das zehnfache, also 10keV/s abstrahlen, dies entspricht 1% seiner Energie pro Sekunde. Da die Einschlußzeiten im ms-Bereich liegen und die Energien in der Regel auf mehrere 100keV (in äußersten Fällen 0.6MeV) beschränkt sind, sind die Strahlungsverluste für das vorliegende Problem zu vernachlässigen.

Sie würden bei Energien $>1\text{MeV}$ und längeren Einschlußzeiten (etwa im Sekunden-Bereich) aber nicht mehr vernachlässigbar sein und müßten bei einer solchen Simulation (typisch für Fusions-Plasmen) berücksichtigt werden.

Da auch andere Verlustprozesse im Vergleich zur Mikrowellen(MW-)Wechselwirkung zu vernachlässigen sind, gilt:

Das Elektronen-Energiespektrum der geheizten Elektronen in EZR-Quellen wird dominiert durch das Gleichgewicht zwischen dem Energiegewinn durch die Mikrowellen-Wechselwirkung und dem Energieverlust durch Teilchenausstritt an die Wand.

3.4 Afterglow-Effekt

Als Afterglow bezeichnet man das Phänomen, das nach dem Abschalten der Mikrowelle bei EZR-Quellen zu beobachten ist (siehe [Geller], aktueller: [ECRIS 99], [MüllerD]).

Man mißt nach dem Abschalten einen sprunghaften Anstieg des Ionenstroms vor allem der hochgeladenen Ionen und darauf ein damit verglichen langsames Abklingen des Stroms. Man sieht in Abbildung 24 die zeitliche Entwicklung des Ionenstroms in einer Standard-EZR-Ionenquelle beim plötzlichen Herunterschalten der Mikrowellenleistung auf etwa 1/5 der Ursprungsstärke [Geller]. Durch die Restfeldstärke der Mikrowelle wird ein Ausgehen der Quelle vermieden, außerdem verlangsamt sich das Abklingen des Stromes. Es zeigt sich, daß mit höher werdendem Ladungszustand die Pulsschärfe zunimmt.

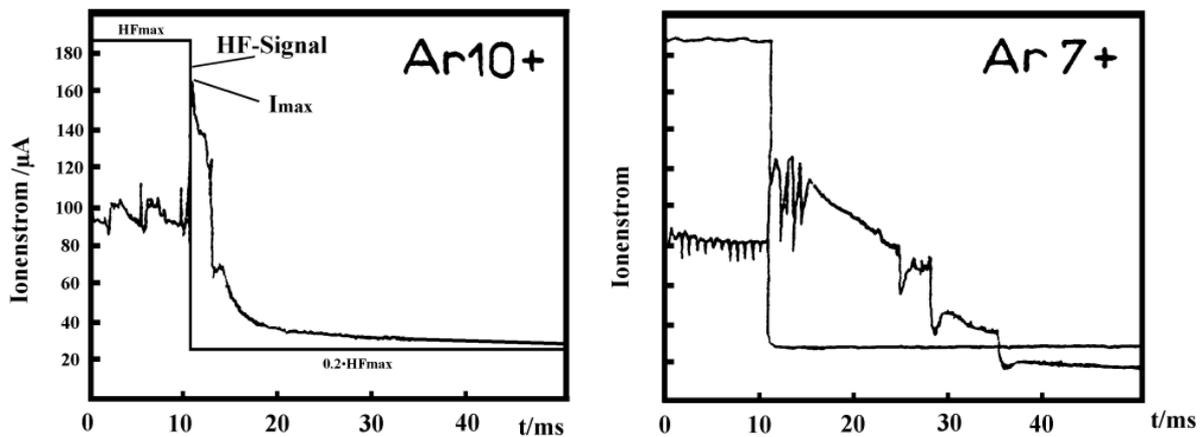


Abbildung 24: Afterglow-Effekt in einer S-ECRIS [Geller]

In Abbildung 25 sieht man zwei Bleiionen-Spektren einer S-ECRIS sowie den qualitativen zeitlichen Verlauf von Ionenstrom und Mikrowellenleistung (die Mikrowelle wurde hier ganz abgeschaltet, die Quelle geht also aus). Das linke Spektrum wurde im stationären Betrieb mit voller Mikrowellenleistung (cw-Betrieb) aufgenommen, das rechte Spektrum im Maximum des Afterglow-Pulses. Für einige Ionenarten des Bleis ist dieses Maximum bis zu einem Faktor 10 größer als der cw-Wert (man beachte die unterschiedliche Achsenskalierung).

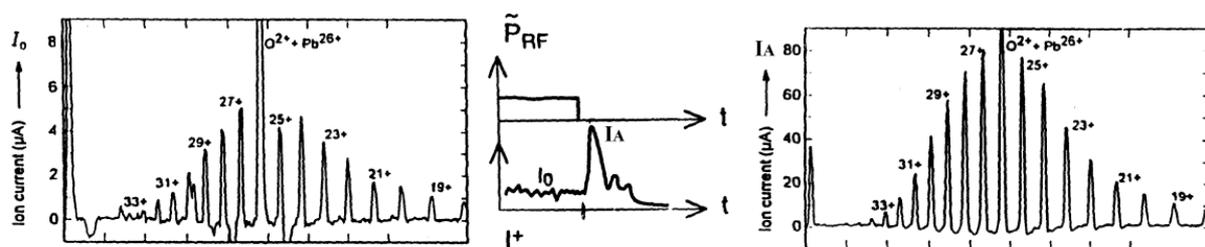


Abbildung 25: Blei-Spektrum einer S-ECRIS im Afterglow-Puls [Geller]

Man sieht sofort, daß es sich bei diesem erstaunlichen Vorgang um einen hochgradig nicht-stationären Prozeß handelt, der sich mit einem Stationaritätsmodell nicht beschreiben läßt. Die Wechselwirkung der Mikrowelle mit dem Plasma wird abrupt beendet. Damit verbunden ist u.a. der Wegfall des Pumpprozesses zur Erhöhung der Elektronenenergie: auf welche Art neue Elektronen auch immer im Plasma entstehen, sie bleiben kalt. So könnte man einen Anstieg des kalten Energie-Anteils im Gesamtspektrum vermuten. Andererseits sind kalte Elektronen wesentlich schlechter eingeschlossen als heiße. Da nach Abschalten kein Mikrowellenfeld mehr vorhanden ist, wird das magnetische Moment der kalten Teilchen nicht mehr erhöht. Hieraus folgt ein zunehmender Wandfluß vornehmlich kalter Elektronen (damit verbunden allerdings auch ein stärkerer Rückfluß von den Wänden). Das Gleichgewicht zwischen Elektronenerzeugung und Verlust an die Wände wird stark gestört und kann vermutlich nicht mehr aufrecht erhalten werden. Auf diese vehemente Störung des Gleichgewichtes reagiert das Plasma mit einer kurzzeitigen Reduktion der Einschlußzeiten, verbunden mit einer schnellen Abnahme der Plasmadichte. Aus der abfallenden Dichte ergibt sich wiederum eine Erhöhung der Einschlußzeiten, da die auftretenden Stöße bei abnehmender Plasmadichte ebenfalls zurückgehen. Evtl. ergibt sich hier ein Zusammenhang mit den immer wieder auftretenden Plateaus im abfallenden Ast der Stromkurve (siehe Abbildung 24). Somit läßt sich vermuten, daß der Afterglow-Effekt ein zumindest teilweise stoßdominierter Prozeß ist. Was dabei im Detail passiert, ist bis heute unverstanden. Vermutet wird u.a. eine Verletzung der Plasmaneutralität durch sehr schnell herausfliegende Elektronen. Die zurückbleibenden hohen Ladungszustände folgen dann aufgrund auftretender Coulomb-Abstoßungskräfte sehr schnell nach (Heinen in [ECRIS 99]).

Wie schon erwähnt, bleiben heiße Elektronen wesentlich länger in der Quelle als kalte. Die zurückbleibenden heißen Elektronen sorgen bei einer reduzierten Plasmadichte dafür, das die Quelle noch einige ms lang weiterbrennt. So lassen sich die längeren Abklingzeiten der niedrig geladenen Zustände qualitativ erklären.

Der Aftergloweffekt ist ein im Detail unverstandenes Phänomen, im allgemeinen wird aber der in Abbildung 26 dargestellte zeitliche Verlauf des Elektronen-Energiespektrums während einer Afterglow-Entladung angenommen.

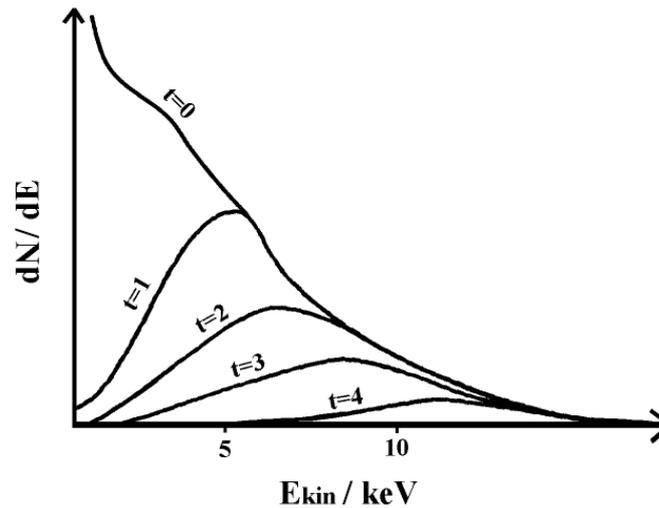


Abbildung 26: Vermuteter zeitlicher Verlauf eines Elektronen-Energiespektrums in einer Standard-Quelle. Abschalten der Mikrowelle bei $t=0$. Eingezeichnet: $t=10\text{ms}$, $t=20\text{ms}$, $t=30\text{ms}$, $t=40\text{ms}$

Zum Zeitpunkt des Abschaltens der Mikrowelle bei $t = 0$ befinden sich viele kalte Elektronen in der Quelle, die aber nach 10ms schon fast vollständig die Quelle verlassen haben. Das Abklingen der hochenergetischen Elektronen geht wesentlich langsamer vonstatten. Eine tendenzielle Übereinstimmung läßt sich mit dem in dieser Arbeit diskutierten Simulationsprogramm qualitativ erhalten (Heinen in [ECRIS99]).

3.4.1 Verwendung des Afterglow-Effekts

Der Afterglow wird zur Synchrotron-Injektion verwendet. Man versucht z.Zt. weltweit EZR-Quellen auf kurze Stromspitzen zu züchten, um dem *Large Hadron Collider (LHC)* am CERN ausreichend hohe Ionenstimpulse liefern zu können. Der LHC soll 2005 in Betrieb genommen werden.

3.5 Teilchen- und Energiehaushalt des Plasmas

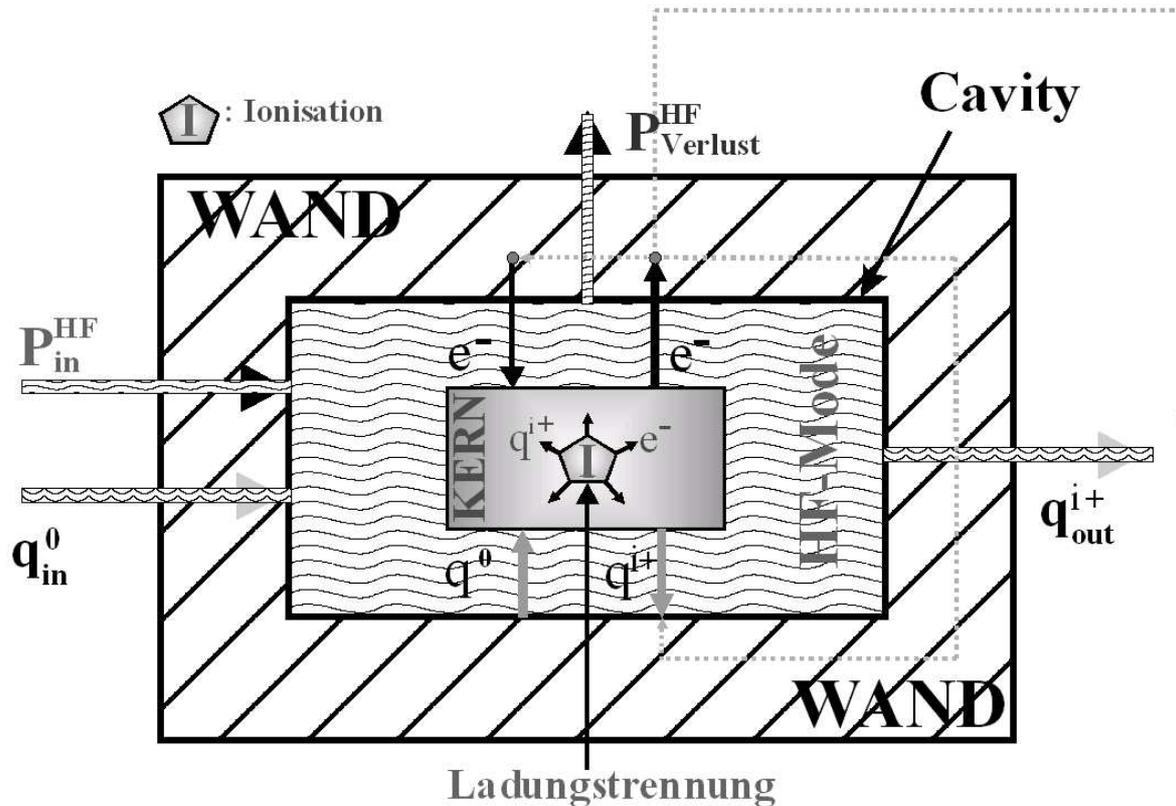


Abbildung 27: Teilchen- und Energieflüsse des EZR-Plasmas

3.5.1 Stationäre Teilchen- und Energieflüsse der Elektronen

In Abbildung 27 sind die Teilchen- und Energieflüsse der EZR-Quellen vereinfacht dargestellt. Die ankommende Mikrowelle deponiert ihre Leistung mit einem gewissen Wirkungsgrad in der Cavity (in Form des MW-Modenfeldes). Dieser Wirkungsgrad ergibt sich aus der Güte Q des Hohlraumresonators und ist experimentell bestimmbar (nämlich aus der Resonanzbreite, siehe Abschnitt 2.5.4). Es ergibt sich eine effektive Mikrowellenleistung, die in das Plasma eingekoppelt wird. Diese wird praktisch vollständig von Elektronen in Resonanznähe absorbiert. Die Mikrowellenleistung wird zur Aufrechterhaltung der Elektronenenergien benötigt. Die hiermit im Gleichgewicht stehenden Energieverluste entstehen in erster Linie durch Wandverluste energetischer Elektronen.

Da die Resonanzen einzelner Moden im Experiment klar zu erkennen sind, muß die Dichte des Plasmas in weiten Teilen der Cavity unterhalb der Cutoff-Dichte liegen. Es kann angenommen werden, daß der optimale Quellenbetrieb bei einer mittleren Dichte im Plasmakern von $0.5 \cdot$ Cutoffdichte erfolgt (siehe Messungen der Resonanzbreite bei Heinen in [ECRIS99]). So wird diese Dichte auch für die meisten nachfolgenden Überlegungen und Simulationen angenommen.

3.5.2 Sekundärelektronen und Backscattering

An die Cavity-Wände fliegende Elektronen können mit nicht geringer Wahrscheinlichkeit an der Wand reflektiert werden (wobei sie einen Großteil ihrer Energie verlieren [MrogendaP]) oder in die Wand eindringen und Sekundärelektronen aus der Wand schlagen). Die Wahrscheinlichkeiten hierfür sind Energie- und Einfallswinkel-abhängig [Joy]. In Abbildung 28 ist die Backscatter- und die Gesamtausbeute (Backscatter+Sekundärelektronen) von Kupfer zu sehen, d.h. die mittlere Anzahl von Sekundär- bzw. reflektierten Elektronen pro einfallendem Elektron. Die Ausbeute ist einmal gemittelt über alle Einfallswinkel in Abhängigkeit der Einschussenergie und zum anderen gemittelt über den Energiebereich 0-500keV in Abhängigkeit vom Einfallswinkel zu sehen.

Dies ist nur als Überblick gedacht, eine Gleichverteilung der Winkel oder gar eine Gleichverteilung der Auftreffenergie kann im realen Plasma nicht vorausgesetzt werden. Die Auftreffwinkel sind wegen der kreisenden Elektronenbewegung um die (an die Wand laufenden) Feldlinien und des Spiegeleffektes des Magnetfeldes (siehe Abschnitt 2.2) im Mittel wesentlich flacher als 45° .

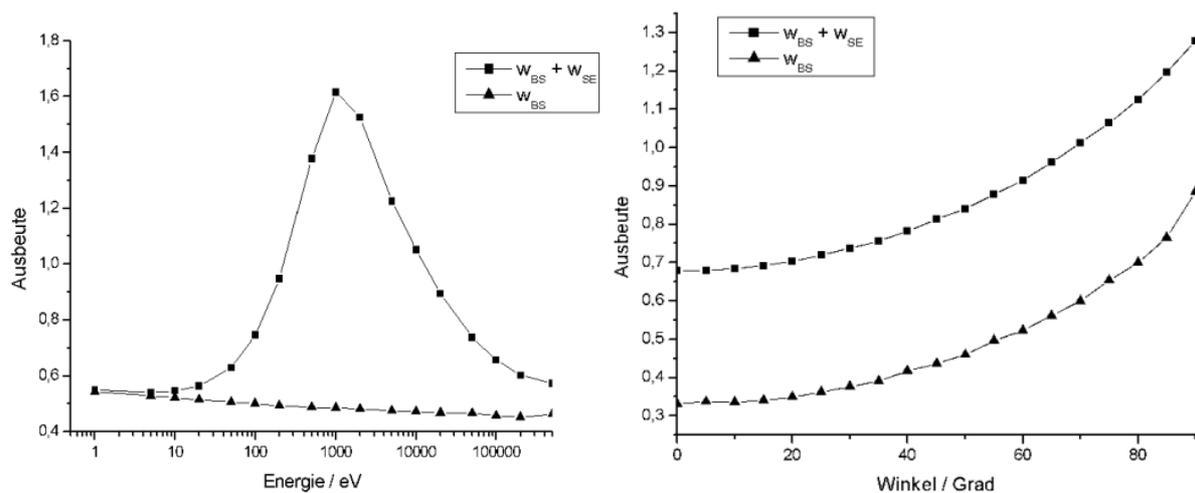


Abbildung 28: Ausbeute von Elektronen bei Auftreffen eines Elektrons auf eine Kupferwand (90 Grad entspricht tangentialem Einfall). Das Berechnungsprogramm wurde basierend auf der Arbeit von [Joy] entwickelt.

Bei der Energiekurve erkennt man ein ausgeprägtes Maximum der Sekundärelektronen-Produktion bei etwa 1keV, während die mittlere Reflektionswahrscheinlichkeit unabhängig von der Energie etwa bei 50% liegt (Gleichverteilung der Winkel vorausgesetzt).

Setzt man andererseits ein gleichverteiltes Energiespektrum an, werden bei sehr flachem Einfall viele Elektronen an der Wand reflektiert, zusätzlich werden Sekundärelektronen fast unabhängig vom Einfallswinkel produziert, deswegen liegt die Gesamtausbeute bei sehr flachen Winkeln über 1.

Insgesamt zeigt sich eine mittlere Reflektionswahrscheinlichkeit von etwa 50%.

Die Winkel der austretenden Teilchen können als gleichverteilt angenommen werden.

3.5.3 Teilchen-Einschlußzeiten τ , $\langle\tau\rangle$

Die an die Wand gehenden geheizten Elektronen werden teilweise unter Verlust fast ihrer gesamten Energie durch Backscattering reflektiert (hierbei dringen sie kurzzeitig in die Wand ein). Ferner können sie in der Wand Sekundärelektronen erzeugen, welche mit hoher Wahrscheinlichkeit zurück in den Plasmakern laufen.

Die dem heißen Plasmakern durch Wandverluste verlorengegangenen Elektronen werden ersetzt von den durch Elektronen-Stoß-Ionisation im Plasma entstehenden Elektronen, von den durch andere Prozesse (z.B. Elektronen-Injektion, Biased-Disk-Wechselwirkung, Photo-Ionisation) erzeugten Elektronen sowie durch von der Wand kommende Sekundärelektronen.

Im stationären Gleichgewicht halten sich heraus- und hereinkommende Elektronen gerade die Waage:

$$\frac{dN^{e^-}}{dt} = 0 \Rightarrow R^{\text{in die Wand}} - R^{\text{aus der Wand}} = R_{\text{effektiv}}^{\text{in die Wand}} = R^{\text{Ionisation}} + R^{\text{andere}}$$

N^{e^-} : Anzahl der geheizten Elektronen im Plasma

R : Teilchenrate, also Teilchen pro Zeiteinheit

$R^{\text{in die Wand}}$: Rate der endgültig in die Wand eindringenden Elektronen (also keine reflektierten Elektronen)

$R^{\text{aus der Wand}}$: Rate der aus der Wand kommenden und in den Plasmakern laufenden Sekundärelektronen

$R^{\text{Ionisation}}$: mittlere Ionisationsrate im Plasmakern

Für die weiteren Überlegungen sei R^{andere} zu vernachlässigen (insbesondere Rekombinationsprozesse).

Es gilt also: $R_{\text{effektiv}}^{\text{in die Wand}} \approx R^{\text{Ionisation}}$.

Die den magnetischen Einschluß überwindenden Elektronen des Plasmas laufen mit der Rate $R^{\text{zur Wand}}$ an die Wand. Jedes Elektron wird dabei mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit $w_{\text{BS}}(E, \vartheta)$ reflektiert (*Backscattering-Koeffizient*), die von Energie E und dem Auftreffwinkel ϑ des Elektrons abhängt.

Auch die Anzahl der Sekundärelektronen (ausgedrückt durch den *Sekundärelektronen-Koeffizienten*) hängt von diesen Parametern ab.

Es gilt: $R^{\text{in die Wand}} = (1 - w_{\text{BS}}) \cdot R^{\text{zur Wand}}$ mit dem *effektiven Backscattering-Koeffizienten* w_{BS} .

Über die Rate $R^{\text{zur Wand}}$ der zur Wand gehenden und die Rate $R^{\text{in die Wand}}$ der endgültig in die Wand eindringenden (also nicht reflektierten) Elektronen lassen sich zwei verschiedene *Elektroneneinschlußzeiten* $\langle\tau\rangle$ und τ definieren:

$$\boxed{\langle\tau\rangle \equiv \frac{N^{e^-}}{R^{\text{zur Wand}}}}, \quad \tau \equiv \frac{N^{e^-}}{R^{\text{in die Wand}}}$$

$\langle\tau\rangle$ wird vom später vorgestellten Elektronen-Simulationsprogramm bestimmt. $\langle\tau\rangle$ stellt sich dabei als mittlere Zerfallskonstante der geheizten Elektronen heraus.

3.5.4 Effektive Teilchen-Einschlußzeit τ^{eff} , mittlere Ionisationszeit $\tau_{\text{Ionisation}}$

Zur Aufrechterhaltung des Gleichgewichts muß gelten:

$$R^{\text{aus der Wand}} = w_{SE} \cdot R^{\text{in die Wand}} \quad \text{mit } 0 \leq w_{SE} < 1$$

w_{SE} : effektiver Sekundärelektronenkoeffizient

Es müssen also mehr Elektronen in die Wand eindringen als herauskommen, um die im Plasma produzierten Elektronen abtransportieren zu können.

Man kann nun eine *effektive Einschlußzeit* τ^{eff} für Elektronen definieren:

$$\tau^{\text{eff}} \equiv \frac{N^{e^-}}{R_{\text{effektiv}}^{\text{in die Wand}}} = \frac{\tau}{(1 - w_{SE})} = \frac{\langle \tau \rangle}{(1 - w_{SE}) \cdot (1 - w_{BS})}$$

Vernachlässigt man die Produktionsrate R^{andere} (s.o.), ergibt sich eine direkte Beziehung von τ^{eff} zur Ionisationsrate von Elektronen im Plasmakern. Definiert man als *mittlere Ionisationszeit* $\tau_{\text{Ionisation}}$ die Zeit die im Mittel vergeht, bis für jedes geheizte Elektron im Plasma gerade ein neues durch Ionisation erzeugt wurde, ergibt sich eine Äquivalenz von effektiver Teilcheneinschlußzeit und mittlerer Ionisationszeit:

$$\frac{N^{e^-}}{\tau^{\text{eff}}} = R_{\text{effektiv}}^{\text{in die Wand}} \approx R^{\text{Ionisation}} = \frac{N^{e^-}}{\tau_{\text{Ionisation}}}$$

Also:

$$R_{\text{effektiv}}^{\text{in die Wand}} \approx R^{\text{Ionisation}} \quad \text{und} \quad \tau^{\text{eff}} \approx \tau_{\text{Ionisation}}$$

Der Elektronenüberschußverlust an die Wand wird im Gleichgewicht also gerade durch die Elektronen-Produktion im Innern des Plasmas ausgeglichen.

3.5.5 Einfluß der Wand auf das Plasma

Das Gleichgewicht des Plasmas wird also durch die Beschaffenheit der Wand beeinflusst, die über den Backscattering-Effekt und durch die Sekundärelektronen einen die Elektronendichte erhöhenden zusätzlichen Elektronenzufluß für das Plasma liefert, also den Elektronenhaushalt verbessert. Die Wandeffekte hängen dabei vom verwendeten Material ab (Kupfer, Silber, Quarz etc.) und der Wechselwirkung der Wand mit dem Plasma (Plasma-Wand-Wechselwirkung, [Daube]). Ferner ist es möglich, durch zusätzliche Elektroneninjektion (Biased Disk [ECRIS99], Elektronenkanone [TäschnerD]) das Plasma-Gleichgewicht günstig zu beeinflussen.

Kennt man die Ladungszustandsverteilung (z.B. über eine PUMAEX-Messung, siehe [MüllerD]), die Neutralteilchendichte und die Elektronendichte, kann man die mittlere Ionisations-Rate $R^{\text{Ionisation}}$ numerisch mittels der Formel für die Ionisationswirkungsquerschnitte von Müller und Salzborn [Müller-Salzborn] (siehe Abschnitt 3.1.1) näherungsweise ermitteln.

Die aus der Wand kommenden Elektronen entstehen also in erster Linie durch *Sekundärelektronenproduktion* der in die Wand eindringenden Elektronen. Diese Elektronen sollte man nicht verwechseln mit den von der Wand kommenden reflektierten Elektronen.

Ein Merkmal des (idealisierten) stationären Plasmas ist, daß die Elektronen in äquidistanten Zeitschritten produziert werden bzw. verloren gehen (wäre dem nicht so, würde das Plasma oszillieren bzw. sich zeitlich verändern). Elektronen werden also in äquidistanten Zeitschritten $\Delta t^{\text{in die Wand}} = 1 / R^{\text{in die Wand}}$ in die Wand eindringen, bzw. in Zeitschritten von $\Delta t^{\text{Ionisation}} = 1 / R^{\text{Ionisation}}$ wird irgendwo im Plasma ein neues Elektron durch Ionisation erzeugt.

3.5.6 Energieeinschlußzeit τ_E

Im Gleichgewicht muß gelten:

Vorrausgesetzt wird, daß die durch Backscattering an der Wand reflektierten Elektronen einen Großteil ihrer Energie an die Wand abgeben.

$$P_{\text{effektiv}}^{\text{Verlust}} \equiv \langle E^{\text{zur Wand}} \rangle \cdot R^{\text{zur Wand}} - \langle E^{\text{aus der Wand}} \rangle \cdot R^{\text{aus der Wand}} - \langle E^{\text{andere}} \rangle \cdot R^{\text{andere}} = P_{\text{HF effektiv}}$$

$\langle E^{\text{zur Wand}} \rangle$: mittlere Energie der zur Wand laufenden Elektronen

$\langle E^{\text{aus der Wand}} \rangle$: mittlere Energie der aus der Wand kommenden (Sekundär- + Backscatter-)elektronen

$P_{\text{HF effektiv}}$: effektive Heizleistung durch die Mikrowelle, d.h. die von der Mikrowelle in das Plasma eingekoppelte Leistung.

Man kann nun eine *effektive Energieeinschlußzeit* (das ist die Zeit, in der das Plasma seinen gesamten Energieinhalt durch Verlustprozesse abgibt) wie folgt definieren:

$$\tau_E^{\text{eff}} \equiv \frac{E^{\text{Plasma}}}{P_{\text{effektiv}}^{\text{Verlust}}} = \frac{N^{e-} \cdot \langle E^{e-} \rangle}{P_{\text{effektiv}}^{\text{Verlust}}}$$

N^{e-} : Zahl der geheizten Elektronen im Plasma

$\langle E^{e-} \rangle$: mittlere Energie dieser Elektronen

E^{Plasma} : gesamte im Plasma gespeicherte Energie

Ferner gilt:

$$\langle E^{\text{aus der Wand}} \rangle = \omega_{SE} \cdot \langle E^{\text{zur Wand}} \rangle \text{ mit } 0 < \omega_{SE} \ll 1$$

ω_{SE} : effektiver Sekundärelektronen-Energiekoeffizient

Die Energie der von der Wand kommenden Elektronen ist also viel kleiner als die der sie erzeugenden an die Wand laufenden heißen Elektronen. Es kann also in guter Näherung geschrieben werden:

$$P_{\text{effektiv}}^{\text{Verlust}} \approx P^{\text{Verlust}} = \langle E^{\text{zur Wand}} \rangle \cdot \frac{N^{e-}}{\langle \tau \rangle}$$

Insgesamt gilt offensichtlich $\tau_E^{\text{eff}} \approx \tau_E$ (*Energieeinschlußzeit*) mit:

$$\tau_E \equiv \frac{E^{\text{Plasma}}}{P^{\text{Verlust}}} = \langle \tau \rangle \cdot \frac{\langle E^{e-} \rangle}{\langle E^{\text{zur Wand}} \rangle}$$

τ_E wird wie $\langle \tau \rangle$ durch das Simulationsprogramm bestimmt werden.

Energie- und Teilcheneinschlußzeit verhalten sich also zueinander wie mittlere Elektronenenergie der geheizten Elektronen im Plasma und mittlere Energie der an die Wand gehenden Teilchen. In der Praxis stellt man das Auftreffen von vielen Elektronen mit Energien $\ll \langle E^e \rangle$ fest, aber auch mit Energien $\gg \langle E^e \rangle$. Beispiel:

$$\begin{aligned} \langle E^e \rangle &= 10 \text{keV} \\ 95\% \text{ der Auftreffer mit } 10 \text{eV} \\ 5\% \text{ der Auftreffer mit } 25 \text{keV} \\ \Rightarrow E^{\text{zur Wand}} &= 0.95 \cdot 10 + 0.05 \cdot 100000 = 1260 \text{ eV} \end{aligned}$$

Es kann im allgemeinen angenommen werden (Messungen in [BaruéHotE]), daß gilt:

$$\langle \tau \rangle \ll \tau_E, \text{ z.B. } \langle \tau \rangle \approx 0.1 \cdot \tau_E$$

Die Energie-Einschlußzeit τ_E ist experimentell schwer zugänglich, kann aber durch eine diamagnetische Messung, wie in Kapitel 7 durchgeführt, grob abgeschätzt werden (sie liegt bei PECRIS III in der Größenordnung $\tau_E \approx 2.5 \text{ ms}$).

Die einfache Abschätzung von $\tau_{\text{ionisation}}$ mit dem PUMAEX Spektrum und der Müller-Salzborn-Formel liefert (bei einem angesetzten Neutralteilchenanteil von 15%) $\tau_{\text{ionisation}} \approx 250 \mu\text{s}$. Hieraus folgt, daß die Abschätzung $\tau_{\text{ionisation}} \approx \tau^{\text{eff}} \ll \tau_E$ zumindest tendenziell in Ordnung ist.

3.5.7 Ionen- und Neutralteilchengleichgewicht

Falls extrahiert wird, muß durch den Gaseinlaß ständig Nachschub von neutralen Gasatomen kommen (z.B. Argon), um die Verluste durch die Extraktion auszugleichen. Falls keine Extraktion vorhanden ist, wird das Plasma bis zu einer gewissen Dichte gefüllt, danach muß der Gaseinlaß geschlossen werden (wird der Druck und damit der Neutralteilchenhintergrund in der Plasmakammer zu hoch, kann das EZR-Plasma nicht mehr brennen). Der äußerst empfindliche Parameter Gaseinlaß muß im Experiment optimiert werden. Theoretisch untersucht wird es z.B. bei [VittP]. Für den Fall ohne Extraktion kann man folgende Annahme machen:

Läuft ein Neutralgasatom an die Wand, wird es als neutrales reflektiert (Wandhaftung bzw. Diffusion in die Wand wird vernachlässigt) [VittP].

Im Gleichgewicht gilt: der Fluß der negativen Ladungen an die Wand ist gleich dem Fluß der positiven dorthin (falls extrahiert wird, betrachte man Abbildung 27). Bei einer gegebenen Ladungsverteilung der Ionen im Plasma muß also eine entsprechend höhere Anzahl von Elektronen an die Wände gehen. Die mittlere Einschlußzeit der Ionen ist also entsprechend größer als die der Elektronen (Beispiel: mittlerer Ladungszustand $\langle q \rangle = 8$, Einschlußzeit der Elektronen $\tau = 1 \text{ ms} \Rightarrow$ Einschlußzeit Ionen: 8ms). Ebenso muß im Plasma, aufgrund der Neutralitätsbedingung, eine größere Menge an Elektronen als Ionen vorhanden sein.

3.5.8 Die Plasma-Randschicht (Plasmapotential)

Der Randbereich des EZR-Plasmas wird durch die Cavitywand begrenzt. Es besteht eine enge Kopplung zwischen Plasma und Wand. Man stellt fest, daß bei geerdeter Wand ($U=0$) das Plasma auf einem dazu positiven Potential liegt. Erklärt wird dieses Phänomen vereinfacht damit, daß Elektronen viel beweglicher und schneller sind als Ionen und damit das Plasma schneller verlassen können als die Ionen. Dies gelingt den Elektronen so lange, bis sich zur Wand hin ein für sie zurückdrängendes Potential aufgebaut hat. Dieses Potential ist gerade so groß, daß sich Elektronenstrom und Ionenstrom die Waage halten, so wie dies im stationären Zustand genau der Fall sein muß. Das Wand-Potential ist also negativ gegenüber dem Plasmapotential (dies gilt auch für isolierte Wände). Die Potentialdifferenz zum Plasma schirmt dieses über die Debye-Länge ab. Es folgt daraus ein tendenzieller Potentialverlauf, wie es in Abbildung 29 zu sehen ist [Chen].

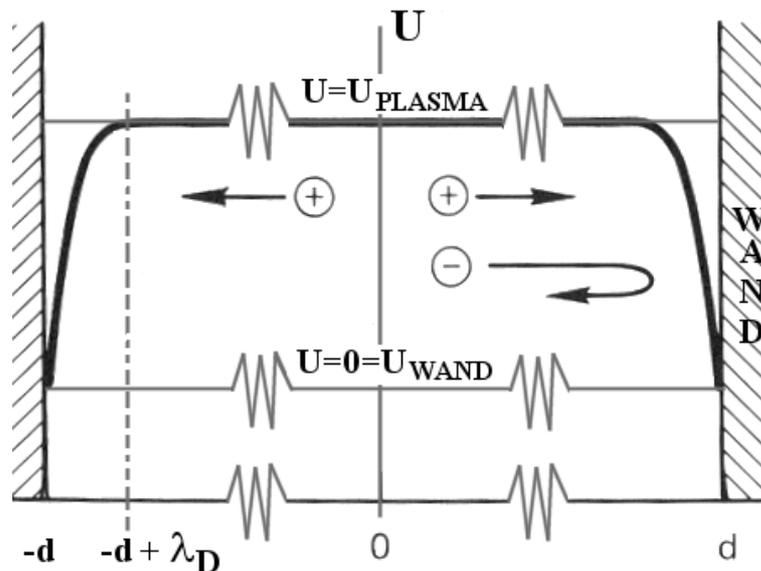


Abbildung 29: Tendenzieller Verlauf des Plasma-Potentials

Nimmt man im Wandbereich eine mittlere Elektronenenergie von 5eV sowie eine Dichte von 10^{10} cm^{-3} an, ergibt sich eine Abschirmlänge von nur $\lambda_D \approx 0.2 \text{ mm}$, wobei $\lambda_D \sim (E_{\text{kin}} / n_e)^{0.5}$ [Roth]. Der Randbereich stellt also eine äußerst dünne Schicht des Plasmas dar.

Der genaue Potentialverlauf in der Randschicht sowie Elektronen- und Ionendichteverlauf sind kompliziert und nur näherungsweise zu berechnen. Viele Plasmaphysiker beschäftigen sich ausgiebig mit Plasma-Wand-Wechselwirkungen [Daube].

Bei Annahme eines Plasmapotentials von 10V bei geerdeter Cavity-Wand folgt, daß nur Elektronen mit Energien $> 10 \text{ eV}$ aus dem Plasma auf die Wand gelangen können, andererseits haben Sekundärelektronen immer Energien $> 10 \text{ eV}$, da sie durch das Potential ins Plasma beschleunigt werden. Die geheizten Elektronen haben beim Austritt in der Regel höhere Energien als 10eV und können so dem Potentialtrog entkommen. Ist ihre Energie kleiner, so werden sie vom Potentialschild zurückgeworfen.

3.5.9 Energieverluste der Elektronen durch Coulomb-Stöße

Der Energieübertrag von geheizten Elektronen auf Ionen ist sehr gering (es führt aber immerhin zu einer mittleren Ionentemperatur von einigen eV [MrogendaD]). Die Elektronen tauschen ihre Energie bevorzugt untereinander aus [Goldston]. Da der Gesamtpopulation durch diese Stöße keine Energie verlorenght, ist die dabei auftretende Energieverlagerung für das Gesamtspektrum der Elektronen unerheblich, nicht aber der Einfluß der dabei auftretenden Richtungsänderungen der Elektronengeschwindigkeit, die den dominanten Verlustkanal vor allem der kleinen bis mittleren Energien der geheizten Elektronen darstellt. Die Coulomb-Streuung wird deswegen ausführlich im nächsten Kapitel behandelt.

3.6 Die Population der geheizten Elektronen

Die wichtigsten Elektronen in den EZR-Quellen sind die geheizten Elektronen, also die mit der Mikrowelle in starker Wechselwirkung stehenden Elektronen. Diese Elektronen tragen den Großteil der im EZR-Plasma enthaltenen Energie (im Mittel 10keV-100keV pro Elektron, je nach Quellen-Konfiguration). Sie sind als fast stoßfreie Teilchen beschreibbar, die, neben der Wechselwirkung mit der Mikrowelle, in erster Linie der Wechselwirkung mit dem permanenten Magnetfeld unterworfen sind. Die Coulomb-Stöße der Teilchen bei diesen Energien sind als schwache Störungen der Bahn aufzufassen. Ihre Geschwindigkeitsvektoren sind dominant senkrecht zum lokalen B-Feld ausgerichtet.

Diese Elektronen ionisieren Neutralgasatome und erzeugen die hochgeladenen Ionen über den Prozeß der Stoßionisation, sie generieren somit das Plasma. Das Verhalten dieser wichtigen Elektronen ist Hauptbestandteil der in dieser Arbeit durchgeführten Untersuchungen.

In der untenstehenden Abbildung sieht man das Ergebnis eines Experimentes zur Bestimmung der Vakuum-UV-Intensität in einer S-ECRIS-Quelle [ELISA] sowie das Ergebnis der Simulation aus [HeinenD], die der direkte Vorläufer der in dieser Arbeit entwickelten Simulation ist und schon zu einer tendenziellen Übereinstimmung von Simulation und Experiment führte, was die räumlichen Verteilungen der geheizten Elektronen betrifft.

Die Elektronendichte wird deutlich durch die Resonanzfläche begrenzt (sie liegt direkt am blauen Ring in der Abbildungen zum Experiment). Um diese Fläche ist noch ein Vorhof (Korona) zu erkennen.

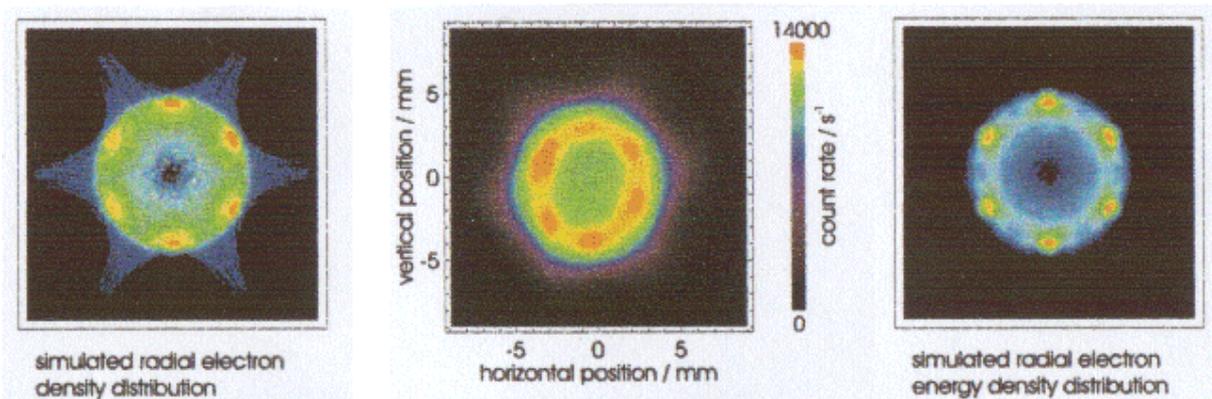


Abbildung 30: Experiment [ELISA] (Mitte) im Vergleich mit Simulations-Ergebnissen aus [HeinenD] (Links: Ladungsdichte- Rechts: Energiedichteverteilung). Projektion entlang der gesamten Z-Achse. Neben der schon recht guten generellen Übereinstimmung ist die Korona um den Plasmakern gut zu erkennen.

3.6.1 Grenzschicht-Elektronen (Korona-Elektronen)

Im Bereich zwischen Resonanzzone und kaltem Außenbereich des Plasmas sind die Verhältnisse schwierig zu beschreiben. Es gibt hier, neben schnell durchfliegenden, extrem heißen geheizten Elektronen, lange verweilende Elektronen, die nur schwach mit der Mikrowelle wechselwirken und somit Energien erlangen können, die Voraussetzung für quasi freie Elektronen sind. Da die Elektronenenergien in diesem Bereich im Mittel nicht klein genug sind, findet ein langsames Thermalisieren statt (für ein schnelles Thermalisieren wäre eine hohe Dichte kalter Elektronen notwendig). Dieser Zwischenbereich ist sehr schwer zu beschreiben, vielleicht noch schwerer als der kalte Außenbereich, da er sowohl quasi freien als auch thermalisierenden Charakter besitzt. Aus Experimenten kennt man aber das Vorhandensein von Elektronen [ELISA], die Hexapol-sternförmig um den Plasmakern (bei S-ECRIS-Quellen durch die Resonanzfläche umschlossen) angeordnet sind (siehe Abbildung 30). Viele dieser Elektronen entstehen dabei durch Photoionisation mit Photonen, die aus dem Plasmakern stammen, da die Stoßionisation wegen der geringen mittleren Elektronenenergie eine untergeordnete Rolle in diesem Bereich spielt.

Folgende Fakten beschreiben den Zwischenbereich:

- die mittlere Energie der Elektronen liegt deutlich über der der Elektronen des kalten Außenbereiches (ca. 1eV) aber auch deutlich unter der mittleren Energie der geheizten Elektronen (10keV-100keV).
- der Unterschied zwischen Initialenergie (Elektronenenergie bei Eintritt in diesem Bereich, durch (Photo-) Ionisation oder Zufluß von Außen) und mittlerer Elektronenenergie in diesem Bereich ist nicht groß genug, um für die Ermittlung eines Energiespektrums auf die Kenntnis dieser Initial-Energien verzichten zu können (siehe hierzu auch *Anhang: ungeheizte, aber nicht kalte Elektronen*)
- der Energieaustausch mit Elektronen aus dem Außenbereich ist nicht zu vernachlässigen
- es gibt einen ständigen Teilchen-Zufluß von kalten Außenelektronen, wobei diese nicht sofort durch die MW hochgeheizt werden (so wie das im Resonanz-Bereich der Fall ist)
- sehr heiße, geheizte Elektronen fliegen aufgrund ihrer großen Radien häufig durch diesen Bereich

Die in dieser Arbeit entwickelte Simulation ist nicht ohne weiteres auf diese Elektronen anwendbar. Durch das noch einzuführende Modell sind strenggenommen nur die geheizten Elektronen gut beschreibbar, die einen dominant freien Charakter besitzen und stark mit der Mikrowelle wechselwirken.

Der Vergleich der Simulation (aus [HeinenD]) mit dem Experiment in Abbildung 30 zeigt schon ein recht gute Übereinstimmung, obwohl die Simulation zu diesem Zeitpunkt nur Elektronen mit sehr kurzen Laufzeiten (bis 5µs) beschreiben konnte. Die Simulation wurde in dieser Arbeit so erweitert, daß geheizte Elektronen mit (fast) beliebigen Laufzeiten berücksichtigt werden.

Die Einführung in die Elektronensimulation beginnt mit dem folgenden Kapitel.

Kapitel 4: Einzeltrajektorien-Berechnung

Das EZR-Plasma spielt eine Sonderrolle unter den Plasmen. Es treten hier viele Phänomene auf, die die Beschreibung eines solchen Plasmas mit den Aussagen der allgemeinen Plasmaphysik nur bedingt ermöglichen.

Mit der allgemeinen Plasmaphysik lassen sich Plasmen beschreiben, bei denen die Teilchen in permanenter Wechselwirkung miteinander stehen. Diese stoßdominierten Plasmen werden auch Gleichgewichts-Plasmen genannt. Hier sind die Teilchengeschwindigkeiten Maxwell-Boltzmann-verteilt. Somit läßt sich jeder Teilchenspezies eine Temperatur zuordnen. Die Untersuchung dieser Plasmen ist die Hauptaufgabe der Plasmaphysik. Für den Anteil des EZR-Plasmas, in dem die kalten Elektronen dominieren, müssen die Gesetze stoßdominierter Plasmen angenommen werden. Die Vorgänge in diesem Plasmaanteil sind schwierig zu verstehen, und sie entziehen sich heutzutage nach wie vor der Möglichkeit vollständiger Berechenbarkeit.

Die Bereiche des EZR-Plasmas, in denen heiße, hochenergetische Elektronen dominant sind (Nichtgleichgewichtsplasma) und in denen die wesentlichen Ionisationsprozesse der Quelle stattfinden, lassen sich besser mit anderen, spezialisierten Methoden beschreiben. Hier haben die Elektronen so hohe Energien, daß die Hauptwechselwirkungsprozesse der Elektronen nicht mehr mit anderen Teilchen stattfinden. Hier wird das Verhalten der Elektronen im wesentlichen durch die extern aufgeprägten Felder (externes Magnet- und Mikrowellenfeld) sowie das von den heißen Elektronen erzeugte diamagnetische B-Feld beeinflusst. Die natürlich nach wie vor stattfindenden Stoßprozesse mit anderen Teilchen spielen eine untergeordnete Rolle und können als Störungen aufgefaßt werden. Das Verhalten der Elektronen im heißen Plasmabereich ist also leichter zu beschreiben als das Verhalten in kalten, stoßdominierten Bereichen und ist auch der Aussagebereich dieser Arbeit.

Dieser innere Bereich des Plasmas, in dem sich die geheizten Elektronen befinden, wird durch die Resonanzfläche bzw. das Resonanzvolumen vorgegeben und maßgeblich beeinflusst.

Da die Quasineutralität des Plasmas immer gewahrt bleiben muß, werden die heißen (*harten* da sehr hochenergetischen) Elektronen das Verhalten der trägen Ionen maßgeblich bestimmen. So werden die hochgeladenen Ionen in Bereichen sehr hoher Elektronen-Energiedichte erzeugt sowie Ionen bevorzugt dort auf die Plasmakammer-Wand treffen, wo die heißen Elektronen das tun. Das Verhalten der Ionen im heißen Bereich wird also maßgeblich von den geheizten Elektronen beeinflusst. Es wird zur Zeit von [VittP] untersucht.

Außerhalb dieses Volumens herrschen die Gesetze der stoßdominierten Plasmen, so z.B. die Bereiche in Wandnähe.

4.1 Das Einzeltrajektorien-Modell

Bei einer Dichte von einigen 10^{11} Teilchen cm^{-3} bis 10^{12} cm^{-3} in den EZR-Quellen kann man den heißen Anteil des EZR-Plasmas als nicht stoßdominiert bezeichnen. Das bedeutet, daß die Elektronen in diesem Bereich im Mittel viele μs lang hauptsächlich durch das extern erzeugte statische Magnetfeld sowie die elektrische- und magnetische Komponente des Mikrowellenfeldes beeinflusst werden. Kollektive Felder sind bei kleinen Teilchenenergien wichtig. Diese kollektiven Phänomene können in der Regel als kleine Störungen, also Stoßprozesse mit kleinen Winkelablenkungen, behandelt werden. Eine Ausnahme bilden der Diamagnetismus der bei hohen Teilchenenergien und -dichten zunehmend an Bedeutung gewinnt.

Die Ionen im EZR-Plasma werden von der Mikrowelle nicht geheizt und bleiben kalt. Da somit fast die gesamte Energie in den Elektronen steckt, folgen die Ionen der sich einstellenden Elektronen-Dichteverteilung, so daß das Plasma als Ganzes neutral bleibt.

Das dynamische Verhalten der geheizten Elektronen bestimmt somit das Verhalten des heißen Plasmaanteils (*Plasmakern*), in dem die meisten Ionisationsprozesse ablaufen. Die Untersuchung von Einzeltrajektorien geheizter Elektronen ist somit sehr aufschlußreich, um die Vorgänge in den EZR-Plasmen zu verstehen.

Für ein tieferes Verständnis der Funktionsweise des Algorithmus für die Trajektorienberechnung, des *particle movers*, kann auf die Literatur ([Boris],[Tajima],[Buneman],[Birdsall]) nicht verzichtet werden.

Die vorhandenen Datenstrukturen für die Erfassung und späteren Auswertung der Trajektorien (**B**-Feld-Gitter, Teilchenerfassung) werden am Ende des Kapitels beschrieben und wurden im wesentlichen seit [HeinenD] beibehalten.

Zunächst wird der Kern des *movers* vorgestellt (konstantes Δt , keine Streuprozesse), dann wird das *switching* (Umstellen von Δt) erläutert. In einem späteren Abschnitt werden dann Streu- und Ionisationsprozesse diskutiert.

4.2 Der relativistische particle mover

4.2.1 Kernroutine

Im Folgenden ist mit \mathbf{v} immer die Geschwindigkeit im Laborsystem gemeint.

Zum Zeitpunkt $t = 0$ sei ein Teilchen mit Ruhemasse m_0 , Ladung q , Geschwindigkeit $\mathbf{v}(t = 0)$ und Ort $\mathbf{r}(t = 0)$ gegeben. Dieses Teilchen bewege sich durch ein elektromagnetisches Feld, wobei permanent die Lorentz-Kraft $\mathbf{F}_L = q \cdot (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B})$ auf dieses Teilchen wirkt. Zu Berechnen ist die Bahn des Teilchens in diesem Feld.

Der hier vorgestellte *particle mover* rechnet mit dem relativistische Impuls $m_0 \cdot \mathbf{u}$:

$$\mathbf{p}_{rel} = m_{rel} \mathbf{v} = m_0 \frac{\mathbf{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \equiv m_0 \mathbf{u}; \quad \mathbf{v} = \frac{\mathbf{u}}{\sqrt{1 + u^2/c^2}}$$

Dem particle mover werden die Startvektoren \mathbf{r}_0 und \mathbf{u}_0 vorgegeben. Beim Boris-Algorithmus ist $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}(t = 0)$, \mathbf{u}_0 wird aus $\mathbf{u}(t = 0)$ abgeleitet. Im nichtrelativistischen Fall ist \mathbf{u} grundsätzlich durch \mathbf{v} ersetzbar.

Der Zeitdiskretisierungsschritt Δt wird vorgegeben und sollte am Start auf einen Wert $\leq T/10$ gesetzt werden (T : Umlaufzeit des Elektrons). Von Zeit zu Zeit muß Δt verändert werden (wenn sich T oder v sehr stark verändert hat). Diese Anpassung ist nicht trivial und wird weiter unten erläutert ("Switching").

Die Teilchenbahn ergibt sich nach dem Schema von [Boris] wie folgt:

$$\begin{array}{l}
 t = 0 \qquad \qquad \mathbf{r} \equiv \mathbf{r}_0 \qquad \qquad \mathbf{u} \equiv \mathbf{u}_0 \\
 \text{LOOP START} \\
 \mathbf{E} = \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \\
 \mathbf{B} = \mathbf{B}(\mathbf{r}) \\
 \mathbf{u}' = \mathbf{u} + \frac{q \cdot \mathbf{E}}{m_0} \cdot \frac{\Delta t}{2} \\
 m_{rel} = m_0 \cdot \sqrt{1 + u'^2/c^2} \\
 \Delta\varphi = \frac{q \cdot B}{m_{rel}} \cdot \Delta t \quad \{< 0 \text{ für } q < 0\} \\
 \mathbf{u}'' = \text{rotiere}(\mathbf{u}' \text{ um } \mathbf{B} \text{ mit } \Delta\varphi) \\
 \mathbf{u} = \mathbf{u}'' + \frac{q \cdot \mathbf{E}}{m_0} \cdot \frac{\Delta t}{2} \\
 \mathbf{v} = \frac{\mathbf{u}}{\sqrt{1 + u^2/c^2}} \\
 \mathbf{r} = \mathbf{r} + \mathbf{v} \cdot \Delta t \\
 t = t + \Delta t \\
 \text{LOOP END}
 \end{array}$$

Die hier gezeigte Reihenfolge der Operationen ist strikt einzuhalten.

Für die Operation *rotiere()* bietet sich z.B. eine Routine von [Meyberg] an:

$$\mathbf{u}'' = \cos(\Delta\varphi) \cdot \mathbf{u}' + (1 - \cos(\Delta\varphi)) \cdot \frac{\mathbf{u}' \cdot \mathbf{B}}{B^2} \cdot \mathbf{B} + \sin(\Delta\varphi) \cdot \frac{\mathbf{B}}{B} \times \mathbf{u}'$$

Den Betrag von \mathbf{u} kann nur das \mathbf{E} -Feld verändern, das \mathbf{B} -Feld bewirkt ausschließlich eine Rotation von \mathbf{u} . Die Rotation berücksichtigt dabei die relativistische Massenzunahme, d.h. die Drehwinkel werden mit steigender Masse kleiner. Die aus der Beschleunigung durch das \mathbf{E} -Feld resultierende Impulsbetragänderung wird als $\Delta\mathbf{u}_{1/2} \equiv \mathbf{E} \cdot (q/m_0) \cdot \Delta t/2$ jeweils vor und nach der Rotation zu \mathbf{u} addiert.

Es gilt nicht $\Delta\mathbf{v}_{1/2} = \mathbf{E} \cdot (q/m_{\text{rel}}) \cdot \Delta t/2$, da m_{rel} nach der ersten Hälfte der Impulsbetragänderung modifiziert wird. Die relativistische Masse geht somit als zeitgemittelte Größe ein, was später noch diskutiert werden wird. Im oben gezeigten Schema wird deswegen nicht mit \mathbf{v} , sondern mit \mathbf{u} gearbeitet.

Der Vorteil der symmetrischen Addition von $\Delta\mathbf{u}_{1/2}$ ist hier nicht sofort einsichtig und erfordert einen tieferen Einblick in die zugrundeliegende Problematik des Lösens der Lorentzsch-Differentialgleichung in inhomogenen \mathbf{E} - und \mathbf{B} -Feldern.

Der Boris-Algorithmus gehört zur Klasse der *Leap-Frog* Algorithmen, die ihren Namen aufgrund der Tatsache erhielten, daß der Teilchenort zur Zeit t , also $\mathbf{r}(t)$, aus der Teilchengeschwindigkeit zur Zeit $t - \Delta t/2$, $\mathbf{v}(t - \Delta t/2)$, berechnet wird, daraus $\mathbf{v}(t + \Delta t/2)$, dann $\mathbf{r}(t + \Delta t)$ usw. berechnet wird. Dieses sukzessive Vorgehen, bei dem Ort und Geschwindigkeit nie gleichzeitig verwendet werden, wird versinnbildlicht durch einen hüpfenden Frosch.

Durch einen Iterationsschritt des Boris-Algorithmus wird aus einem gegebenen Ort $\mathbf{r}(t)$ und Impuls $m_0 \cdot \mathbf{u}(t - \Delta t/2)$ der neue Ort $\mathbf{r}(t + \Delta t)$ und der neue Impuls $m_0 \cdot \mathbf{u}(t + \Delta t/2)$ berechnet. Um die Geschwindigkeit zur Zeit t , $\mathbf{v}(t)$, zu ermitteln, muß eine Umrechnung von $\mathbf{v}(t - \Delta t/2)$ erfolgen.

Das gleiche gilt auch für den Start: aus $\mathbf{u}(t=0)$ muß $\mathbf{u}_0 = \mathbf{u}(-\Delta t/2)$ berechnet werden, um den Mover zu starten. Dieser Halbschritt rückwärts wird unten geschildert.

Das von [Boris] entwickelte Schema enthält die in diesem Zusammenhang wichtigen Eigenschaften der **Energie-Erhaltung** (das Teilchen verändert seine Energie nicht unphysikalisch) und **Reversibilität** (d.h. bei Zeitumkehr läuft das Teilchen auf seiner Bahn zurück). Um dies zu erreichen wird mit einem "**implicit time centering**" Verfahren gearbeitet, in das gemittelte Feldgrößen eingehen (siehe unten). Erst diese Eigenschaften des Algorithmus ermöglichen physikalisch sinnvolle Lösungen für die Lorentz-Differentialgleichung.

Ein anderes Schema ist z.B. das von [Buneman], das ebenfalls in [Birdsall] erläutert wird.

Die im Schema gezeigte Reihenfolge der Operationen ist strikt einzuhalten. Setzt man z.B. m_{rel} für einen Schritt als konstant, zieht man die Berechnung von m_{rel} also ganz nach vorne, so macht man zweifellos eine gute Näherung für den aktuellen Schritt, es ergeben sich aber signifikante Langzeitfehler, da die implizite Zeit-Mittelung von m_{rel} aufgehoben wird [Boris].

4.2.2 Der Halbschritt der Movers

Für die Umrechnung $\mathbf{u}(t) \rightarrow \mathbf{u}(t-\Delta t/2)$ muß ein halber Schritt zurück ausgeführt werden:

$$m_{rel} = m_0 \cdot \sqrt{1 + u^2/c^2}$$

$$\Delta\varphi = \frac{q \cdot B}{m_{rel}} \cdot \Delta t$$

$$\text{rotiere}(\mathbf{u} \text{ um } B \text{ mit } -\Delta\varphi/2)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u} - \frac{q \cdot \mathbf{E}}{m_0} \cdot \frac{\Delta t}{2}$$

Dies gilt insbesondere für den Start: $\mathbf{u}(t=0) \rightarrow \mathbf{u}(t=-\Delta t/2)$

Für die Umrechnung $\mathbf{u}(t) \rightarrow \mathbf{u}(t+\Delta t/2)$ muß ein halber Schritt vorwärts ausgeführt werden:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u} + \frac{q \cdot \mathbf{E}}{m_0} \cdot \frac{\Delta t}{2}$$

$$m_{rel} = m_0 \cdot \sqrt{1 + u^2/c^2}$$

$$\Delta\varphi = \frac{q \cdot B}{m_{rel}} \cdot \Delta t$$

$$\text{rotiere}(\mathbf{u} \text{ um } B \text{ mit } \Delta\varphi/2)$$

4.2.3 Statisches Standard-Switching

Für ein Umschalten von Δt nach Δt^{neu} müssen folgende Operationen durchgeführt werden [Birdsall]:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u} + \frac{q \cdot \mathbf{E}}{m_0} \cdot \frac{\Delta t}{2}$$

$$m_{rel} = m_0 \cdot \sqrt{1 + u^2/c^2}$$

$$\Delta\varphi = \frac{q \cdot B}{m_{rel}} \cdot \Delta t$$

$$\text{rotiere}(\mathbf{u} \text{ um } B \text{ mit } \Delta\varphi/2)$$

$$\Delta t = \Delta t^{neu}$$

$$\Delta\varphi = \frac{q \cdot B}{m_{rel}} \cdot \Delta t$$

$$\text{rotiere}(\mathbf{u} \text{ um } B \text{ mit } -\Delta\varphi/2)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u} - \frac{q \cdot \mathbf{E}}{m_0} \cdot \frac{\Delta t}{2}$$

Dies entspricht einem Halbschritt vorwärts mit dem aktuellen Δt und einen Halbschritt zurück mit dem neuen $\Delta t = \Delta t^{neu}$.

4.2.4 Ein Rechenschritt des Movers in der Graphik (homogenes B-Feld)

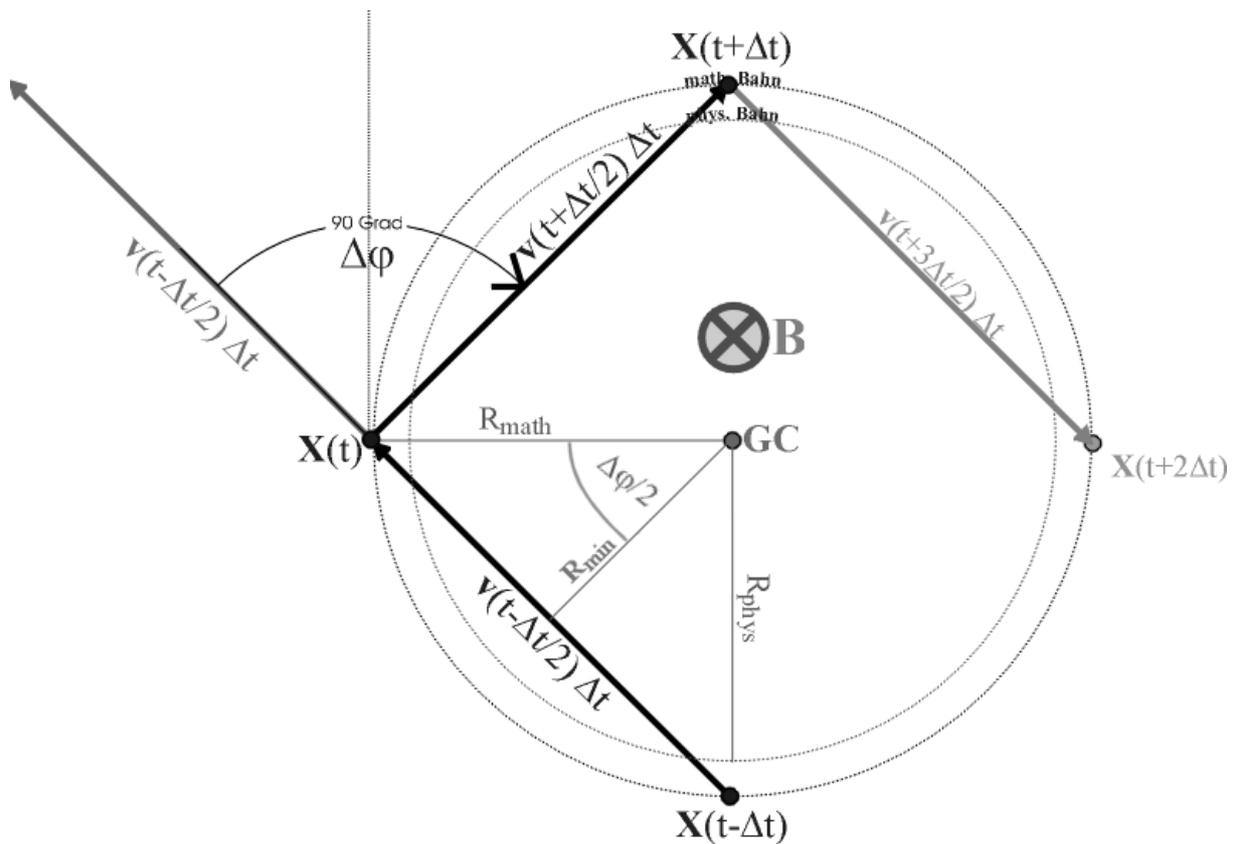


Abbildung 31: Durchführung eines Schrittes mit dem Boris-Leap-Frog Algorithmus für den Fall $\Delta\phi = 90^\circ$. Die physikalische Bahn eines Teilchens mit der Geschwindigkeit v hat einen etwas kleineren Radius als die vom mover gelieferte mathematische Kreisbahn: der Boris-Algorithmus liefert also die (physikalisch korrekten) Bahnpunkte eines Teilchens mit einer etwas größeren v_\perp -Komponente als die, mit der er rechnet (exakt: $(\Delta\phi/2)/\sin(\Delta\phi/2)$ -mal größer). Diese Darstellung gilt auch für den relativistischen Fall, da kein E-Feld vorhanden ist.

In obiger Abbildung sieht man die Durchführung eines Schrittes des movers, zunächst im reinen, homogenen Magnetfeld \mathbf{B} : Der Ort $\mathbf{X}(t)$ wird nach $\mathbf{X}(t+\Delta t)$ bewegt, die Geschwindigkeit ändert sich von $\mathbf{v}(t-\Delta t/2)$ nach $\mathbf{v}(t+\Delta t/2)$. Als Kreise angedeutet sind sowohl die mathematische Wanderung der Orte als auch die physikalische Bahn eines Teilchens mit der Geschwindigkeit v .

Für den exakten Bahnverlauf muß v um den Faktor $\sin[\Delta\phi/2]/[\Delta\phi/2]$ verkleinert werden (siehe unten).

$\mathbf{v}(t-\Delta t/2)$ wird mit $\Delta\phi$ um \mathbf{B} rotiert, es entsteht $\mathbf{v}(t+\Delta t/2)$, kurz: $\mathbf{v}(t+\Delta t/2) = D_{\Delta\phi}^{\mathbf{B}}[\mathbf{v}(t-\Delta t/2)]$.

$D_{\Delta\phi}^{\mathbf{B}}$ symbolisiert hierbei die Drehung mit dem Winkel $\Delta\phi$ um die Achse \mathbf{B} .

Für R_{min} läßt sich ableiten $R_{\text{min}} = R_{\text{phys}} \cdot (\Delta\phi/2) / \tan[\Delta\phi/2] < R_{\text{phys}}$. Hieraus folgt eine elementare Eigenschaft der movers: im homogenen Fall schneidet jede Sekante $v \cdot \Delta t$ bei jedem Schritt unabhängig von $\Delta\phi$ die physikalische Bahn genau zweimal. Hierin spiegelt sich an dieser Stelle schon das Prinzip der impliziten Zeitmittelung wider (siehe unten): der Boris-Algorithmus nähert sich der wirklichen Bahn von außen und von innen.

Es gilt: $R_{\text{min}} = R_{\text{math}} \cdot \cos[\Delta\phi/2]$; $R_{\text{phys}} = m_{\text{rel}} \cdot v / (e \cdot B)$; $R_{\text{math}} = v \cdot \Delta t / (2 \cdot \sin[\Delta\phi/2]) = v \cdot \Delta\phi \cdot m_{\text{rel}} / (e \cdot B \cdot 2 \cdot \sin[\Delta\phi/2])$

Daraus folgt: $R_{\text{phys}} / R_{\text{math}} = \sin[\Delta\phi/2] / (\Delta\phi/2)$.

4.2.5 Ein Rechenschritt des Movers in der Graphik (homogenes B- und E-Feld)

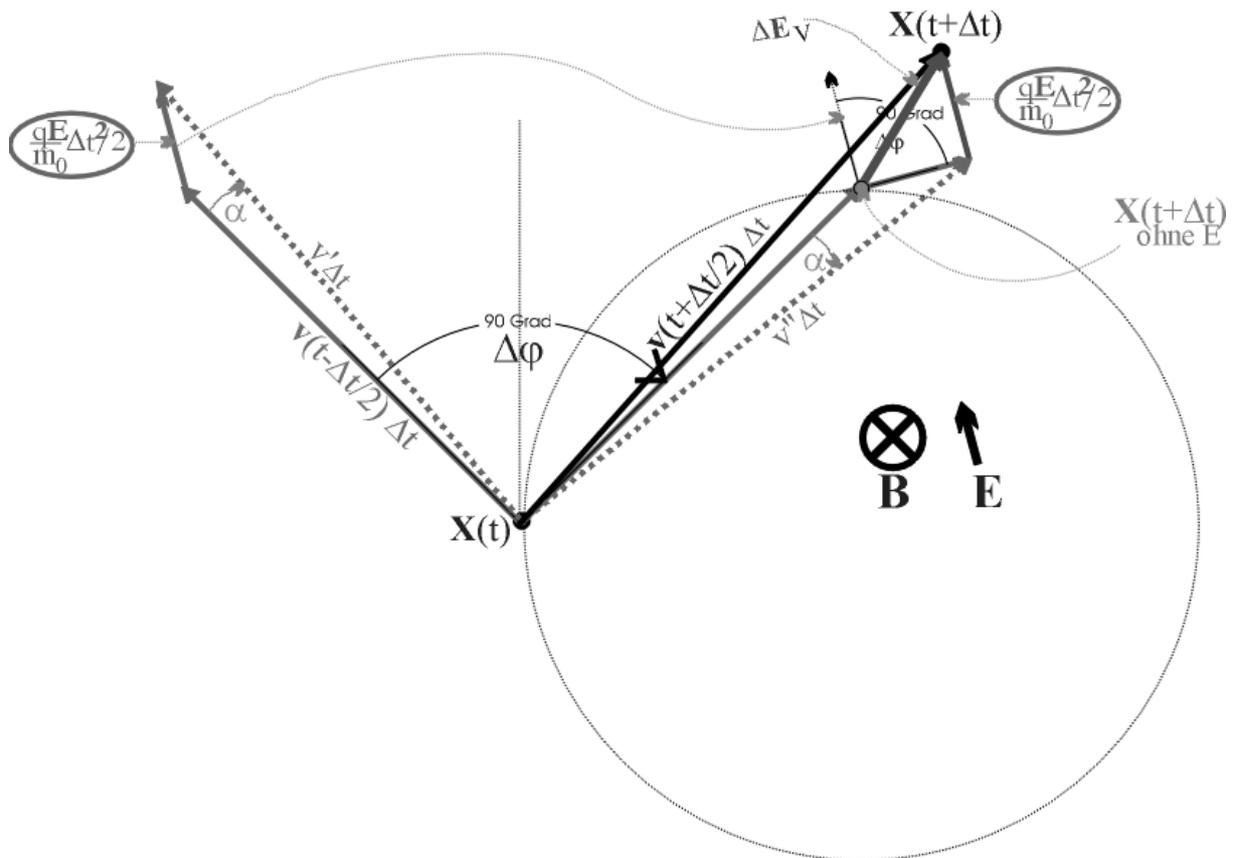


Abbildung 32: Durchführung eines Schrittes mit dem Boris-Leap-Frog Algorithmus bei vorhandenem E-Feld für den nichtrelativistischen Fall. Die gestrichelte Kreisbahn ist die mathematische Bahn für den Fall ohne E-Feld.

In obiger Abbildung sieht man die Durchführung eines Schrittes des movers, jetzt zusätzlich mit einem homogenen \mathbf{E} -Feld: Der Ort $\mathbf{X}(t)$ wird nach $\mathbf{X}(t+\Delta t)$ bewegt, die Geschwindigkeit ändert sich von $\mathbf{v}(t-\Delta t/2)$ nach $\mathbf{v}(t+\Delta t/2)$. Die mathematische Bahn für den Fall ohne E-Feld ist gestrichelt eingezeichnet.

Zur Vereinfachung der Darstellung wurde hier der nichtrelativistische Fall gewählt.

Zum Vektor $\mathbf{v}(t-\Delta t/2)$ wird zunächst $(q/m_0) \cdot \mathbf{E} \cdot \Delta t/2$ addiert, es entsteht \mathbf{v}' . \mathbf{v}' wird dann mit $\Delta\phi$ um \mathbf{B} rotiert, es entsteht \mathbf{v}'' . Zu \mathbf{v}'' wird nun noch einmal $(q/m_0) \cdot \mathbf{E} \cdot \Delta t/2$ addiert, es entsteht die endgültige Geschwindigkeit $\mathbf{v}(t+\Delta t/2)$. Wie man an der Abbildung sieht, kann man $\mathbf{v}(t+\Delta t/2)$ auch anders erhalten: $\mathbf{v}(t+\Delta t/2) = \mathbf{v}_{\text{ohne E}}(t+\Delta t/2) + \Delta\mathbf{E}_V$ mit $\Delta\mathbf{E}_V = (q/m_0) \cdot \mathbf{E} \cdot \Delta t/2 + D_{\Delta\phi}^B[(q/m_0) \cdot \mathbf{E} \cdot \Delta t/2]$.

Man kann also sagen, daß der particle mover erst die Bewegung ohne E-Feld ausführt und danach die durch das E-Feld bedingte Orts- und Geschwindigkeitskorrektur berechnet.

4.2.6 Das Super-Switching-Verfahren

Folgendes Verfahren zum statischen Switchen wurde von [Andrä_SSwitch] vorgeschlagen:

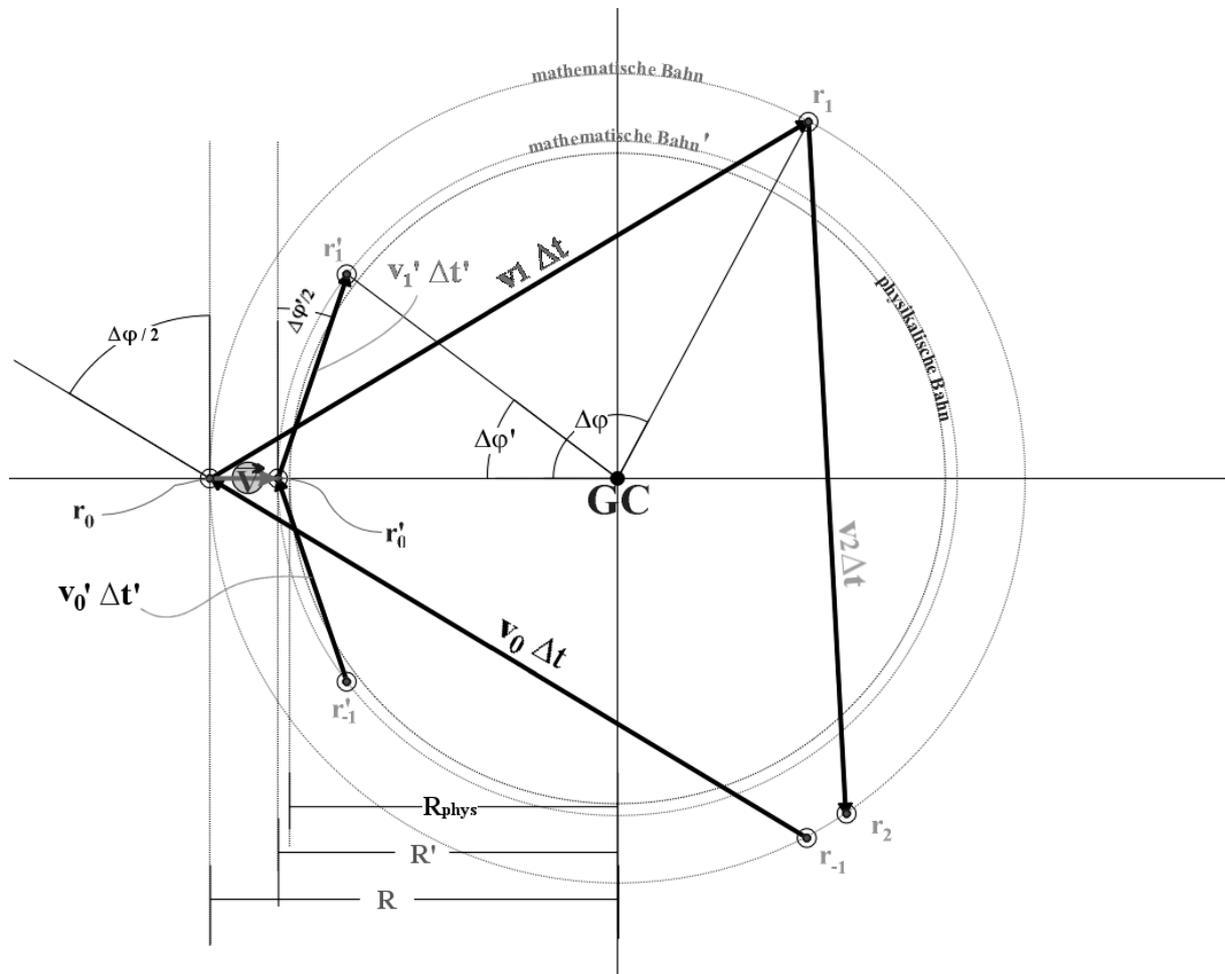


Abbildung 33: Das Super-Switching-Verfahren. Der Bahnpunkt r_0 wird zum Punkt r'_0 verschoben, damit mit der Guiding-Center (GC) erhalten bleibt. $\Delta\phi = 118^\circ$, $\Delta\phi' = 37^\circ$

Gegeben sei ein homogenes \mathbf{B} -Feld, ein \mathbf{E} -Feld sei nicht vorhanden. $\Delta\phi$ resultiert aus dem momentanen Zeitschritt Δt über $\Delta\phi = \omega_c \cdot \Delta t$. Der Boris-Algorithmus bewegt das Teilchen von r_0 nach r_1 (danach nach r_2 usw. wobei alle Punkte auf dem gestrichelten äußersten Kreis liegen). Der Vektor v_0 wird dabei in diesem Fall durch einfache Drehung zum Vektor v_1 .

v_1 entspricht nach der Logik des particle movers der Geschwindigkeit des Elektrons zum Zeitpunkt $t + \Delta t/2$.

Gewünscht ist jetzt das Weiterrechnen mit einem anderen (in diesem Fall kleineren) Zeitschritt $\Delta t'$. Dargestellt ist der Umschaltvorgang von $\Delta\phi \rightarrow \Delta\phi'$ ($\Delta t \rightarrow \Delta t'$). Zusätzlich zur Veränderung des Geschwindigkeitsvektors $v_0 \rightarrow v_0'$ durch das statische Switch-Verfahren, kommt es zu einer Versetzung des Punktes r_0 nach r'_0 . Hierdurch bleibt der Guiding Center (GC) der berechneten Bahn erhalten.

Man sieht, daß sich der mathematische Bahnradius für kleiner werdendes $\Delta\phi$ sehr schnell dem physikalisch korrekten Radius annähert.

Der Vorteil des Super-Switching-Verfahrens liegt vor allem darin, das eine falsche Drift des Guiding-Centers unterbunden wird. Dies ist in folgender Abbildung zu sehen:

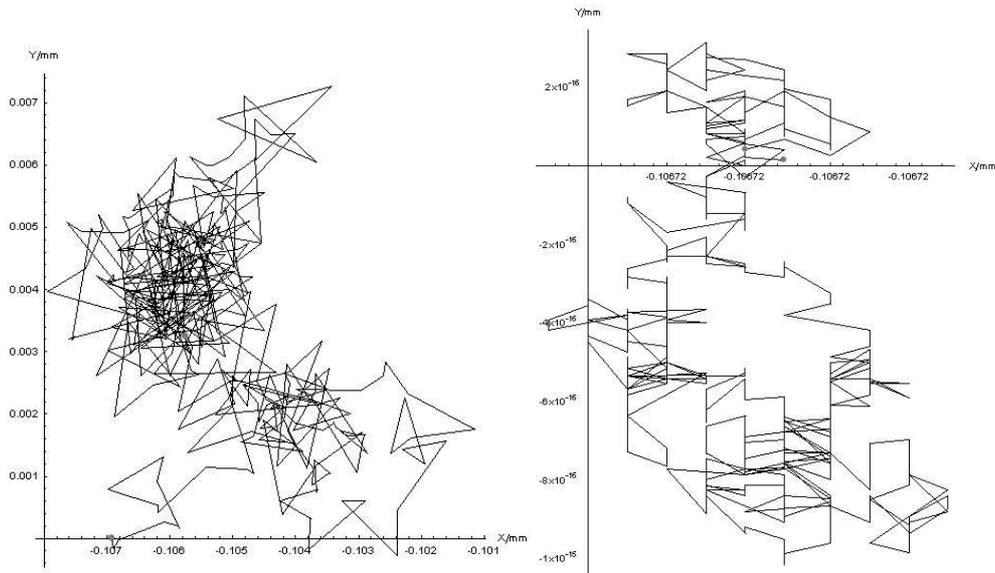


Abbildung 34: Wanderung des Guiding-Centers mit dem Standard-*(Links)* und dem Super-Switching-Verfahren *(Rechts)* im homogenen **B**-Feld ohne **E**-Feld. *Links* ist eine deutliche Drift zu erkennen, *Rechts* bleibt der GC innerhalb der Rechenungenauigkeit fest, so wie es im homogenen B-Feld sein sollte.

Getestet wurden im homogenen 1Tesla-B-Feld 1000 Umdrehungen, wobei mindestens einmal pro Umdrehung auf einen Zufallswinkel zwischen 4° und 40° für $\Delta\phi$ geswitched wurde. Beim Standard-Switch-Verfahren ist eine deutliche Wanderung des Guiding-Centers (GC) zu sehen, die beim Super-Switching-Verfahren praktisch wegfällt.

4.2.7 Der particle mover im stark inhomogenen B-Feld

In den folgenden Abbildungen sieht man das Boris-Verfahren für den Fall eines stark inhomogenen **B**-Feldes. Der **B**-Feld-Gradient ist nach unten gerichtet und konstant. Das **B**-Feld hat auf der X-Achse 1Tesla. Gezeigt ist die mit zwei verschiedenen Δt berechnete Bahn eines Elektrons im Vergleich mit der exakten Bahn eines 10keV-Elektrons.

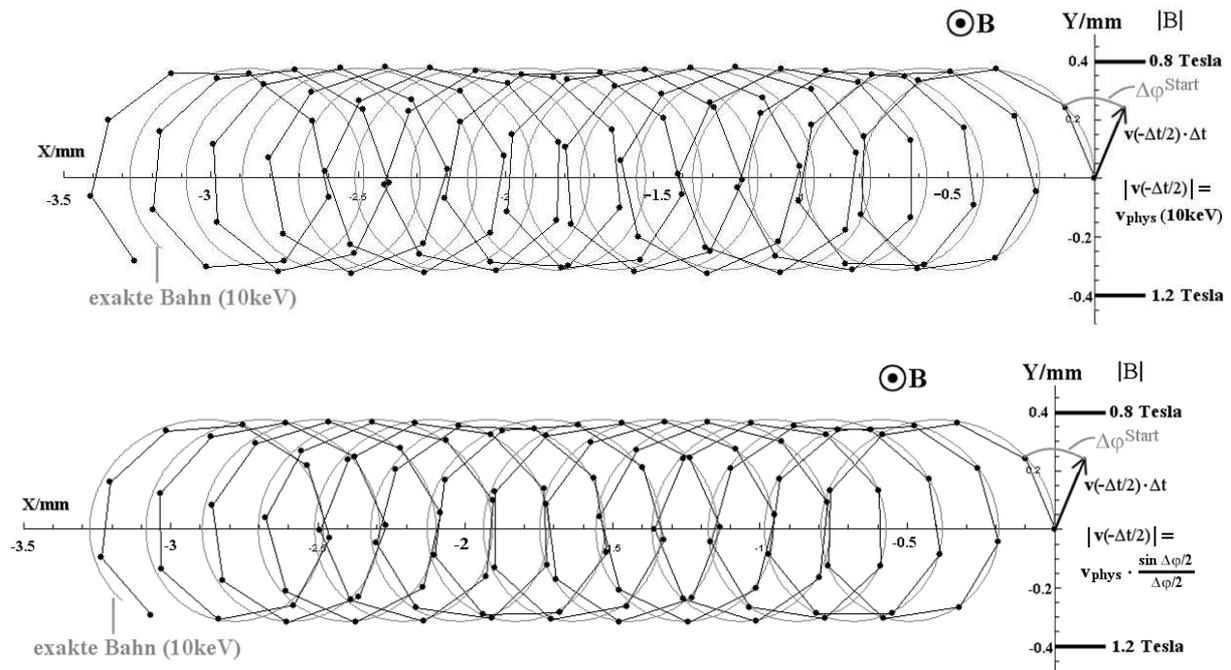


Abbildung 35: $\Delta\phi^{\text{Start}} = 45^\circ$. Die "exakte Bahn" ist die vom particle mover berechnete Bahn mit $\Delta\phi^{\text{Start}} = 0.1^\circ$. Unten wurde der Startvektor $\mathbf{v}(-\Delta t/2)$ angepaßt, um zu einer besseren Übereinstimmung mit der exakten Bahn zu gelangen: $|\mathbf{v}(-\Delta t/2)| = \sin[\Delta\phi^{\text{Start}}/2] / (\Delta\phi^{\text{Start}}/2) \cdot v_{\text{phys}}(10\text{keV}) = 0.9745 \cdot v_{\text{phys}}(10\text{keV})$ (siehe Text). Man kann im unteren Teil der Abbildung sehen, wie die Bahnpunkte abschnittsweise im Wechsel außerhalb und innerhalb der physikalisch korrekten Bahn verlaufen. Hierin spiegelt sich die schon oben angedeutete implizite Zeitmittelung wider, die im Abschnitt 4.2.8 weiter diskutiert wird.

Man sieht an den Abbildungen, daß der particle mover zwar eine gute, aber keine exakte Lösung für die Teilchenbahn eines Elektrons mit 10keV im inhomogenen B-Feld liefert.

Die Bahn wurde gerechnet mit: $\Delta t \equiv \Delta t(\Delta\phi^{\text{Start}} = 45^\circ) = \Delta\phi^{\text{Start}} \cdot m_{\text{rel}} / (e \cdot B^{\text{Start}})$, mit $B^{\text{Start}} = 1\text{Tesla}$.

Im unteren Teil der Abbildung wurde der Betrag des Startvektors $\mathbf{v}(-\Delta t/2)$ leicht verändert: $|\mathbf{v}(-\Delta t/2)| = v_{\text{phys}}(10\text{keV}) \cdot \sin[\Delta\phi^{\text{Start}}/2] / (\Delta\phi^{\text{Start}}/2) = v_{\text{phys}}(10\text{keV}) \cdot 0.9745$. Damit wird die Übereinstimmung der berechneten Bahnpunkte mit der exakten 10keV-Bahn besser (vergleiche den homogenen Fall Abbildung 31: hier stimmen die berechneten Bahnpunkte bei einer $\sin[\Delta\phi/2] / (\Delta\phi/2)$ -Anpassung des $\mathbf{v}(-\Delta t/2)$ -Vektors exakt mit den physikalischen Bahnpunkten überein). Hieraus folgt im Umkehrschluß: der Boris-Algorithmus berechnet bei gegebenem $\Delta\phi^{\text{Start}} = 45^\circ$ und $\mathbf{v}(-\Delta t/2)$ mit $E(|\mathbf{v}(-\Delta t/2)|) = 10\text{keV}$ die Bahn eines physikalischen Elektrons mit der Energie $10\text{keV} \cdot (0.9745)^{-2} = 10.53\text{keV}$ in guter Näherung.

Es wurde hierbei zur Vereinfachung die nichtrelativistische Formel $E = 0.5 \cdot m_0 \cdot v^2$ verwendet.

Es kommt mit kleiner werdendem Δt zu einer raschen Konvergenz:

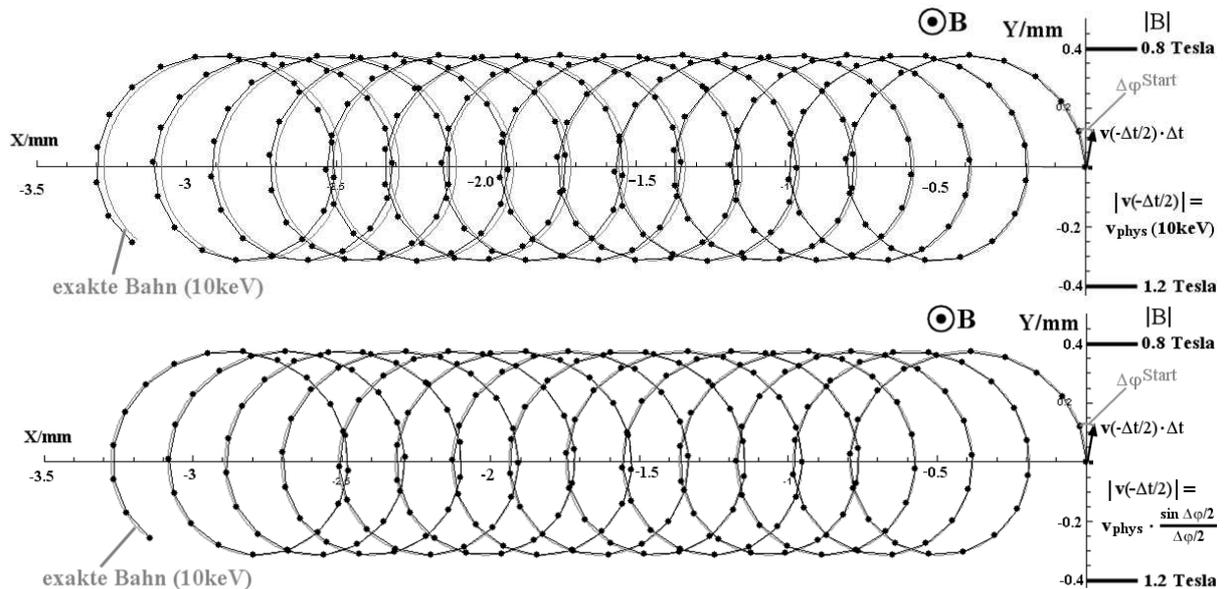


Abbildung 36: $\Delta\phi = 20^\circ$. Exakte 10keV-Bahn und die berechneten Bahnpunkte liegen optisch (fast) übereinander. Unten: $|v(-\Delta t/2)| = \sin[\Delta\phi^{\text{Start}}/2] / (\Delta\phi^{\text{Start}}/2) \cdot v^{\text{phys}}(10\text{keV}) = 0.995 \cdot v^{\text{phys}}(10\text{keV})$.

Die Übereinstimmung der Bahnen sieht bei $\Delta\phi_{\text{Start}} = 20^\circ$ wesentlich besser aus.

Bei $\Delta\phi^{\text{Start}} = 20^\circ$ ist die Übereinstimmung also sehr gut, die vom Boris-Algorithmus berechnete Bahn entspricht bei $E(|v(-\Delta t/2)|) = 10\text{keV}$ in guter Näherung der physikalischen Bahn eines 10.01keV-Elektrons.

Unter anderem aufgrund dieser Erkenntnisse wurde im Simulationsprogramm mit Hilfe des switchings dafür Sorge getragen, daß die Schrittweite $\Delta\phi$ keinesfalls 20° überschreiten kann.

Entscheidend ist an dieser Stelle, daß die numerische Lösung physikalisch sinnvoll ist, d.h. eine physikalisch wirklich mögliche Bahn produziert wird, wenn es auch die Bahn eines Elektrons mit einer etwas höheren Energie als 10keV ist:

Die Gradientendrift in diesem extrem inhomogenen B-Feld wird grundsätzlich korrekt beschrieben und ist numerisch stabil (auch wenn es im allgemeinen Fall aufgrund der spärlichen Informationen, die der Mover über das B-Feld erhält, nicht zu einer exakten Lösung kommen kann). Die Drift geht dabei zur Seite und nicht nach oben oder unten, so wie es sein muß. Dies ist keinesfalls selbstverständlich: das Runge-Kutta-Verfahren liefert in diesem Fall mit dem hier verwendeten Δt völlig unphysikalische Bahnen.

Die Bahnen werden mit steigendem Informationsfluß für den mover (also kleinerem Δt) dramatisch schnell besser, was sehr für das Verfahren spricht.

Der particle mover kann schließlich nicht "wissen", daß das B-Feld einen konstanten Gradienten hat.

Die hier diskutierten Bahnen sind kein exzentrischer Spezialfall, sondern treten gehäuft bei hochenergetischen Elektronen in den ECR-Quellen auf.

4.2.8 Die Problematik des Übergangs vom homogenen zum inhomogenen Feld

Die Abbildungen für den homogenen Spezialfall dienen hauptsächlich der Anschauung und Verdeutlichung der elementaren Rechenschritte. Da die Darstellung für das homogene Feld erfolgt, wird daraus nicht ersichtlich, warum der Algorithmus so außerordentlich gut im inhomogenen Feld funktioniert, für das (und ausschließlich dafür) der particle mover in den 60er Jahren entwickelt werden mußte. Dies wird eher ersichtlich aus der Darstellung des numerischen Bahnverlaufs im gezeigten inhomogenen Fall. Zwar kann ein Feld für ein Elektron oft lokal als homogen angesehen werden (dies gilt allerdings in der Regel nur für niederenergetische Elektronen), doch liegt die Problematik bei der Lösung derartiger Probleme in der Aufschaukelung numerischer Fehler. Diese Fehler können für einen Rechenschritt sehr klein sein. Da für die Bahnberechnung aber Tausende von Schritten benötigt werden, können sich diese, falls keine gute Rechenmethode für das zu bewältigende Problem benutzt wird, unkontrolliert aufschaukeln und zu unphysikalischen Ergebnissen führen. So ist das (für viele DGL's hervorragend geeignete) Runge-Kutta-Verfahren [Burg] zum Lösen der Lorentzischen DGL ungeeignet. Die Stärke eines numerischen Lösungsverfahrens, die sich nicht anhand eines Einzelschrittes festmachen läßt, erschließt sich erst bei der Betrachtung vieler sukzessiver Rechenschritte, die zu physikalischen Ergebnissen führen müssen. Dies wurde in den 60er Jahren intensiv von Theoretikern wie [Boris] und [Buneman] untersucht, hauptsächlich für die bei PIC-Rechnungen in der Fusionsforschung benötigten particle mover. Hierbei wurden die schon oben genannten Kriterien der "Energieerhaltung" und "Reversibilität" gefunden, die ein Lösungsverfahren unbedingt erfüllen muß. Verändert sich bei der numerischen Anwendung des Verfahrens die Energie unphysikalisch, so ist dieses Verfahren zu verwerfen. Führt man eine Bahnberechnung aus, ersetzt dann Δt durch $-\Delta t$ und läßt das Verfahren weiterlaufen, so muß die Bahn exakt (bis auf CPU bedingte Rechenfehler) bis zum Anfangspunkt zurücklaufen (dies gilt strenggenommen auch für dabei auftretendes Switching). Auch diese Forderung ergibt sich allein aus physikalischen Überlegungen (die allerdings theoretischer Natur sind, da sich die Zeit natürlich nicht zurückdrehen läßt). Die produzierte Bahn (die berechnete Lösungsfolge der DGL) muß also physikalisch sinnvoll sein. Hierzu gehörte auch die Forderung, daß die Verfahren für den Spezialfall des homogenen **B**- und **E**-Feldes eine möglichst exakte Lösung liefern sollten. Die Leap-Frog-Verfahren arbeiten, um die oben genannten physikalischen Kriterien zu erreichen, mit einem sogenannten "implicit time centering", d.h. die Kräftefelder gehen als gemittelte Größen in die Berechnung ein. Dem zugrunde liegt die Idee des Mittelwertsatzes der Differentialrechnung, eine näherungsweise Beschreibung gelingt durch die Annahme, daß sich ein von A nach B bewegendes Teilchen näherungsweise wie ein Teilchen bewegt, das die ganze Zeit die Kraft vom Ort $(A+B)/2$ erfährt (wobei geschätzt werden muß, wo dieser Ort liegt). Im Anhang wird dieses Prinzip noch einmal anhand eines Leap-Frog Algorithmus für den relativ einfachen Fall eines reinen **E**-Feldes demonstriert.

Die Stärke guter numerischer Lösungsverfahren liegt also darin, daß sich unvermeidliche Rechenfehler nicht aufschaukeln, sondern ständig so herausmitteln, daß physikalisch sinnvolle Ergebnisse die Folge sind. Exakte Bahnen sind, außer in (uninteressanten) Spezialfällen, niemals berechenbar (siehe auch die folgenden Untersuchungen im komplexen Magnetfeld der ECRIS), aber man kann sicherstellen, daß physikalisch sinnvolle und physikalisch mögliche Bahnen durch das Berechnungsverfahren ermittelt werden.

Es wird an dieser Stelle noch einmal das Studium der Quellen [Boris],[Buneman] und [Birdsall] empfohlen. [Tajima] ist ein neueres Buch und gibt eine gute Einführung in das Konzept der Leap-Frog-Algorithmen.

4.2.9 Dynamisches Switching

Dynamisches Switching - Bedingungen

Das dynamische Switching wurde entwickelt, um Δt an die sich ändernden Gegebenheiten während der Simulation anzupassen:

Die dynamische Anpassung von Δt ("Dynamisches Switching") erfolgt in Abhängigkeit von zwei sich ständig ändernden Größen, nämlich **B**-Feld und Teilchengeschwindigkeit **v**.

- $\Delta\varphi = \omega \cdot \Delta t$ **(A)**
- $\Delta S = v \cdot \Delta t$ **(B)**

(A) Der Boris-Algorithmus funktioniert mit $\Delta\varphi < 180^\circ$ (!). Da sich das **E**-Feld während dieser Zeit aber deutlich ändert und aufgrund der Untersuchung in Abschnitt 4.2.7, sollte man Δt so wählen, daß sich ein $\Delta\varphi < 20^\circ$ ergibt. **[Bedingung A]**

(B) Das Magnetfeld ist in einigen Raumbereichen alles andere als homogen. Um sicherzugehen, daß sich das Feld während eines Schrittes nicht zu sehr ändert, sollte gelten: $\Delta S \leq B_GK$, wobei **B_GK** die Gitterkonstante des Magnetfeld-Interpolationsgitters darstellt.

Typisch für PECRIS III: $B_GK = 0.5\text{mm}$.

[Bedingung B]

[Bedingung A+B] können durch den auf der folgenden Seite beschriebenen Algorithmus eingehalten werden.

Dynamisches Switching - Algorithmus

$\Delta\phi^{\text{Goal}}$ werde wie folgt initialisiert: $\Delta\phi^{\text{Goal}} = \Delta\phi^{\text{MAX}}$ (typischerweise 20°)

ΔS^{Max} werde wie folgt initialisiert: $\Delta S^{\text{Max}} = 0.5 \cdot B_{\text{GK}}$ (Gitterkonstante des Magnetfeldes, willkürlich)

BEGINNE SIMULATION

LOOP START

RECHNE TRAJEKTORIE EINIGE 10 UMDREHUNGEN LANG

FÜHRE DYNAMISCHES SWITCHING DURCH WIE FOLGT:

$$\omega = q \cdot B / m_{\text{rel}}$$

$$\Delta\phi = \omega \cdot \Delta t$$

{B-Feld-Anpassung}

$\Delta\phi$ darf nur um 25% (willkürlich) von seinem Vorgabewert $\Delta\phi^{\text{Goal}}$ abweichen. Verläßt $\Delta\phi$ diesen Wertebereich nach *oben* **oder** *unten* muß Δt angepaßt werden (s.u.). **TEST1**

{v-Anpassung}

Übersteigt $\Delta S = v \cdot \Delta t$ den Maximalwert ΔS^{Max} um mehr als 25% (willkürlich), muß Δt reduziert werden (s.u.). **TEST2**

Ist [$\Delta\phi < \Delta\phi^{\text{MAX}}$] **und** [ΔS unterschreitet ΔS^{Max} um mehr als 25% (willkürlich)], muß Δt erhöht werden (s.u.). **TEST3**

{ Δt -Anpassung}

Wurde entschieden, eine Δt -Anpassung durchzuführen (d.h. einer der obigen Tests war positiv),

berechnet sich das neue Δt zunächst wie folgt: $\Delta t = \Delta\phi^{\text{MAX}} / \omega$.

Überschreitet dieses Δt die maximal erlaubte Laufzeit $\Delta t^{\text{Max}} = \Delta S^{\text{Max}} / v$ um mehr als 25% (willkürlich), wird Δt dieser Laufzeit angepaßt: $\Delta t = \Delta t^{\text{Max}}$.

{ $\Delta\phi^{\text{Goal}}$ -Anpassung}

Wurde eine Δt -Anpassung durchgeführt, wird $\Delta\phi^{\text{Goal}} = \omega \cdot \Delta t$ gesetzt.

Mit dem so bestimmten Δt wird nun das *Super-Switching* durchgeführt

LOOP END

4.3 Untersuchungen zum Particle-Mover

In diesem Abschnitt soll das Verhalten des von [Boris] entwickelten Algorithmus zur Trajektorien-Berechnung (welcher in dieser Arbeit durch das Switching-Verfahren ergänzt wurde) untersucht werden.

4.3.1 Konstantes, inhomogenes B-Feld ohne E-Feld

Im konstanten, inhomogenen B-Feld einer ECRIS ohne Mikrowelle berechnet der Boris-Algorithmus bei Schrittweiten bis 180Grad und konstantem Δt äußerst realistische Bahnen. Damit scheinen (nicht zu große) Inhomogenitäten des B-Feldes kein Problem für den particle mover darzustellen.

Man sieht eine ausgewählte Bahn eines 1keV Elektrons in PECRIS III mit konstantem Δt . Die Simulationszeit betrug 400ns.

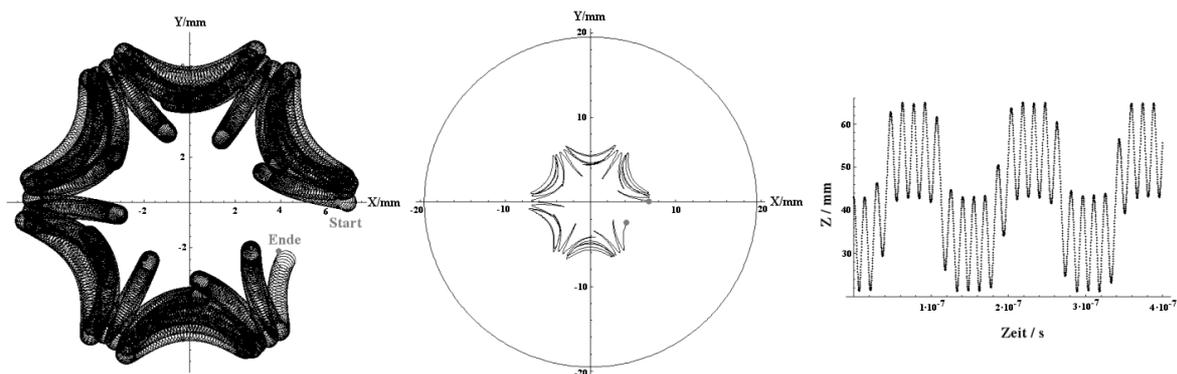


Abbildung 37: Trajektorie eines 1keV Elektrons in PECRIS III ohne E-Feld. *In der Mitte* wurde die wesentlich übersichtlichere Guiding-Center-Bahn eingezeichnet, innerhalb der Cavity-Abmessungen. *Rechts* sieht man den zeitlichen Verlauf der Z-Komponente des Teilchens.

Im Folgenden werden die Schrittweiten variiert:

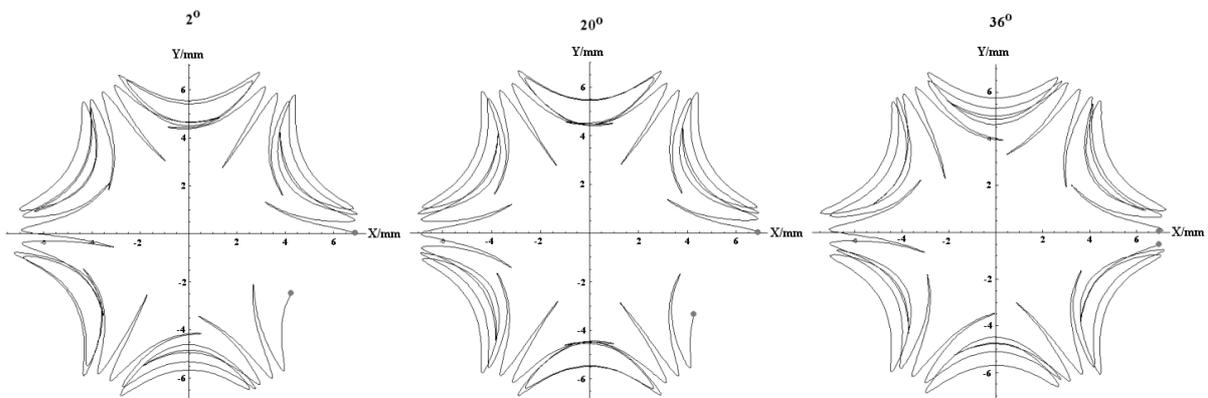


Abbildung 38: Guiding Center Darstellung bei verschiedenen Schrittweiten Δt (Start- Δt : $\Delta t[2^\circ]$, $\Delta t[20^\circ]$, $\Delta t[36^\circ]$).

Man sieht, daß sich die Bahn bis etwa 20° nur sehr schwach ändert. Erst ab 20° werden die Schritte so groß, daß die B-Feld-Änderung pro Schritt so stark wird, daß die implizite **B**-Feld-Mittelung des Boris-Algorithmus diese nicht mehr richtig erfassen kann. Trotzdem bleiben die Bahnen stabil und ähneln sich stark.

Die ganze Stärke des Boris-Algorithmus liegt in seiner Langzeitstabilität. Je größer die Schrittweite, desto größer wird die implizite Mittelung des **B**-Feldes (die Feinstruktur des Feldes verschwindet). Trotzdem bleiben die Bahnen stabil.

Bei der gezeigten 72° -Bahn beträgt die Schrittweite etwa 1 mm !

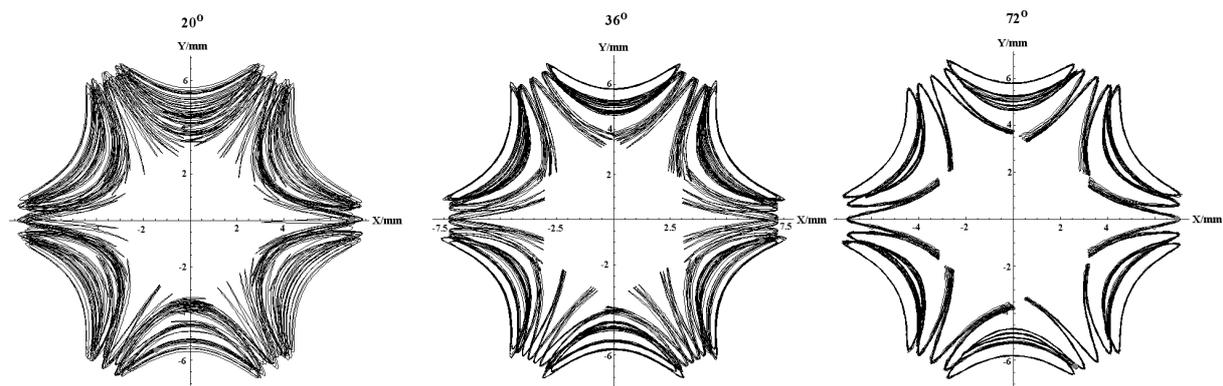


Abbildung 39: Langzeitstabilität des Boris-Algorithmus, gezeigt wird wieder der Guiding-Center. Die Simulationszeit beträgt $4\mu\text{s}$, die Bahnen durchlaufen die Sternstruktur viele Male.

Die Langzeit-Eigenschaft ermöglicht es, mit einem leicht abgewandelten Algorithmus sogar Schrittweiten $>360^\circ$ zu verwenden [Parker]. Interessant ist dies vor allem bei Simulationen im Bereich Kernfusionsforschung, da hier im Sekunden - Bereich simuliert werden muß.

Ist man an Feinstrukturen nicht interessiert, kann man also durchaus große Schrittweiten wählen!

Für die vorliegende Arbeit sind Feinstrukturen des **B**-Feldes und des **E**-Feldes aber sehr wichtig, weswegen hier mit Schrittweiten im Bereich der **B**-Feld-Fluktuationen (Sub-mm) gerechnet werden muß. Der Nachteil des Switchings besteht damit darin, daß die oben gezeigte implizite Feldmittelung über lange Zeiten durch Variation des Δt gestört wird, weswegen dieses Vorgang nur selten und sanft (d.h. mit nicht zu ruckartigen Änderungen von Δt , die einem Kleinwinkelstoß gleichkommt) durchgeführt werden sollte. Dies wurde mit dem in dieser Arbeit vorgestellten Switching-Verfahren versucht einzuhalten.

4.3.2 Relativistisches Heizen im homogenen B-Feld

Zu untersuchen ist jetzt, wie der Algorithmus das Verhalten von Teilchen in einem homogenen B-Feld beschreibt, die stark mit der Mikrowelle wechselwirken.

In Abbildung 40 wird ein Elektron gezeigt, das mit der Resonanzfrequenz geheizt wird. Das $\mathbf{E}(t)$ -Feld liegt dabei immer in derselben Ebene (hier ein Sinus auf der X-Achse). Da das Elektron bei steigender kinetischer Energie relativistische Masse gewinnt, verändert sich seine Zyklotronfrequenz, weswegen es seine Phase zum \mathbf{E} -Feld ändert und nach einer Weile gegenphasig beschleunigt wird, so daß es wieder Energie verliert. Hieraus resultiert eine erneute Änderung der Phasenlage, so daß wieder Beschleunigung auftritt. Es kommt eine Art "Bouncing-Bahn" [Geller] zustande, die der Bahn eines nichtrelativistischen Elektrons bei leicht verstimmtter Resonanzfrequenz ähnelt. Startet es mit Energie Null, gewinnt es unabhängig von der Startphase im Mittel Energie. Mit dem particle mover konnte gezeigt werden, daß die relativen Energieschwankungen unabhängig von der Startenergie sind. Somit kommt es bei einer Mittelung über alle Startphasen auf jeden Fall zu einem Energiegewinn (siehe Kapitel 2, stochastisches Heizen).

In der folgenden Abbildung sieht man ein Beispiel für einen möglichen Energieverlauf des Teilchens über viele Tausend E-Feld-Perioden, wie der Boris-Algorithmus ihn berechnet, einmal mit konstantem Δt , zum anderen mit dem durch das (für diesen Fall erzwungenen) Switching variierte Δt . Das Switching geschah hierbei außerordentlich häufig (jede E-Feld-Periode einmal).

Gewählt wurden Startbedingungen mit verschiedenen Phasenlagen (d.h. Winkel zwischen \mathbf{v} und \mathbf{E}). Der in der Abbildung gezeigte Sprung im Energieverlauf (Phasensprung) trat sehr selten auf und ausschließlich bei der Phasenlage 0 (stehen $\mathbf{v}^{\text{Start}}$ und $\mathbf{F}^{\text{Start}} = -\mathbf{E}^{\text{Start}}$ antiparallel bzw. parallel sei die Phasenlage -180° bzw. 0°).

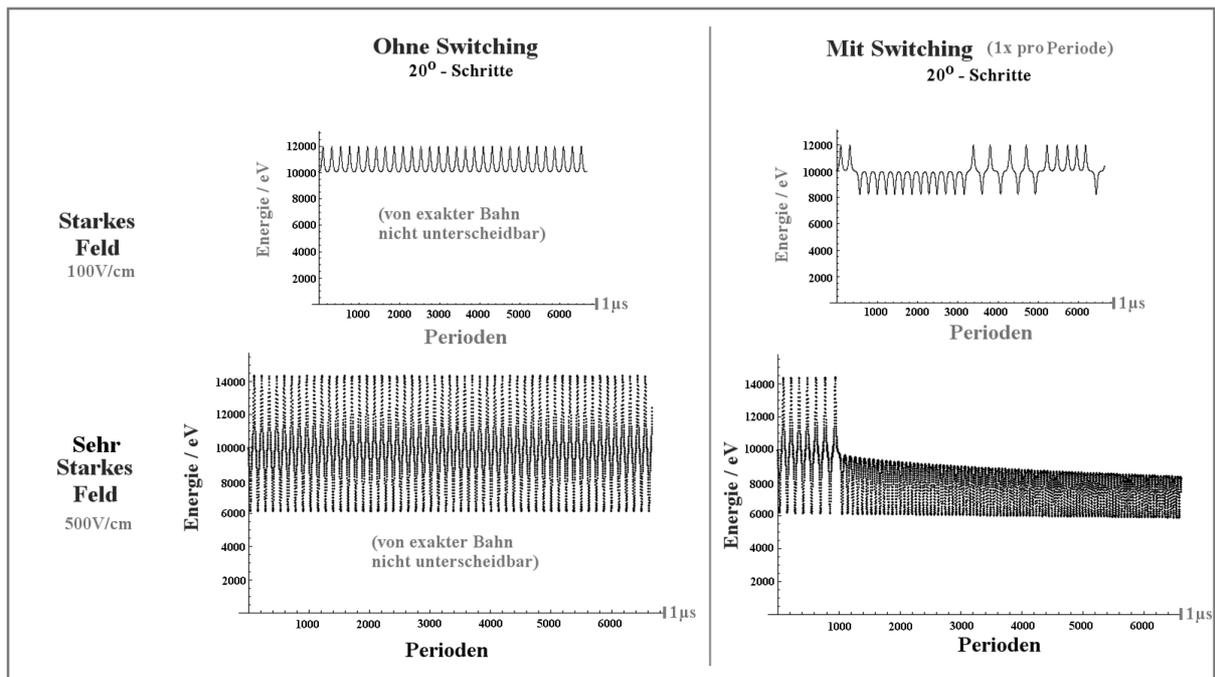


Abbildung 40: Relativistischer Energieverlauf ohne und mit Super-Switching im starken und sehr starken MW-Feld (Resonanz eines Elektron mit 10keV Startenergie). Die "exakte Bahn" ist in Wirklichkeit eine mit extremer Genauigkeit berechnete Bahn. Gesampelt wurden die Energien mit der E-Feld-Frequenz (also der Rotationsfrequenz ν^{Start} bei $E_{\text{kin}} = E_{\text{kin}}^{\text{Start}}$).

Die entstehende "Bouncing-Frequenz" hängt, wie man sieht, von der E-Feldstärke ab und ist auch bei hohen Feldstärken im Vergleich zur Zyklotronfrequenz klein (ca. $1/1000 \omega_c$ bei 100V/cm und 1T). Sie hängt nicht von der Anfangsenergie ab.

Untersucht man den Verlauf der Phasenbeziehung zwischen \mathbf{v} - und \mathbf{E} -Feld-Vektor beim Switching-Verfahren, so gelangt man z.B. zu folgendem Bild:

B-Feld: 1T $\Rightarrow v_c = 26.8\text{GHz } m_0 / m_{\text{rel}}$; $E = E_x = -100\text{V/cm } \sin(\omega_c t)$; Zeit: 500ns

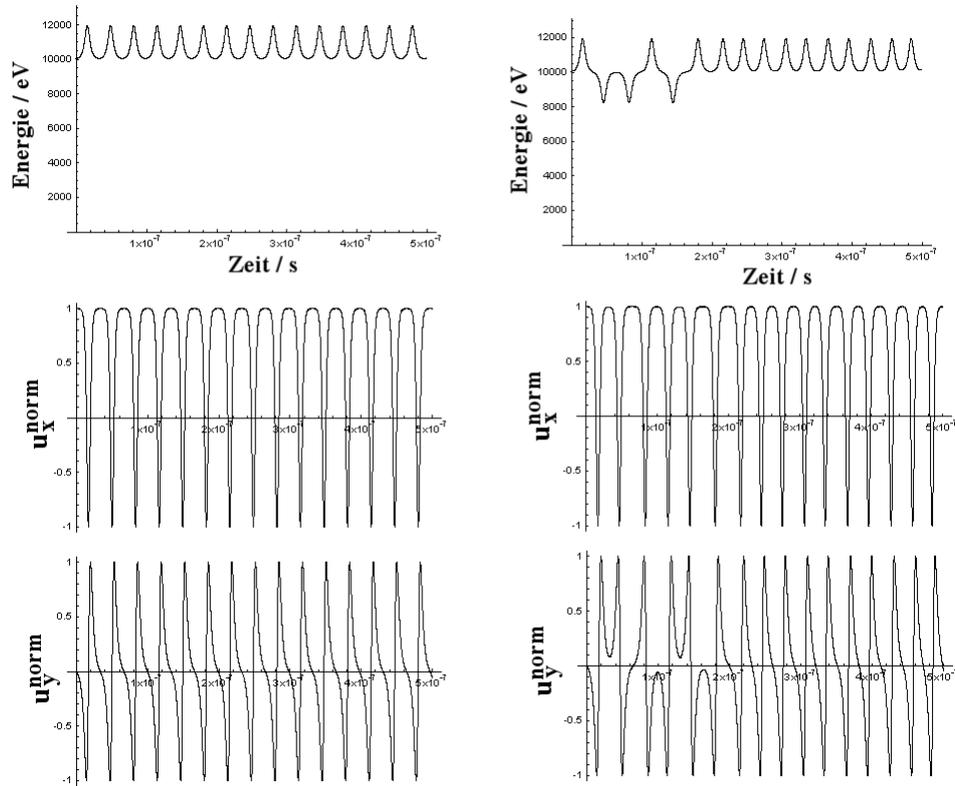


Abbildung 41: Änderung der Phasenbeziehung zwischen $u = p_{\text{rel}} / m_0$ und dem sinusförmigen E-Feld. Die Geschwindigkeitskomponenten u_x und u_y werden normiert dargestellt.

Gesampelt wurde wieder mit v^{Start} (d.h. immer wenn das E-Feld wieder seinen Ursprungszustand erreicht hat, wird die Energie bzw. Geschwindigkeit des rotierenden Elektrons registriert).

Man erkennt, daß im ersten Fall (linker Teil der Abbildung) die Phasenbeziehung exakt erhalten bleibt, während die zweite Berechnung fehlerbehaftet ist (obwohl sich die Energieverläufe in gewisser Weise ähneln und die Bahn stabil bleibt, d.h. keine Divergenzen auftreten, ja sogar eine "Regeneration" eintritt).

Bei statistischer Betrachtung sind diese feinen Unterschiede also relativ wenig schwerwiegend, da die grundsätzliche WW zumindest im hier dargestellten homogenen \mathbf{B} -Feld richtig erfaßt wird.

Hieraus folgt: das Switching-Verfahren ist so selten wie möglich zu verwenden, nämlich nur dann, wenn die durch die Manipulation des Δt entstehende Störung kleiner ist als der zu erwartende Fehler durch eine Nichtanpassung von Δt . Das Switching-Verfahren wird jedoch typischerweise während der Simulation im Vergleich zur Rotationszeit des Elektrons ausgesprochen selten angewandt (viel seltener als jede 1000 Umdrehung, also 1000 mal seltener als oben), so daß dieser Fehler kontrollierbar bleibt.

4.3.3 Relativistisches Heizen im inhomogenen B-Feld

Im Fall der ECRIS liegt nun zusätzlich ein inhomogenes \mathbf{B} -Feld vor. In diesem Abschnitt wird gezeigt, daß die Teilchenbahnen in diesem Fall nicht exakt berechnet werden können, da die kleinsten Parameter-Änderungen der Startbedingungen (z.B. von Δt) nach einer Weile (die von der Stärke der Änderungen abhängt) zu gravierenden Verhaltensänderungen des Einzelteilchens führt. Hier deutet sich also chaotisches Verhalten an.

In den folgenden beiden Abbildungen wird ein Resonanzdurchlauf in PECRIS III gezeigt mit zwei unterschiedlichen Schrittweiten (die verwendete MW-Frequenz liegt dabei 0.5% über der Resonanzfrequenz der B-Feld-Minimums). Man sieht, daß die Bahnen nach einer Weile auseinanderlaufen. Dies läßt sich auch mit beliebig kleinen Schrittweiten nicht verhindern.

Zumal die Rechengenauigkeit durch die CPU-Genauigkeit begrenzt ist.

Es wurde mit konstantem $\Delta t = \Delta t(\Delta\varphi^{\text{Start}})$ gerechnet, wobei ($\Delta\varphi^{\text{Start}} = 0.2^\circ$ bzw. 1.0° gewählt wurde).

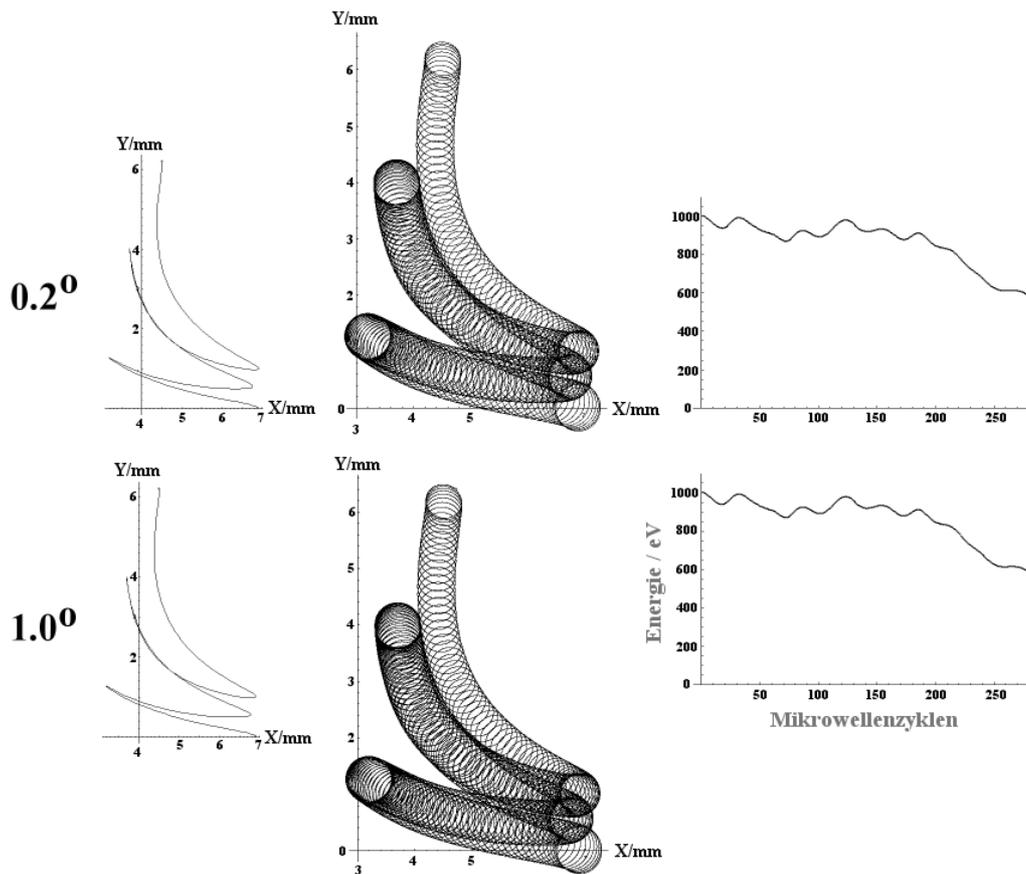


Abbildung 42: Bahn mit starker MW-Wechselwirkung in PECRIS III (100V/cm ; $\omega_{\text{MW}} = 1.005 \cdot \omega_{\text{MWmin}}$). Die ersten 40ns (ca. 300 Zyklen) sind sich die beide Bahnen so ähnlich, daß man sie mit bloßem Auge kaum auseinander halten kann.

In der nächsten Abbildung ist die gleiche Bahn zu sehen, nur auf einer wesentlich längeren Zeitskala ($4\mu\text{s}$ statt 40ns).

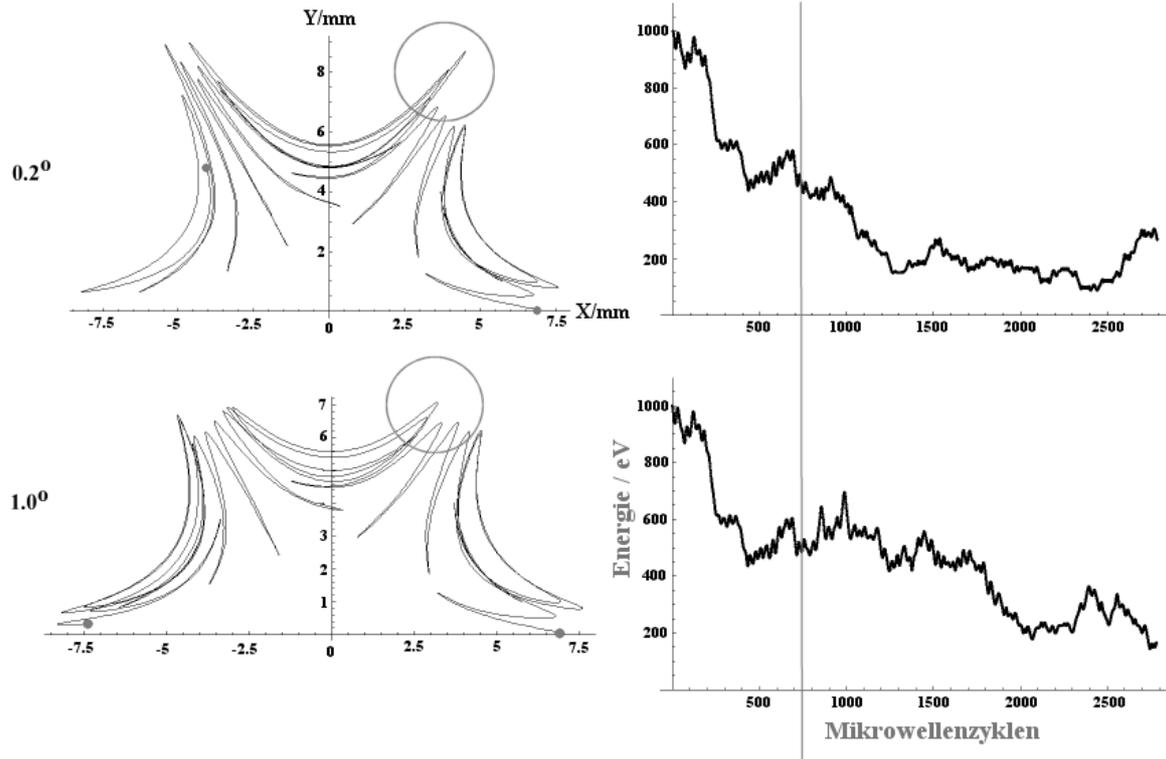


Abbildung 43: Guiding Center Verlauf über einige 100ns. Erst nach etwa 700 Mikrowellen-Zyklen laufen die Bahnen sichtbar auseinander, ähneln sich aber immer noch.

Man sieht, daß die Bahnen sich anfangs sehr stark ähneln, aber dann doch signifikant auseinanderlaufen (durch den Kreis markiert). Dies geschieht immer, egal wie klein man die Schrittweite Δt auch wählt. Eine exakte Bahn ist in diesem Fall also nicht berechenbar.

4.3.4 Prinzipielle Schlußfolgerungen aus der Einzeltrajektorienberechnung

Aus den Ergebnissen der letzten Abschnitte läßt sich nun folgendes schließen:

Will man die ungefähre Bahn eines Einzelteilchens (z.B. einen Schlauch, in dem man die Bahn mit einer hohen Wahrscheinlichkeit vermutet) über eine Zeitspanne T_{SIM} mit einer bestimmten Sicherheit voraussagen, benötigt man, mit zunehmender Länge dieser Zeitspanne und zunehmender Sicherheit, immer kleinere Schrittweiten Δt und immer bessere Informationen über:

- Die Startbedingungen (welche in der Regel numerisch nur mit einer begrenzten Genauigkeit angegeben werden können)
- Das statische elektromagnetische Feld (welches numerisch ermittelt wird und somit nur mit begrenzter Genauigkeit ermittelt werden kann. Ferner weichen die berechneten Werte mit Sicherheit von den experimentellen Daten ab.

Diese Aussage gilt für das:

- Näherungsweise Homogene B-Feld
 - Näherungsweise Homogene B-Feld und näherungsweise homogene E-Feld
 - Inhomogene B-Feld
 - Inhomogene B-Feld mit Mikrowellen-Wechselwirkung
- in zunehmender Weise.

Hieraus folgert aber: es ist prinzipiell unmöglich, numerisch exakt vorherzusagen, wie sich ein Elektron in einem realen elektromagnetischen Feld bewegt! Dieses ist immerhin mit endlichem Aufwand und guter Näherung noch in reinen **B**-Feldern möglich, in resonanten Feldern aber unmöglich.

Es sind aber gemittelte (und damit statistische) Aussagen möglich, die das mittlere Verhalten der Teilchen richtig erfassen.

Überprüft werden muß daher bei einer statistischen Analyse der Bahnen, ob die dabei erhaltenen Information mit kleiner werdendem Δt konvergieren.

Dieses wurde auch durchgeführt: Die (im nächsten Kapitel eingeführte) statistische Analyse der Elektronentrajektorien konvergiert mit abnehmenden Δt sehr schnell: für $\Delta\phi_{\text{Start}} < 36^\circ$ verändern sich die Simulations-Resultate nur noch unwesentlich, weswegen für die statistische Analyse $\Delta\phi_{\text{Start}} = 20^\circ$ gewählt wurde.

4.4 Störungen der Elektronenbahn - Rutherfordstreuung

Die Formeln zur Rutherfordstreuung sind im Anhang angegeben. Hier soll die technische Realisierung des in der Simulation eingesetzten Streumechanismus geklärt werden.

Betrachtet werde zunächst einmal die Streuung der Elektronen. Die Teilchen stoßen mit Elektronen und Ionen zusammen. Für die Elektronen sind die Ionen quasi ruhend, die Rutherford-Streuformel gilt (die relativistische Erweiterung der rutherfordischen Formel, die Mott-Streuung [Mott], ist erst für sehr viel höhere Energien als in der Simulation vorkommende relevant). Durch die Stöße der Elektronen mit den Ionen wird aufgrund der großen Massendifferenz nur sehr wenig Energie pro Stoß übertragen. Bei der Elektron-Elektron-Streuung sieht es etwas komplizierter aus. Hier gilt die Streuformel im Schwerpunktsystem. Es können deutliche Energieüberträge stattfinden.

Für das Simulationsprogramm wird angenommen, daß die Dichte im Plasmakern 10-mal so groß ist wie die Dichte des Plasmas außerhalb des Kerns.

4.4.1 Elektron-Elektron-Streuung

Da bei diesen Stößen die Elektronen ihre Energien nur untereinander austauschen, geht bei diesen Stößen den Teilchen keine Energie verloren. Der Energieverlust ist also für die Elektronenpopulation bei dieser Art von Stößen nicht vorhanden. Hierbei muß davon ausgegangen werden, daß Stöße von geheizten Teilchen nur untereinander stattfinden. Dies ist insofern gerechtfertigt, als in dem Bereich, in dem sich die geheizten Teilchen aufhalten, hauptsächlich geheizte Teilchen vorhanden sind. Somit bleibt die Aussage erhalten, daß geheizte Elektronen ihre Energie nur untereinander austauschen und der Energieverlust durch Elektron-Elektron-Coulombstreuung vernachlässigt werden kann.

Als worst-case kann für die Ablenkung bei einem Elektron-Elektron-Stoß angenommen werden, daß der Stoßpartner ruht und unendlich schwer ist (für eine exakte Behandlung müßte der Stoß im Schwerpunktsystem berechnet werden, was simulationstechnisch aufwendig ist).

Elektronen, die sich durch ein "ruhendes" Elektronengas bewegen, erfahren Ablenkungen, die der Hälfte des rutherfordischen Streuwinkels entsprechen (die Streuformel geht von unendlich schweren Targets aus). Zählt man die Streuwinkel der Stoßpartner zusammen, so werden im Mittel Elektronen, die untereinander stoßen und eine Energieverteilung besitzen, bei jedem Stoß weniger stark abgelenkt, als wenn sich diese Elektronen durch ein "ruhendes" Elektronengas bewegen würden. Da bei jedem Elektronenstoß beide Stoßpartner abgelenkt werden, in der Simulation aber immer nur ein einzelnes Elektron simuliert wird, kann man den Effekt auf das Elektronenkollektiv durch den vollen rutherfordischen Streuwinkel erfassen.

4.4.2 Elektron-Ionen-Streuung

Bei der Elektron-Ionen-Streuung muß das Ladungsspektrum der Ionen berücksichtigt werden:

Da das Plasma (bis auf kleine lokale Schwankungen) neutral ist, muß gelten:

$$n_e = \sum_{i=1}^{Z_{\max}} n_{lon}^i \cdot i = \sum_{i=1}^{Z_{\max}} A_i \cdot n_{lon} \cdot i = n_{lon} \cdot \sum_{i=1}^{Z_{\max}} A_i \cdot i = n_{lon} \cdot \bar{Z}, \text{ wobei } A_i = \left(\frac{n_{lon}^i}{n_{lon}} \right)$$

n_{lon} kennzeichnet die Gesamt-Teilchendichte aller Ionen, A_i ist der Anteil der Ionensorte mit Ladung i an der Gesamtanzahl der Ionen (bei dieser Betrachtung soll die Annahme einer homogenen Ionendichteverteilung genügen).

Man weiß aus der rutherfordischen Streuformel, daß der Wirkungsquerschnitt mit $(Z_1 \cdot Z_2)^2$ zunimmt, wobei Z_1 die Ladungszahl des stoßenden Teilchens, Z_2 die des Targetteilchens darstellt. Für die Elektronen ergibt sich somit eine quadratische Zunahme der Stoßwahrscheinlichkeit mit zunehmender Ladungszahl der Ionen. Andererseits hängt diese Wahrscheinlichkeit reziprok mit der Targetdichte zusammen.

Der Übersichtlichkeit halber soll hier der nichtrelativistische Grenzfall behandelt werden (der allgemeine relativistischen Fall, der für Elektronen ja sehr schnell eintritt, wird im Anhang beschrieben). Für die stoßfreie Zeit eines Elektrons mit der Geschwindigkeit v , das mit der Ionensorte mit Ladung $i+$ stößt, gilt:

$$\tau_i = \frac{1}{n_{lon}^i \cdot \sigma_{tot}^i \cdot v} = \frac{1}{n_{lon}^i \cdot \sigma_{tot}^{i=1} \cdot i^2 \cdot v} = \frac{1}{A_i \cdot n_{lon} \cdot \sigma_{tot}^{i=1} \cdot i^2 \cdot v}$$

Die Gesamtwahrscheinlichkeit für einen Stoß mit irgendeinem Ion in einem Zeitintervall Δt ergibt sich in sehr guter Näherung aus der Summe der Einzelwahrscheinlichkeiten, wenn diese $\ll 1$ ist, was im Folgenden vorausgesetzt wird.

$$W_{lon}(\Delta t) = \sum_{i=1}^{Z_{\max}} W^i = \Delta t \cdot \sum_{i=1}^{Z_{\max}} \frac{1}{\tau_i} = \Delta t \cdot n_{lon} \cdot \sigma_{tot}^{i=1} \cdot v \cdot \sum_{i=1}^{Z_{\max}} A_i \cdot i^2 = \frac{\Delta t}{\tau_{i=1}} \cdot \sum_{i=1}^{Z_{\max}} A_i \cdot i^2 = \frac{\Delta t}{\tau_{i=1}} \cdot \langle Z^2 \rangle$$

Will man die Formel für die Stoßwahrscheinlichkeiten ausschließlich von der Elektronendichte

abhängig machen, folgt mit $n_{lon} = \frac{n_e}{\langle Z \rangle}$:

$$W_{lon}(\Delta t) = \Delta t \cdot n_e \cdot \sigma_{tot}^{i=1} \cdot v \cdot \frac{\langle Z^2 \rangle}{\langle Z \rangle}$$

Da $\sigma_{tot}^{i=1}$ für Winkelablenkungen $\alpha \rightarrow 0^\circ$ divergiert, muß α_{\min} sinnvoll festgelegt werden (siehe *Anhang: Formelsammlung*). Es wurde $\alpha_{\min} = 1^\circ$ gewählt, womit z.B. bei PECRIS III das Streuverfahren ab 5eV Elektronenenergie in der Simulation verwendet werden kann.

Die Elektronenstoßraten mit den Ionen im Plasma ist also proportional zu $\langle Q \rangle \equiv \langle q^2 \rangle / \langle q \rangle$.

Hierbei wurde wieder $\langle Z \rangle$ durch $\langle q \rangle$ ersetzt.

4.5 Störungen der Elektronenbahn - Spitzerstreuung

Eine Alternative zum Rutherford-Modell ist das Modell von Spitzer [Spitzer]. Hier werden praktisch alle Stoßwinkel $\leq 90^\circ$ berücksichtigt, die Stöße $> 90^\circ$ im Gegensatz zu Rutherford aber vernachlässigt. Nach [Spitzer] findet sich für Elektron-Ionen-Streuung in Abhängigkeit von der Zeit eine Winkelwahrscheinlichkeitsverteilung die angibt, wie stark der Geschwindigkeitsvektor des Elektrons vom ungestörten Vektor abweicht (siehe *Anhang: Formelsammlung*). Es ergibt sich eine Gaußverteilung, die mit der Zeit auseinanderfließt (σ proportional \sqrt{t}).

Beide Verfahren liefern grundsätzlich sehr ähnliche Ergebnisse, wobei die Verluste bei dem Spitzer-Modell ein wenig höher ausfallen, woraus folgt, daß die Kleinstwinkelablenkungen (kleiner 1°) doch eine größere Bedeutung haben als die Stöße $> 90^\circ$. Dies ist vor allem bei den Langzeitelektronen zu beobachten, da hier Starkwinkelablenkungen äußerst selten sind.

Die Energieabhängigkeit der Zeitdauer für einen vorgegebenen mittleren Ablenkwinkel ist bei beiden Verfahren dieselbe.

Da mit dem Spitzerverfahren auch die Bahnen sehr kleine Energien (bis zu 1eV) gut berechnet werden können, mit dem Rutherford-Modell aus rechentechnischen Gründen nur Energien bis 5eV erfaßt werden können, ist die Spitzerstreuung der Rutherfordstreuung für das Simulationsprogramm vorzuziehen.

4.6 Ionisationsprozesse im Simulationsprogramm

Der Algorithmus zur Behandlung der Ionisationsverluste trägt folgenden Überlegungen Rechnung:

Die Wahrscheinlichkeit, daß in einem Zeitintervall $\Delta t \ll \tau_{\text{Ionisation}}$ ein Elektron mit der Energie E_e einen Ionisationsstoß macht und ein Gasatom/-ion vom Ladungszustand i nach $i+1$ überführt, ergibt sich wie folgt: Die mittlere stoßfreie Länge beträgt $\lambda = (n_i \cdot \sigma_{i,i+1,E_e,E_i})^{-1}$, wobei sich $\sigma_{i,i+1,E_e,E_i}$ aus der Müller-Salzborn-Formel ergibt (siehe Abschnitt 3.1.1). Daraus folgt die mittlere stoßfreie Zeit $\tau_{\text{Ionisation}} = \lambda / v$. Die Abfrage, ob während eines Simulationszeitschrittes Δt ein Stoß passiert, geschieht nun wie bei der Rutherfordstreuung per Monte-Carlo-Verfahren: Der Stoß wird ausgewürfelt, wobei die Wahrscheinlichkeit, daß im Intervall Δt ein Stoß passiert, $W = \Delta t / \tau_{\text{ion}}$ (falls $\Delta t \ll \tau_{\text{Ionisation}}$) ist.

Zur Berücksichtigung der Ionisationsprozesse muß das Ladungszustandsspektrum und die Neutralteilchendichte bekannt sein! Die Ionisationsprozesse haben glücklicherweise nur einen marginalen Einfluß auf das Simulationsergebnis. Da in der Regel das Ladungszustandsspektrum unbekannt ist, wurden Ionisationsprozesse nur anfangs benutzt, um ihre Bedeutungslosigkeit für die Population der geheizten Elektronen zu demonstrieren. Hierzu wurde das bekannte PUMAEX-Spektrum der PECRIS III-Quelle verwendet (siehe Abschnitt 3.1.3).

Kapitel 5: Trajektorien-Statistik

5.1 Das stationäre Plasma

Grundlage für die in dieser Arbeit entwickelte *Methode der statistischen Trajektorien-Analyse* ist die Annahme des stationären, d.h. des sich zeitlich nicht verändernden Plasmas.

Im stationären Zustand ist die Gesamtzahl aller Teilchen im Plasma näherungsweise konstant. So wird im folgenden angenommen, daß die Zahl von Elektronen, Neutralteilchen und Ionen (bei einem gleichbleibenden Ladungsspektrum) zeitlich konstant bleibt, wenn das Plasma einmal den stationären Zustand erreicht hat. Auch die Teilchenflüsse jeder Sorte an die Wand, sowie der Rückfluß von der Wand seien zeitlich unveränderlich.

Das EZR-Plasma besteht aus einem *Kern*, einer *Korona*, dem kalten *Außen-Plasma* und dem *Wandplasma*. Im Kern ist der Großteil aller Elektronen eingeschlossen, die Gasatome mehr als einfach ionisieren können (also $E_{\text{kin}} > 16\text{eV}$ für Argon). Außerdem sind im Kern alle Elektronen der permanenten starken Wechselwirkung mit der Mikrowelle unterworfen (siehe *Anhang: Definition des Resonanzvolumens*). Diese Elektronen werden im folgenden *geheizte Elektronen* genannt. Die Population der kalten Elektronen im Kern stellt eine Minorität dar. Die Korona umgibt den Kern. Sie stellt den Übergangsbereich zwischen heißem Kern und kaltem Außenbereich dar, durch den ein diffusiver Transport von kalten Elektronen in beide Richtungen stattfindet. Die in der Korona erzeugten Elektronen werden nur noch schwach geheizt und sind weder als freie noch als rein stoßdominierte Teilchen zu beschreiben. Sie können u.U. lange in den Einschlußfeldern des Hexapols (den *Hexapol-Sternen*, siehe Feldliniendarstellung im Kapitel 1) gefangen bleiben (siehe Abbildung 30).

Im Außenplasma finden sich größtenteils kalte Elektronen ($\ll 10\text{eV}$), die weit von der Resonanz entfernt und stoßdominiert sind. Das Wandplasma stellt den Übergangsbereich vom Außenplasma zur Wand dar und hat typischerweise eine sehr kleine Dicke ($< 1\text{mm}$), in der das Plasmapotential abfällt. Der Übergang zwischen allen Bereichen ist fließend. Da die von der Simulation erfaßten Teilchen als voneinander entkoppelt betrachtet werden, können die Korona, der kalte Außenbereich und das Wandplasma hier nicht detailliert beschrieben werden, da kollektive Phänomene dominant sind. Diese Bereiche unterliegen den Gesetzen der Kontinuums-Plasmaphysik.

Der Kern wird bei einer S-ECRIS in etwa von der Resonanzfläche umschlossen, bei der P-ECRIS entspricht er der (radial etwas aufgeblähten) Ausdehnung des Resonanzvolumens.

5.2 Die Betrachtung vieler Trajektorien für die Plasmabeschreibung

Im stationären Zustand sind alle Kenngrößen des Plasmas konstant, insbesondere ist das Elektronen-Energiespektrum im *stationären Zustand (SZ)* zeitlich unveränderlich. Das Plasma sei zum Zeitpunkt $t_{\text{stationär}}$ im stationären Zustand. Jedes Elektron, das zur Zeit $t > t_{\text{stationär}}$ neu entsteht, findet dieselben Bedingungen vor wie alle vor ihm im Intervall $[t_{\text{stationär}}, t]$ erzeugten. Im Modell unterliegt es nur den im letzten Kapitel (Einzeltrajektorien) beschriebenen Wechselwirkungen. Es wird also hauptsächlich durch das extern erzeugte Magnetfeld, das MW-Feld und Coulomb-Stöße beeinflusst. Hinzu kommen diamagnetische Effekte. Fragt man sich nach dem Elektronen-Energiespektrum im stationären Zustand, muß man auch die Frage nach dem Alter der Elektronen im stationären Zustand beantworten können, da nur die langlebigsten Elektronen die allerhöchsten Energien erreichen können. Für die Berechnung eines Energiespektrums und einer Altersverteilung der geheizten Elektronen im EZR-Plasma ist also eine vollständige statistische Analyse des Teilchenverhaltens unter Einfluß der auf sie wirkenden Kräfte notwendig.

Aufschluß über die Größenordnung der Aufenthaltsdauern der Elektronen im Plasma können Messungen geben, wie z.B. die im Kapitel 7 diskutierte Diamagnetismus-Messung. Diese Messung ergibt bei PECRIS III eine Energieeinschlußzeit (nach Abschalten der Mikrowelle) von etwa 2.5ms.

Ausgehend von diesen Modellvorstellungen kann man nun versuchen, die Plasmaeigenschaften über das Verhalten der geheizten Elektronen zu ermitteln. Da man nicht alle Elektronenbahnen berechnen kann ($> 10^{13}$ Elektronen), muß man sich auf eine Untermenge beschränken und hoffen, daß diese repräsentativ ist für den Rest und das Gesamtverhalten gut beschreibt (das heißt, daß viele sehr ähnliche Bahnen auftreten). In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Umsetzung des Modells in ein Simulationsprogramm und im nächsten Kapitel dessen Anwendung auf real existierende Quellen vorgestellt.

Im wesentlichen werden von der Simulation die Trajektorien der geheizten Elektronen dreidimensional (und relativistisch) berechnet und erfaßt. Gewonnene Informationen durch die Simulation sind z.B.: Alters-Verteilung, Energiespektrum und orts aufgelöste Elektronen-Energiedichte und Ladungsdichte-Verteilung der geheizten Elektronen im stationären Zustand. Ferner deren Wand-Aufprallverteilungen und der durch die geheizten Elektronen erzeugte Diamagnetismus. Die so gewonnenen Informationen können dann z.B. an [VittP] für eine weiterführende EZR-Plasma-Simulation weitergeleitet werden oder auch mit experimentellen Ergebnissen verglichen werden. Außerdem erhofft man sich mit den gewonnen Erkenntnissen Quellen optimieren zu können bzw. Konzepte für den Bau neuer Quellen zu erhalten.

Die Theorie sowie die Messungen zum Diamagnetismus folgen im Kapitel 7.

5.3 Die Durchführung der Simulation (refresh-Verfahren)

Für das extreme thermische Ungleichgewicht in EZR-Plasmen ist die freie Elektronen-Dynamik, wie sie in Kapitel 4 geschildert wurde, eine gute Beschreibung für das Verhalten der Elektronen. Die Ionen folgen den Elektronen als neutralisierender Hintergrund. Die kollektiven Plasma-Phänomene können vernachlässigt werden und nur die freie Bewegung der Elektronen muß betrachtet werden, um die Population der heißen Elektronen zu beschreiben.

Die Berechnung vieler Einzeltrajektorien führt so also zu einer Beschreibung der räumlichen Verteilungen der Elektronen des EZR-Plasmas. Hierbei ist es wichtig, daß die Bahnen dreidimensional berechnet werden und die Wechselwirkung mit der Mikrowelle voll berücksichtigt wird. Hieraus folgt natürlich, daß die Elektronendichte deutlich unterhalb der Cutoffdichte bleiben muß.

Ein wesentliches Probleme der Simulation besteht zunächst darin, die richtigen Startbedingungen für die simulierten Elektronen zu finden.

Die heißen Elektronen des Plasmas waren (fast) alle ursprünglich kalt (mit maximal einigen eV Energie, die sie bei ihrer Erzeugung durch Ionisation erhielten, siehe *Anhang: ungeheizte, aber nicht kalte Elektronen*). Irgendwann haben sie das erstmal bei einem Resonanz-Durchlauf Energie gewonnen und wurden dann immer weiter geheizt. Da im Rahmen dieser Arbeit nur die geheizten Elektronen interessieren, sind die Startorte damit vorgegeben: es ist der Ausdehnungsbereich der Resonanz. Aufgabe ist es nun, diesen Bereich genau abzustecken. Hierzu wird folgendermaßen vorgegangen:

Ca. 10^5 Elektronen werden zufällig in der gesamten Cavity verteilt und mit einer niedrigen Energie (10 eV) mit dem im Kapitel 4 beschriebenen particle mover-Algorithmus gestartet. Die Richtung des Startvektors wird ebenfalls zufällig generiert. Ein Großteil der Elektronen läuft innerhalb kürzester Zeit an die Wand, da das lokale Spiegelverhältnis des Magnetfeldes nicht ausreicht, um das Elektron zu reflektieren und der Startvektor somit im Verlustkegel liegt.

Typische Werte sind: 80% der gestarteten Elektronen laufen in weniger als 1ns direkt an die Wand, ohne dabei durch die Resonanzzone gelaufen zu sein.

Etwa die Hälfte der restlichen Elektronen befindet sich auf stabilen Bahnen weit außerhalb der Resonanzzone mit konstanten 10eV. Da diese niemals die Resonanzzone sehen und sie deshalb nicht zu den geheizten Elektronen zählen, wird ihre Berechnung nach 50ns abgebrochen.

Von den ursprünglich ca. 10^5 gestarteten Elektronen haben also nur etwa 10% die Resonanzzone durchlaufen. Von diesen überlebenden 10^4 Elektronen kann man mit Sicherheit behaupten, daß sie in Regionen erzeugt wurden, wo sehr viele Elektronen durch Stoßionisation entstehen. Diese Elektronen bilden die Population der geheizten Elektronen und werden durch die Simulation weiterverfolgt. Diese Elektronen werden "geheizte Elektronen" genannt, ihre Anzahl mit N_{Start} benannt.

Laut Voraussetzung befindet sich das Plasma im stationären Zustand, das heißt unter anderem, daß verlorengangene Elektronen 1:1 ersetzt werden, im Modell geschieht dies instantan. Für die Simulation bedeutet dies:

Immer wenn ein geheiztes Elektron an die Wand läuft und damit verlorengegangen ist, wird es durch ein geheiztes Elektron ersetzt, das mit der oben beschriebenen Methode ermittelt wird: es wird mit 10eV, einem zufälligen Ort und zufälligem Geschwindigkeitsvektor gestartet und nur dann akzeptiert, wenn es innerhalb von 50ns durch die Resonanzzone gelaufen ist.

Um den Einfluß von Sekundärelektronen und Backscatter-Elektronen (siehe Abschnitt 3.5.2) zu berücksichtigen, können verlorengegangene Elektronen auch durch ein anderes Verfahren ersetzt werden:

Trifft ein Elektron auf die Wand, so kann es zurückgestreut werden (wobei es den Großteil seiner Energie verliert), ferner kann es ein Sekundärelektron erzeugen. Die Wahrscheinlichkeiten sind Energie- und Winkelabhängig und wurden in Abschnitt 3.5.2 untersucht. Tritt ein solcher Fall ein, sollte das neue Elektron von der Wand gestartet werden (in der Regel läuft es dabei direkt durch die Resonanzzone, ansonsten wird es nicht akzeptiert, s.o.). Auf diese Weise würde man Sekundär- und Backscatterelektronen in der Simulation berücksichtigen. Es zeigt sich aber eine äußerst geringe Veränderung des Simulations-Gesamtergebnisses bei Berücksichtigung von Sekundär- und Backscatter-Elektronen, weshalb das obige Verfahren völlig ausreichend ist.

Der beschriebene Vorgang (*refresh-Verfahren*) wird nun solange fortgesetzt, bis eine festgesetzte Simulationszeit T_{SIM} erreicht wurde.

5.3.1 Datenerfassung beim *single sampling*

Die Verteilungen der N_{Start} Elektronen zur Zeit $t = T_{SIM}$ werden wie folgt aufgenommen:

Um das *Energiespektrum* der geheizten Elektronen aufzunehmen, geht man wie folgt vor:

Die Energie jedes Elektrons wird in einer Energietabelle mit äquidistanten Energieintervallen ΔE eingetragen.

Um die *räumliche Verteilung* der geheizten Elektronen innerhalb der ECRIS aufzunehmen, wird das gesamte Volumen der Plasmakammer in kleine Würfel mit der Kantenlänge 0.5mm unterteilt. Jeder Würfel wird mit einem Zähler für den Ort und einen Zähler für die Energie versehen. Für jedes Elektron, das sich in einem solchen Würfel befindet, wird der entsprechende Orts-Zähler um 1 inkrementiert, der Energie-Zähler um die Energie des Elektrons erhöht.

Ferner wird die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen registriert: jedem Würfel wird ein \mathbf{v} -Vektor zugeordnet, der sich als Superposition aller \mathbf{v} -Vektoren der darin befindlichen Elektronen ergibt. Es ergibt sich auf diese Weise die orts aufgelöste Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen des stationären Zustands.

Die Erfassung der Geschwindigkeitsverteilung ist vor allem für die Berechnung des Diamagnetismus wichtig, da sie einem Netto-Strömungsfeld der Elektronen entspricht.

Weitere Details zur Datenerfassung befinden sich in [HeinenD].

5.3.2 Refresh-Verfahren und single-sampling

Das refresh-Verfahren mit abschließendem single sampling wird in der folgenden Abbildung im Vergleich mit dem realen Plasma dargestellt:

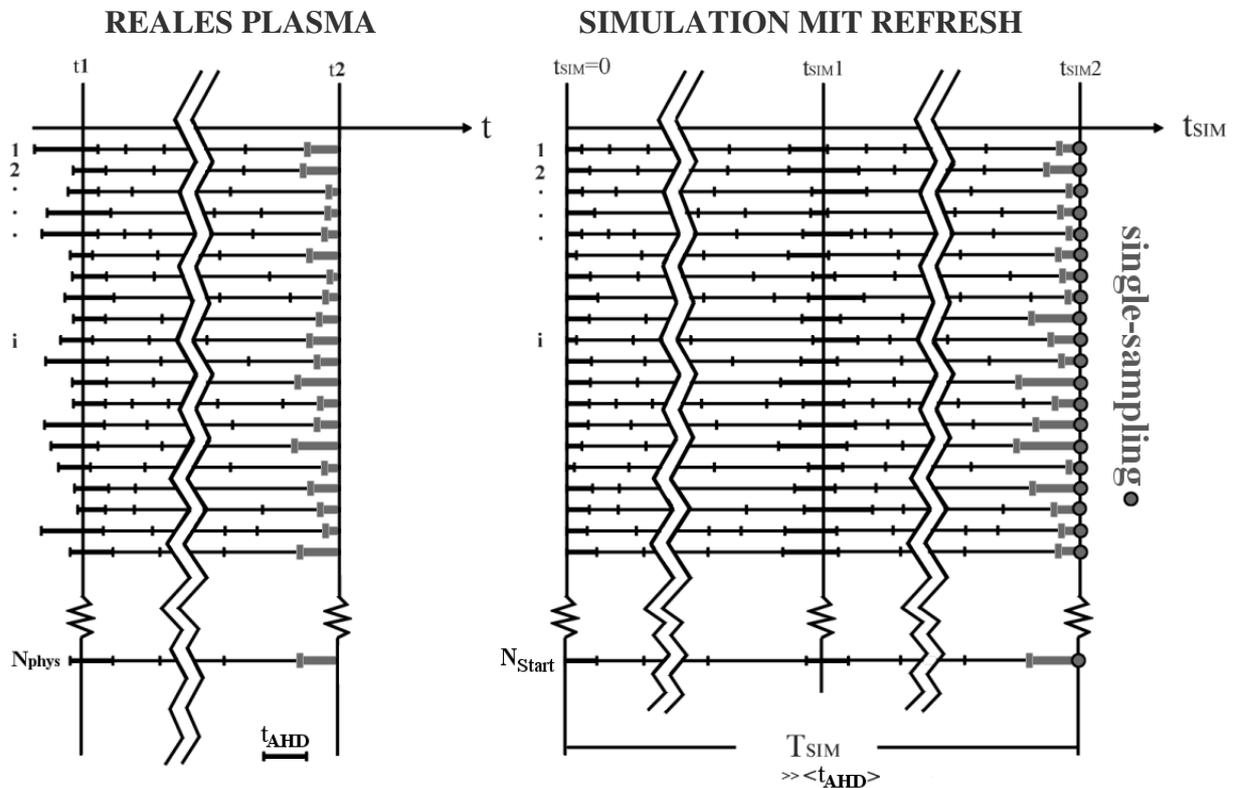


Abbildung 44: Die geheizten Elektronen im realen Plasma (links) und im Simulationsprogramm (rechts). Die kleinen senkrechten Markierungen symbolisieren den Vorgang eines Elektronenverlustes und (im Modell angenommener) gleichzeitiger Neubildung eines geheizten Elektrons. Dieser Vorgang wird durch das refresh-Verfahren simuliert. Der Abstand zwischen zwei Markierungen entspricht also der Aufenthaltsdauer t_{AHD} eines Elektrons im Plasma. Die hellgrauen Balken stellen also die Altersverteilungen des realen und des simulierten Plasmas dar. Läßt man die Simulation lang genug laufen, entspricht die Altersverteilung der simulierten Elektronen der Altersverteilung im realen Plasma. Beim single-sampling ergeben sich dann die richtigen Elektronen-Spektren.

Die Anzahl der geheizten Elektronen im stationären Zustand ist zeitlich konstant. In Abbildung 44 wird veranschaulicht gezeigt, was das für den Fall bedeutet, daß sich die Teilchen unterschiedlich lange im Plasma aufhalten (d.h. eine *Aufenthaltsdauer*verteilung besitzen).

Linker Teil der Abbildung (REALES PLASMA): Zum Zeitpunkt t_1 sei das Plasma stationär, es befinden sich N_{phys} geheizte Elektronen im Plasma, wie auch zum Zeitpunkt t_2 . N_{phys} liegt hierbei typischerweise in der Größenordnung 10^{13} Teilchen oder mehr. Durch die kleinen senkrechten Markierungen wird angedeutet, daß zu dem markierten Zeitpunkt auf dem Zeitstrahl ein geheiztes Elektron dem Plasma verlorengeht. Da die Teilchen-Anzahl laut Voraussetzung konstant bleibt, muß

(idealerweise) gleichzeitig ein neues Elektron in das Plasma kommen. Jedes auf diese Weise in den Kern gelangte Elektron hat somit eine bestimmte Aufenthaltsdauer t_{AHD} .

Betrachtet man zu den Zeiten t_1 bzw. t_2 die N_{phys} Elektronen des Plasmas, ergeben sich aufgrund der vorausgesetzten Stationarität jeweils die gleichen Elektronenverteilungen.

Rechter Teil der Abbildung (SIMULIERTES PLASMA): Bei $t_{\text{SIM}} = 0$ werden N_{start} geheizte Elektronen gestartet. Jedesmal wenn ein Elektron verlorengeht, wird es durch ein neues (geheiztes) ersetzt (*refresh-Methode*). Die Simulationszeit T_{SIM} wird so groß gewählt, daß die registrierte mittlere Energie der Elektronen ab dem Zeitpunkt $t_{\text{SIM}} = t_{\text{SIM}1}$ (und damit natürlich auch ab $t_{\text{SIM}2}$) sich nur noch minimal verändert bzw. idealerweise sogar stationär wird.

Beim *single-sampling* (siehe Abbildung 44 rechts) werden die Elektronen-Verteilungen zum Zeitpunkt T_{SIM} aufgenommen ("gesampelt"). Stationarität ist dann erreicht, wenn sich bei einer Vergrößerung von T_{SIM} die derartig aufgenommenen Spektren nicht mehr unterscheiden.

Es kann angenommen werden, daß die auf diese Weise durch die Simulation ermittelte Elektronenverteilung eine gute Näherung für die echten Elektronen-Verteilungen darstellt.

Das Simulationsprogramm registriert nicht nur die Energie der Elektronen, sondern auch die Orte an denen es sich aufhält, bzw. welche Energie es an diesen Orten hat. Auf diese Weise kommt man nicht nur zu dem Elektronen-Energiespektrum des stationären Plasmas, sondern auch zur räumlichen Elektronendichte- und energiedichteverteilung.

Der Nachteil *refresh-single-sampling-Methode* ist, daß nur ein winziger Bruchteil der durch die Simulation ermittelten Daten in die statistische Erfassung einfließt (nämlich nur ein Datenwert pro gestarteter *Simulationsreihe*, die wiederum aus vielen einzelnen gestarteten Elektronen besteht). Da die Stationarität aufgrund des Auftretens sehr langer Elektronen-Aufenthaltsdauern in der Regel erst nach vielen Millisekunden erreicht wird, ist die *refresh-single-sampling-Methode* nicht praktikabel, da mit heutigen Rechnerleistungen nicht durchführbar.

Eine wesentlich bessere Statistik erhält man, wenn man die Informationen aus dem Zeitraum $t_{\text{SIM}} = 0$ bis $t_{\text{SIM}} = T_{\text{SIM}}$ nicht einfach wegwirft, sondern durch geeignete statistische Überlegungen voll in die Simulationsergebnisse integriert. Dies kann durch das nun vorgestellte *multi-sampling-Verfahren* erreicht werden.

5.4 Die vollständige statistische Analyse der Elektronenbahnen (multi-sampling)

In Abschnitt 5.5 wird gezeigt, daß sich durch die folgende Methode die selben Spektren wie beim refresh-single-sampling-Verfahren ergeben:

Es werde N_{Start} Simulationselektronen gestartet und ihre Zustände (Ort+Energie) in äquidistanten Zeitschritten über ihre gesamte Lebensdauer (egal wie lang diese auch sein mag) registriert. Die Erfassung geschieht dabei jeweils wie beim single-sampling.

Ein refresh findet nicht statt.

Dieses im folgenden *multi-sampling* genannte Verfahren beinhaltet also eine Gewichtung nach der Lebensdauer: Je größer die Aufenthaltsdauerdauer des registrierten Elektrons, desto höher ist der Beitrag für das resultierende Gesamt-Spektrum. In der folgenden Abbildung wird das Prinzip verdeutlicht:

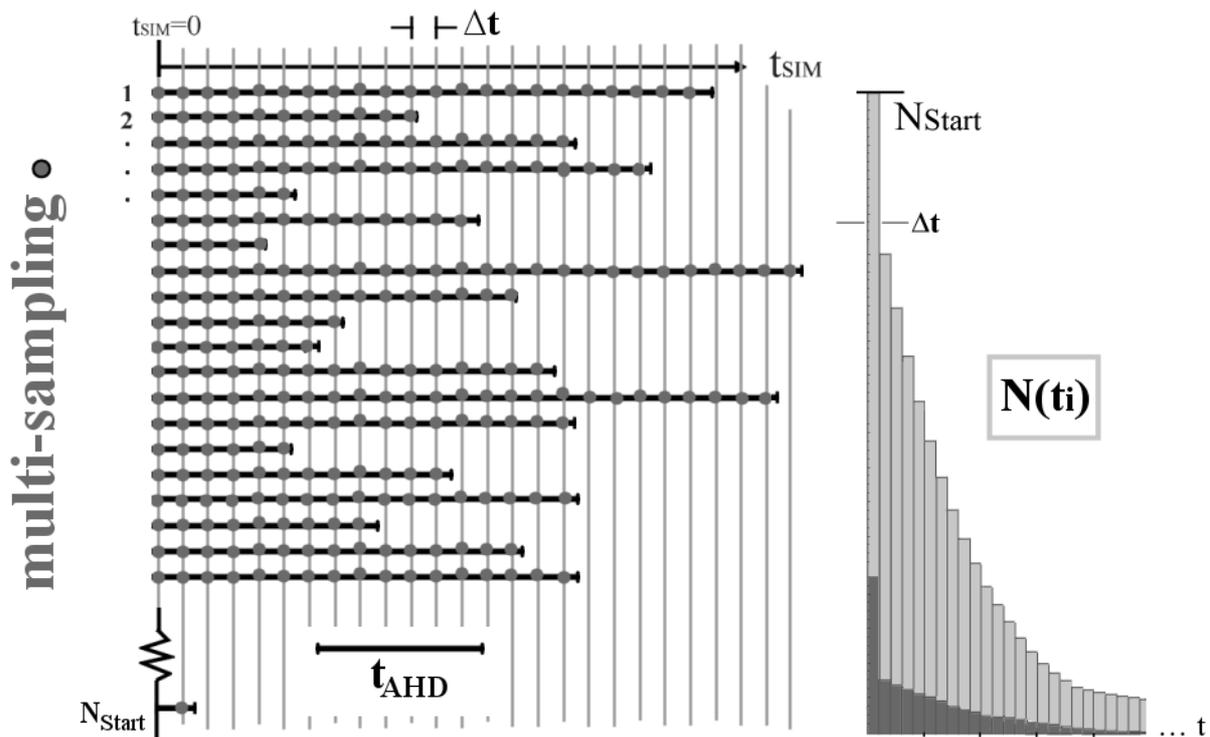


Abbildung 45: Links: multi-sampling der gestarteten Elektronen. Alle Elektronen werden zu $t_{\text{SIM}}=0$ gestartet und haben dann eine Laufzeit t_{AHD} , die der Aufenthaltsdauer des Elektrons in der Quelle entspricht. Der refresh entfällt. Die Punkte stellen die sample-Zeitpunkte dar. Aus darstellerischen Gründen wurden hier unverhältnismäßig viele lange Aufenthaltsdauern eingetragen. In einer realistischen Rechnung ist die Anzahl der sehr kleinen Balkenlängen sehr viel dominanter, als hier gezeigt. Rechts: $N(t_i)$ stellt die Anzahl der zum sample-Zeitpunkt $t_i = i \cdot \Delta t$ erfassten Elektronen dar (= Punkte auf einer vertikalen Linie im linken Teil der Abbildung). Die dunkelgrauen Balken stellen jeweils die Differenz vom aktuellen hellgrauen Balken zum nächsten hellgrauen Balken dar. Von den hellgrauen Balken wird also jeweils der darunterliegende dunkelbraune Balken abgezogen. Er entspricht damit der Anzahl der im jeweiligen Zeitintervall verlorengegangenen Elektronen.

Die so erhaltenen statistischen Informationen sind dabei wesentlich größer als bei Erfassung nur eines Datenpunktes pro Simulationsreihe, bzw. Erfassung nur eines Bruchteils der Simulationszeiten aller Elektronen wie beim single-sampling.

Die multi-sampling-Methode wird im folgenden auch als *Methode der statistischen Trajektorien-Erfassung* bezeichnet.

Da aus praktischen Gründen nicht beliebig lange Laufzeiten berechnet werden können, muß eine maximale Simulationszeit vorgegeben werden, die ebenfalls mit T_{SIM} (siehe refresh-Verfahren) bezeichnet werde. Hieraus folgt, daß im praktischen Fall nicht alle Elektronen vollständig berücksichtigt werden können. Die hieraus entstehende Problematik wird an späterer Stelle (Abschnitt 5.5.2) ausführlich diskutiert, hier soll erst einmal angenommen werden, daß alle auftretenden Elektronentrajektorien vollständig berechnet werden.

Die Äquivalenz von single- und multi-sampling wird jetzt bewiesen.

5.5 Die Äquivalenz von single- und multisampling

Man betrachte zunächst folgende Abbildung für die Modellfunktion $N(t) = N_{\text{Start}} \cdot \exp[-t/\tau_z]$:

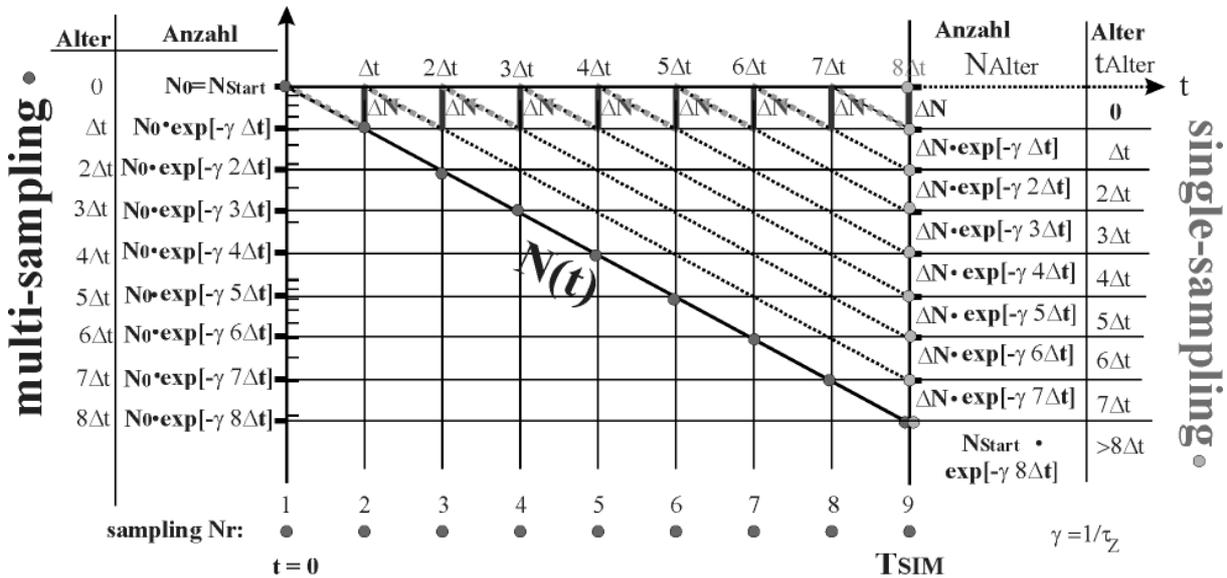


Abbildung 46: Die beim multi-sampling- und beim single-sampling- Verfahren beobachteten Elektronenlebenszeiten (Lebensalter) im Vergleich. Die Ordinate ist logarithmisch dargestellt.

Zur Zeit $t = t_{\text{SIM}} = 0$ wird eine große Zahl N_{Start} Elektronen gestartet. Für das single-sampling wird das refresh-Verfahren verwendet, d.h. ausgetretene Elektronen werden instantan durch neue Elektronen ersetzt, beim multi-sampling werden verlorengegangene Elektronen nicht ersetzt.

multi-sampling:

Δt sei der sample-zeitschritt des multi-sampling-Verfahrens. Nach jedem Zeitschritt Δt werden Energie und Ort aller verbleibenden Elektronen registriert. In der Abbildung ist die monoton fallende Funktion $N(t = t_i = i \cdot \Delta t)$ eingezeichnet, die angibt, wie viele Elektronen beim multi-sampling- Verfahren beim Zeitschritt $t_i = i \cdot \Delta t$ noch erfaßt werden (siehe auch Abbildung 45).

In dem hier gezeigten Fall beginnt $N(t)$ mit $N(0) = N_{\text{Start}}$ und fällt dann exponentiell mit der Zerfallskonstanten τ_z ab: $N(t) = N_{\text{Start}} \cdot \exp[-t/\tau_z]$.

Zur Zeit $t = 0$ werden beim ersten sampling N_{Start} Elektronen mit Alter 0 erfaßt, zur Zeit $t = \Delta t$ werden $N_{\text{Start}} \cdot \exp[-\Delta t/\tau_z]$ Elektronen mit Alter Δt erfaßt, zur Zeit $t = i \cdot \Delta t$ werden somit $N_{\text{Start}} \cdot \exp[-i \cdot \Delta t / \tau_z]$ mit Alter $i \cdot \Delta t$ erfaßt.

single-sampling:

Das refresh- Verfahren ersetzt alle Verlustteilchen im sample-Intervall Δt instantan, beim single-sampling werden zur Zeit T_{SIM} also N_{Start} Datenpunkte von ebensoviel verschiedenen Elektronen erfaßt. Der stationäre Zustand ist erreicht, wenn praktisch alle bei $t = 0$ gestarteten Teilchen einen

refresh gemacht haben (in der Darstellung wäre also Stationarität erreicht, wenn die Teilchen mit Alter $>8\Delta t$ gegenüber den anderen zu vernachlässigen sind, also $8\Delta t \gg \tau_Z$).

Δt sei andererseits so klein gewählt, daß die Wahrscheinlichkeit für den Zerfall der im Intervall Δt durch refresh erzeugten Teilchen praktisch Null ist (damit gilt $\Delta N \ll N_{\text{Start}}$, dies ist der Fall, wenn $\Delta t \ll \tau_Z$). Die in Δt erzeugten ΔN refresh-Teilchen werden dann bei genügend großem ΔN in etwa gleichverteilt über das Intervall Δt gestartet.

Wie man an der Abbildung erkennen kann, ist die Anzahl der Teilchen mit Laufzeiten zwischen $0-\Delta t$ gleich ΔN , mit Laufzeiten zwischen $\Delta t - 2\Delta t$ gleich $\Delta N \cdot \exp[-t/\tau_Z \cdot \Delta t]$, usw. Ist Δt klein genug ($\Delta t \ll \tau_Z$), so gilt in guter Näherung: die Anzahl der erfaßten Teilchen zum sample-Zeitpunkt T_{SIM} mit dem Alter 0 ist gleich ΔN , mit dem Alter Δt ist gleich $\Delta N \cdot \exp[-t/\tau_Z \cdot \Delta t]$, usw. Für ΔN gilt hierbei: $\Delta N = N_{\text{Start}} \cdot (1 - \exp[-\Delta t/\tau_Z]) \approx N_{\text{Start}} \cdot \Delta t / \tau_Z$ [$\Delta t \ll \tau_Z$].

Bei dem direkten Vergleich der in der Abbildung dargestellten Altersverteilungen der erfaßten Elektronen beider Verfahren erkennt man, daß die Verläufe gleich sind. Die beiden Vorfaktoren N_{Start} und ΔN unterscheiden sich lediglich um den Faktor $N_{\text{Start}} / \Delta N = \tau_Z / \Delta t$.

Setzt sich $N(t)$ aus der Überlagerung von mehreren Zerfallskonstanten zusammen, läßt sich die Tabelle für jede Teilchensorte i mit identischem τ_{Zi} erstellen. All diese Teilchensorten werden also von beiden sampling-Verfahren gleich erfaßt.

Somit folgt:

Die bei beiden sampling-Verfahren erfaßten (gesampelten) Elektronen haben die gleiche Altersverteilung, somit müssen auch die aus beiden Verfahren erhaltenen physikalischen Informationen bei genügend großer Teilchenzahl N_{Start} und genügend langer Simulationsdauer T_{SIM} identisch sein.

Die Verteilung $N(t)$ ist somit proportional der Altersverteilung $n_{\text{Alter}}(t)$ der Elektronen des stationären Zustands.

Dieser Beweis deckt alle bei den Simulation beobachteten Verläufe von $N(t)$ ab.

Sind die mit dem multi-sampling- Verfahren aufgenommenen Daten unkorreliert, ergibt sich, da laut Voraussetzung $\Delta t \ll \tau_Z$ gilt, mit dem multi-sampling- Verfahren eine wesentlich höhere statistische Information bei einem wesentlich geringeren Simulationsaufwand als bei dem single-sampling-Verfahren.

Die gesampelten Werte des multisamplings sind dann unkorreliert, wenn sie sich zwischen den sample-Zeitpunkten signifikant verändern.

5.5.1 Die Altersdichte-Verteilung der stationären Elektronen

Die Alters-Verteilung der vom refresh-verfahren erfaßten Elektronen, $N(t)$ (siehe Abbildung 46) läßt sich auch als Dichteverteilung darstellen: $n_{\text{Alter}}(t) = N(t)/\Delta t$ ($\Delta t \rightarrow 0$).

Für ΔN gilt: $\Delta N = N_{\text{Start}} \cdot (1 - \exp[\Delta t/\tau_Z]) = N_{\text{Start}} \cdot \Delta t / \tau_Z$ [$\Delta t \rightarrow 0$].

Die im stationären Plasma befindlichen Elektronen haben somit die Altersdichteverteilung $n_{\text{Alter}}(t) = 1/\tau_Z \cdot N_{\text{Start}} \cdot \exp[-t/\tau_Z]$, die bis auf den Vorfaktor $1/\tau_Z$ mit der Verteilung $N(t)$ übereinstimmt.

Setzt sich $N(t)$ aus der Überlagerung von mehreren Zerfallskonstanten zusammen, gilt für jede Teilchensorte i mit identischem τ_{Zi} : $n_i^{\text{Alter}}(t) = 1/\tau_{Zi} \cdot N_i(t)$.

Für die Summe $n_{\text{Alter}}(t) = n_1^{\text{Alter}}(t) + n_2^{\text{Alter}}(t) + \dots$ gilt:

Sei $N_{\text{Start}} = N_{01} + N_{02} + \dots$

$N_1(t) = N_{01} \cdot \exp[-t/\tau_{Z1}]$; $N_2(t) = N_{02} \cdot \exp[-t/\tau_{Z2}]$; ...

$N(t) = N_1(t) + N_2(t) + \dots$

Dann gilt: $n_{\text{Alter}}(t) = 1/\langle \tau \rangle \cdot N(t)$ mit $\langle \tau \rangle = (N_{01} \cdot \tau_{Z1} + N_{02} \cdot \tau_{Z2} + \dots) / N_{\text{Start}}$

Allgemeiner gilt: $n_{\text{Alter}}(t) = N(t) / \langle \tau \rangle$ mit $\langle \tau \rangle = - N_{\text{Start}}^{-1} \cdot \int_0^\infty d/dt N(t) \cdot t dt$ für jede monoton fallende Funktion $N(t)$, deren Integral $\langle \tau \rangle$ konvergiert (dies ist der Fall, wenn $N(t)$ ab einem beliebig großen t^* exponentiell oder stärker abfällt). Der Zusammenhang wird in der folgenden Abbildung verdeutlicht:

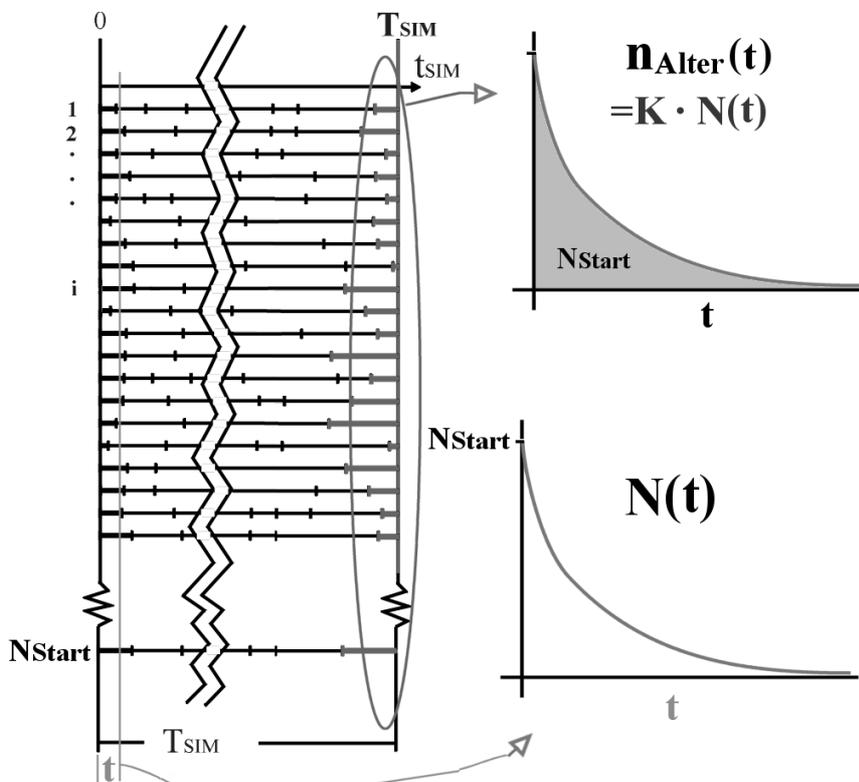


Abbildung 47: Die beiden Verteilungen $N(t)$ und $n_{\text{Alter}}(t)$. $n_{\text{Alter}}(t)$ ist als Dichteverteilung dargestellt.

5.5.2 Die Wahl der Größe T_{SIM}

Für den Fall einer einzigen Zerfallskonstante τ_z ist klar, daß T_{SIM} so groß gewählt werden muß, daß beim single-sampling-refresh-Verfahren nur noch ein verschwindend kleiner Anteil zur Zeit T_{SIM} keinen refresh gemacht hat, bzw. beim multi-sampling-Verfahren nur noch ein verschwindend kleiner Anteil übriggeblieben ist. Setzt sich $N(t)$ aus einer Überlagerung von mehreren Zerfallskonstanten zusammen, so ist T_{SIM} nach der langlebigsten Zerfallskonstanten zu bestimmen, wobei der langlebige Anteil $N_{Lang} = N_{Lang}(t=0) < N_{Start}$ ermittelt werden muß. T_{SIM} ist genau dann groß genug, wenn der langlebige Anteil stark genug abgefallen ist, d.h. $N_{Lang}(t = T_{SIM}) \ll N_{Lang}$.

Da T_{SIM} für realistische Verteilung $N(t)$ sinnvoll festgelegt werden muß, ist es notwendig, die in der Simulation auftretenden $N(t)$ zu betrachten. Man stellt in der gezeigten halblogarithmischen Darstellung fest, daß es, neben kurzlebigen Komponenten, eine dominante langlebige Zerfallskonstante gibt, die den späten Verlauf von $N(t)$ prägt.

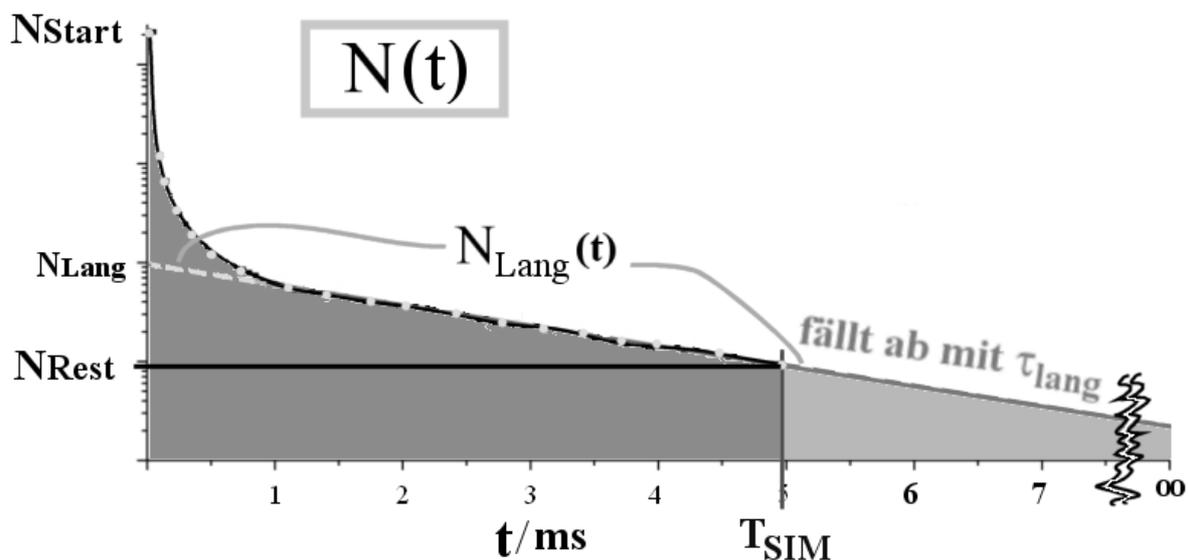


Abbildung 48: Ein berechneter Verlauf von $N(t)$ [halblogarithmische Darstellung]. Nach 1 ms sind fast nur noch langlebige Elektronen vorhanden, die mit der Zerfallskonstante $5\text{ms}/\ln(10) \approx 2.2\text{ms}$ zerfallen.

Bei der gezeigten Verteilung, die sich aus einer Testsimulation ergab, fällt der langlebige Anteil N_{Lang} bei T_{SIM} auf etwa 8% ab. Bei $T_{SIM} = 7.5\text{ms}$ wäre der Anteil auf etwa 3% abgefallen.

5.5.3 Ein Stationaritätskriterium für die Simulation

In Abbildung 49 ist ein möglicher Verlauf von $N(t)$ eingezeichnet, diesmal linear aufgetragen ($N_0 = N_{Start}$ ist in der Regel $\gg N_{Lang}$). Die Simulation rechne bis $T_{SIM} = 2 \cdot \tau_{Lang}$. Der gesamte Simulations-Rechenaufwand ist proportional zu der Fläche unter $N(t)$.

Ein endliches T_{SIM} muß vor allem aus rechentechnischen Gründen vorgegeben werden. Da ein einzelnes simuliertes Elektron nicht auf mehrere Rechner verteilt werden kann, muß eine sinnvolle Zeit vorgegeben werden, die ein einzelnes Teilchen von einer Maschine maximal gerechnet werden darf.

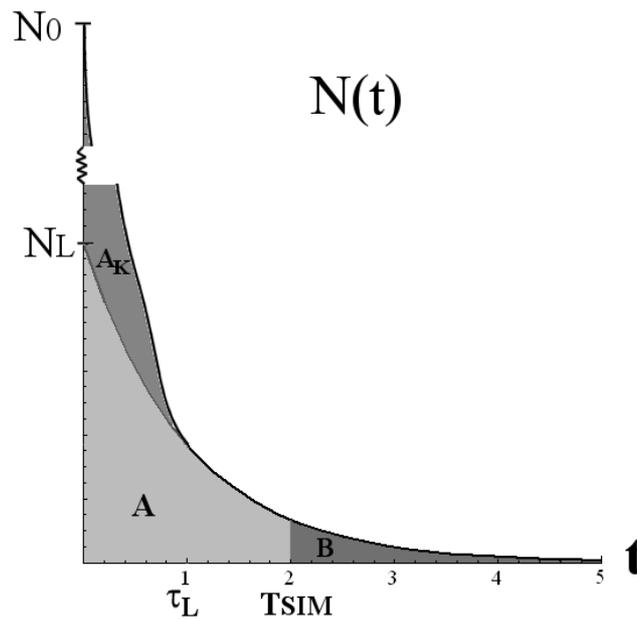


Abbildung 49: Ein möglicher Verlauf von $N(t)$. $\int_0^{\infty} N(t) dt = A_K + A + B = A_K + N_L \cdot \tau_0$.

$N_0 = N_{\text{Start}}$ sei jetzt so groß gewählt, daß statistische Fehler bis T_{SIM} zu vernachlässigen sind. Der theoretische Restsimulationsaufwand (und damit die fehlende Information zur Beschreibung des stationären Zustands) läßt sich nun leicht berechnen, falls sich $N(t)$ ab T_{SIM} exponentiell mit der Zerfallskonstanten $\tau_0 = \tau_{\text{Lang}}$ erweitern läßt.

Nach kurzer Rechnung läßt sich für den fehlenden Informationsanteil μ zeigen:

$$\mu = B / (A_K + A + B) = 1 / (\exp[T_{\text{SIM}} / \tau_0] \cdot (1 + A_K/A) - A_K/A)$$

Nur wenn $A_K \ll A$ gilt: $\mu = \exp[-T/\tau_0] = N_{\text{Rest}} / N_{\text{Lang}} = \mu_{\text{Lang}}$.

Ist der langlebige Anteil von N_{Lang} auf N_{Rest} abgefallen, so ist der fehlende Informationsanteil μ also in der Regel deutlich kleiner als $\mu_{\text{Lang}} = N_{\text{Rest}} / N_{\text{Lang}}$.

Insgesamt bietet sich damit folgende Definition für ein Stationaritätskriterium (3%-Kriterium) an:

T_{SIM} muß größer sein als $T_{\text{SIM}}^{\text{MIN}}$, damit der stationäre Zustand hinreichend gut beschrieben wird. $T_{\text{SIM}}^{\text{MIN}}$ ist erreicht, wenn der langlebige Anteil von $N(t)$ auf 3% abgefallen ist. Es muß dabei $N_{\text{Lang}} > 3400$ gelten, damit das Kriterium innerhalb statistischer Genauigkeit überprüft werden kann (N_{Rest} ist dann >100).

Das starke 3%-Kriterium ist wegen $N_{\text{Lang}} > 3000$ oft mit heutigen Rechenleistungen nicht erreichbar. Inwieweit ein schwächeres Kriterium ausreicht soll in Kapitel 6 durch Testsimulationen geklärt werden.

5.5.4 Die stationären Austrittsrate der geheizten Elektronen

Es zeigte sich, daß sich $N(t)$ bei den bisher durchgeführten Simulationen immer sehr gut als Überlagerung exponentiellen Zerfälle darstellen ließ, mit einem dominanten langlebigen Anteil. Es wird jetzt folgender Ansatz gemacht: $N(t)$ hat folgende Form:

$$N(t) = \sum N_{\text{Kurz } i} \cdot \exp[-t / \tau_{\text{Kurz } i}] + N_{\text{Lang}} \cdot \exp[-t / \tau_{\text{Lang}}]$$

mit den Zerfallskonstanten $\tau_{\text{Kurz } i} \ll \tau_{\text{Lang}}$ und der langlebigen Komponente τ_{Lang} .

N_{Start} setzt sich somit aus N_{Lang} langlebigen und $N_{\text{Kurz}} = \sum_i N_{\text{Kurz } i} = N_{\text{Start}} - N_{\text{Lang}}$ kurzlebigen Elektronen zusammen.

τ_{Lang} läßt sich bei der grafischen Auswertung in guter Näherung ermitteln, falls N_{Start} und T_{SIM} nur groß genug sind (es sind dann praktisch nur noch langlebige Teilchen vorhanden).

Die $\tau_{\text{Kurz } i}$ sind nur sehr schwer zu ermitteln und werden im einzelnen auch nicht gebraucht.

Bestünde das Plasma aus N_{Start} Elektronen, so setzt sich dieses anteilig aus $N_{\text{Kurz } i}$ kurzlebigen mit der Zerfallskonstanten $\tau_{\text{Kurz } i}$ und N_{Lang} langlebigen Elektronen mit der Konstanten τ_{Lang} zusammen. Diese Elektronen zerfallen mit den Raten $\gamma_i = 1/\tau_{\text{Kurz } i}$ bzw. $\gamma_{\text{Lang}} = 1/\tau_{\text{Lang}}$.

Im Zeitintervall Δt zerfallen $\Delta N = \sum N_{\text{Kurz } i} \cdot \Delta t / \tau_{\text{Kurz } i} + N_{\text{Lang}} \cdot \Delta t / \tau_{\text{Lang}}$ Elektronen. Für die stationäre Austrittsrate $R_S = \Delta N / \Delta t$ ($\Delta t \rightarrow 0$) gilt damit: $R_S = N_{\text{Start}} \cdot [\sum (N_{\text{Kurz } i} / N_{\text{Start}}) / \tau_{\text{Kurz } i} + (N_{\text{Lang}} / N_{\text{Start}}) / \tau_{\text{Lang}}]$ $= N_{\text{Start}} / \langle \tau \rangle$ mit der *mittleren Lebensdauer* $\langle \tau \rangle = 1/N_{\text{Start}} \cdot (\sum N_i \cdot \tau_{\text{Kurz } i} + N_{\text{Lang}} \cdot \tau_{\text{Lang}})$.

Diese setzt sich aus einem kurzlebigen Anteil $\langle \tau \rangle_{\text{Kurz}} = 1/N_{\text{Start}} \cdot \sum N_i \cdot \tau_{\text{Kurz } i}$ und dem langlebigen Anteil $\langle \tau \rangle_{\text{Lang}} = N_{\text{Lang}} / N_{\text{Start}} \cdot \tau_{\text{Lang}}$ zusammen: $\langle \tau \rangle = \langle \tau \rangle_{\text{Kurz}} + \langle \tau \rangle_{\text{Lang}}$.

5.5.5 Das Spektrum der Aufenthaltsdauern

Man betrachte nun die Funktion $n(t) = -dN(t) / dt$. $\int_0^{\Delta t} n(t) dt$ ist die Anzahl der Elektronen, die im Intervall $[0, \Delta t]$ verlorengehen, $\int_{\Delta t}^{2\Delta t} n(t) dt$ die im Intervall $[\Delta t, 2\Delta t]$ verlorengehen, usw. $n(t)$ stellt also die *Spektrumsfunktion* der Aufenthaltsdauern der gestarteten Elektronen dar. Die mittlere Lebensdauer ergibt sich also auch wie folgt: $\langle \tau \rangle = \int_0^{\infty} n(t) \cdot t dt / \int_0^{\infty} n(t) dt = \int_0^{\infty} n(t) \cdot t dt / N_{\text{Start}}$.

5.5.6 Die Extrapolation der mittleren Aufenthaltsdauer

Simuliert man N_{Start} Elektronen, ohne eine maximale Simulationszeit vorzugeben (also $T_{\text{SIM}} = \infty$), so würde jedes Elektron irgendwann verlorengehen und hätte dabei eine Aufenthaltsdauer $t_{\text{AHD } j}$. Die *mittlere Aufenthaltsdauer* dieser Elektronen ergibt sich dabei wie folgt:

$$\overline{t_{\text{AHD}}}_{\infty} = 1/N_{\text{Start}} \cdot \sum_{j=1}^{N_{\text{Start}}} t_{\text{AHD } j}$$

Innerhalb statistischer Schwankungen ist die mittlere Aufenthaltsdauer gleich dem Erwartungswert $\langle t_{\text{AHD}} \rangle_{\infty}$:

$$\overline{t_{\text{AHD}}}_{\infty} = \langle t_{\text{AHD}} \rangle_{\infty} = \int_0^{\infty} n(t) \cdot t \, dt / N_{\text{Start}}$$

Für den Erwartungswert der Aufenthaltsdauer ist bekannt, daß er bei rein exponentiellem Zerfall gleich der mittleren Lebensdauer ist: $\langle t_{\text{AHD}} \rangle_{\infty} = \langle \tau \rangle$.

Beweis ($N_i \equiv N_{\text{Kurz } i}$; $\tau_i \equiv \tau_{\text{Kurz } i}$):

Wie vorausgesetzt gilt: $N(t) = \sum N_{\text{Kurz } i} \cdot \exp[-t / \tau_{\text{Kurz } i}] + N_{\text{Lang}} \cdot \exp[-t / \tau_{\text{Lang}}]$.

Somit folgt für die Spektrumsfunktion $n(t)$: $n(t) = -dN(t) / dt = \sum N_i / \tau_i \cdot \exp[-t / \tau_i] + N_{\text{Lang}} / \tau_{\text{Lang}} \cdot \exp[-t / \tau_{\text{Lang}}]$.

$\langle t_{\text{AHD}} \rangle_{\infty}$ ist gleich dem Erwartungswert der normierten Spektrumsfunktion $n(t) / N_{\text{Start}}$:

$$\begin{aligned} \langle t_{\text{AHD}} \rangle_{\infty} &= 1/N_{\text{Start}} \cdot \int_0^{\infty} n(t) \cdot t \, dt = 1/N_{\text{Start}} \cdot \sum \int_0^{\infty} N_i / \tau_i \cdot \exp[-t / \tau_i] \cdot t \, dt + \int_0^{\infty} N_{\text{Lang}} / \tau_{\text{Lang}} \cdot \exp[-t / \tau_{\text{Lang}}] \cdot t \, dt \\ &= 1/N_{\text{Start}} \cdot (\sum N_i \cdot \tau_i + N_{\text{Lang}} \cdot \tau_{\text{Lang}}) = \langle \tau \rangle \end{aligned}$$

Gibt man eine maximale Simulationszeit T_{SIM} vor und beendet die Teilchenbahnberechnung einiger Teilchen, bevor das Teilchen verlorengeht, ist also $t_{\text{AHD } j} > T_{\text{SIM}}$ für diese Elektronen, so ist $\overline{t_{\text{AHD}}}_{\infty}$ zunächst nicht bestimmbar. Es läßt sich zunächst nur $\overline{t_{\text{AHD}}}$ berechnen, wie folgt:

$$\overline{t_{\text{AHD}}} = 1/N_{\text{Verlust}} \cdot \sum_{j=1}^{N_{\text{Verlust}}} t_{\text{AHD } j}$$

$$\text{mit } N_{\text{Verlust}} = N_{\text{Start}} - N_{\text{Rest}}$$

Innerhalb statistischer Schwankungen gilt: $\overline{t_{\text{AHD}}} = \langle t_{\text{AHD}} \rangle = \int_0^{T_{\text{SIM}}} n(t) \cdot t \, dt / N_{\text{Start}}$

T_{SIM} sei so groß, daß zum Zeitpunkt $t = T_{\text{SIM}}$ praktisch nur noch langlebige Elektronen vorhanden sind. Diese N_{Lang} Elektronen zerfallen mit der Zerfallskonstanten τ_{Lang} . Für $N(t)$ mit $t > T_{\text{SIM}}$ läßt sich damit schreiben:

$$N(t > T_{\text{SIM}}) = N_{\text{Lang}} \cdot \exp[-t / \tau_{\text{Lang}}]$$

$$\text{für } n(t) = -dN(t) / dt \text{ folgt damit: } n(t > T_{\text{SIM}}) = N_{\text{Lang}} / \tau_{\text{Lang}} \cdot \exp[-t / \tau_{\text{Lang}}]$$

Für den Erwartungswert $\langle t_{\text{AHD}} \rangle_{\infty}$ und damit für $\langle \tau \rangle$ gilt somit:

$$\langle \tau \rangle = \langle t_{\text{AHD}} \rangle_{\infty} = 1/N_{\text{Start}} \cdot \int_0^{\infty} n(t) \cdot t \, dt = 1/N_{\text{Start}} \cdot (\int_0^{T_{\text{SIM}}} n(t) \cdot t \, dt + \int_{T_{\text{SIM}}}^{\infty} n(t) \cdot t \, dt)$$

Für die Integrale folgt nach kurzer Rechnung:

$$\int_0^{T_{\text{SIM}}} n(t) \cdot t \, dt = N_{\text{Verlust}} \cdot \langle t_{\text{AHD}} \rangle = N_{\text{Verlust}} \cdot \overline{t_{\text{AHD}}}$$

$$\int_{T_{\text{SIM}}}^{\infty} n(t) \cdot t \, dt = N_{\text{Lang}} \cdot \exp[-T_{\text{SIM}} / \tau_{\text{Lang}}] \cdot (T_{\text{SIM}} + \tau_{\text{Lang}})$$

Insgesamt folgt also (innerhalb statistischer Schwankungen):

$$\langle \tau \rangle = \frac{1}{N_{\text{Start}}} \cdot \left[N_{\text{Verlust}} \cdot \overline{t_{\text{AHD}}} + N_{\text{Lang}} \cdot e^{-T_{\text{SIM}} / \tau_{\text{Lang}}} \cdot (T_{\text{SIM}} + \tau_{\text{Lang}}) \right]$$

$\langle \tau \rangle$ läßt sich also extrapolieren, falls N_{Lang} und τ_{Lang} bekannt und zur Zeit T_{SIM} nur noch langlebige dasind.

5.5.7 Die Größe $\gamma(t)$ - zeitaufgelöste Austrittsrate -

Eine für die Simulationsdaten-Auswertung interessante Größe ist die in diesem Abschnitt eingeführte Größe $\gamma(t)$, die *zeitaufgelöste Austrittsrate*. Mit ihrer Hilfe kann man τ_{Lang} sehr einfach numerisch ermitteln. Es ist eine schnelle Alternative für die Ermittlung von τ_{Lang} mittels Ausgleichsgeraden bei der logarithmische Darstellung von $N(t)$. Allerdings ist die Qualität der Bestimmung von τ_{Lang} schlechter, da die statistischen Fehler der Verteilung $\gamma(t)$ aufgrund der größeren Werte von $N(t)$ schlechter ist. $\gamma(t)$ ist somit hauptsächlich eine für die Darstellung interessante Größe.

Zunächst einmal soll beschrieben werden, wie das Simulationsprogramm die Größe $\gamma(t)$ bestimmt.

N_{Start} : Anzahl der gestarteten Simulationselektronen

Δt : "Slotbreite" für die Aufenthaltsdauer-Erfassung

$$t_i = (i-0.5) \cdot \Delta t$$

ΔN_i = Anzahl der Elektronen mit Aufenthaltsdauern im Intervall $[t_i-\Delta t/2, t_i+\Delta t/2]$

N_i = Anzahl der Elektronen mit Aufenthaltsdauern $> t_i-\Delta t/2$

Der Tabelleneintrag γ_i ergibt sich wie folgt: $\gamma_i = [\Delta N_i / \Delta t] / N_i$ mit $\Delta N_i = N_i - N_{i+1}$

Beim Grenzwertübergang $\Delta t \rightarrow 0$ ergibt sich : $\gamma(t) = - [dN(t)/dt] / N(t)$

Es gilt: $\gamma(t > t^*) = 1/\tau_{Lang}$, wenn $N(t)$ mit der Zerfallskonstanten τ_{Lang} für $t > t^*$ abfällt.

Die folgende Graphik verdeutlicht dies.

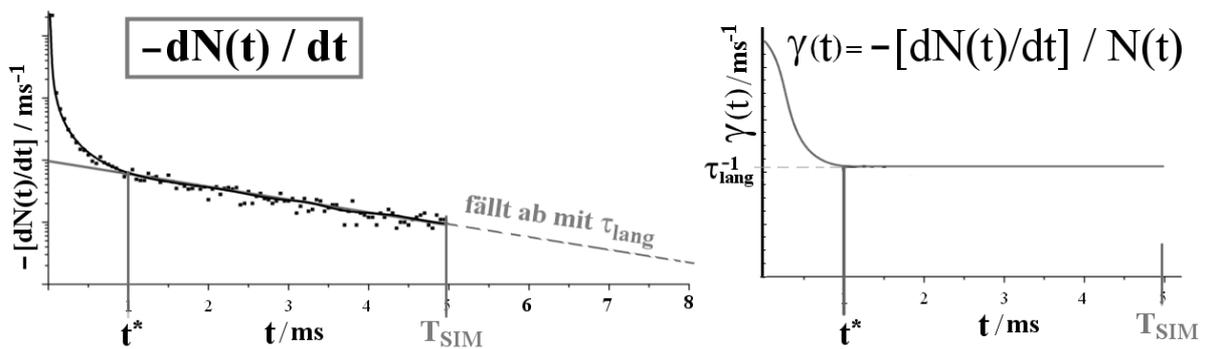


Abbildung 50: Zusammenhang zwischen $\gamma(t)$ und $dN(t)/dt$; Links: Halblogarithmische Darstellung von $-dN(t)/dt$, die Punkte stellen ein Simulationsergebnis dar; Rechts: Darstellung von $\gamma(t)$ auf einer Linearskala.

Die günstigen Eigenschaften einer Darstellung der Lebensdauerverteilung mittels $\gamma(t)$ sind:

1. $\gamma(t)$ ist numerisch leicht ermittelbar
2. Es kann am Verlauf direkt abgelesen werden, ob T_{SIM} groß genug, damit $T_{SIM} \gg \tau^*$ gilt, damit man also exponentiell extrapolieren darf; dies ist genau dann der Fall, wenn $\gamma^* \equiv \gamma(t > t^*)$ erreicht wird.
3. τ_{Lang} ergibt direkt als Kehrwert von γ^*
4. $\gamma(t)$ ist in der Regel sehr gut in einer Linearskala darstellbar
5. Man erhält eine alternative Darstellung der Aufenthaltsdauerverteilung der gestarteten Elektronen

5.6 Vorgehensweise der Simulation (Zusammenfassung)

Startverteilung

- N_{Test} Elektronen (je nach Quelle 10^3 bis 10^5) werden statistisch gleichmäßig verteilt überall in der Cavity mit 16eV in zufälliger Richtung gestartet.
- Elektronen, die innerhalb 50ns an die Wand fliegen, werden entfernt (sie wurden meist im Bereich hoher Feldstärke erzeugt).
- Elektronen, die innerhalb 50ns keine Resonanz durchlaufen, werden entfernt (meist in Bereichen weit außerhalb der Resonanzzone gefangen).

Simulationsdurchführung

- Die verbleibenden Elektronen ($N_{\text{Start}} \approx N_{\text{Test}} / 10$) werden unter voller Berücksichtigung des statischen B-Feldes, des Mikrowellenfeldes und eines eventuell vorher berechneten diamagnetischen Feldes drei-dimensional simuliert, bis das Elektron verlorenght oder die maximale Simulationszeit T_{SIM} überschritten wird.
- T_{SIM} wird dabei so groß gewählt, das die Stationarität gewährleistet ist (in der Regel einige ms)
- Die hauptsächlich bei kleinen Energien auftretende Coulomb-Streuung der geheizten Elektronen an Ionen und Elektronen wird mit einem Monte-Carlo-Verfahren erfaßt.
- Der B-Feld Anteil der Mikrowelle wird voll berücksichtigt.
- Ionisations- und Anregungs- Prozesse können in Näherung berücksichtigt werden, sind aber für die Simulation der geheizten Elektronen vernachlässigbar.
- Auf die Extraktion treffende Elektronen mit Longitudinal-Energien kleiner der Extraktionsspannung können reflektiert werden.
- die Bahnen und die Energie der Teilchen werden in diversen Tabellen festgehalten und können nach Beendigung der Simulation ausgewertet werden.

Kapitel 6: Die Anwendung der Simulation

In diesem Kapitel wird das multi-sampling-Simulationsverfahren auf real existierende Quellen angewendet.

6.1 Simulationsparameter

6.1.1 Rechnung mit verschiedenen $P = n_e \cdot \langle q^2 \rangle / \langle q \rangle$

Sind die Plasma-Energieverluste gegenüber Resonatorverlusten zu vernachlässigen (dann geht der Hauptteil der MW-Leistung in das MW-Feld), kann man voraussetzen, daß sich bei Variation von Elektronendichte und Ionen-Ladungsspektrum (z.B. durch Änderung der Gaszufuhr) die mittlere E-Feldstärke in der Cavity nur unwesentlich ändert. Man kann somit mit der Simulation das Elektronenverhalten bei sich änderndem Produkt $P \equiv n_e \cdot \langle q^2 \rangle / \langle q \rangle = n_e \cdot \langle Q \rangle$ und dabei gleichbleibender MW-Feldstärke untersuchen.

Aus dem Elektronenverhalten folgern keine direkten Aussagen über das Ladungsspektrum. Es gilt aber: Die Stoßraten der Elektronen (die im Plasmakern im wesentlichen mit Ionen stoßen) hängen neben der Elektronenenergie nur vom Produkt $P = n_e \cdot \langle Q \rangle$ ab. Obwohl im Rahmen dieses Modells nicht gesagt werden kann, ob die Cutoffdichte der Elektronen bei einer bestimmten Parameterkonfiguration erreicht wird und auch über das Ladungsspektrum der Ionen (außer in Spezialfällen, in denen das Spektrum gemessen wurde) keine Angaben gemacht werden können, ist es sinnvoll zu untersuchen, wie stark z.B. die mittlere Zerfallskonstante $\langle \tau \rangle$ vom Produkt P abhängt. Kennt man diese Abhängigkeit, kann man eventuell prinzipielle Zusammenhänge verstehen, ferner kann man das Ergebnis als Input für eine weitergehende Simulation (z.B. [VittP]) verwenden.

6.1.2 Der Variationsbereich von P

Für das folgende wird festgelegt (nur für das Gas Argon gültig):

niedrige Ladungszustände: $\langle Q \rangle = \langle q^2 \rangle / \langle q \rangle = 4$ (typisch für ECRIS I, schlecht optimierte PECRIS III)

mittlere Ladungszustände: $\langle Q \rangle = \langle q^2 \rangle / \langle q \rangle = 8$ (typisch für gut optimierte PECRIS III)

hohe Ladungszustände: $\langle Q \rangle = \langle q^2 \rangle / \langle q \rangle = 11$ (gut optimierte PECRIS V)

Ferner gilt für die mittlere Elektronendichte im Plasmakern:

niedrige gemittelte Elektronendichte: $n_e = n_{\text{cutoff}} / 6$

mittlere gemittelte Elektronendichte: $n_e = n_{\text{cutoff}} / 3$

hohe gemittelte Elektronendichte: $n_e = n_{\text{cutoff}} / 2$

Es muß vorausgesetzt werden, daß $n_e < n_{\text{cutoff}}$ gilt, damit die Mikrowelle am Plasmakern nicht stark reflektiert wird, so daß sich eine Modenstruktur im Kern ausbilden kann und damit eine Abschätzung der E-Feldstärke über die Resonanzbreite überhaupt erst möglich ist (siehe auch *Anhang: Wellenausbreitung in Plasmen*).

Es folgt somit der ungefähre Bereich für $P = n_e \cdot \langle q^2 \rangle / \langle q \rangle : 0.75 \cdot n_{\text{cutoff}} \dots 4 \cdot n_{\text{cutoff}}$.

6.1.3 Extraktionsspannung

Der Einfluß der Extraktionsspannung auf die geheizten Elektronen kann berücksichtigt werden. Hierzu wird der Betrag der Spannung und der Durchmesser der Extraktionsöffnung vorgegeben. Auf die Extraktionsöffnung treffende Elektronen, deren Longitudinalenergie zu klein ist um die Extraktionsspannung zu überwinden, werden dann vom Simulationsprogramm reflektiert.

6.2 Die Analyse von ECRIS I ($T_{SIM}= 5\mu s$)

Die nachfolgenden Abbildungen entsprechen den Ergebnissen aus [HeinenD]. T_{SIM} wurde mit $5\mu s$ viel zu klein gewählt. Man erhält so nur Informationen über die frühen Lebensphasen der geheizten Elektronen, sie liefern aber nicht endgültige Informationen über das stationäre Plasma. Trotzdem ist es interessant, diese frühen Lebensphasen zu beobachten, und sei es nur zu Testzwecken (die Stationaritätsrechnung kann im Normalfall nur mit Hilfe vieler Rechner durchgeführt werden, siehe *Anhang: Rechenleistung*). Die endgültige Stationaritätsrechnung wird weiter unten durchgeführt.

Die geheizten Elektronen von ECRIS I wurden durch das Simulationsprogramm maximal $5\mu s$ unter Verwendung mittlerer und hoher Mikrowellefeldstärken berechnet (entspricht etwa einigen W bzw. einigen 10W, siehe Abschnitt 2.5).

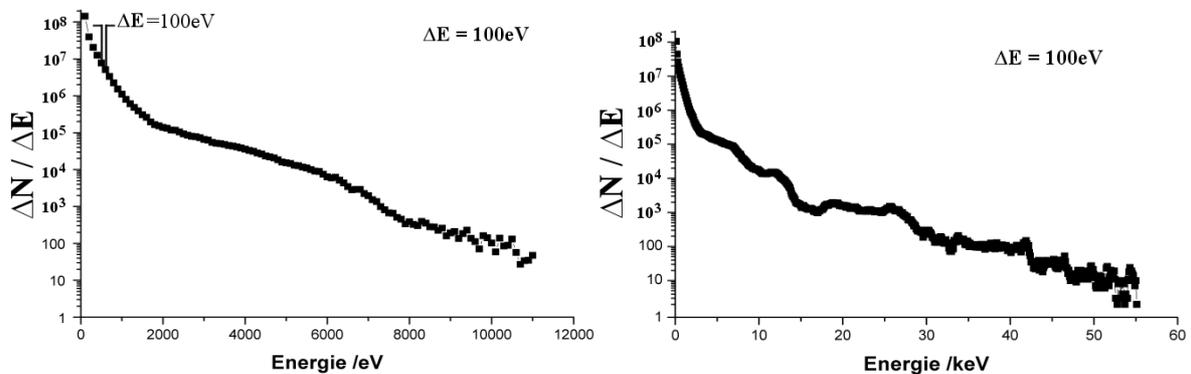


Abbildung 51: Zur E_{012} -Rechnung gehöriges Energiespektrum. *Links:* 50V/cm (mittlere Energie 238eV) *Rechts:* 100V/cm (mittlere Energie: 538eV). Die Anzahl in einem Intervall ΔE entspricht den durch das multisampling erfaßten Elektronen mit entsprechender Energie, weswegen die Gesamtzahl $\sum N_i$ der Spektrumseinträge wesentlich größer ist als N_{Start} .

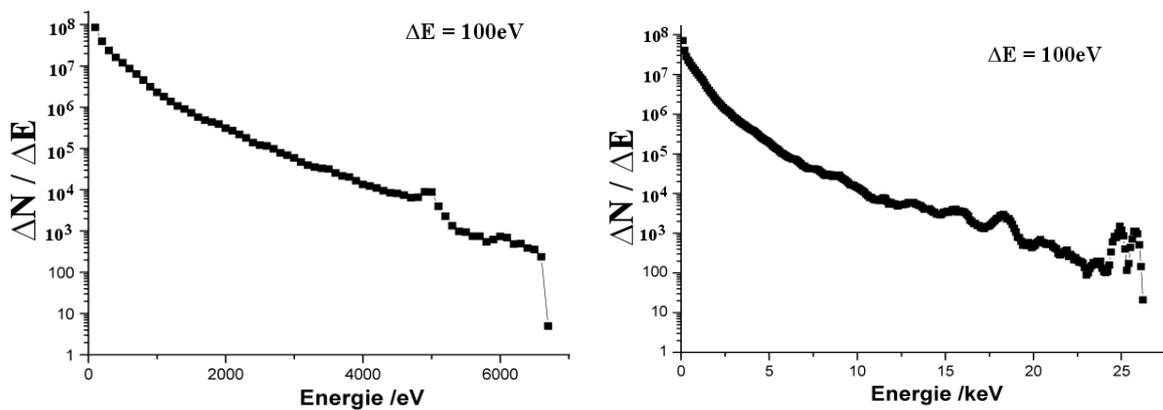


Abbildung 52: Zur H_{113} -Rechnung gehöriges Energiespektrum. *Links:* 50V/cm (mittlere Energie 332eV). *Rechts:* 100V/cm (784eV)

Zum Energiespektrum:

Da die kleinen Energien einen großen Anteil am Spektrum haben, wurde eine halblogarithmische Darstellung gewählt.

Man erkennt an den Spektren, daß die Elektronenenergien sehr schnell abfallen, wobei die mittlere Energie mit gesteigener Feldstärke zugenommen hat. Die Elektronen erreichen also in kürzerer Zeit durch die stärkere Mikrowelle höhere Energien. Außerdem erkennt man an den Spektren die Möglichkeit, die Spektren mit mehreren Zerfallskonstanten (in der Regel 2) zu fitten.

Bei gleichem Energieinhalt der beiden Modenfelder ist bei der H-Mode eine höhere mittlere Energie zu erkennen, was an den stärker ausgeprägten heizenden, zum B-Feld senkrechten, Komponenten des H-Modenfeldes liegt; dieses überkompensiert den Nachteil der im Vergleich zu E-Mode relativ geringen Energiedichte der H-Mode an der Resonanzfläche. Dafür ist die Maximalenergie bei der E-Mode deutlich größer.

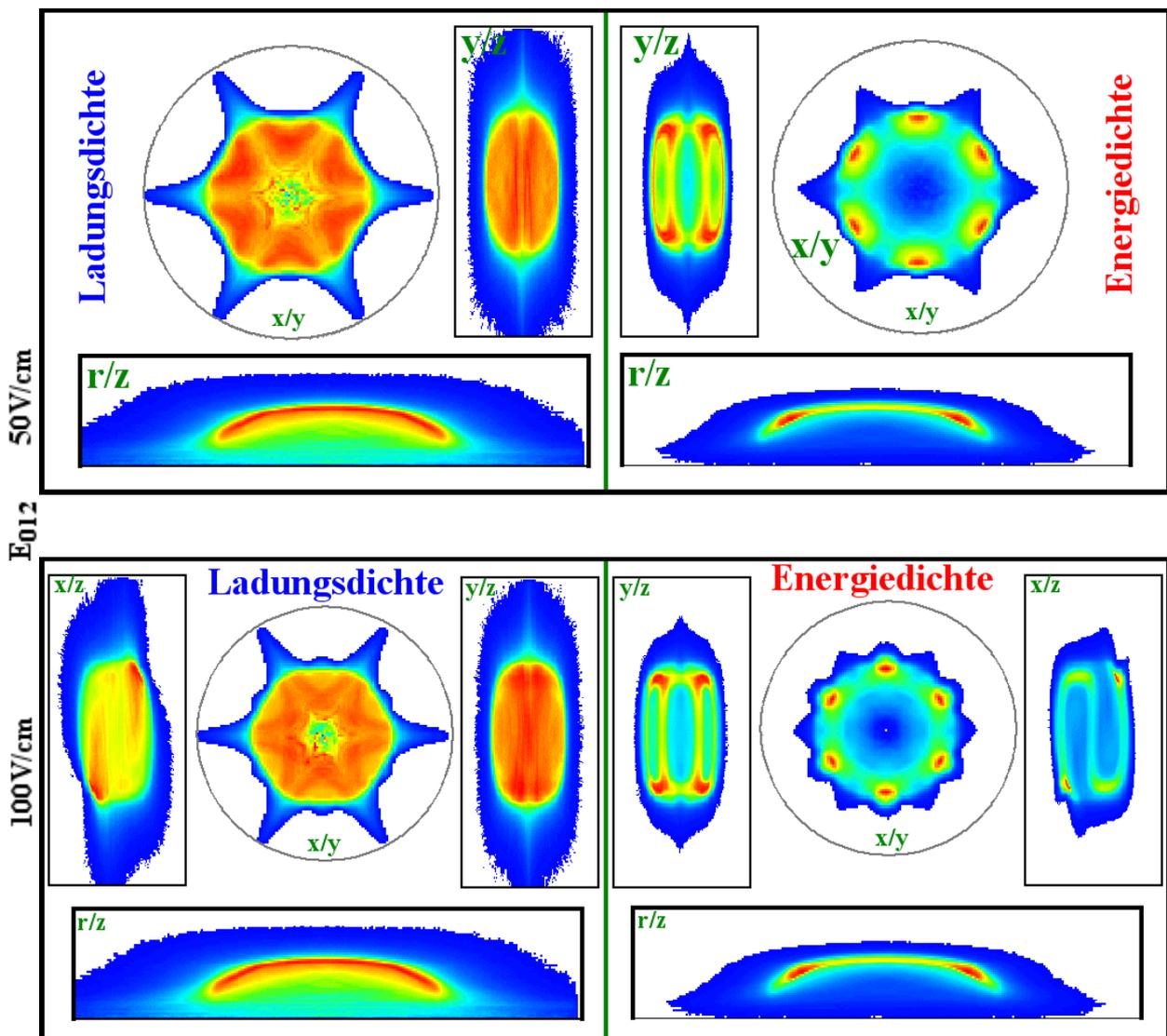


Abbildung 53: ECRIS I (E_{012}) mit mittlerer Feldstärke (50V/cm; oben) und hoher Feldstärke (100V/cm; unten). Bei den Farbbildern sind jeweils Ladungsdichte (links) und Energiedichte (rechts) in verschiedenen Projektionen dargestellt. Die verwendete Farbskala ist in Abbildung 84 zu sehen: Weiß entspricht vernachlässigbarer Dichte, blauer sehr kleiner Dichte, rot maximale Dichte.

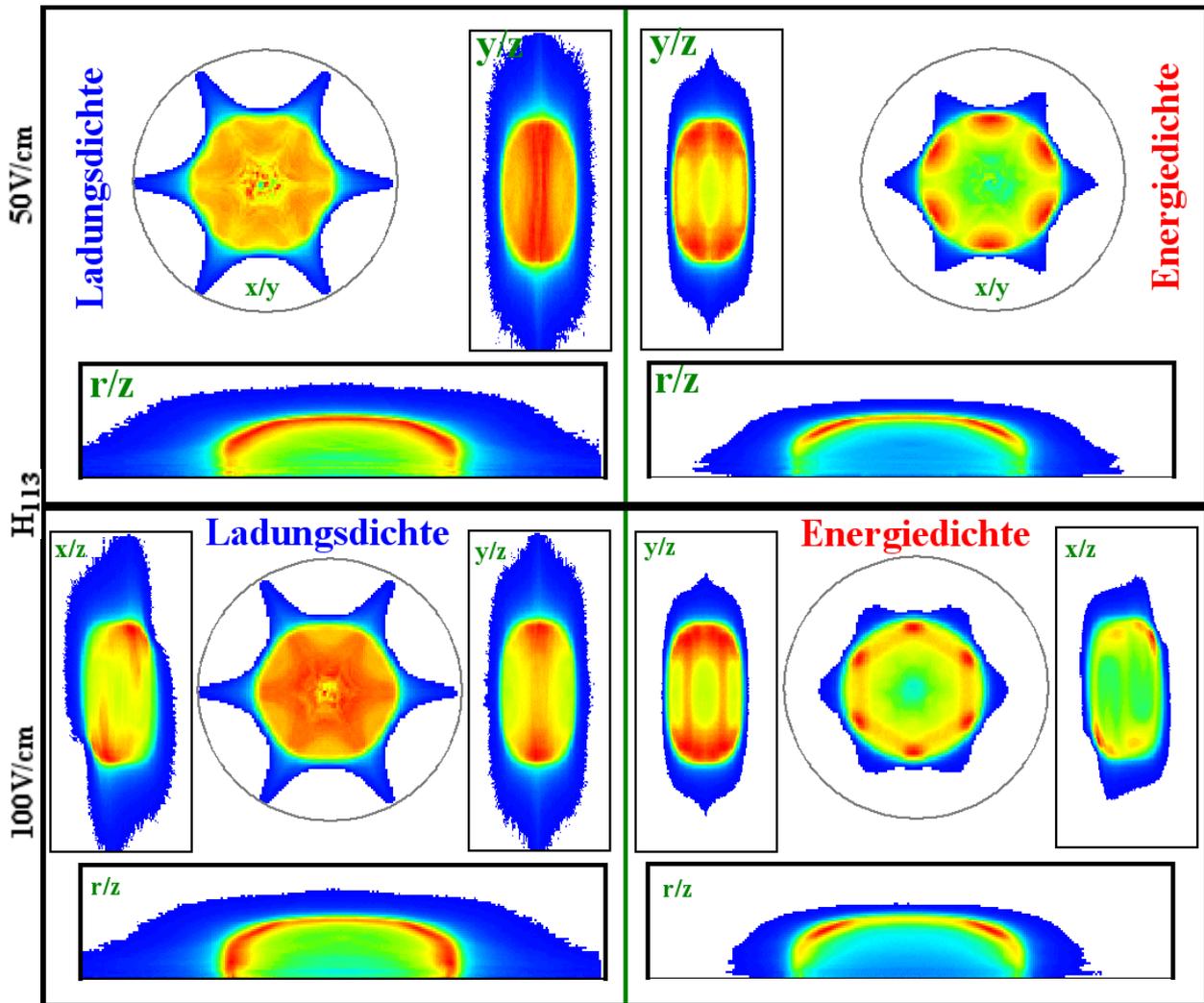


Abbildung 54: Entsprechende Darstellung für die H_{113} - Mode (mittlere Energie 332eV bzw. 784eV)

Zu den räumlichen Verteilungen:

Man sieht in Abbildung 53 und Abbildung 54, daß sich die Elektronen in erster Linie abseits der Achse und auf einer Käfigstruktur bewegen, wobei der Käfig "hinten" und "vorne" bei der H-Mode einen Deckel hat, den man in der r/z -Projektion sieht (man erinnere sich hier an die Trajektorien-Darstellung in einer S-ECRIS-Quelle, Abbildung 8, der "Deckel" entspricht dem axialen Umkehrpunkt). Das heiße Plasma wird also von der Resonanzfläche eingeschlossen. Die Käfigstruktur ist besonders bei der höheren E-Feldstärke deutlich zu sehen: das E-Feld zieht die Elektronen in Richtung Resonanzfläche. Solange die Elektronenenergien moderat und damit ihre Radien klein sind, kommt es zu einer starken Dichtekonzentration an der in Abbildung 8 gezeigten Windungslinie der Käfigstruktur.

Die E_{012} -Mode hat nur sehr schwache zum Magnetfeld senkrechte Feldkomponenten in Achsenähe, die hier hineinlaufenden Elektronen werden nicht geheizt und besitzen daher nur einen geringen axialen Einschluß, sie gehen sehr früh verloren. Dieselbe Rechnung mit H_{113} -Mode zeigt eine wesentlich höhere Elektronendichte an der Achse (siehe auch [Heinen2]): die H_{113} -Mode ist gerade im Achsenbereich sehr stark und zieht die geheizten Elektronen stärker in Richtung Achse.

In der r/z -Darstellung sieht man die räumliche Verteilung der Ladungsdichte- und Energiedichteverteilung über ϕ gemittelt (die Verteilung ist im Gegensatz zu der in PECRIS III allerdings nicht ganz zylindersymmetrisch).

6.2.1 Aufenthaltsdauerverteilungen bei ECRIS I bis $5\mu\text{s}$

Neben der Abhängigkeit der Aufenthaltsdauern von den Stoßraten ist die Frage interessant, wie die Aufenthaltsdauern von der MW-Feldstärke abhängen. Um diese Abhängigkeiten zu untersuchen, wurden zunächst die Dichte festgehalten (genauer: das Produkt P , siehe Abschnitt 6.1) und $N(t)$ für Feldstärken im Intervall 20V/cm bis 400V/cm ermittelt. Danach wurde die Feldstärke festgehalten und das Produkt P variiert.

Variation der Feldstärke - $N(t)$:

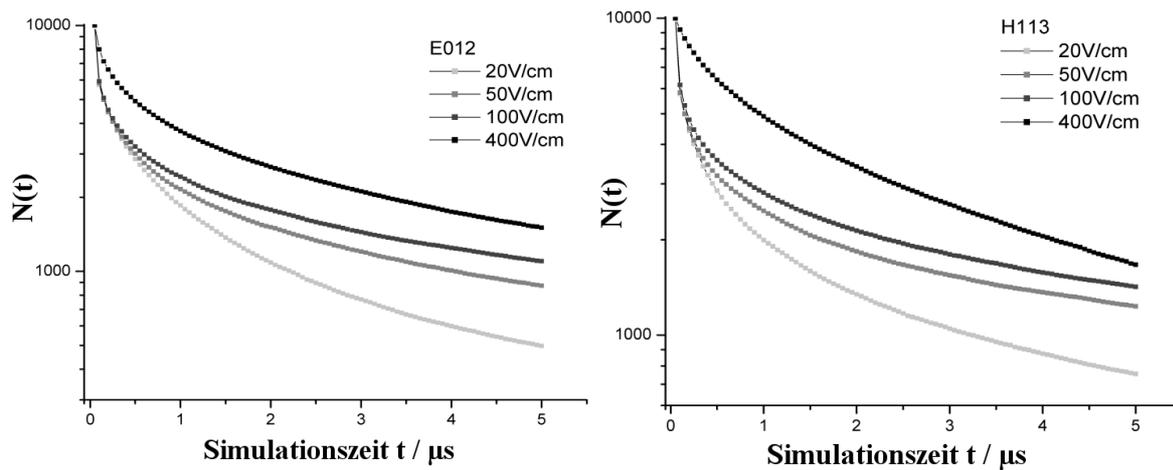


Abbildung 55: $N(t)$ (mit $N_{\text{Start}} = 10000$ Teilchen) bis $5\mu\text{s}$ der E-Mode (*links*) und H-Mode (*rechts*). $N(t)$ ist auf einer logarithmischen Skala aufgetragen.

Man sieht: je größer die Feldstärke, desto höher ist die Wahrscheinlichkeit für ein (bei $t = 0$ gestartetes) geheiztes Elektron, sich länger als $5\mu\text{s}$ in der Quelle aufzuhalten, die Stärke der Anfangsverluste ist äquivalent korreliert, d.h. je höher die E-Feldstärke, desto kleiner die Anfangsverluste. Die Endsteigung durchläuft ein Maximum (zwischen 50 und 100V/cm , beide Geraden an die Kurven sind etwa parallel).

Nach den Überlegungen des letzten Kapitels ist $N(t)$ proportional zur Altersverteilung der Elektronen des stationären Zustands. Man sieht hier also den relativen Verlauf der Altersverteilung bis $5\mu\text{s}$, kann aber keine absoluten Angaben machen, da der Verlauf $>5\mu\text{s}$ noch unbekannt ist.

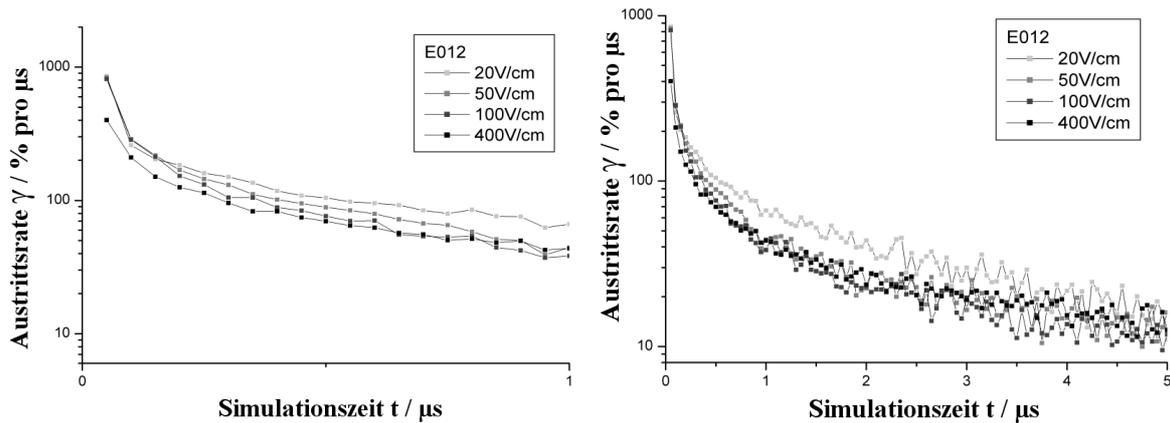
Variation der Feldstärke - $\gamma(t)$:

Abbildung 56: Darstellung der Zeitabhängigkeit der Austrittsrate $\gamma(t) = -[\Delta N(t)/\Delta t]/N(t)$ der Mode E_{012} bei unterschiedlichen Feldstärken. 100% pro μs bedeuten: Wird die momentane Austrittsrate beibehalten, haben in $1\mu s$ alle verbleibenden Elektronen die Quelle verlassen.

Man erkennt an der Darstellung der Austrittsrate $\gamma(t)$: Zwischen 0 und $1\mu s$ ist die Austrittsrate desto kleiner, je größer die Feldstärke ist. Es gibt dann einen Übergangsbereich. Zwischen 4 und $5\mu s$ sind innerhalb der statistischen Schwankung keine wesentlichen Unterschiede mehr zu sehen.

Läge die γ -Kurve von 20V/cm permanent über der Kurve von 100V/cm, so wäre sicher, daß die mittlere Aufenthaltsdauer bei 20V/cm kleiner ist als die bei 100V/cm. Diese Spekulation ist aber bedenklich, da auf das Verhalten der langlebigen Elektronen mit Aufenthaltsdauern $t_{AHD} > 5\mu s$ an dieser Stelle nicht geschlossen werden kann. Da das System nach $5\mu s$ noch lange nicht stationär ist (d.h. bei einer längeren Simulationszeit T_{SIM} wesentliche Unterschiede auftreten würden), wird $\gamma(t)$ wegen wachsender mittlerer Energien der noch gefangenen Elektronen jenseits von $5\mu s$ wahrscheinlich weiter abnehmen. Diese Entwicklung ist langsam verglichen mit der zwischen 0 und etwa $3\mu s$.

Entscheidend ist damit hier die Erkenntnis, daß der scheinbare Übergang in einen stationären Vorgang, nämlich das Erreichen einer scheinbar konstanten Zerfallsrate, trügerisch ist, da die langsame zeitliche Entwicklung der Zerfallsrate jenseits von $5\mu s$ auf viel größeren Zeitskalen abläuft. Man kann aber sagen: Ist die starke Anfangsabnahme von γ in etwa bei τ_{Lang} beendet, so kann man Elektronen mit Aufenthaltsdauer $> \tau_{Lang}$ als langlebig definieren. Die Aufenthaltsdauern der kurzlebigen Elektronen sind in erster Linie durch Startvorgaben und die anfänglich sehr starken Schwankungen des magnetischen Moments durch die MW-Wechselwirkung bestimmt. Die Aufenthaltsdauern $> 1\mu s$ bis $5\mu s$ sind dagegen in erster Linie durch Stöße dominiert (die vor allem von ihrer mittleren Energie abhängen), da ihr magnetisches Moment sich vergleichsweise langsam ändert.

Bei den kleinen Aufenthaltsdauern ist die Feldstärke so wichtig, weil sie festlegt, wie schnell die Elektronen Energie gewinnen (oder verlieren) und wie stark sich ihr magnetisches Moment erhöhen kann. Beide Effekte sorgen für eine Verbesserung des Einschlusses.

Bei großen Aufenthaltsdauern $> 5\mu s$, wie sie bald untersucht werden, kann eine zu hohe Feldstärke die Aufenthaltsdauern reduzieren, da MW-induzierte Verluste und mit höherer Energie abnehmende Stoßraten immer miteinander konkurrieren. Diese Tendenz scheint auch in der Abbildung (rechts) erkennbar, ist wegen der statistischen Schwankungen jedoch nicht eindeutig.

Die Physik der langlebigen Elektronen mit Aufenthaltsdauern $>5\mu\text{s}$ wird bei den Stationaritätsrechnungen, die bald folgen, untersucht.

Diese Abhängigkeit der Aufenthaltsdauern von der Feldstärke ist schon in [HeinenD] gesehen worden. Es wurde versucht damit den Afterglow-Effekt zu erklären (Grenzwertübergang von $20\text{V/cm} \rightarrow 0\text{V/cm}$). Hier muß man aber vorsichtig sein: Die Tendenzen können an dieser Stelle nur für relativ kurzlebige Elektronen bis $5\mu\text{s}$ nachgewiesen werden. Bei den langlebigen Elektronen (mit Aufenthaltsdauern im ms-Bereich) gibt es evtl. andere Zusammenhänge, die noch zu untersuchen sind. Insgesamt gilt aber, daß der Afterglow-Effekt zumindest teilweise durch die rapide Abnahme der Aufenthaltsdauern von relativ kalten geheizten Elektronen bei sinkender E-Feldstärke zu erklären ist.

Variation der Dichte:

Untersucht wurde die Austrittsrate in Abhängigkeit von der Elektronendichte. Verwendet wurde dabei $\langle Q \rangle = 6$. Wahrscheinlich ist $n_e = n_{\text{cutoff}}/8$ wegen des ausgesprochen schlechten Einschlusses der ECRIS I realistischer als $n_{\text{cutoff}}/2$.

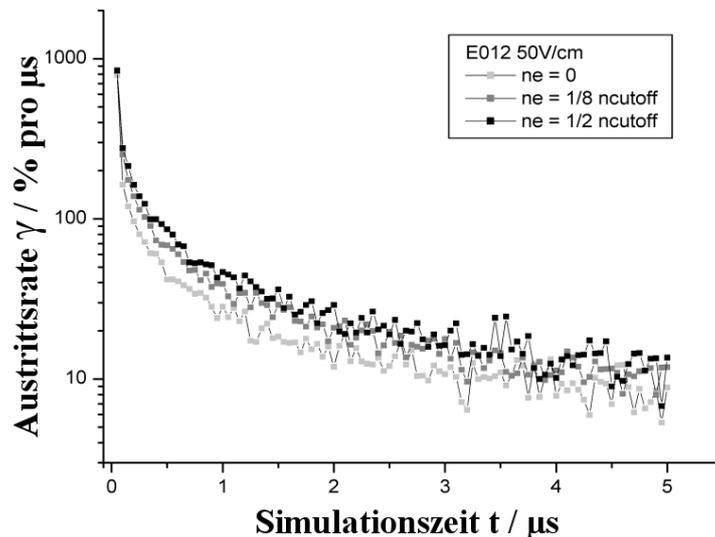


Abbildung 57: Darstellung der Zeitabhängigkeit von $\gamma(t)$ der Mode E_{012} bei unterschiedlichen Dichten

Wie erwartet erhöht sich die Austrittsrate $\gamma(t)$ bei den kleinen Aufenthaltsdauern mit steigender Dichte. Da die mittlere Energie mit steigender Dichte leicht anwächst (die niederenergetischen Elektronen werden vermehrt herausgestreut) und die Stoßraten neben der Dichte sehr stark von der Energie abhängen, kommt es bezüglich der Verluste zu einer Konkurrenz zwischen Dichte- und Energiezunahme.

Der Dichteeffekt scheint aber (innerhalb der Statistik) an dieser Stelle zu überwiegen.

Rechnet man ohne Stöße, fliegen die Elektronen, nach Abklingen der Anfangsschwankungen des γ (also in diesem Fall nach etwa $3\mu\text{s}$), hauptsächlich wegen der bahnstörenden Mikrowellen-Wechselwirkung aus dem Plasma.

6.3 Die stationäre ECRIS I

Die vollständige Information über die Population der geheizten Elektronen erhält man mit Durchführung der Stationaritätsrechnung, wie sie im letzten Kapitel beschrieben wurde. Es treten hierbei Aufenthaltsdauern von mehreren ms auf (die Simulationszeit wurde auf maximal 5 ms beschränkt, also $T_{\text{SIM}} = 5\text{ms}$).

Da die Aufenthaltsdauern der Elektronen in ECRIS I verglichen mit anderen, leistungsfähigeren Quellen relativ klein sind, ist der benötigte Rechenaufwand bei dieser Quelle relativ gering.

Die Wahrscheinlichkeit, ein Elektron länger als 1ms berechnen zu müssen, ist hier eher gering.

Hier das Ergebnis der stationären Rechnung mit der Mode E_{012} und einer mittleren Feldstärke von 50V/cm, dargestellt sind die räumlichen Verteilungen der geheizten Elektronen:

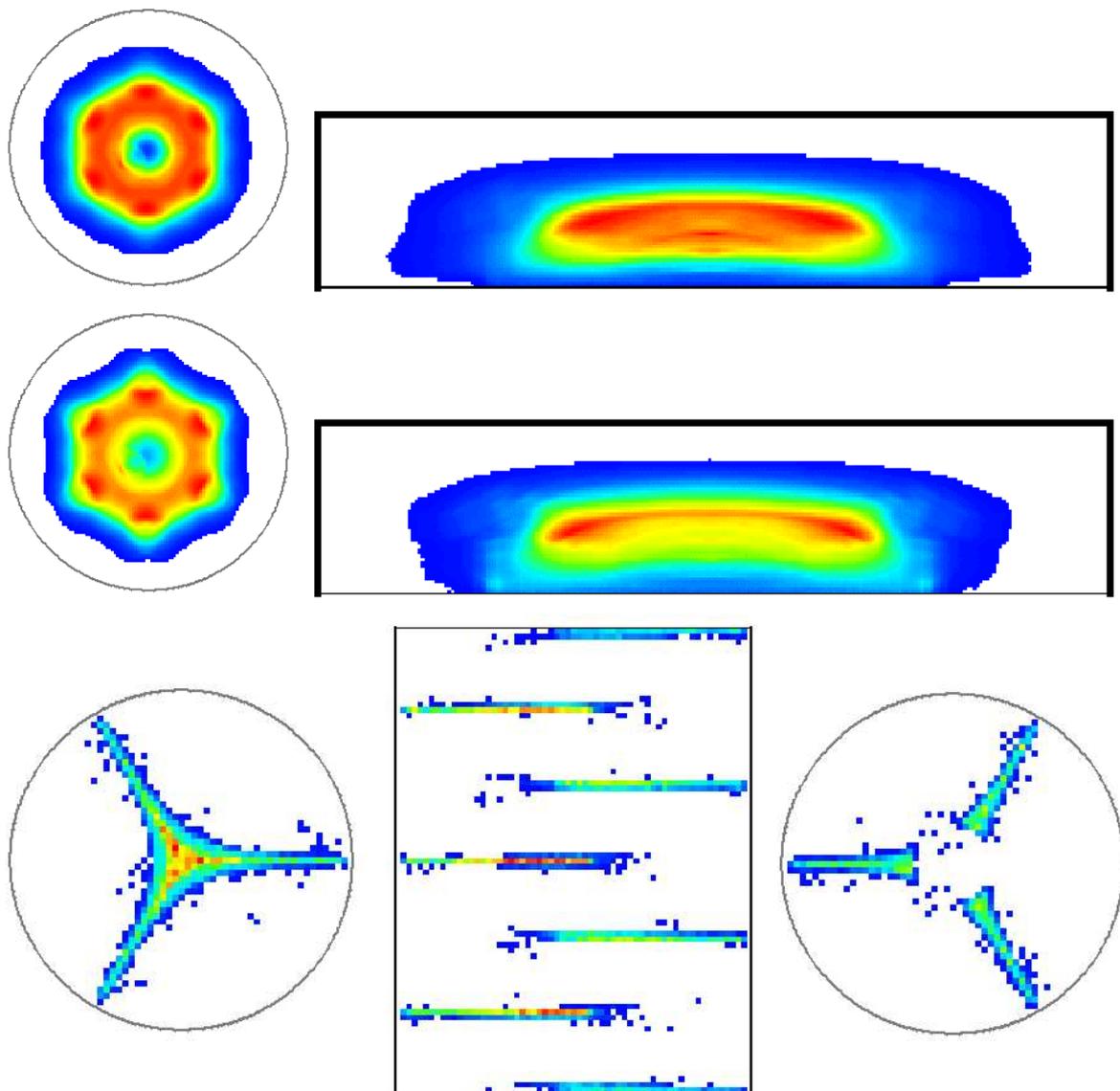


Abbildung 58: *Oben:* Ladungsdichteverteilung (xy- und rz-Projektion) ; *Mitte:* Energiedichteverteilung ; *Unten:* Wandaufprallverteilung (hier sieht man den Einfluß der Extraktion, die Elektronen mit weniger als 10keV Longitudinalenergie zurückwirft). *Links:* Frontwand, *Mitte:* abgerollter Mantel, *rechts:* Extraktionsseite.

Bei 50V/cm beträgt die mittlere Lebensdauer $\langle\tau\rangle$ nur etwa $10\mu\text{s}$, die Energieeinschlußzeit nur etwa $200\mu\text{s}$. Dies erklärt die schlechte Performance von ECRIS I, da für ein gutes Ladungsspektrum höhere Elektroneneinschlußzeiten (im Bereich einige $100\mu\text{s}$ bis ms) erforderlich sind [VittP]. Die genaue Lage der für den Einschluß optimalen E-Feldstärke soll bei PECRIS III bestimmt werden, da dies eine weitaus interessantere Quelle ist.

Zu sehen ist hier das Energiespektrum, die mittlere Energie beträgt 5.7keV .

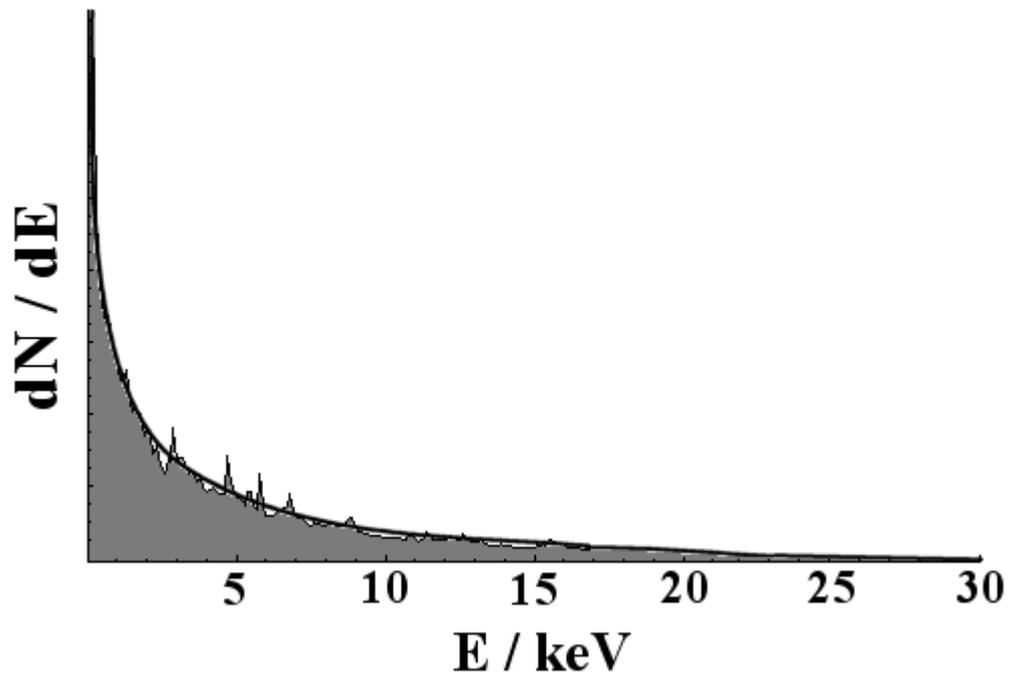
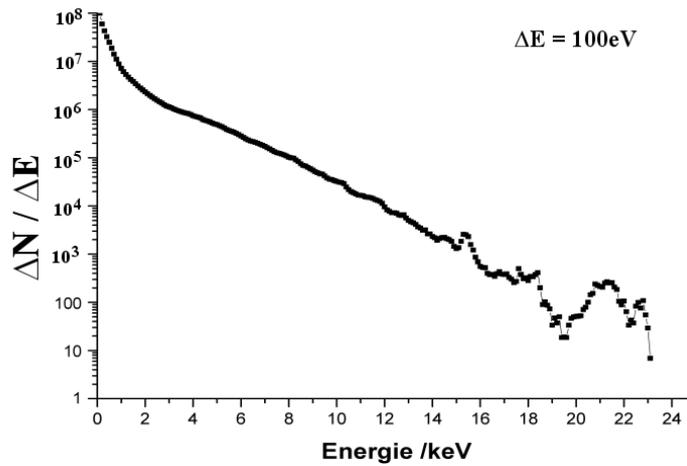


Abbildung 59: Energiespektrum von ECRIS I, E_{012} (50V/cm entsprechend mittlerer MW-Leistung, siehe Abschnitt 2.5.6)

6.4 Die Analyse von PECRIS III ($T_{SIM} = 5\mu s$)



Mode H_{113} : 50V/cm

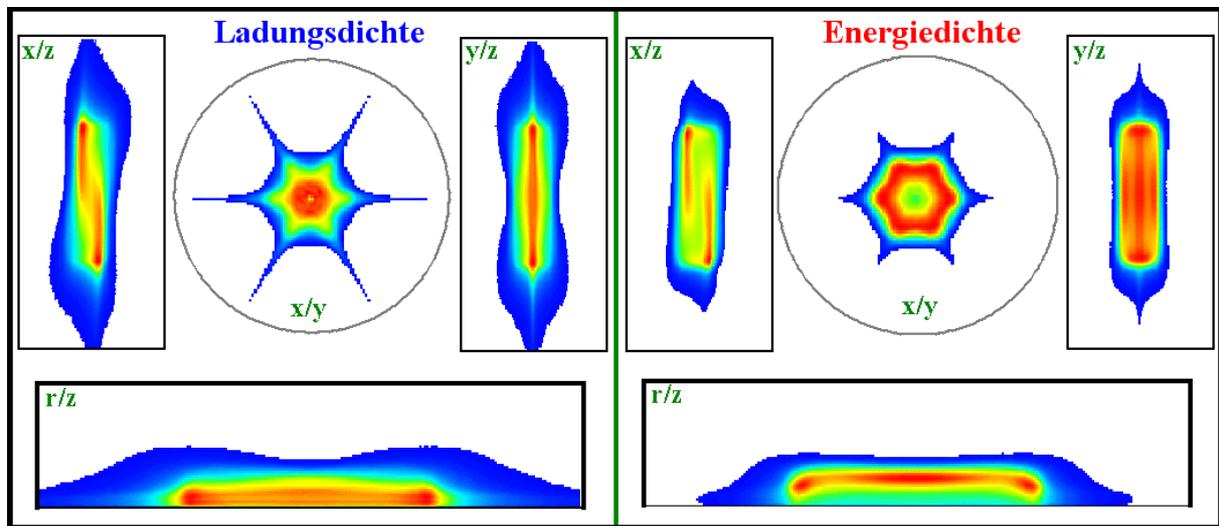


Abbildung 60: PECRIS III (H_{113}) mit mittelgroßer E-Feldstärke. Dargestellt sind jeweils Ladungsdichte (links) und Energiedichte (rechts) in verschiedenen Projektionen. Oben: Dazugehöriges Energiespektrum in halblogarithmischer Darstellung (mittlere Energie 802eV).

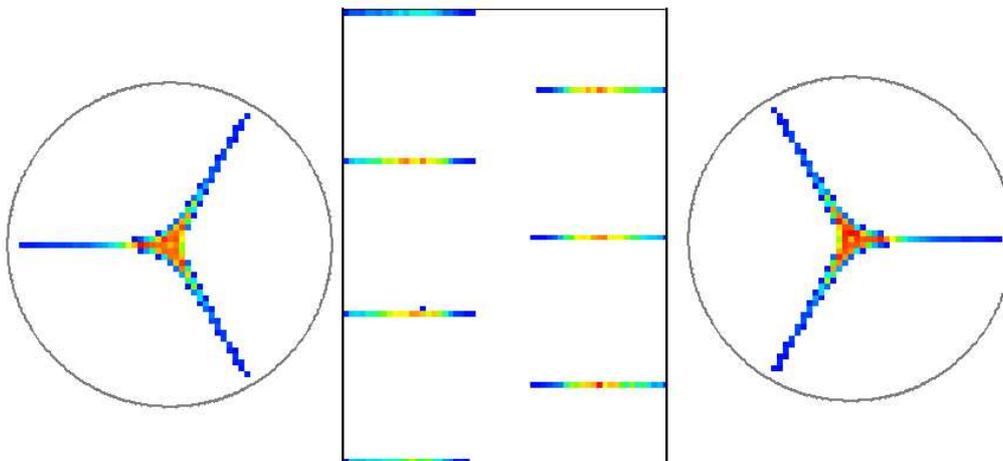


Abbildung 61: Aufprallverteilung auf Frontwand, Mantel und Rückwand bei ECRIS III - H_{113} (Rechnung ohne Extraktionsspannung).

Entsprechend ECRIS I wurden für PECRIS III Rechnungen bis $5\mu\text{s}$ Aufenthaltsdauer durchgeführt. Die Feldstärke liegt bei 50V/cm (entsprechend mittlerer Feldstärke, siehe Abschnitt 2.5.6), die Frequenz liegt 0.5% über der Resonanzfrequenz des absoluten Frequenzminimums ($f = 1.005 \cdot f_0$).

f_0 ist die dem absoluten B-Feld-Minimum B_{\min}^{abs} entsprechende Resonanzfrequenz.

Am Energiespektrum erkennt man auch hier die Dominanz der relativ kalten geheizten Elektronen (90% der Teilchen haben Energien zwischen 0 und 1keV). Man erkennt weiter an den räumlichen Dichtedarstellungen, daß sich die relativ heißen Elektronen sehr lokalisiert an ihrer Resonanzfläche aufhalten (sie bilden einen "Mini-Käfig"), während die Mehrzahl der Ladungen stark mittig konzentriert sind. Erhöht man die Frequenz, so wandert das Maximum der Energiedichte weiter von der Achse weg, der Ring weitet sich aus. Die Quelle geht dann in eine Quelle mit Standard-Minimum-B-Konfiguration über.

Die Heizeffizienz hat sich im Vergleich mit ECRIS I stark erhöht, wie man an den Energiespektren und der mittleren Energie (802eV) erkennen kann. Die Dichte möglichst nah an der Achse zu haben und ein möglichst günstiges Energiespektrum sind für die Ionenextraktion entscheidend wichtig. Die optimale Frequenz für die Ionenströme kann man experimentell finden. Sie liegt tatsächlich knapp oberhalb von f_0 [RütherD].

Man erkennt im Spektrum einen leichten Knick bei $2,5\text{keV}$. Dies entspricht $0,5\%$ Massezunahme und damit etwa der Buckelhöhe des W's des PECRIS III - Plateaus (siehe Abschnitt 2.4.1). Bis hierhin werden die Elektronen sehr schnell hochgeheizt, dann müssen sie den magnetischen "Wall" hoch.

6.4.1 Aufprallverteilungen

Die Aufprallverteilungen in Abbildung 61 ähneln denen von ECRIS I. Die Streifenstrukturen sind allerdings viel komprimierter, was durch den Magnetfeldlinienverlauf erklärbar ist (siehe Kapitel 2, die absoluten Feldstärken und -Gradienten sind bei PECRIS III viel größer als bei ECRIS I). Die Elektronen besitzen beim Austritt im Vergleich zur mittleren Energie der gefangenen Elektronen sehr kleine mittlere Energien (hier 33eV , d.h. in der Größenordnung des Plasmapotentials). Ihre Bahnen sind deswegen sehr eng mit den Feldlinien verbunden.

Die mittlere Energie der austretenden Elektronen wird sich bei den Stationaritätsrechnungen beträchtlich erhöhen (siehe weiter unten).

Auch ist der Austritt sehr stark axial dominiert: Nur 11% fliegen radial heraus, bei ECRIS I 47% , d.h. in etwa gleichverteilt.

Wie schon mehrfach erwähnt, werden diese Spuren (die hauptsächlich von austretenden "Sputter-" Ionen stammen) in allen EZR-Quellen gesehen, ihre Struktur ist ähnlich scharf.

6.4.2 Einschlußverhalten bei Variation der E-Feldstärke (bis $5\mu\text{s}$)

Wie schon bei ECRIS I werde die E-Feldstärke variiert, um die Veränderung des Teilchen-Einschlußverhaltens zu beobachten:

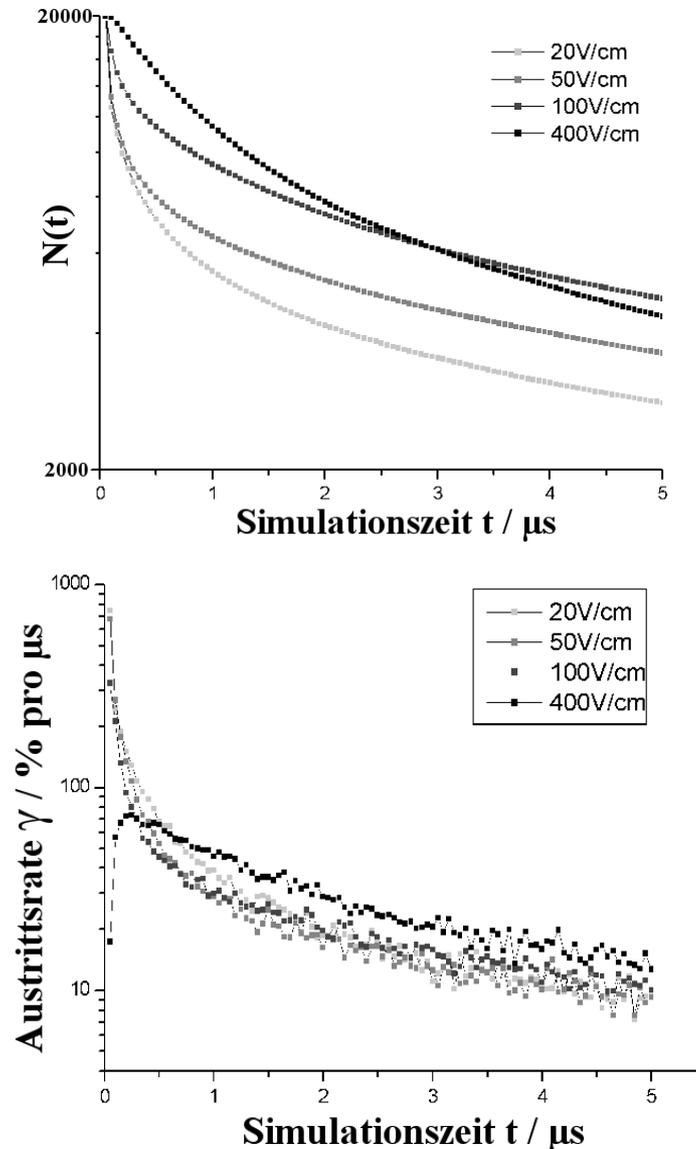


Abbildung 62: $N(t)$ und $\gamma(t)$ von PECRIS III in Abhängigkeit von der E-Feldstärke. Die Tendenzen aus ECRIS I setzten sich hier fort.

Die schon in ECRIS I beobachteten Tendenzen sind hier noch deutlicher zu sehen:

Hohe Feldstärken erhöhen (bei gleichbleibender Elektronendichte) den Einschluß in der Anfangsphase der Simulation, verschlechtern aber den Einschluß bei längeren Simulationszeiten.

Dies wird besonders bei Verwendung hoher Feldstärken (siehe 400V/cm) deutlich.

Im Vergleich zu den ECRIS I - Rechnungen wurden doppelt so viele Teilchen gerechnet, was die statistischen Schwankungen deutlich reduzierte.

6.4.3 Der Einfluß der Stöße in PECRIS III (bis $5\mu\text{s}$)

Die Bedeutung der Stöße für das Einschlußverhalten bis $5\mu\text{s}$ ist in der folgenden Abbildung zu sehen: Stöße sind besonders bei kleinen Feldstärken wichtig.

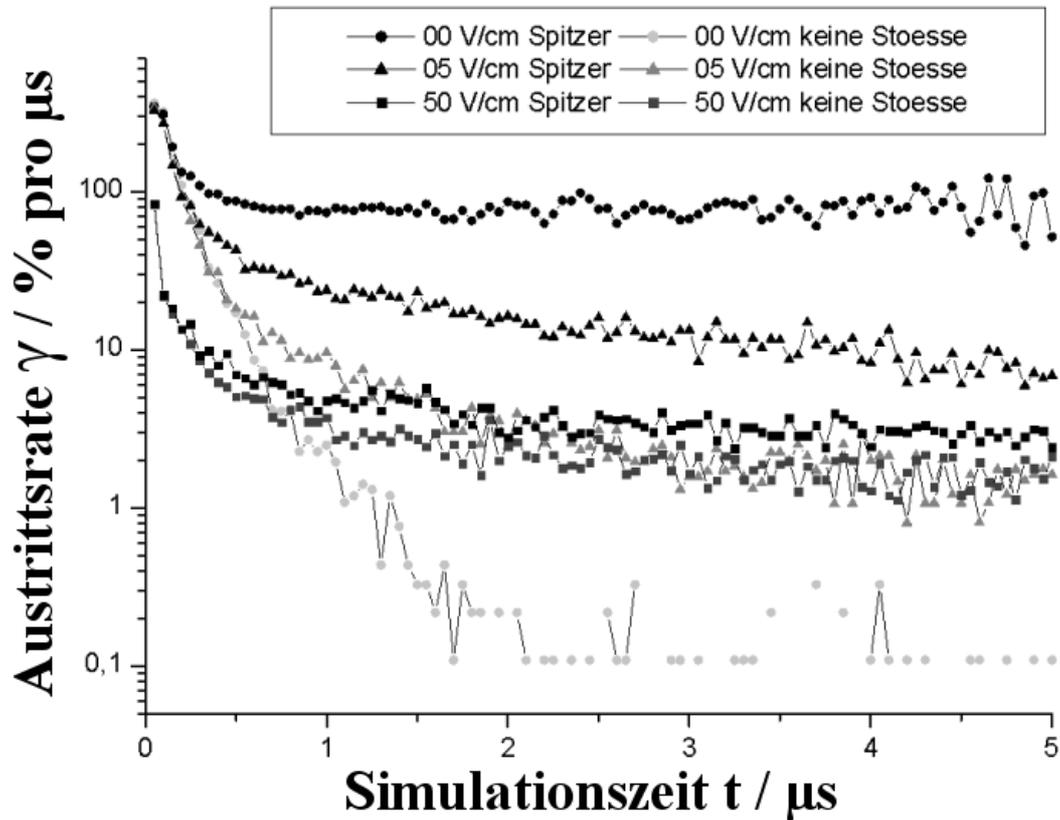


Abbildung 63: E-Feldstärke-Abhängigkeit der Zerfallsrate $\gamma(t)$ in den ersten $5\mu\text{s}$ mit und ohne Stöße, bei den kleinsten Feldstärken spielen die Stöße die größte Rolle.

Beschreibung der Abbildung:

0V/cm, keine Stöße: Am Anfang fliegen die Teilchen im Verlustkegel aus der Quelle. Dies geschieht sehr schnell, danach sinkt die Austrittsrate praktisch auf Null.

0V/cm, Stöße: die Verlustrate ist maximal

5V/cm, keine Stöße: es treten die ersten MW-induzierten Verluste auf

5V/cm, Stöße: zusätzlich treten Streuverluste auf

50V/cm, keine Stöße: die Anfangsverluste sind aufgrund der MW-Heizung deutlich reduziert, dafür sind die späteren Verlustraten höher als bei 0V/cm bzw. 5V/cm (jeweils ohne Streuung)

50V/cm, Stöße: zusätzlich treten Streuverluste auf

6.4.4 Dichtevariation bei PECRIS III (bis $5\mu\text{s}$)

Wie bei ECRIS I wurde die Austrittsrate bei verschiedenen Elektronendichten untersucht.

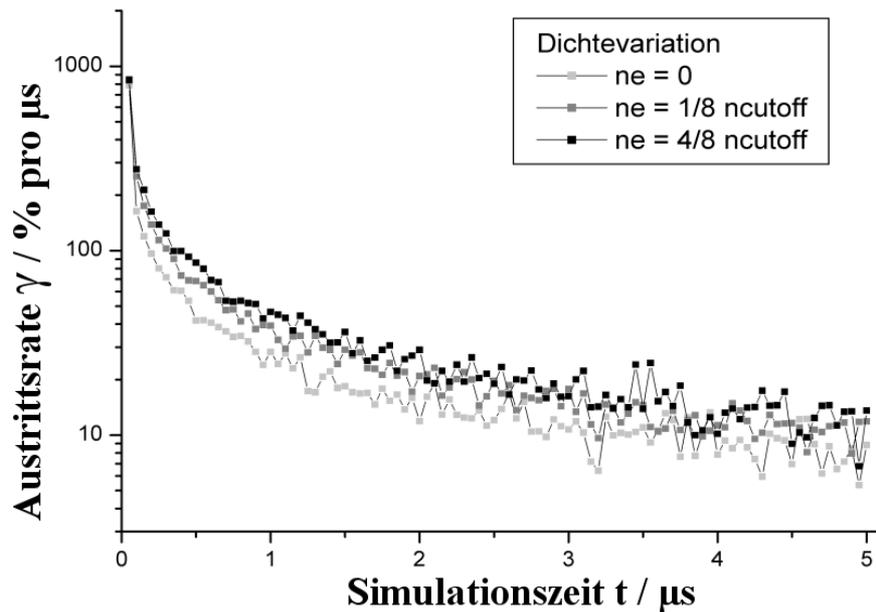


Abbildung 64: Austrittsrate $\gamma(t)$ bei verschiedenen Elektronendichten ($\langle Q \rangle = 8$).

In Abbildung 64 wird die Verlustrate γ bei verschiedenen Dichten (mit $\langle Q \rangle = 8$) dargestellt. Auch hier ist, wie bei ECRIS I, die starke Abhängigkeit der Verlustraten von der Stoßpartnerdichte besonders bei kleinen Aufenthaltsdauern (also kleine t) zu sehen.

6.5 Überprüfung des Stationaritätskriteriums anhand PECRIS III

Zur Überprüfung des Stationaritätskriteriums aus Abschnitt 5.5.3 wurde PECRIS III mit $H_{113}(50V/cm)$ bis zur Stationarität (3%-Kriterium) berechnet ($\mu = N_{Rest} / N_{Lang} = 2.6\%$, mit $N_{Rest} = 338$ und $N_{Lang} = 13000$). Folgende Werte ergaben sich (siehe auch Abbildung) :

$$\overline{LAHD} = 0.11ms, \tau_{Lang} = 0.55ms, \langle \tau \rangle = 0.124ms \text{ (durch Extrapolation)}$$

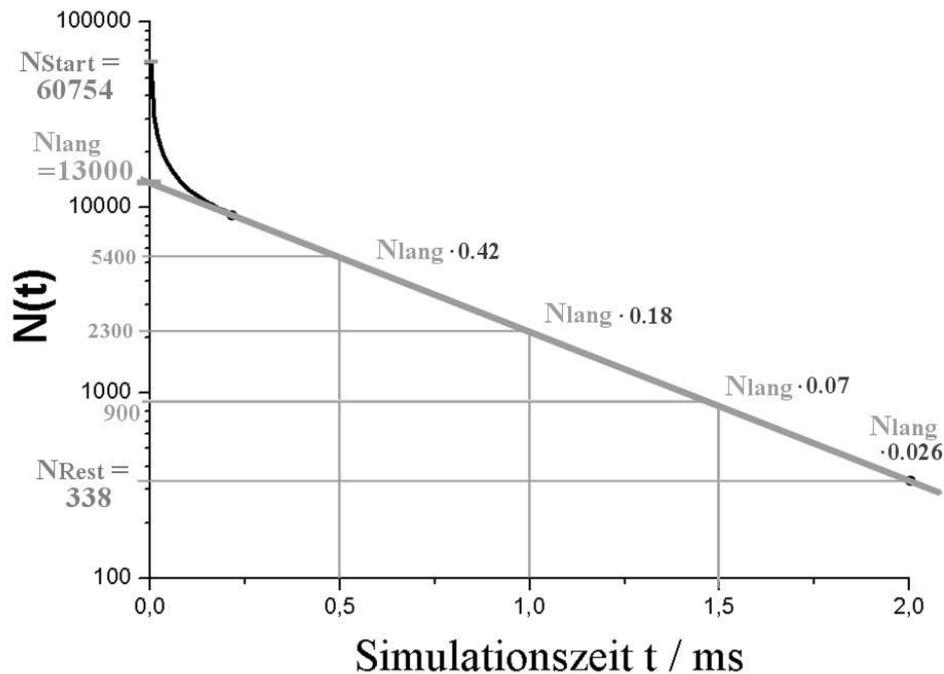


Abbildung 65: $N(t)$ für die durchgeführte Testsimulation.

Um nun die Konvergenz der Simulation zu überprüfen, wurde die Simulation nach 0.5ms, 1.0ms und 1.5ms unterbrochen und jeweils eine Auswertung der Simulationsdaten vorgenommen. Das Ergebnis ist in Abbildung 66 für die Energiespektren und in Abbildung 67 für die räumlichen Verteilungen aufgetragen. Hier wurden jeweils die Kurve der nicht-abgebrochenen Kurve (grau) und die einer abgebrochenen Rechnung gleichzeitig aufgetragen. Die Flächen unten den Kurven sind dabei jeweils identisch.

Für die mittlere Energie ergab sich (in Klammern die Differenz zur 2.0ms-Rechnung):

$$\langle E \rangle (2.0ms) = 27.4keV; \langle E \rangle (1.5ms) = 27.0keV (-1.46\%); \langle E \rangle (1.0ms) = 25.6keV (-6.6\%); \langle E \rangle (0.5ms) = 21.5keV (-21.5\%);$$

Als Resultat läßt sich eine Konvergenz der Spektren feststellen, die ab 1.0ms rapide zunimmt.

Die nicht zu Ende gerechneten Elektronen tragen (wie nicht anders zu erwarten) große Energien und führen dazu, daß die mittlere Energie der konvergierten Rechnung über denen der abgebrochenen Rechnungen liegt.

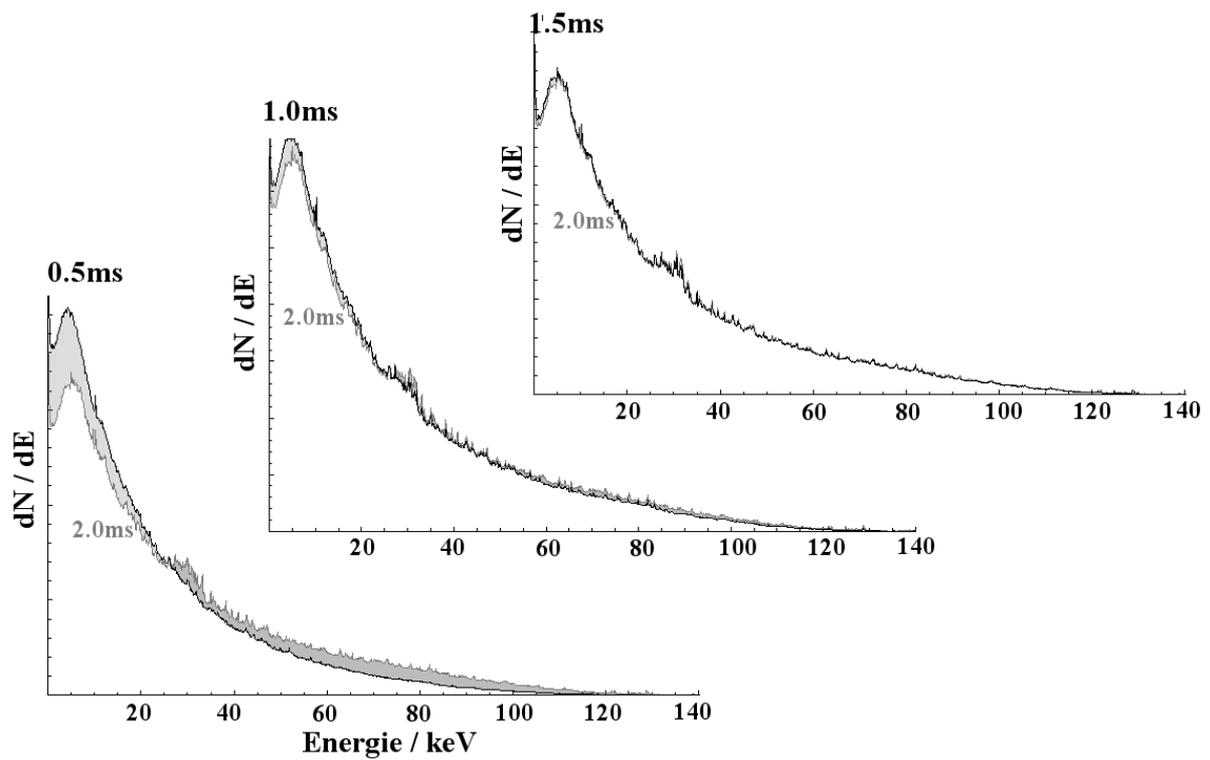


Abbildung 66: Energiespektren (schwarze Kurven) jeweils mit 2.0ms Spektrum (graue Kurve) und Flächendifferenz dargestellt.

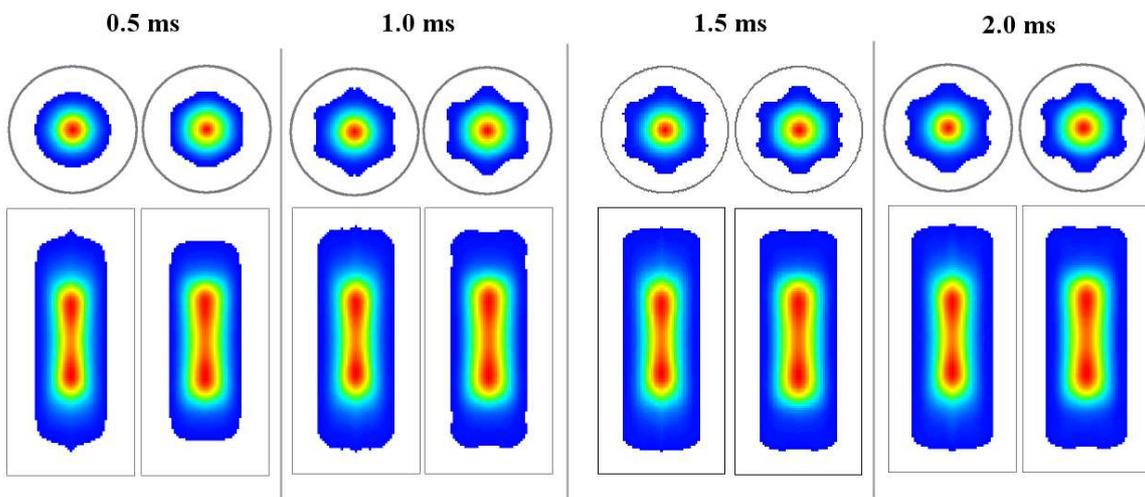


Abbildung 67: Ladungs- und Energiedichteverteilungen. Ab 1.0ms sind fast keine Veränderungen mehr festzustellen.

Es läßt sich also feststellen:

Bei $(N_{\text{Rest}} / N_{\text{Lang}}) < 10\%$ ähneln sich die Spektren schon sehr stark, vor allem die räumlichen Verteilungen sind kaum zu unterscheiden. Erst bei $(N_{\text{Rest}} / N_{\text{Lang}}) > 20\%$ sind stärkere Abweichungen der Simulationsergebnisse von der auskonvergierten Rechnung zu erwarten, weswegen in der Regel ein 20%-Stationaritätskriterium zufriedenstellende Ergebnisse liefern sollte.

6.6 Die stationäre PECRIS III

Die Quelle wurde mit $T_{\text{SIM}} = 5\text{ms}$ und $N_{\text{Start}} = 28114$ Elektronen simuliert.

MW-Parameter: H_{113} mit 20V/cm (entsprechend kleiner Leistung) und Frequenz 6.7GHz (entsprechend $1,005 \cdot f(B_{\text{min}}^{\text{abs}})$, also $f = 1,005 \cdot f_0$). Extraktionsspannung: 20kV ; $n_e = 0,5 \cdot n_e^{\text{cutoff}}$. Das verwendete $\langle Q \rangle = \langle q^2 \rangle / \langle q \rangle = 8$ wurde aus dem PUMA-Spektrum (siehe Abschnitt 3.1.3) abgeleitet.

6.6.1 $N(t)$ und Energiespektrum

Es ergab sich $N_{\text{Rest}} = 463$ (1.64% von N_{Start}). Die Darstellung von $N(t)$ ist in Abbildung 68 in logarithmischer Form zu sehen. Man erkennt die Gruppe der langlebigen Teilchen mit näherungsweise exponentiellem Abklingen mit $\tau_{\text{lang}} \approx 2,4\text{ms}$. $N_{\text{Lang}} \approx 3800$. $N_{\text{Rest}}/N_{\text{Lang}}$ liegt somit bei 12.2%. Die mittlere Aufenthaltsdauer der Verlustelektronen beträgt $\overline{t_{\text{AHD}}} = 0,32\text{ms}$. Aus der Extrapolation mit τ_{lang} folgt für die mittlere Lebensdauer $\langle \tau \rangle = 0,44\text{ms}$.

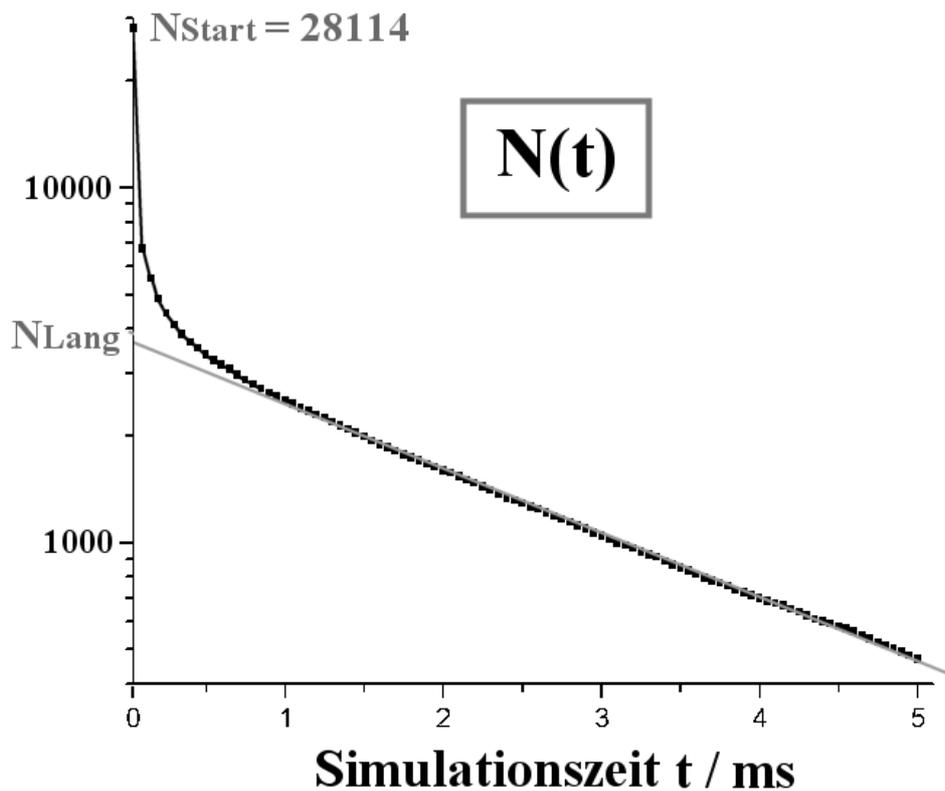


Abbildung 68: $N(t)$ bei PECRIS III, H_{113} , 20V/cm , $f = 1,005 \cdot f_0$.

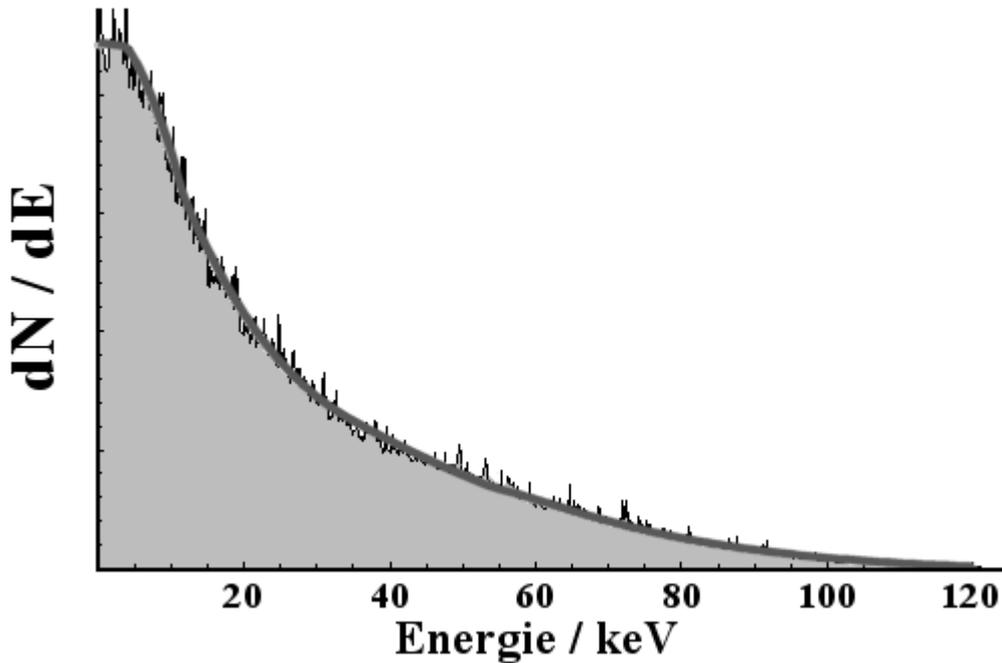


Abbildung 69: Energiespektrum. Man erkennt eine (weiche) Abbruchkante, die bei etwa 3keV liegt, was ungefähr 0.6% relativistischer Massenzunahme und der Welligkeit der B-Feld-Plateaus entspricht.

Im Energie-Spektrum (Abbildung 69) erkennt man die durch die Welligkeit des Plateaus verursachte Abbruchkante bei einigen keV. Die kleinen peaks in der Energieverteilung kommen durch das multi-sampling-Verfahren der Energieerfassung zustande: ein einzelnes Simulationselektron hält sich relativ lange im Bereich eines Energieintervalls auf, so daß ein peak in die Höhe wächst. Derartige peakstrukturen verschwinden mit größeren Teilchenzahlen (die natürlich einen noch höheren Rechenaufwand verlangen). Die stationäre mittlere Energie beträgt $\langle E \rangle = 25\text{keV}$. Die mittlere Energie der an die Wand fliegenden Elektronen beträgt: $\langle E \rangle_v = 3\text{keV}$. Insgesamt ergibt sich folgende Tabelle:

F	T _{SIM}	N ₀	N _{Lang}	N _{Rest}	τ_{Lang}	$\overline{t_{AHD}}$	$\langle \tau \rangle$	$\langle E \rangle$	$\langle E \rangle_v$	τ_E
V/cm	ms							keV		ms
20	5	28114	3800(13.5%)	463 (12%)	2.4ms	0.32ms	0.44 ms	25	3 keV	3.7

$$f = 1.005 \cdot f_0 \quad n_e = n_{cutoff} / 2 \quad \langle Q \rangle = 8$$

$\overline{t_{AHD}}$: mittlere Aufenthaltsdauer der Verlustelektronen

$\langle E \rangle_v$: mittlere Energie dieser Elektronen

$\tau_E = \langle E \rangle / \langle E \rangle_v \cdot \langle \tau \rangle$; τ_E ist die *Energieeinschlußzeit* der Elektronen (siehe Abschnitt 3.5.6).

Aufgrund der im letzten Abschnitt durchgeführten Untersuchung und weil nur das 20% Stationaritätskriterium erfüllt ist, wird das stationäre $\langle E \rangle$ nur unwesentlich größer sein als 25keV.

6.6.2 Stabilitätsinseln der Energie

In der folgenden Abbildung sieht man das Ergebnis einer Rechnung mit 15V/cm. Man erkennt mehrere Stabilitätspeaks u.a. bei 40keV. Auch in der Verteilung der Austrittsenergien erkennt man, daß Elektronen in diesem Energiebereich gut eingeschlossen sind.

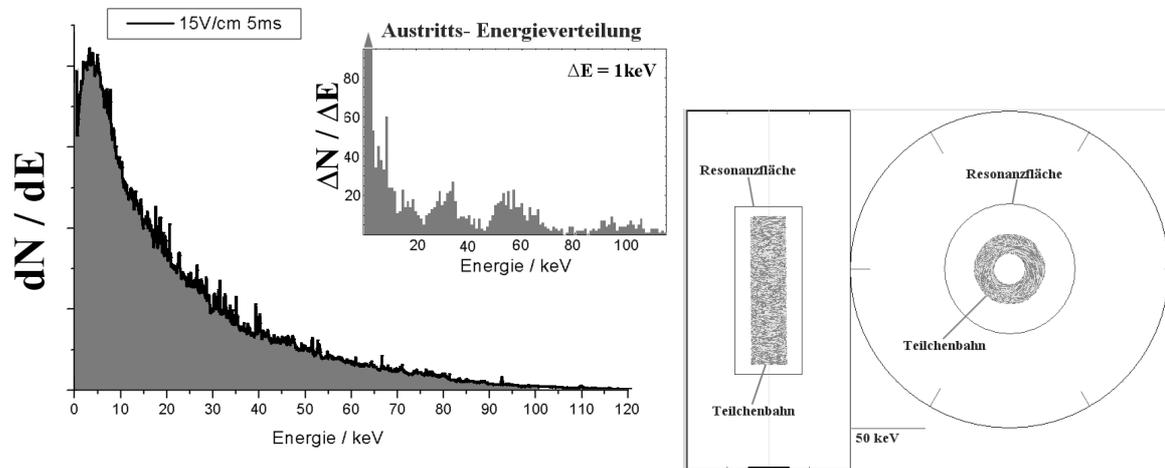


Abbildung 70: Energie-Stabilitätsinsel bei PECRIS III. *Links:* Energie- und Austrittsenergie-Verteilung. *Rechts:* Bildschirmhardcopy der Bahn eines 50keV-Elektrons mit eingezeichneter Resonanzzone. Eingezeichnet die X/Z- und die X/Y-Projektion der Bahn.

Die auffällige Erhöhung (peak) des Energiespektrums an einigen Stellen des Energiespektrums (u.a. bei 40keV) ist auf stabile "Inseln" zurückzuführen:

Es gibt besonders stabile Bahnen, die sich nahezu konzentrisch um die Z-Achse bewegen und dabei einen Hohlzylinder ausfüllen (bei 50keV liegt der Bahnradius bei 0.24T bei 3.2mm, was in etwa der Ausdehnung des Resonanz-Volumens entspricht). Sie sind so weit von der (für diese Energien) radial und axial weiter außen liegenden Resonanzfläche entfernt, daß ihre Energie über lange Zeiten (bis zu 100 μ s) nahezu konstant bleibt (sie kreuzen dabei also nicht die Resonanzzone).

6.6.3 Stationäre räumliche Verteilungen

In der folgenden Abbildung sind die räumlichen Verteilungen entsprechend den Verteilungen bei ECRIS I (Abschnitt 6.3) gezeigt. Man sieht sofort, daß sich diese von den Verteilungen bei ECRIS I stark unterscheiden: die maximale Elektronen(energie-)dichte liegt auf der Achse.

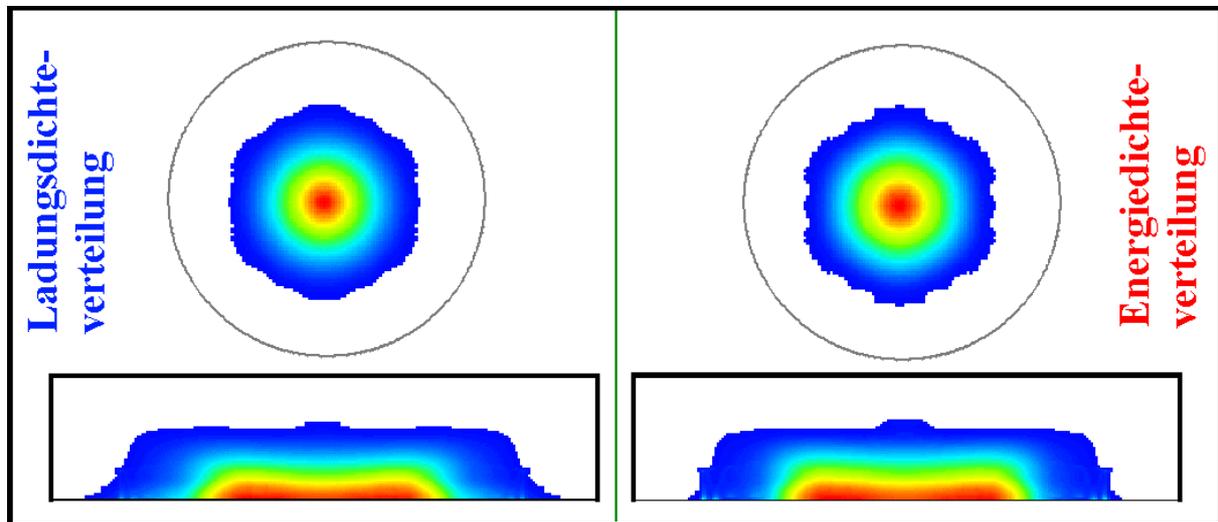


Abbildung 71: Ladungsdichte- (*links*) und Energiedichteverteilung (*rechts*) von PECRIS III. *Oben:* x/y-Projektion, *unten:* r/z-Projektion

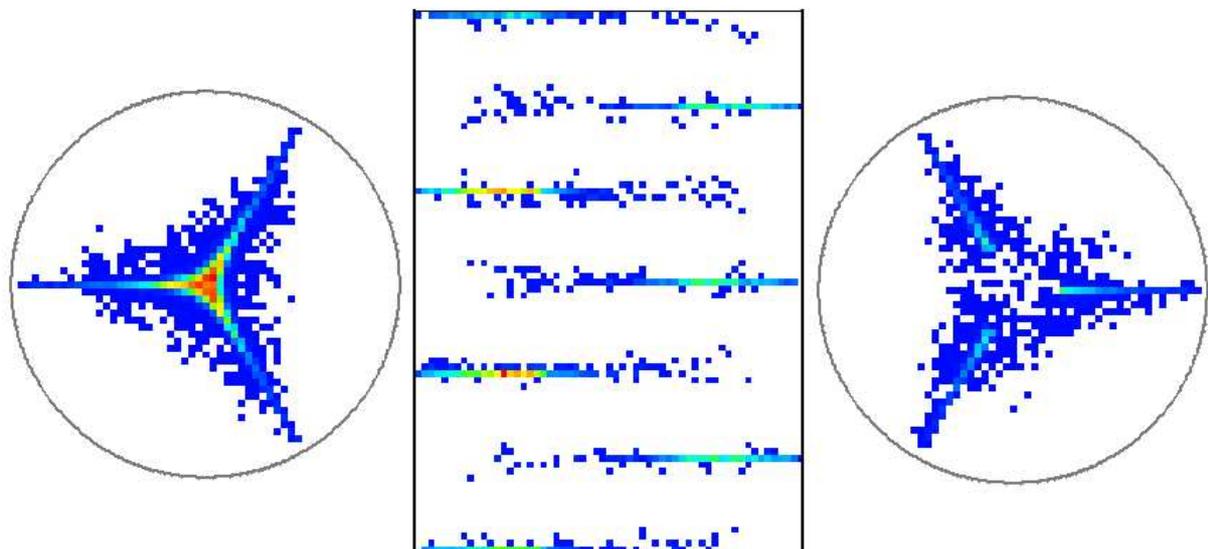


Abbildung 72: Aufprallverteilung der Elektronen auf den Cavity-Wänden von PECRIS III. *Links:* Rückwand, *Mitte:* abgerollter Mantel, *Rechts:* Extraktionsseite; die durch die Extraktionsspannung reflektierten Aufprälle werden nicht gezeigt. Die Extraktionsspannung hat einen sichtbaren Einfluß und verschiebt die Symmetrie von der Extraktion weg.

6.6.4 Abhängigkeit der räumlichen Verteilungen von der E-Feldstärke

Die räumlichen Verteilungen sind fast unabhängig von der E-Feldstärke, wie man in den folgenden Abbildungen sehen kann:

Es wurden jeweils Stationaritätsrechnungen durchgeführt.

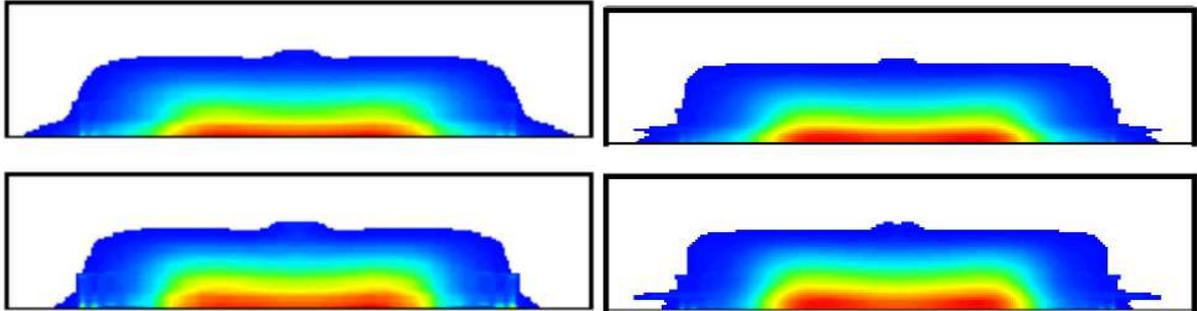


Abbildung 73: RZ-Darstellungen der räumlichen Verteilung bei 10V/cm und 35V/cm. *Oben:* Ladungsdichte, *unten:* Energiedichte.

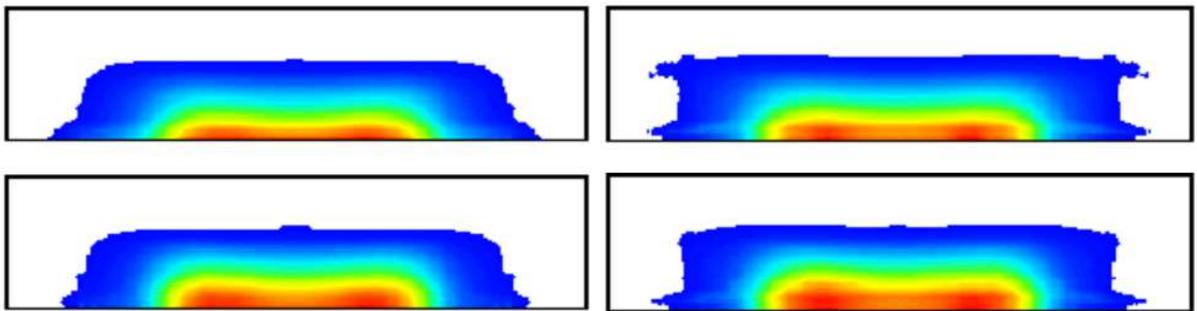


Abbildung 74: Ergebnis für 50V/cm und 100V/cm

6.6.5 Einschlußverhalten bei Variation des E-Feldes (bis 2ms)

Ganz im Gegensatz zum Einschlußverhalten bei kleinen Simulationszeiten (bis $5\mu\text{s}$, siehe Abschnitt 6.4.2) bei denen ein starkes E-Feld den Elektroneneinschluß verbesserte, wird die Austrittsrate γ bei langen Simulationszeiten, wenn die verbleibenden Elektronen hohe Energien tragen, durch steigende Feldstärken tendenziell vergrößert:

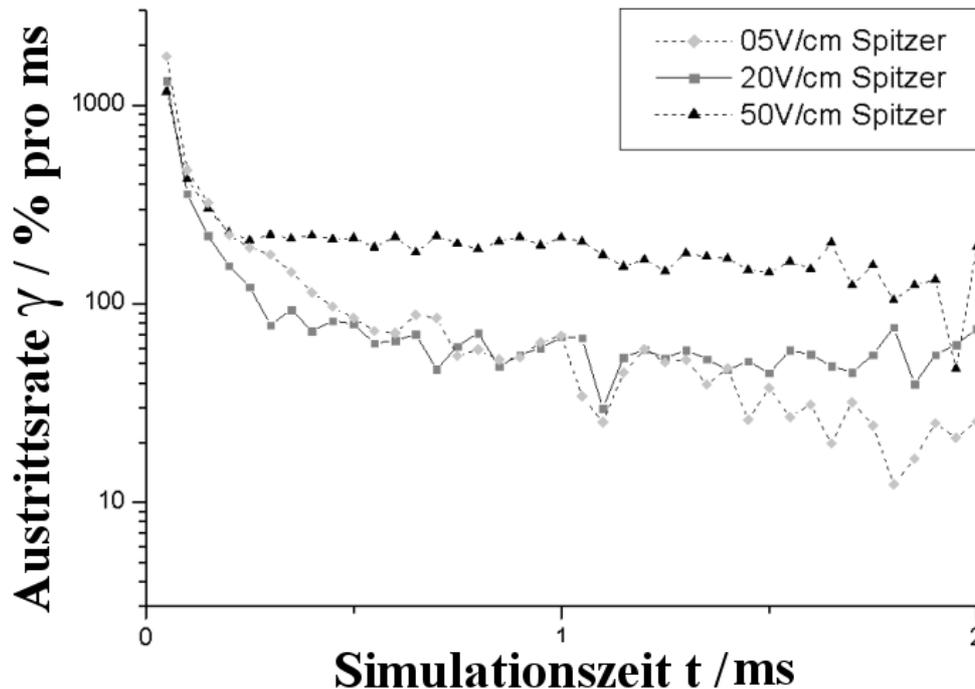


Abbildung 75: Einfluß der E-Feldstärke auf $\gamma(t)$ bei langen Simulationszeiten: Bei den (hier relativ) kleinen Simulationszeiten (erste Spalte: 0-0.05ms) wirkt die MW Einschluß fördernd, bei langen Zeiten Einschluß verringend.

Aus diesen beiden gegenläufigen Tendenzen für kurz- und langlebige Elektronen folgt, daß es eine E-Feldstärke geben muß, bei der die mittlere Aufenthaltsdauer aller Elektronen maximal wird.

6.6.6 Variation der E-Feldstärke bei festgehaltenem $P = n_e \cdot \langle Q \rangle$

Es wurden mehrere Stationaritäts-Rechnungen durchgeführt mit verschiedenen E-Feldstärken und festem Produkt P ($n_e = n_{\text{cutoff}} / 2$, $\langle Q \rangle = 8$):

F V/cm	T _{SIM} ms	N ₀	N _{Lang}	N _{Rest}	τ_{Lang}	$\overline{t_{\text{AHD}}}$	$\langle \tau \rangle$	$\langle E \rangle$ keV	$\langle E \rangle_v$	τ_E ms
5	5	20091	813(4%)	250 (30.7%)	4.24ms	73 μ s	0.19ms	11.0	242eV	9
10	5	7886	900(11%)	233 (25%)	3.7ms	0.17ms	0.42 ms	18.7	1058eV	7.42
15	5	6574	800(12%)	162 (20%)	3.1ms	0.27ms	0.43 ms	23.3	2734eV	3.8
20	5	28114	3800(13.5%)	463 (12%)	2.4ms	0.32ms	0.44 ms	25	2986eV	3.7
35	5	12075	4024(33%)	29 (0.72%)	1ms	0.27ms	0.28ms	25.2	8337eV	0.85
50	5	13166	5432(41%)	11 (0.2%)	0.8ms	0.19ms	0.19 ms	28.4	11keV	0.49
100	1	29658	13360(45%)	20 (0.15%)	0.16ms	80 μ s	80 μ s	33	16.5keV	0.16

$$f = 1.005 \cdot f_0 \quad n_e = n_{\text{cutoff}} / 2 \quad \langle Q \rangle = 8$$

Die in Abschnitt 6.6.1 diskutierte Simulation ist Fett markiert.

An der Tabelle sind folgende Tendenzen mit steigender E-Feldstärke abzulesen:

- Der Anteil der langlebigen Elektronen nimmt zu
- Die Zerfallskonstante τ_{Lang} der langlebigen Elektronen nimmt ab
- Die mittlere Lebensdauer $\langle \tau \rangle$ durchläuft ein Maximum
- Die mittlere Energie der geheizten Elektronen nimmt zu
- Die mittlere Austrittsenergie der geheizten Elektronen nimmt zu

Eine Interpretation dieser Tendenzen folgt in Abschnitt 6.9.4 .

6.6.7 Einfluß des Resonanzvolumens auf die optimale Feldstärke

Die Heizeffizienz der Plateau-Struktur für kalte Elektronen ist sehr gut (siehe *Anhang: Definition des Resonanzvolumens*). Damit sind die benötigten Feldstärken, um die Elektronen aus dem stoßdominierten Energiebereich zu heizen und damit die Aufenthaltsdauer zu optimieren, erstaunlich klein. Es ist zu vermuten, daß z.B. der noch nicht berücksichtigte Diamagnetismus die Effizienz des Resonanzvolumens beeinträchtigt und damit die für den Teilcheneinschluß optimale E-Feldstärke, $E_{\langle \tau \rangle}^{\text{optimal}}$, einen höheren Betrag hat. Trotzdem wird PECRIS III im stationären Zustand bei relativ kleiner Leistung (10W) betrieben, um einen ruhigen und trotzdem zufriedenstellenden Quellen-Betrieb zu gewährleisten.

6.6.8 Variation der Mikrowellen-Frequenz

Erhöht man die Mikrowellen-Frequenz, kommt es zu einer deutlichen Verschlechterung der Einschlußzeiten. Getestet bei 50V/cm wurden 2 Frequenzen: $f' = 5\%$ über $f_0 = f_{\text{Min}}$ und $f'' = 20\%$ über f_0 (zum Vergleich: die obigen Tabellenwerte wurden bei $f = 0.5\%$ über f_0 ermittelt). Bei f' ergab sich eine mittlere Lebensdauer $\langle \tau \rangle$ von $64\mu\text{s}$, bei f'' von $30\mu\text{s}$ (zum Vergleich 0.2ms bei der Frequenz f). Außerdem wandert die räumliche Verteilung (und damit das Dichtemaximum) mit steigender Frequenz radial nach außen. Ferner werden Radialverluste zunehmend häufiger (f' : 33% Radialverlust; f'' : 50% Radialverlust). Die zugehörigen räumlichen Verteilungen sind in Abbildung 76 zu sehen.

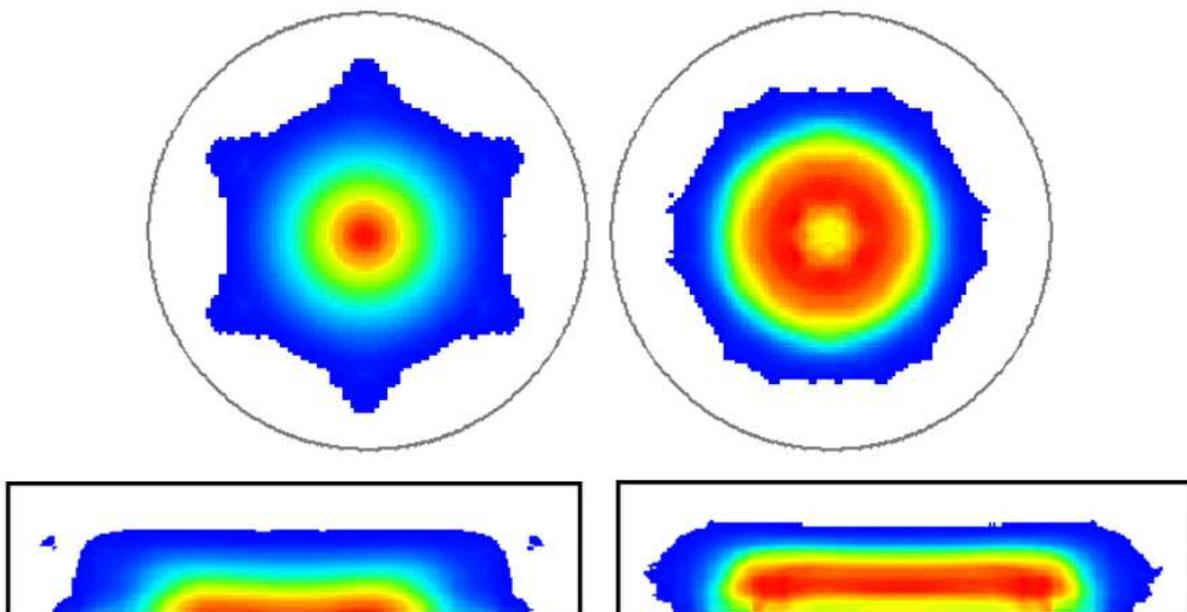


Abbildung 76: Ladungsdichteverteilung (X/Z-, und R/Z-Projektion) bei $f_1 = 5\%$ über f_{Min} (links) und $f_2 = 20\%$ über f_{Min} (rechts).

Diese Beobachtungen werden indirekt durch das Experiment bestätigt, das bei PECRIS III einen optimalen Betrieb bei Frequenzen direkt über dem Minimum des Magnetfeld-Plateaus feststellt.

6.6.9 Austrittsorte bei variierender E-Feldstärke und Frequenz

Bei für den Einschluß optimaler Mikrowellenfrequenz (knapp über dem möglichem Minimum, $f = 1.005 \cdot f_0$ mit $f_0 = f(B_{\min}^{\text{abs}})$) sind die Verluste der Elektronen stark axial gerichtet. Bei den getesteten E-Feldstärken 5-100V/cm fliegen nur 14-20% der Elektronen radial an die Wand. Minimal wurde der Anteil bei der E-Feldstärke $E_{\langle \rangle}^{\text{optimal}}$, d.h. bei optimalem Teilchen-Einschluß ist auch der axiale Verlustanteil maximal.

Bei steigender Frequenz treten vermehrt Radialverluste auf ($f = 1.05 \cdot f_{\min}$: 36% radial). Generell nimmt also der Radialanteil mit steigender Frequenz und Abweichung der E-Feldstärke von der für den Gesamt-Einschluß optimalen Feldstärke zu.

Axialer Verlust ist radialem vorzuziehen, da Ionen die entstehende negative Raumladungsdichte kompensieren. Ein großer Strom von Elektronen zur Extraktion bedeutet eine große Elektronen- und Ionendichte in der Nähe der Extraktionsöffnung, so daß viele Ionen extrahiert werden können. Besonders günstig ist es, wenn die axial austretenden Elektronen bevorzugt Richtung Extraktion fliegen. Dies kann durch eine Verschiebung der Quelle Richtung Extraktion erreicht werden.

In der Tat führte eine Verschiebung der PECRIS III Richtung Extraktion zu wesentlich höheren Ionenströmen [RütherD].

6.7 Die stationäre ECRIS III /V10mm

Die um 10mm in Richtung Extraktion verschobene PECRIS III wurde für 5ms simuliert.

MW-Parameter: H₁₁₃-Mode mit 20V/cm mittlerer E-Feldstärke (entsprechend kleiner Leistung). Als Frequenz wurde wieder $f = 1,005 \cdot f(B_{\min}^{\text{abs}})$ gewählt.

Das Ergebnis wird wieder zusammenfassend in einer Tabelle dargestellt:

F V/cm	T _{SIM} ms	N ₀	N _{Lang}	N _{Rest}	τ_{Lang}	$\overline{\text{LAHD}}$	$\langle \tau \rangle$	$\langle E \rangle$ keV	$\langle E \rangle_v$	τ_E ms
20	5	11549	2415(21%)	75 (3.1%)	1.44ms	0.27ms	0.31ms	25.9	5487eV	1.46

$$f = 1.005 \cdot f_0 \quad n_e = n_{\text{cutoff}} / 2 \quad \langle Q \rangle = 8$$

Mit $\langle \tau \rangle = 0.31\text{ms}$ ist der Einschluß etwas schlechter als bei der unverschobenen Quelle. Der Unterschied ist aber gering, so daß die Voraussetzungen dafür geschaffen sind, daß diese Quelle im verschobenen Zustand optimal funktionieren kann.

Im Spektrum in Abbildung 77 erkennt man wie bei der unverschobenen Quelle die durch die Welligkeit des Plateaus verursachte Abbruchkante.

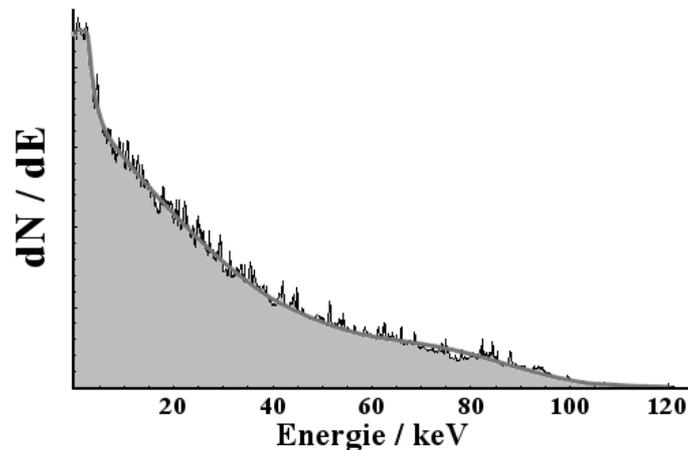


Abbildung 77: Energiespektrum; die Abbruchkante liegt wieder bei etwa 3keV.

Die räumlichen Verteilungen sowie die Aufprallverteilungen sind in der Abbildung 78 und Abbildung 79 zu sehen. Man erkennt, daß das Plasma seine Form beibehält und um 10mm zur Extraktion verschoben wird.

Die Austrittsverteilung verschiebt sich aber sehr stark in Richtung Extraktionswand (fast 8-mal mehr Elektronen trafen auf die Extraktionswand als auf die rückwärtige Wand). Damit wird auch die Ionenwanderung dominant in Richtung Extraktion verlaufen, und die starken Effekte auf die Ionenströme bei einer Quellenverschiebung werden verständlich.

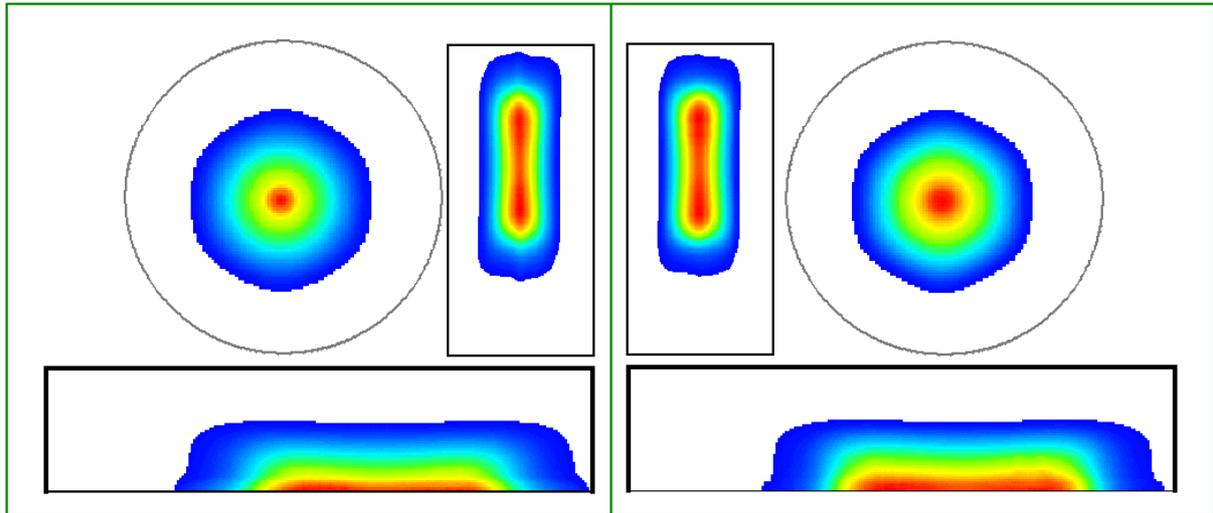


Abbildung 78: *Linke Hälfte:* Ladungsdichteverteilung, *Rechte Hälfte:* Energiedichteverteilung (rechts). *Oben:* x/y- und x/z- Projektion, *unten* r/z-Projektion.

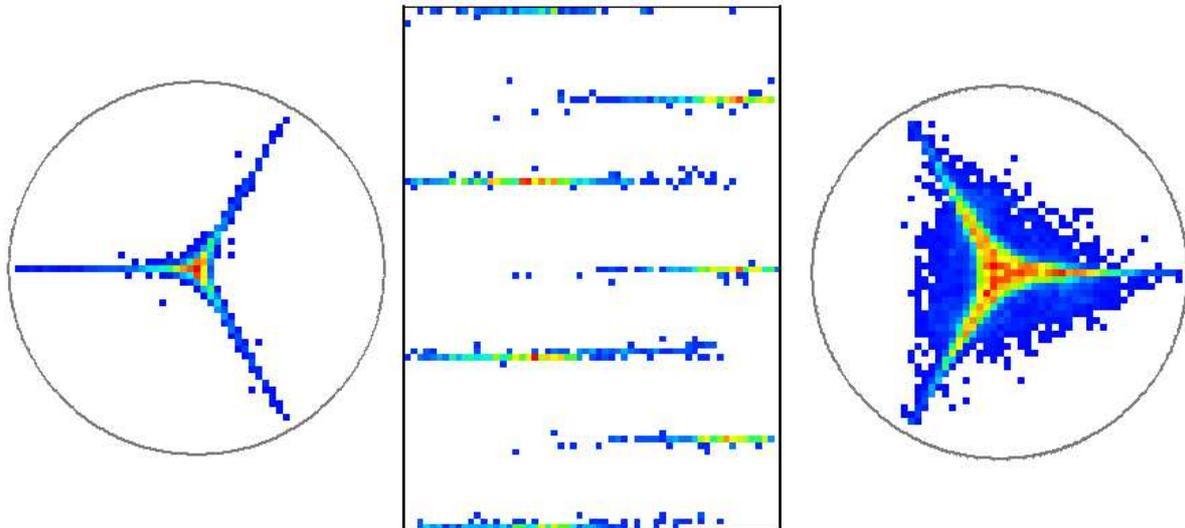


Abbildung 79: Aufprallverteilung der Elektronen von PECRIS III/V10; *Links:* Rückwand, *Mitte:* Abgerollter Mantel, *Rechts:* Extraktionswand. Den Einfluß der Verschiebung erkennt man an der Mantelstruktur. Auf die Extraktionswand treffen wesentlich mehr Elektronen als auf die Rückwand und den Mantel.

6.8 Diamagnetismus in PECRIS III

Der Diamagnetismus läßt sich über die Erfassung stationärer Nettoströme der geheizten Elektronen erfassen (siehe auch Kapitel 7). In den Abbildungen auf der nächsten Seite ist das Ergebnis der 15V/cm Rechnung dargestellt. In Abbildung 80 erkennt man die Elektronen-Energiedichte in rz-Darstellung, wie sie schon mehrfach dargestellt wurde. Darunter zu sehen ist die Netto-Stromdichteverteilung \mathbf{j} in rz-Darstellung, wie die Simulation sie liefert (siehe Abschnitt 5.3.1) . Rechts daneben die dazugehörige xy-Projektion (entlang der gesamten Z-Achse) von \mathbf{j} .

Man sieht, daß sich in guter Näherung Kreisströme ergeben, so daß sich die Berechnung des Diamagnetischen Feldes zu einem rotationssymmetrischen, zweidimensionalen Problem vereinfacht.

Das sich aus \mathbf{j} ergebende Diamagnetische Feld berechnet ein externes Programm [Mafia] und ist in Abbildung 81 dargestellt. Es ergibt sich ein maximaler Diamagnetismus $\text{Max}[B_{\text{Dia}} / B_{\text{Statisch}}]$ von 1.5%. Dieser Wert stimmt durchaus mit den Messungen überein, die durchgeführt wurden (siehe Kapitel 7).

Für die Berechnung der Stromdichteverteilung \mathbf{j} muß die räumliche Verteilung der Elektronendichte bekannt sein. Hier wurde angenommen, daß im Bereich des Maximums der Elektronen-Ladungsdichte-Verteilung die Cutoffdichte erreicht ist. Dies ist in diesem Fall ungefähr äquivalent mit der Aussage, daß im Bereich des Plasmakerns die Elektronendichte im Mittel in etwa der halben Cutoffdichte entspricht.

Bei einer Erhöhung der MW-Feldstärke steigt auch die mittlere Energie der Elektronen an. Es ist hier mit einem stärkeren Diamagnetismus zu rechnen.

Das diamagnetische Feld wurde dem Feld der Permanentmagneten von PECRIS III überlagert und die Simulation mit dem resultierenden Magnetfeld neu gestartet. Dies geschah um zu sehen, wie sich die Elektronen in dem veränderten Feld verhalten. Das Ergebnis entspricht im wesentlichen einer Simulation mit einem im Plateaubereich um 1.5% gesenkten B-Feld mit gleicher MW-Frequenz: die räumlichen Verteilungen bleiben erhalten, die mittlere Einschlußzeit der geheizten Elektronen verringert sich etwas. Dieser Effekt läßt sich durch eine "Nachführung" der MW-Frequenz, also eine Verringerung der Frequenz um 1.5% kompensieren, wie in Abbildung 82 zu sehen ist.

Zusätzlich wurde der Diamagnetismus künstlich erhöht, bis auf 14.5% Diamagnetismus (siehe Abbildung 82). Das Ergebnis ist erstaunlich: die räumlichen Verteilungen haben zwar im Bereich der neuen Resonanzfläche starke Anteile (was auf das Verhalten der nichtrelativistischen Elektronen mit kleinen Radien zurückzuführen ist, die sich entlang der Resonanzfläche bewegen). Dennoch bleiben auch hier die räumlichen Verteilungen im wesentlichen um den Achsenbereich konzentriert. Die Einschlußzeiten der geheizten Elektronen sind jedoch massiv eingebrochen (auf etwa 1/5), was auch am Elektronen-Energiespektrum zu sehen ist. Die Stabilität der räumlichen Verteilungen des Plasmas gegenüber Frequenzerhöhung waren schon in Abschnitt 6.6.8 zu sehen.

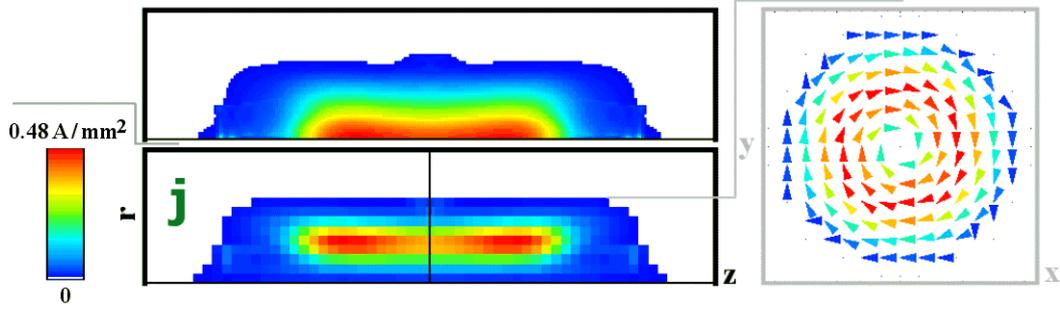


Abbildung 80: Nettoströme in PECRIS III. Links: rz-Darstellung: rotationssymmetrische Energiedichte- darunter Nettostromdichteverteilung j . Rechts: j in der xy-Projektion

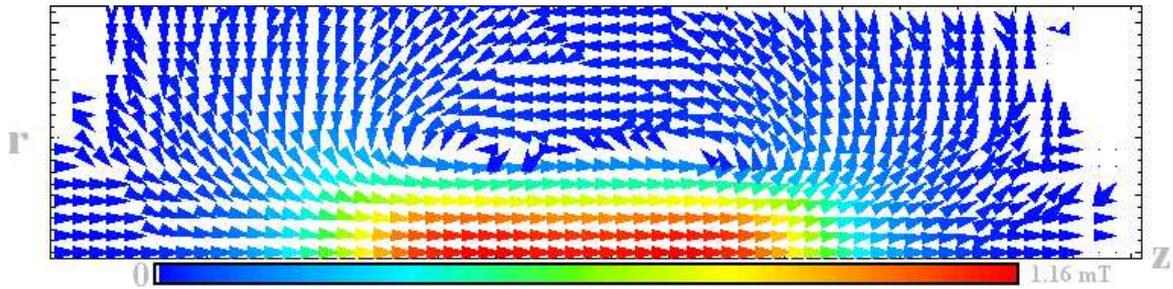


Abbildung 81: Das sich aus j ergebende Diamagnetische Feld in rz-Darstellung.

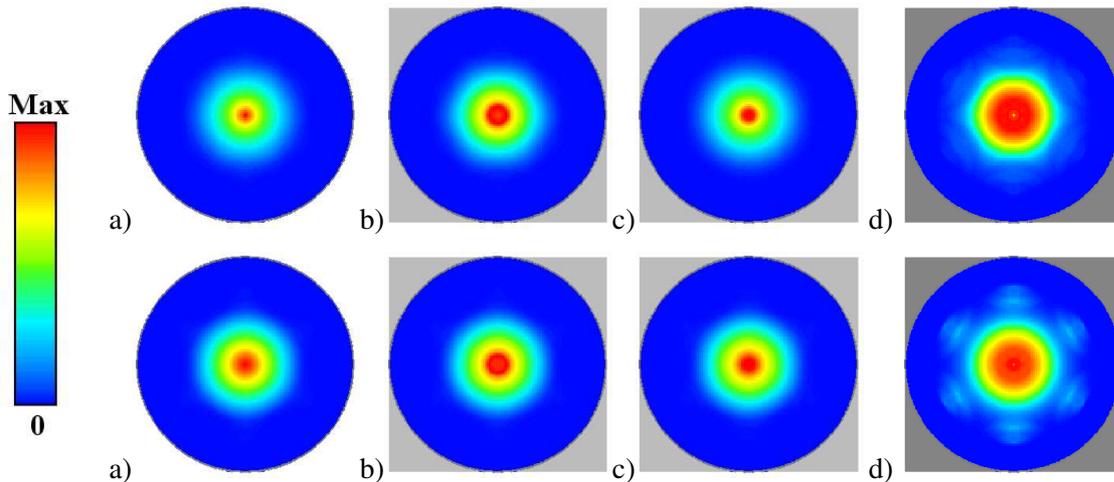


Abbildung 82: Skalierter Diamagnetismus in PECRIS III. Oben: Ladungsdichte- darunter Energiedichte- verteilung. Unten: dazugehörige Energiespektren. Oben: von links nach rechts: a) Rechnung ohne Diam. b) 1.5% Diam. c) 1.5% Diam. (Frequenz nachgeführt und an B_{Min} angepasst) d) 14.5% Diamagnetismus. Achtung: veränderte Farbskala.

Bei einem extremen Diamagnetismus von 14.5% mit sehr kurzen Elektronen-Einschlußzeiten wäre ein Quellen-Betrieb nicht mehr sinnvoll. In diesem Fall müßte die Frequenz angepaßt und um 14.5% gesenkt werden, dann wären vernünftige Ergebnisse zu erwarten, wie man anhand der Abbildung des B-Feldes (auf der Z-Achse und vom Z-Achsen Zentrum radial nach außen wandernd) erkennen kann. Das Diamagnetische Feld senkt bei PECRIS III nämlich im wesentlichen das Magnetfeld ab, ohne seine Form sehr stark zu beeinflussen.

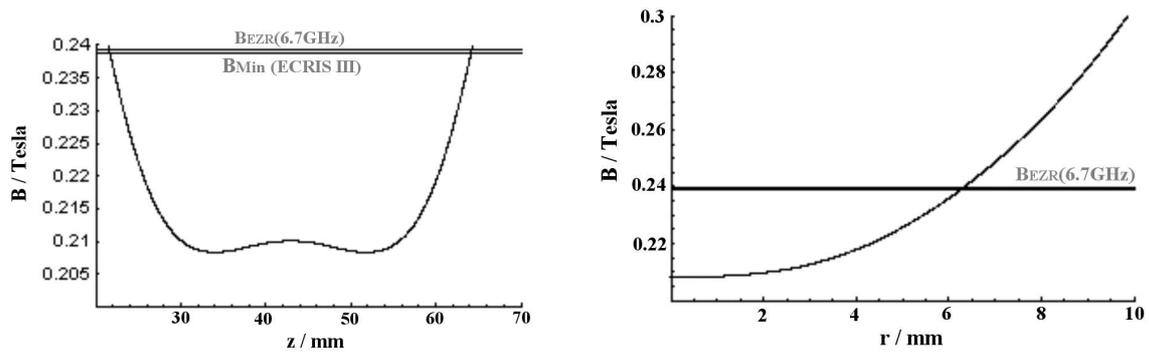


Abbildung 83: Links: Feldverlauf auf der Z-Achse bei hypothetischen 14.5% Diamagnetismus. Rechts: radialer Verlauf vom Z-Achsen Zentrum aus.

6.9 Die stationäre PECRIS V, Mode $H_{1,1,38}$

Die Quelle PECRIS V wurde mit der Mode $H_{1,1,38}$ mit den beiden Feldstärken 50V/cm und 100V/cm ($f = 1.005 \cdot f_0$) gerechnet. Das Ergebnis ist in Abbildung 84 und Abbildung 85 zu sehen.

Da eine möglichst starke Plasmakonzentration in Achsennähe gewünscht ist, wählt man bevorzugt die Mode mit der stärksten Konzentration im Achsenbereich (siehe Darstellung der Mikrowellenmoden in PECRIS V, Abschnitt 2.5.5). Nach den Erkenntnissen der bisherigen Untersuchungen war ja auch die Plasmakonzentration hier am stärksten unter der Bedingung, daß sich auch das Resonanzvolumen in unmittelbarer Nähe der Achse befindet. Die Simulation bestätigt dies auch für PECRIS V, wie man anhand der Abbildungen erkennen kann.

6.9.1 Variation der E-Feldstärke

Im Gegensatz zur PECRIS III sind in PECRIS V über einen weiten Bereich E-Feldstärken möglich, ohne daß der Elektronen-Einschluß dramatisch einbricht. Der beste Einschluß liegt hierbei zwischen 100V/cm und 200V/cm. Die mittlere Elektronenenergie nimmt dabei mit steigendem E zu und liegt in einem weit höheren Bereich als bei PECRIS III (Energien bis 600keV bei den höchsten E-Feldern wurden sowohl im Experiment als auch in der Simulation beobachtet).

F V/cm	T _{SIM} ms	N ₀	N _{Lang}	N _{Rest}	τ_{Lang}	$\overline{\Delta AHD}$	$\langle \tau \rangle$	$\langle E \rangle$ keV	$\langle E \rangle_v$	τ_E ms
20	5	26810	665(2.5%)	60 (9.0%)	2.0ms	36 μ s	50 μ s	20	696eV	1.5
35	5	12663	660(5.2%)	111 (16.8%)	2.8ms	73 μ s	0.14 ms	36	1397eV	3.6
50	5	16499	2320(14%)	562 (24.2%)	3.5ms	0.163ms	0.45 ms	58	3484eV	7.5
100	5	11549	3285(28%)	705 (23.6%)	3.5ms	0.41ms	0.9 ms	92	15.9keV	5.2
200	5	3100	1808(58%)	100 (5.5%)	1.7ms	0.73ms	0.92ms	114	67.5keV	1.55

$f = 1.005 \cdot f_0$ $n_e = n_{cutoff} / 2$ $\langle Q \rangle = 11$

Zusätzlich zur Tabelle in Abschnitt 6.6.6 erkennt man, daß auch die Energieeinschlußzeit τ_E und τ_{Lang} ein Maximum durchlaufen.

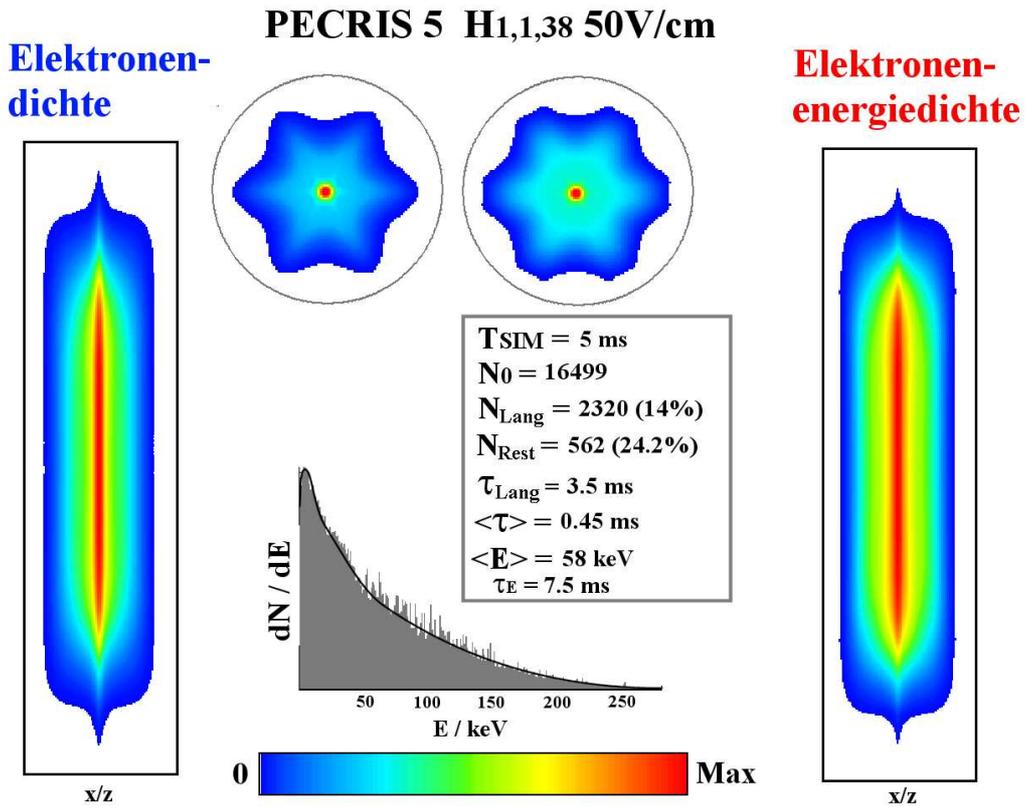


Abbildung 84: Zusammenfassende Darstellung der H_{1,1,38} - Mode : 50V/cm

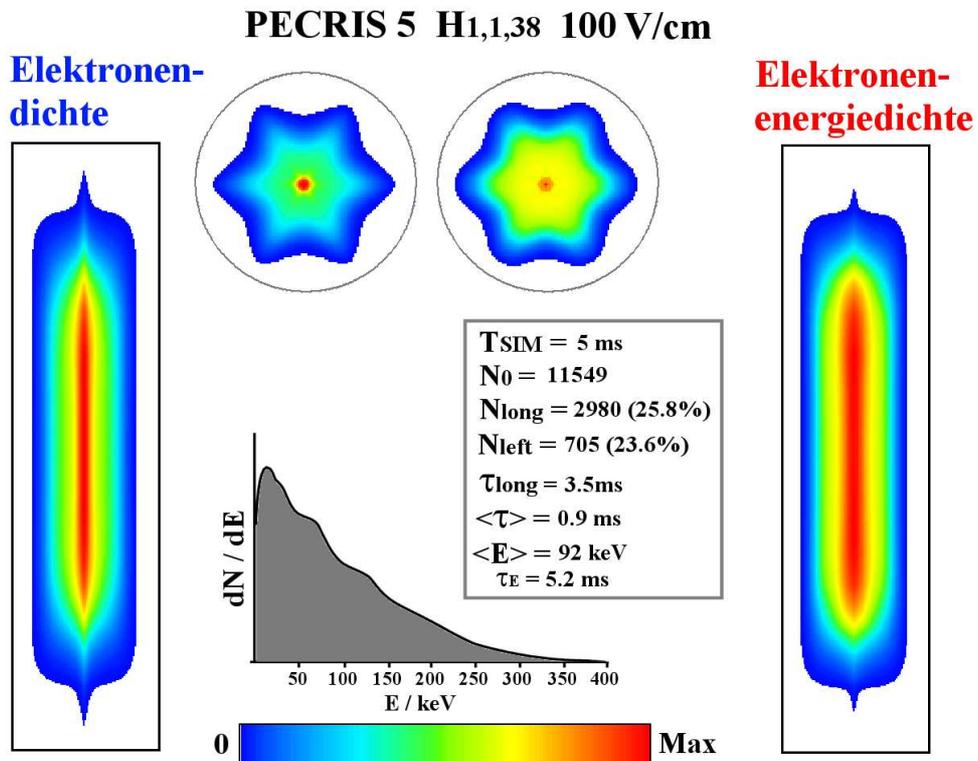


Abbildung 85: Zusammenfassende Darstellung der H_{1,1,38} - Mode, 100V/cm

6.9.2 Die Mode $H_{1,1,38}$ mit 150V/cm

Da nach der Tendenz der letzten Tabelle der Teilcheneinschluß bei der E-Feldstärke 150V/cm sehr gut sein sollte, wurde eine Rechnung mit dieser Feldstärke durchgeführt:

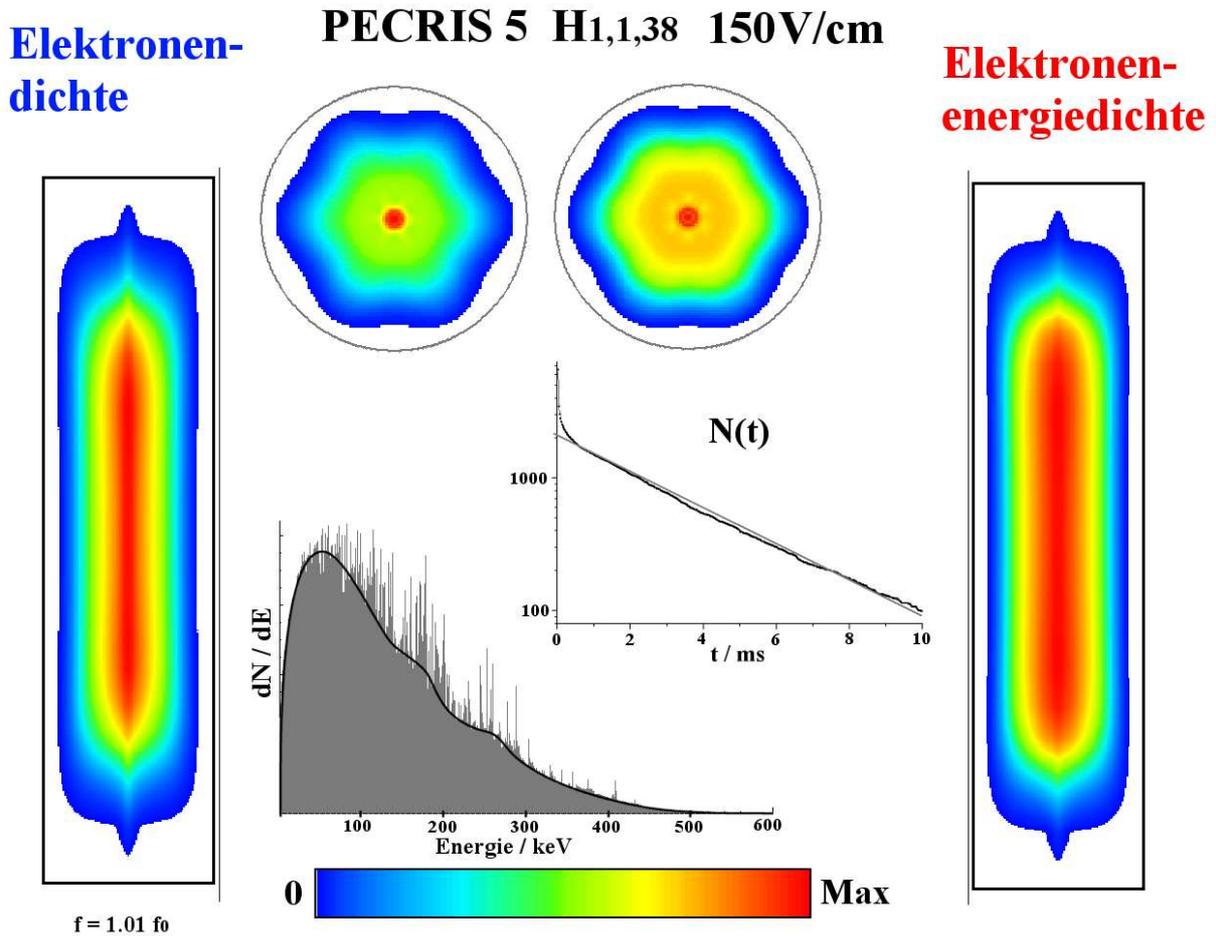


Abbildung 86: Zusammenfassende Darstellung der $H_{1,1,38}$ - Mode, 150V/cm. Aufgrund der außerordentlich großen mittleren Einschlußzeit von 1.14ms war die Statistik auch nach 7Tagen Rechenzeit (siehe *Anhang: Rechenleistung*) noch nicht hervorragend, aber zumindest zufriedenstellend.

Das Ergebnis wird wieder zusammenfassend in einer Tabelle dargestellt:

F	T_{SIM}	N_0	N_{Lang}	N_{Rest}	τ_{Lang}	$\overline{\tau_{AHD}}$	$\langle \tau \rangle$	$\langle E \rangle$	$\langle E \rangle_v$	τ_E
V/cm	ms							keV		ms
150	10	6504	2100(32%)	99 (4.7%)	3.3ms	1.13ms	1.14ms	138	50keV	3

$f = 1.01 \cdot f_0$ $n_e = n_{cutoff} / 2$ $\langle Q \rangle = 11$

6.9.3 Vergleich mit dem Experiment

An PECRIS V wurden Messungen des Bremsstrahlungsspektrums vorgenommen (siehe Abbildung 87 nächste Abbildung). Der Vergleich mit dem simulierten Spektrum zeigt eine tendenzielle Übereinstimmung, zumindest was die auftretende Grenzenergie betrifft.

Es ist natürlich nicht möglich aus dem Bremsstrahlungsspektrum direkt auf das Energiespektrum der Elektronen zu schließen. Dies erfordert eine aufwendige Analyse, die zur Zeit im [IKP-Münster] durchgeführt wird.

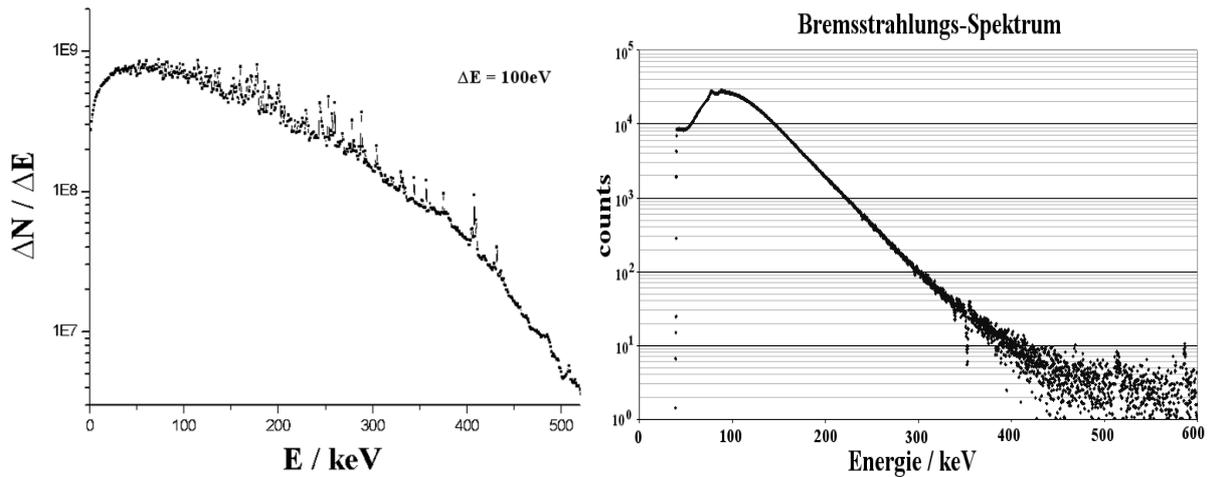


Abbildung 87: Das simulierte Elektronen-Energiespektrum (*links*) im Vergleich mit einem gemessenen Bremsstrahlungsspektrum an der stromoptimierten PECRIS V (Darstellungen jeweils halblogarithmisch).

Afterglowmessungen:

Die bei PECRIS V durchgeführten (vorläufigen) Afterglowmessungen zeigen einen wesentlich langsamer ablaufenden Afterglow-Prozeß als bei PECRIS III. Eine mögliche Erklärung könnte der hier gesehene im Vergleich zu PECRIS III bessere Teilcheneinschluß $\langle \tau \rangle$ sein. Der bei der Messung beobachtete Anstieg des Stromes der hochgeladenen Ionen liegt dabei im Bereich 1-2ms. Da die Dichte der hochgeladenen Ionen in etwa der Abnahme der Elektronendichte folgt, kann man auch hier von einer tendenziellen Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen sprechen.

Die Messungen werden in den Proceedings zu [ECRIS02] veröffentlicht.

6.9.4 Das Verhalten der langlebigen Elektronen bei E-Feldstärke-Variation

Siehe hierzu auch die Tabelle aus Abschnitt 6.6.6 .

– Der Anteil der langlebigen Elektronen nimmt mit steigender E-Feldstärke zu

Die kurzlebigen Elektronen sind relativ energiearm und gehen hauptsächlich wegen Coloumb-Stößen verloren. Bei wachsender Feldstärke nimmt die mittlere Energie und das magnetische Moment der Elektronen mit der Simulationszeit immer rascher zu, die Stöße sind dann immer mehr zu vernachlässigen (siehe Abschnitt 6.4.3). Dadurch wird mit steigender Feldstärke ein immer größerer Anteil der gestarteten Elektronen langlebig.

– Die Zerfallkonstante τ_{Lang} der langlebigen Elektronen durchläuft mit steigender E-Feldstärke ein Maximum.

Die langlebige Population wird bei kleinen Feldstärken immer noch durch vereinzelte Stöße gestört, bei wachsenden Feldstärken wird neben dem Energiezuwachs und der damit verbundenen Abnahme der Stöße auch die Bahnstörung durch die Mikrowelle immer stärker. Hieraus folgt für die langlebigen Elektronen die Existenz einer für ihren Einschluß (durch τ_{Lang} gegebenen) optimalen Feldstärke.

6.10 Die stationäre PECRIS V, Mode $H_{1,1,38}$ 50V/cm mit Diamagnetismus

6.10.1 Räumliche Verteilungen

Für die diamagnetische Rechnung wurde die Stationaritätsrechnung mit 50V/cm E-Feldstärke verwendet (siehe Abbildung 84). Zur Berechnung des diamagnetischen Feldes wurde die Netto-Stromdichteverteilung dieser Rechnung verwendet, die wie folgt aussieht:

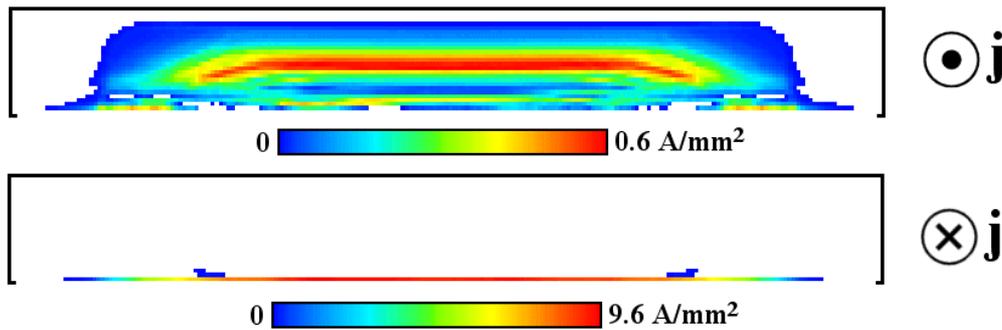


Abbildung 88: Netto-Stromdichteverteilung der geheizten Elektronen. *Oben:* Die Elektronen strömen in die Papierebene hinein *Unten:* der Umlaufsinn ist hier genau umgekehrt.

Aus dieser wurde mit [Mafia] das diamagnetische Feld berechnet:

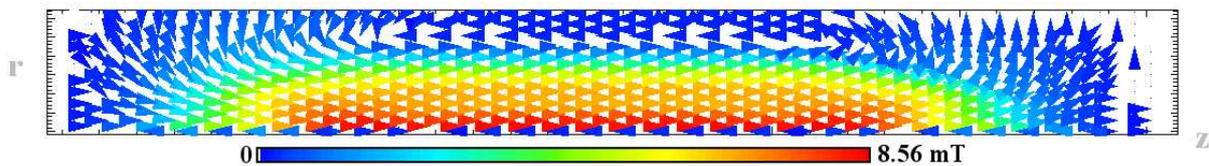


Abbildung 89: Das zugehörige diamagnetische Feld, man beachte den Richtungswechsel auf der Achse.

Die starke Elektronendichte-Konzentration an der Achse (siehe Abbildung 84) spiegelt sich auch in den Nettostromverteilungen wider: hier ist in einem sehr scharfen Bereich um die Achse im Vergleich mit den anderen Bereichen eine hohe Stromdichte zu beobachten. Der Drehsinn dieser scharfen Verteilung ist dem Drehsinn des das Plasma umschließenden Umlaufstroms entgegengerichtet. Zu erwarten ist daher, daß die achsennahe Verteilung den diamagnetischen Effekt auf der Achse abschwächt oder gar umkehrt. Somit ist in radialer Richtung von der Achse aus gesehen ein deutlicher B-Feld-Abfall zu erwarten, wie dies auch wirklich in Abbildung 90 zu sehen ist.

Eine so starke Konzentration in einem kleinen Raumbereich führt allerdings zu einer kleineren mittleren Dichte im gesamten Plasmakern, da die Dichte im Maximum als Cutoffdichte angenommen wird.

Diese starke Verzerrung des Feldes macht eine weitere Untersuchung des Diamagnetismus notwendig.

6.10.2 Der Diamagnetismus der Mode $H_{1,1,38}$ - Stufe 0

Der erstaunlich schwache Diamagnetismus liegt mit 1.3% im Bereich der Stärke bei PECRIS III.

Dies liegt an der durch die hohe Dichtekonzentration verursachten kleinen mittleren Dichte im Plasmakern: Dem zugrunde liegt die Annahme, daß im Maximum der Ladungsdichteverteilung die Cutoff-Dichte erreicht ist.

Der Verlauf des resultierenden Gesamtfeldes ist in der folgenden Abbildung zu sehen:

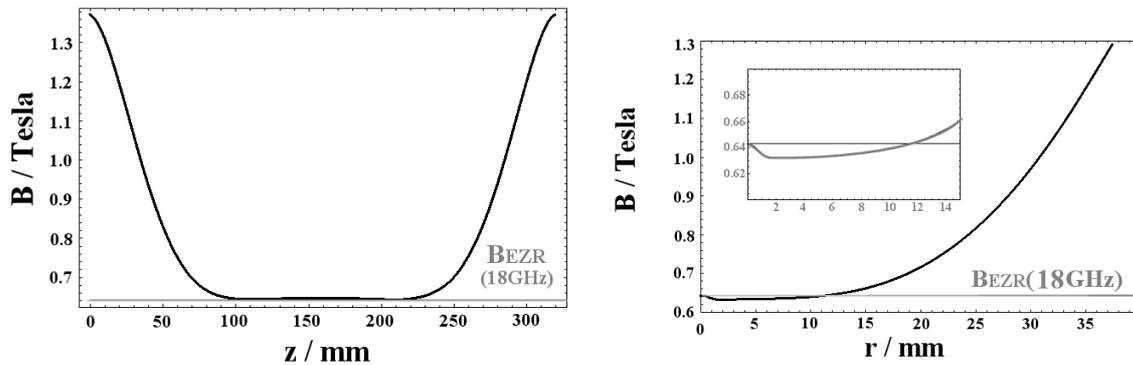


Abbildung 90: B-Feld (inklusive Diamagnetismus). Auf der Z-Achse nahezu unverändert (*links*) erkennt man in radialer Richtung (vom Z-Achsen-Zentrum ausgehend, *rechts*) ein ausgeprägtes Minimum, wo vorher das Feld fast glatt war.

Der Z-Achsen-Verlauf des B-Feldes bleibt also nahezu unverändert, im Gegensatz zum radialen Feldverlauf. Die diamagnetische Rechnung wird zeigen, daß das ausgeprägte radiale Maximum auf der Achse zu einem starken Verwaschen der scharfen Strukturen aus Abbildung 84 führt. Ein flacher Verlauf in radialer Richtung führt im Gegensatz dazu bei dieser Mode zu scharfen Strukturen. In der folgenden Abbildung sieht man die Feld-Entwicklung bis zum endgültigen Ergebnis.

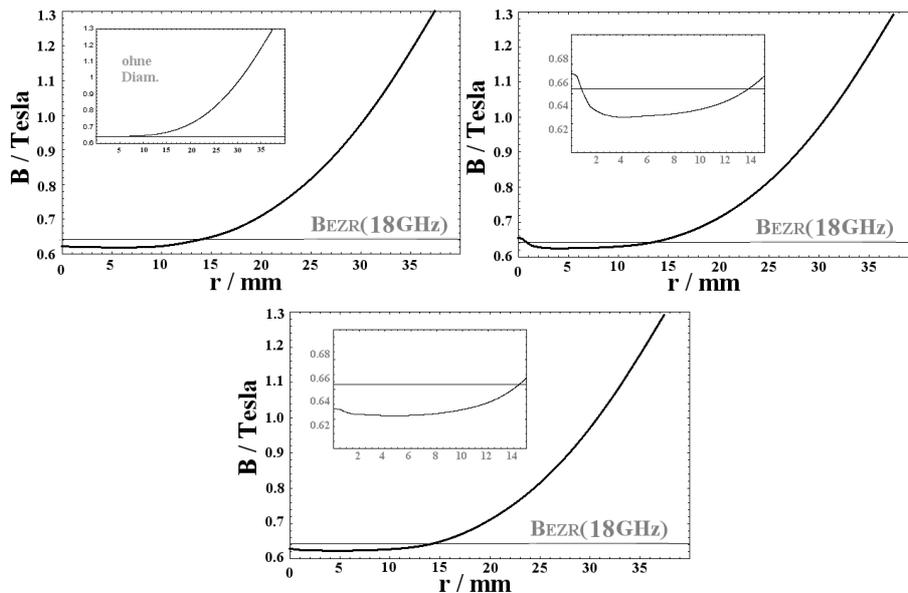


Abbildung 91: Das aus statischem und diamagnetischen B-Feld zusammengesetzte Gesamtfeld nach der ersten und der zweiten diamagnetischen Rechnung (*oben*), sowie der letztendliche Verlauf im auskonvergierten Zustand.

6.10.3 Der Diamagnetismus - Stufe 1

Das diamagnetische Feld der Rechnung ohne Diamagnetismus (Stufe 0) wird als Input für die Simulation benutzt und führt zu dem folgendem Ergebnis (Abbildung 92): man sieht ein sehr starkes Verwaschen der Verteilungen, was auch zu einem stark veränderten diamagnetischen Feld führt. Es ist damit mindestens eine weitere Simulationsstufe notwendig, um zu einer Konvergenz des diamagnetischen Feldes und damit zum Endergebnis zu gelangen.

Der durch die Stromverteilung erzeugte maximale Diamagnetismus beträgt jetzt 3.8%, dies ist deutlich mehr als vorher, was daran liegt, daß das Volumen hoher Dichte wesentlich zugenommen hat.

Es deutet sich schon jetzt an: der Diamagnetismus führt zu einem Verwaschen scharfer Strukturen.

6.10.4 Der Diamagnetismus - Stufe 2

Das diamagnetische Feld der zweiten Rechnung wird als Input für die Simulation benutzt und führt zu dem folgendem Ergebnis: Ein recht starkes Zurückwandern zu schärferen Strukturen ist zu sehen, die aber bei weitem nicht so scharf sind wie die Anfangsstrukturen. Es deutet sich ein iterativer Einschwingvorgang an, der irgendwo zwischen diesem und dem letzten Ergebnis münden wird.

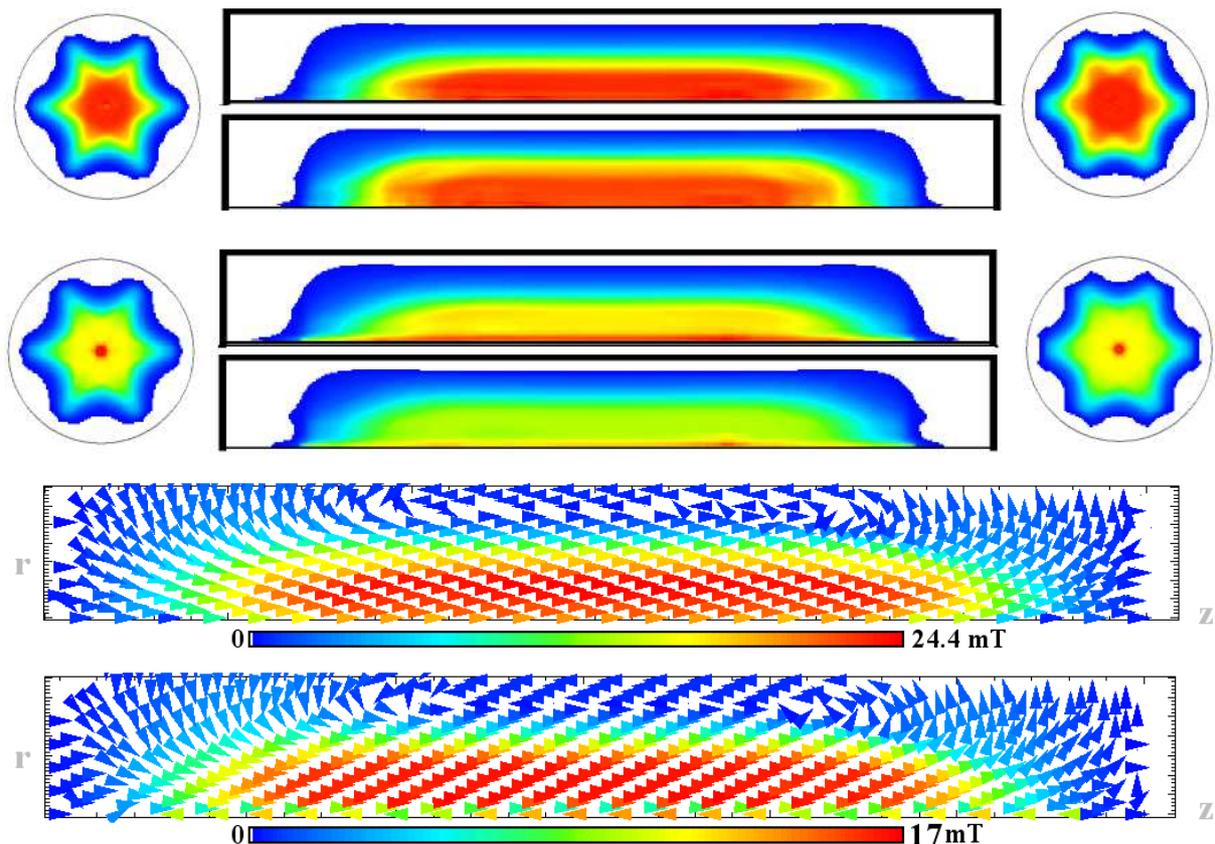


Abbildung 92: Die räumlichen Verteilungen nach der ersten und der zweiten diamagnetischen Simulationsstufe. Unten: die zugehörigen diamagnetischen Felder.

6.10.5 Beschleunigung der Konvergenz durch diamagnetische Mittelung

Um den Konvergenzvorgang zu beschleunigen, bietet sich ein Mittelungsverfahren an:

Zwischen den jeweils letzten beiden berechneten diamagnetischen Feldern wird gemittelt; es ergibt sich ein mittleres diamagnetisches Feld, das als Input für den nächsten Iterationsschritt dient.

Zunächst wird das Feld der Stufe 0 und Stufe 1 ermittelt. Aus $\mathbf{B}_{\text{DIA}}^0$ und $\mathbf{B}_{\text{DIA}}^1$ wird $\mathbf{B}_{\text{DIA}}^{\text{M1}}$ gemittelt. Aus der folgenden Simulation mit $\mathbf{B}_{\text{DIA}}^{\text{M1}}$ als Input ergibt sich $\mathbf{B}_{\text{DIA}}^2$, welches mit $\mathbf{B}_{\text{DIA}}^{\text{M1}}$ zu $\mathbf{B}_{\text{DIA}}^{\text{M2}}$ gemittelt wird. Dieses dient der folgenden Rechnung als Input, usw.

Mit Hilfe dieses Verfahrens wird ein starkes Überschwingen über den gesuchten Zustand hinaus (wie es im Fall der Mode $H_{1_1_38}$ auftrat) abgedämpft, wenngleich auch nicht ganz unterdrückt.

6.10.6 Das selbstkonsistente diamagnetische Feld

Nach N Schritten mit diamagnetischer Mittelung findet sich so schließlich das *selbstkonsistente diamagnetische Feld*: die Elektronen der stationären Verteilung erzeugen das diamagnetische Feld, in dem sie sich (während der Simulation) selbst bewegt haben.

Das durch die Simulation ermittelte diamagnetische Feld entspricht also in guter Näherung dem Feld, das in die Simulation hineingesteckt wurde. Ein weiterer Iterationsschritt liefert demnach die selben Verteilungen wie die letzte Simulation, die Stationarität ist erreicht.

In der folgenden Abb. wird das Endergebnis des durchgeführten Iterationsprozesses für die Mode $H_{1_1_38}$ gezeigt. In Abbildung 91 ist der zugehörige radiale Verlauf des Gesamtfeldes zu sehen.

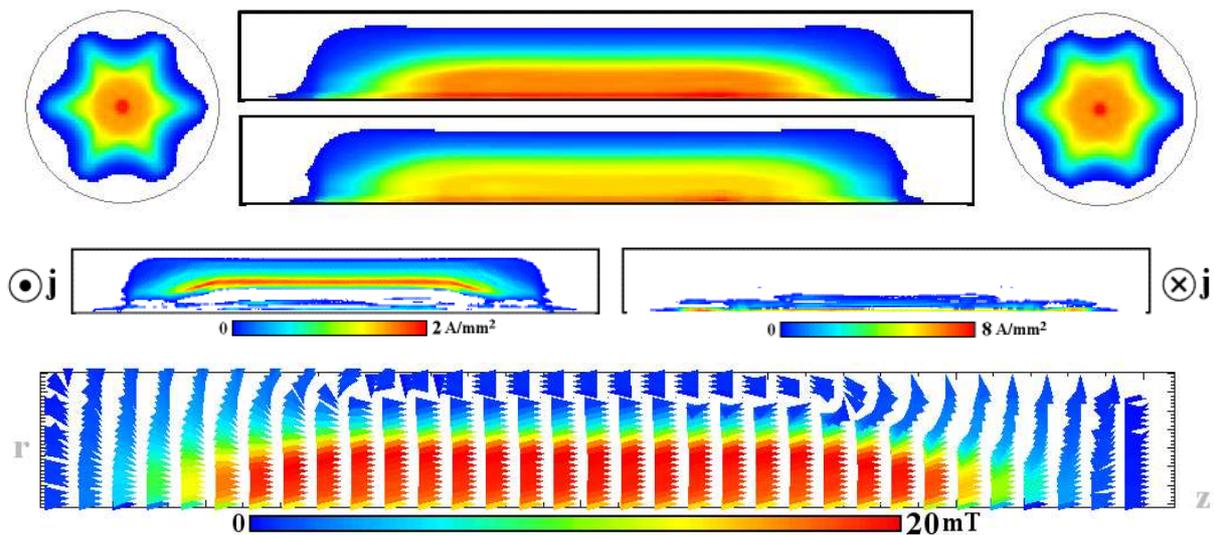


Abbildung 93: Die selbstkonsistente Lösung. Das Dichtemaximum liegt nach wie vor auf der Achse, verläuft aber sanft nach außen.

Wie erwartet, liegt das Ergebnis zwischen den Extremen sehr scharfer und sehr verwaschener Verteilungen. Mit maximal 20mTesla liegt der maximale Diamagnetismus bei 3%, was etwas mehr als doppelt so viel ist wie bei PECRIS III.

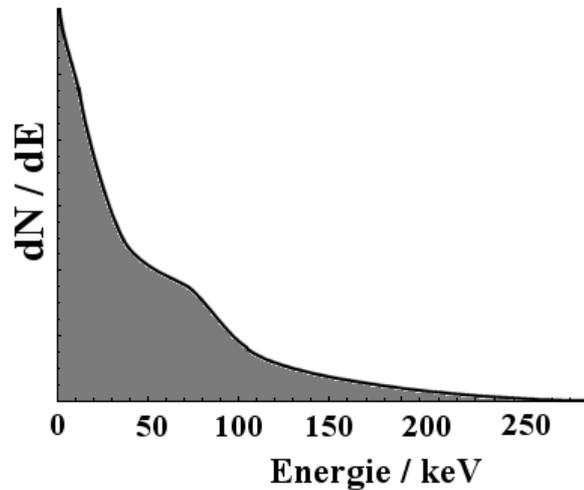


Abbildung 94: Energiespektrum der selbstkonsistenten Lösung

Das Energiespektrum der selbstkonsistenten Lösung (mit $\langle E \rangle = 60 \text{ keV}$) entspricht in etwa dem Spektrum der Rechnung ohne Diamagnetismus (siehe Abbildung 84).

Mit $\langle \tau \rangle = 150 \mu\text{s}$ ist die mittlere Teilchen-Einschlußzeit kleiner als bei der Rechnung ohne Diamagnetismus. Dies hängt mit der durch den Diamagnetismus verursachten B-Feld-Absenkung und der damit verbundenen Verkleinerung des Resonanzvolumens zusammen: der Anteil der kurzlebigen, (vor allem in der Anfangsphase) schlecht geheizten Elektronen nimmt zu, was auch im Energiespektrum durch einen (im Vergleich zur Rechnung ohne Diamagnetismus) hohen Anteil von niederenergetischen Teilchen $< 1 \text{ keV}$ zu sehen ist.

6.10.7 Nachführung der Frequenz

Der verschlechterte Einschluß läßt sich wahrscheinlich durch eine Nachführung der MW-Frequenz zumindest teilweise kompensieren. Eine Simulation dieser Frequenz-Nachführung ist aber schwierig, da eine kleinere Frequenz verwendet werden muß als die ursprünglich verwendete Frequenz $f = 1.005 \cdot f_0$. Diese Frequenz liegt dann unterhalb der Resonanzfrequenz des Magnetfeldminimums des permanentmagnetischen B-Feldes, und damit ist in der Quelle keine EZR-Bedingung mehr vorhanden.

Die Frequenznachführung könnte man simulieren, indem man nicht mehr das Permanentmagnetfeld, sondern das selbstkonsistente Feld als neues "Startfeld" definiert. Verringert man nun die MW-Frequenz und startet die Elektronensimulation, so ergibt sich ein diamagnetisches Feld, mit dem die nächste Rechnung gestartet wird. Dies wird solange fortgesetzt, bis das Input-Dia-Feld dem Output-Dia-Feld entspricht; man gelangt so zu der neuen selbstkonsistenten Lösung für die neue, nachgeführte Frequenz.

Die bisherigen Simulationen zeigten, daß die räumlichen Verteilungen sehr stabil gegenüber leichten Frequenzveränderungen sind und in erster Linie die Einschlußzeit betroffen ist. Es läßt sich also die Prognose stellen, daß sich auch in diesem Fall durch eine Frequenznachführung die Einschlußzeit $\langle \tau \rangle$ wieder verbessern läßt, ohne dabei die Verteilungen im Plasma stark zu verändern.

6.10.8 Deutung des Oszillations-Phänomens bei der diamagnetischen Rechnung

Wie man gesehen hat, sind die resultierenden Verteilungen sehr stark abhängig vom radialen B-Feld-Verlauf ausgehend von der Achse. Liegt ein ausgeprägtes radiales Minimum abseits der Achse vor, sind die Verteilungen verwaschen. Ist der Feldverlauf flach (wie im Fall ohne Diamagnetismus), kommt es bei der hier benutzten Mode zu sehr scharfen Strukturen. Irgendwo dazwischen gibt es einen Gleichgewichtspunkt, in dem sich beide Effekte die Waage halten.

Diese Effekte waren bei PECRIS III nicht zu beobachten. Die achsnahen Stromdichten haben hier bei weitem keinen so großen Einfluß auf das diamagnetische Feld wie bei PECRIS V.

6.10.9 Die statistischen Anforderungen der diamagnetischen Rechnung

Der Anspruch an die Statistik ist bei dieser Art Rechnungen sehr hoch: um eine eingetretene Konvergenz (innerhalb eines Toleranzintervalls) zeigen zu können, müssen zwei nachfolgende Rechnungen ja (fast) das selbe Ergebnis liefern. Dies kann nur gelingen, falls bei beiden Rechnungen die statistischen Fehler des Endergebnisses klein sind. Bei einer Quelle wie PECRIS V, bei die eine einzelne Rechnung mit guter Statistik schon ein großes Rechenproblem darstellt ist die selbstkonsistente Berücksichtigung des Diamagnetismus also eine rechentechnische Herausforderung. Insbesondere im vorliegenden Fall, in dem kleine Feldänderungen (im Prozentbereich) im achsnahen Bereich starke Veränderungen der abschließenden Stromdichteverteilung \mathbf{j} und damit dem diamagnetischen Feld herbeiführen. Dieses ist auch ein Problem für den Konvergenzprozeß. Hinzu kommt, daß ja nicht alle geheizten Elektronen wegen der begrenzten Simulationszeit vollständig erfaßt werden, bzw. bei jeder Rechnung des Konvergenzprozesses $N(t)$ auf ein unterschiedlich großer Restanteil abgefallen ist. Dies alles macht die rekursive Erfassung des Diamagnetismus grundsätzlich und insbesondere für den vorliegenden Fall sehr schwierig, da die Anforderung an die Rechenleistung enorm sind (>1 Monat Rechenzeit mit dem verwendeten Rechnersystem, siehe *Anhang: Rechenleistung*).

6.11 Die stationäre ECRIS V mit $H_{2,2,33}$, 100V/cm

PECRIS V wurde auch mit der Mode $H_{2,2,33}$ und 100V/cm gerechnet. Das Ergebnis ist hier zu sehen:

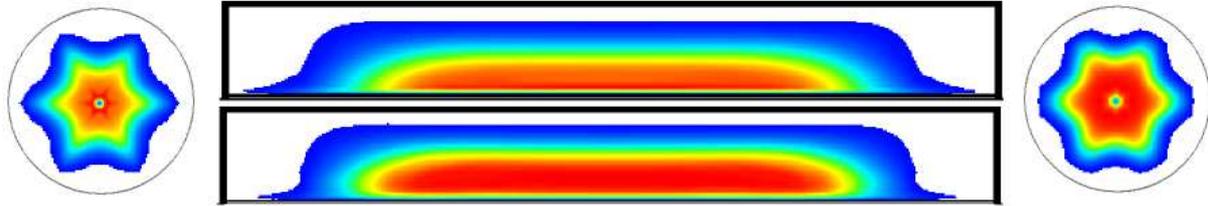


Abbildung 95: Links und oben: Ladungsdichteverteilung (xy- bzw. rz-Projektion); Rechts und unten: Energiedichteverteilung.

Die Konzentration auf die Achsennähe ist hier viel weniger ausgeprägt als bei der H_{11} -Mode. Dies ist begründet in der räumlichen Verteilung des MW-Feldes (siehe Abschnitt 2.5.5): Starke E-Feld-Bereiche scheinen eine anziehende Wirkung auf geheizte Elektronen zu haben.

F V/cm	T _{SIM} ms	N ₀	N _{Lang}	N _{Rest}	τ_{Lang}	\overline{IAHD}	$\langle \tau \rangle$	$\langle E \rangle$ keV	$\langle E \rangle_v$	τ_E ms
100	5	3745	1100(29%)	287(26%)	3.7ms	320 μ s	0.96ms	108	11keV	9.5

$f = 1.005 \cdot f_0$ $n_e = n_{cutoff} / 2$ $\langle Q \rangle = 11$

Mit $\langle \tau \rangle = 0.96ms$ ist die Einschlußzeit so gut wie bei der H_{11} -Mode, $\langle E \rangle = 108keV$ entspricht ebenfalls ungefähr der mittleren Energie bei der H_{11} -Mode mit 100V/cm.

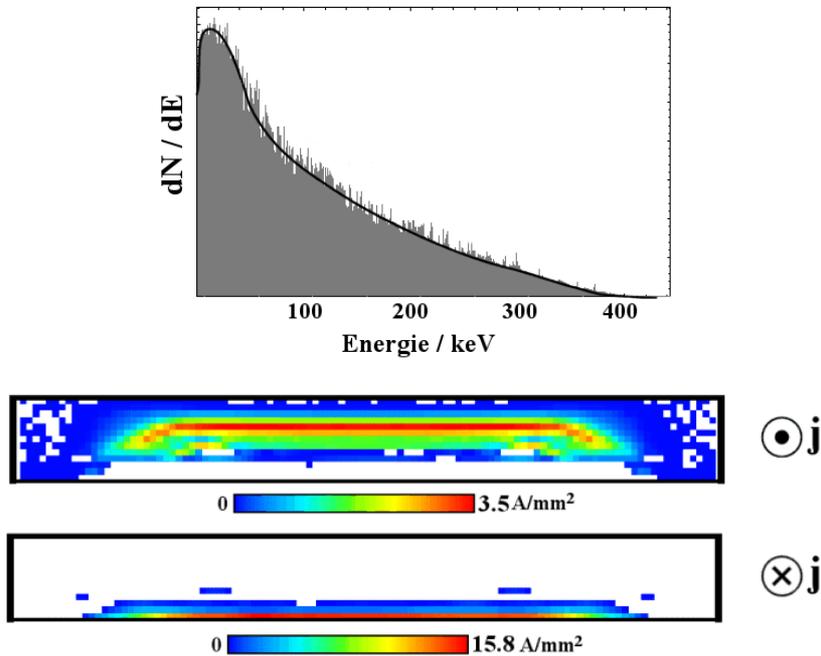


Abbildung 96: Energiespektrum und Stromdichteverteilung \mathbf{j} . In Achsennähe gibt es einen Netto-Elektronenfluß in entgegengesetzter Richtung, der das diamagnetische Feld in Achsennähe leicht abschwächt.

6.11.1 Der Diamagnetismus der Mode $H_{2,2,33}$

Mit Hilfe der oben gezeigten Stromdichteverteilung \mathbf{j} ergibt sich folgende Feldlinienverteilung des diamagnetischen Feldes, der max. Diamagnetismus liegt bei 7% :

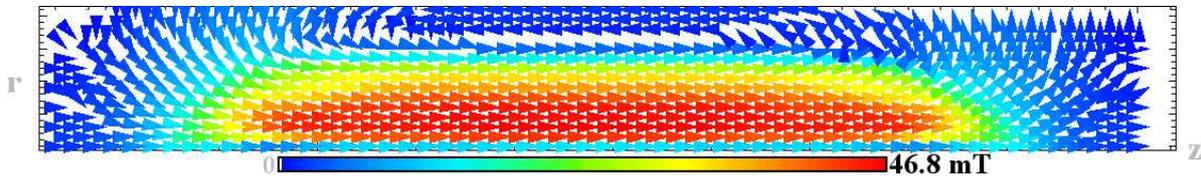


Abbildung 97: Diamagnetisches Feld der H_{22} -Mode (Stufe 0)

Die Stärke des Diamagnetismus läßt sich durch die hohe mittlere Energie der Elektronen im Vergleich zur H_{11} -Mode erklären (108keV zu 60keV; die Feldstärke beträgt hier ja 100V/cm statt 50V/cm bei der gerechneten H_{11} -Mode). Außerdem ist das Volumen hoher Stromdichte etwas größer als bei der H_{11} -Mode (Rechnung mit Diamagnetismus).

Bei einer Rückkopplung des Diamagnetismus wie bei PECRIS III oder der Mode H_{11} ergibt sich im wesentlichen eine Absenkung des B-Feldes und ein Minimum in radialer Richtung. Wegen der relativ zu B_{\min} erhöhten MW-Frequenz führt dies zu verschlechterten Einschlußbedingungen, falls die MW-Frequenz nicht nachgeführt wird. Die räumlichen Verteilungen werden sich nach den Erkenntnissen zur Mode H_{11} aber kaum verändern, da von vorneherein eine relativ verwaschene Verteilung vorliegt und somit die Oszillationen zwischen scharfen und verwaschenen Verteilungen schwächer ausfallen. Der relativ scharfe Ring um das Zentrum wird sich auflösen.

Insgesamt ergibt sich aber ein für den Quellenbetrieb gutes Ergebnis für die H_{22} -Mode, da das Plasma im achsnahen Bereich eingeschlossen ist und die mittlere Einschlußzeit so groß ist wie bei der H_{11} -Mode.

6.12 Die stationäre ECRIS V mit $H_{3,1,38}$

6.12.1 Räumliche Verteilung

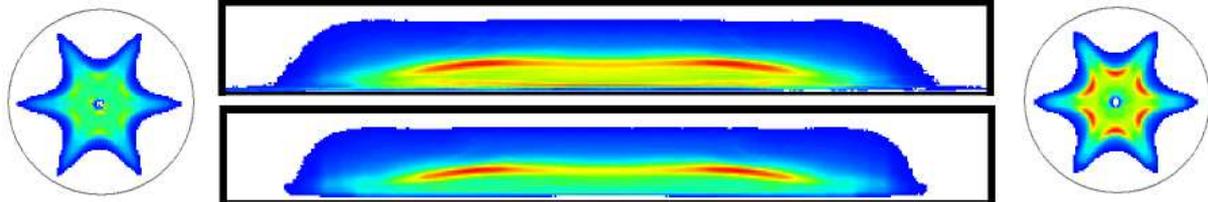


Abbildung 98: Räumliche Dichteverteilungen der H_{31} -Mode

F V/cm	T_{SIM} ms	N_0	N_{Lang}	N_{Rest}	τ_{Lang}	\overline{IAHD}	$\langle \tau \rangle$	$\langle E \rangle$ keV	$\langle E \rangle_v$	τ_E ms
50	5	28458	90(0.3%)	0 (0%)	0.25ms	$2\mu s$	$2\mu s$	3	55eV	0.18

$$f = 1.005 \cdot f_0 \quad n_e = n_{cutoff} / 2 \quad \langle Q \rangle = 11$$

Da die E-Feldstärke bei dieser Mode weit außen ihr Maximum hat, ist auch die räumliche Verteilung weit nach außen verschoben, was sehr ungünstig für den Quellenbetrieb ist (starke Plasma-Wand-Wechselwirkung, die Ionenproduktion findet weit weg von der Achse statt).

Mit $\langle \tau \rangle < 10\mu s$ ist dies keine akzeptable Mode für den Betrieb. Diese Mode hat fast keine Amplitude im Bereich der Resonanz. Anders wäre die Situation, wenn man die Frequenz erhöhen und die Resonanz in den Bereich hoher Feldstärken verschieben würde, dann hätte man den Betrieb einer Min-B-Quelle mit dem damit verbundenen Nachteil einer geringen Dichte auf der Achse und dem schlechten Einschlußverhältnis B_{ZMax} / B_{EZR} .

6.13 Multi-Frequenz-Heizung(MFH)

6.13.1 Theorie

In Standard-Minimum-B-Quellen werden häufig mehrere Frequenzen eingestrahlt (z.B. auch in SERSE [ECRIS 99]), um eine entsprechende Anzahl von Resonanzflächen zu generieren. Elektronen haben so im Mittel häufiger Kontakt zu MW-Resonanzen und werden besser geheizt. Befinden sich Resonanzflächen in Achsenähe, wird die Plasmadichte wegen der anziehenden Wirkung von Resonanzflächen auf geheizte Elektronen mehr Richtung Achse verlagert. Es entsteht ein größeres Volumen hoher Elektronendichte als bei Verwendung nur einer Resonanzfläche. In SERSE wurde durch die Verwendung einer zweiten, geringeren MW-Frequenz ein deutlich verbessertes Quellenverhalten gemessen.

Da sich die Zyklotronfrequenz relativistischer Elektronen mit steigender Energie immer weiter verringert, wandern diese Elektronen, vereinfacht betrachtet, die magnetischen Wände hoch, um ihre entsprechende relativistische Resonanz zu finden. Findet dieser Prozeß bei vielen Teilchen statt, so bedeutet dies eine Abnahme der Plasmadichte im achsnahen Bereich. Bietet man ihnen aber zusätzlich zur Grundfrequenz weitere, tiefere Frequenzen an, so finden sie auch in zentraleren Bereichen Resonanzen und müssen nicht mehr radial nach außen wandern. Der Energiegewinn pro Zeit geschieht desto langsamer, je steiler der Magnetberg ist, den die Elektronen "hochwandern" müssen, was sich im Energiespektrum widerspiegelt: dieses fällt zu hohen Energien stark ab.

Dieser Zusammenhang ist in der folgenden Abbildung skizziert.

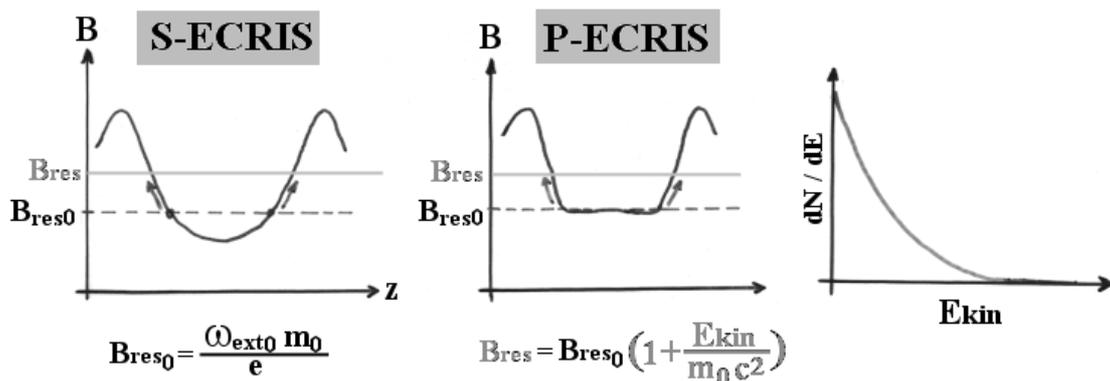


Abbildung 99: Resonanzfrequenz in Abhängigkeit von der relativistischen Energie und damit verbundenes Energie-Spektrum

Bei diesem naiven Ansatz wird allerdings das komplexe Teilchenverhalten insbesondere aufgrund der im Vergleich zu den Cavity - Dimensionen schon erheblichen Elektronenradien bei hohen Energien nicht berücksichtigt. Die Ergebnisse dieser Arbeit zeigen ja gerade die Möglichkeit hoher Dichtekonzentrationen in Achsenähe bei mittleren Elektronenenergien von über 100keV.

Ein weiterer, wesentlicher Aspekt ist das Energiespektrum: die bisher gezeigten Spektren zeigen Elektronen mit Energien bis zu einigen 100keV. Die maximal benötigten Ionisationsenergien für Argon-Spektren liegen aber nur bei 20keV.

In der Tat benötigen die Elektronen große Energien, wie in dieser Arbeit mehrfach gezeigt, damit die Stoßwirkungsquerschnitte klein werden und ihre Einschlußzeiten damit groß.

Die neue Idee der Multifrequenzheizung besteht nun darin, in einer Plateauquelle ein nahezu kastenförmiges Spektrum zu erzeugen. Dies könnte gelingen, da die Elektronen bis zu einer Grenzenergie effizient geheizt werden, weil sie im Bereich des (ursprünglichen) Resonanzvolumens mit steigender Energie immer wieder die passende Frequenz finden. Dies geschieht, bis sie eine gewisse Maximalenergie überschreiten und den Magnetberg hochwandern müssen, um ihre relativistische Resonanz zu finden. Siehe hierzu die folgende Abbildung:

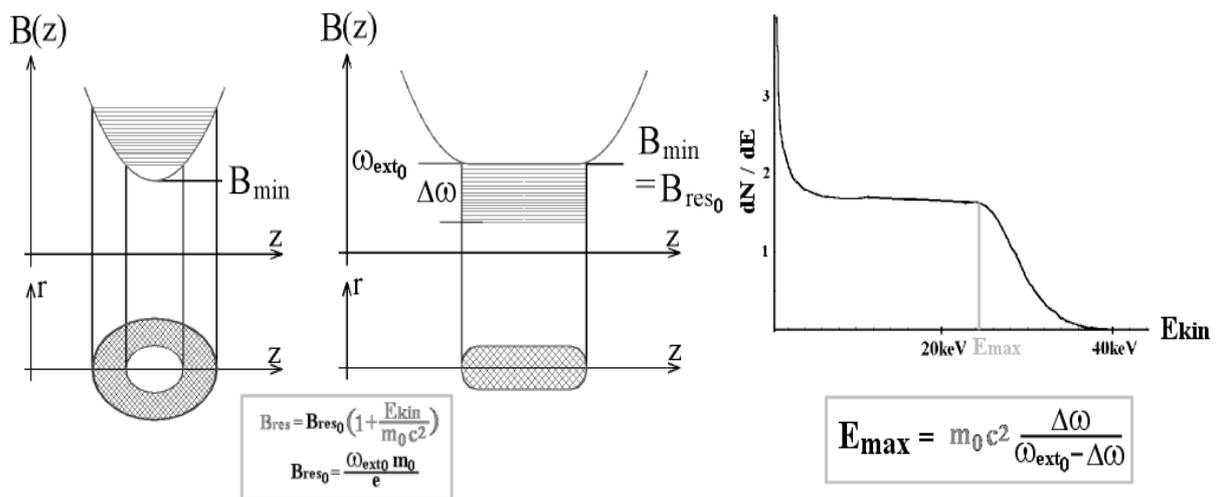


Abbildung 100: Multifrequenzheizung einer S-ECRIS (links): es entsteht eine Art Resonanzvolumen. Bei einer P-ECRIS finden die Elektronen im Resonanzvolumen bis zu einer Grenzenergie E_{max} immer eine passende Frequenz. Es könnte sich somit das gezeigte Elektronen-Energie-Spektrum ergeben.

Daß diese Idee für Kurzzeit-Elektronen bis $5\mu s$ im Simulationsprogramm funktioniert, konnte schon in [ECRIS99] gezeigt werden.

Die Abbildung 100 zeigt ein entsprechend simuliertes Elektronenspektrum einer 18GHz-Testquelle.

6.13.2 Simulation und Experiment in PECRIS V

PECRIS V wurde so konzipiert und gebaut, daß eine Multi-Frequenz-Heizung(MFH) möglich ist. Deswegen soll an dieser Stelle eine Rechnung vorgestellt werden mit den folgenden Moden:

$$H_{1,1,38} \quad H_{2,4,13} \quad H_{1,2,35} \quad H_{2,2,33} \quad H_{1,4,20} \quad H_{1,1,37} \quad H_{1,3,29} \quad H_{1,2,34}$$

$\Delta\omega$ (siehe Abbildung 100) beträgt für diesen Fall etwa 4% (entsprechend 20keV), wie man anhand der nächsten Abbildung 101 sehen kann.

Die H-Moden werden den E-Moden bevorzugt, da diese im Gegensatz zu den E-Moden kaum axiale und damit nichtheizende Komponenten besitzen. Möglichst kleine Indizes sorgen für starke achsennahe Felder. Leider kann man diese Moden nur schwer selektiv auswählen, da auch viele andere Moden in diesem Frequenzbereich liegen. Untersucht wird hier somit ein Idealfall. Das Problem der Modenanregung wird zur Zeit untersucht. Man versucht z.B. durch Wölbung der Cavity- Front- und Rückwand selektiv günstige Moden anzuregen.

Bei den Simulationen haben alle verwendeten Mikrowellenfelder denselben Energieinhalt. Da dieser proportional dem mittleren Amplitudenquadrat des E-Feldes ist, wird folgende Nomenklatur verwendet:

Die E-Feldstärke einer Mode sei mit 10V/cm angegeben. Dies bedeutet, daß das mittlere Amplitudenquadrat der Mode im Resonator $(10\text{V/cm})^2$ ist. Folglich hat jede andere Mode, deren Feldstärke mit 10V/cm angegeben ist, ebenfalls $100\text{V}^2/\text{cm}^2$ mittleres Amplitudenquadrat und damit denselben Energieinhalt im Resonator. Die exakten Gleichungen für die Zylindermoden sind im Anhang von [HeinenD] zu finden, abgeleitet aus [Jackson].

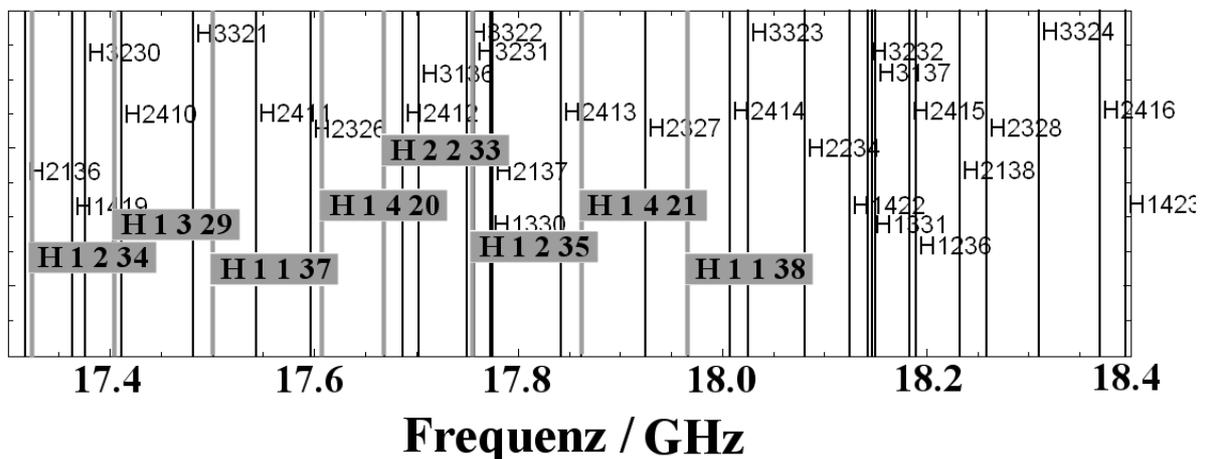


Abbildung 101: Multifrequenz-Heizung bei PECRIS V. Die für die Rechnung benutzen Moden sind markiert

Die H_{11} und H_{22} -Moden wurden ja im letzten Abschnitt schon untersucht und als gut befunden. Alle verwendeten Moden sollten also akzeptable Ergebnisse bringen. Wichtig ist ein möglichst großer Feldstärkeanteil in Achsennähe. Man beachte, daß nur die Mode $H_{1,1,38}$ kalte, nichtrelativistische Elektronen heizt, die anderen Moden heizen und beeinflussen nur relativistische Elektronen.

Das superponierte Modenfeld ist kein stehendes Feld mehr.

6.13.3 Ergebnis der Simulation

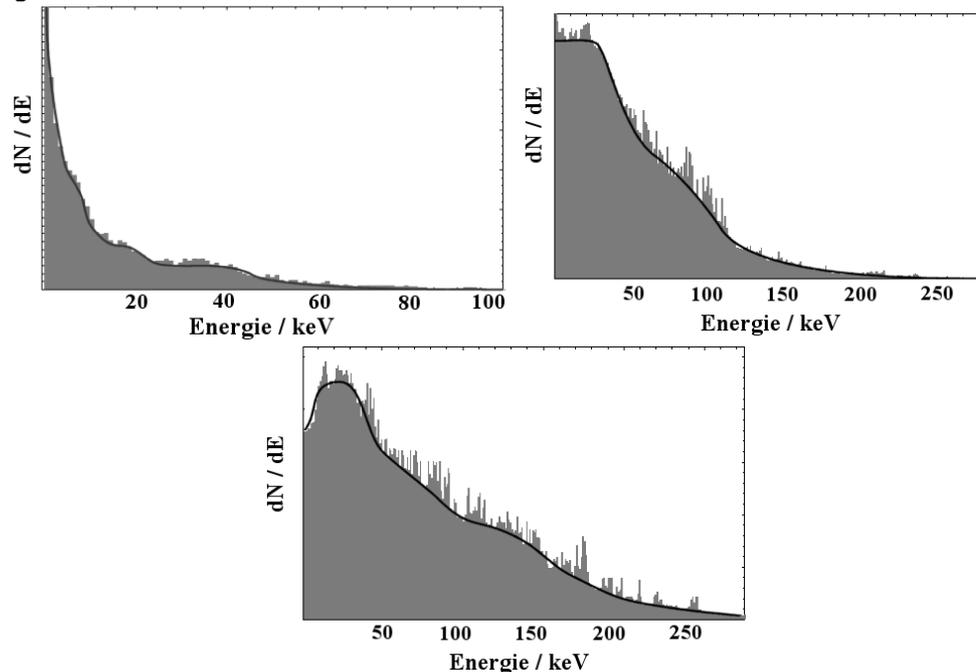


Abbildung 102: Energiespektrum mit 5V/cm, 10V/cm und 20V/cm pro Mode

Das Energiespektrum zeigt das prinzipielle Funktionieren der MF-Heizung (man sieht jeweils einen Abbruch bei etwas mehr als 20keV), allerdings werden vor allem die langeingeschlossenen Elektronen zu sehr viel höheren Energien als 20keV geheizt. Mit zunehmender E-Feldstärke wird das Energiespektrum immer verwuschener, die Lage der Abbruchkante bleibt aber in etwa konstant. Verwendet man allerdings zu kleine Feldstärken pro Mode, geht der Einschluß verloren, da zu viele Teilchen zu schnell herausgestreut werden. Auch hier gibt es also eine optimale Feldstärke für den Teilcheneinschluß. Dieser ist allerdings nicht so gut wie der von $H_{1,1,38}$. Dies liegt an den anderen Moden, vor allem die mit stärkeren Anteilen weit von der Achse entfernt.

Die räumlichen Verteilungen sind radial in etwa so scharf begrenzt wie die der $H_{1,1,38}$ -Mode (ohne Diamagnetismus). Der Diamagnetismus wird auch hier zu einer radialen Auswaschung der räumlichen Verteilungen führen.

Insgesamt kann aus Sicht der Elektronen-Simulation nicht von einer Verbesserung der Situation bei Verwendung mehrerer Frequenzen bei einer Plateau-Quelle gesprochen werden.

Es gibt aber einen anderen Aspekt, der die Verwendung mehrerer Frequenzen sinnvoll erscheinen läßt:

Die Eigenschaften des Resonators ändern sich, falls ein Plasma vorhanden ist. Die Resonanzfrequenzen der einzelnen Moden verschieben sich mit zunehmender Plasmadichte zu höheren Frequenzen (Plasma hat $\epsilon < 1$). Dieser Effekt ist im Experiment z.B. deutlich bei PECRIS III zu sehen [RütherD]. Verwendet man neben der Resonanzfrequenz der H_{11} -Mode mehrere andere Frequenzen (in diesem Fall höhere als die Grundfrequenz), wird es immer eine die H_{11} -Mode anregende Frequenz geben. Bei Verwendung nur einer Frequenz würden mit zunehmender Plasmadichte andere Moden mit weiter außen liegenden Feldstärkeanteilen angeregt, was nach den Ergebnissen der letzten Abschnitte kontraproduktiv für das Quellenverhalten wäre.

6.14 Zusammenfassung der wichtigsten Simulationsergebnisse

Sofern nicht anders bezeichnet, beziehen sich die Aussagen auf Plateau-Quellen

- Plateaustrukturen haben das Plasmadichtemaximum auf der Achse, Standard-Strukturen haben ihr Dichtemaximum an der Resonanzfläche, die den Plasmakern umschließt.
- Mikrowellenmoden mit starken zentralen Feldanteilen sind günstig für den Teilcheneinschluß $\langle\tau\rangle$ und eine hohe zentrale Plasmadichte.
- Es gibt eine optimale Mikrowellenfrequenz für den Teilcheneinschluß $\langle\tau\rangle$. Diese liegt knapp über der minimal möglichen Frequenz $f = f_0 = f(B_{\min}^{\text{abs}})$, $f_{\text{optimal}} \approx 1.005 \cdot f_0$.
- Es gibt eine optimale E-Feldstärke für den Teilcheneinschluß $\langle\tau\rangle$. Größere oder kleinere Feldstärken verschlechtern den Einschluß. Die mittlere Lebensdauer $\langle\tau\rangle$ durchläuft mit steigender E-Feldstärke also ein Maximum.
- Der Diamagnetismus entsteht aus einem das Plasma umfließenden Elektronen-Nettostrom.
- Der Diamagnetismus nivelliert scharfe Strukturen der räumlichen Dichteverteilungen und nimmt mit steigender E-Feldstärke zu. Er liegt dabei im Prozentbereich des statischen Magnetfeldes.
- Der Diamagnetismus verschlechtert den Einschluß ohne eine entsprechende Frequenznachführung.
- Die räumlichen Verteilungen der Elektronen hängen nur schwach von der E-Feldstärke ab. Bei steigender E-Feldstärke nimmt der radiale Umfang des Plasmas dabei leicht zu.
- Die räumlichen Verteilungen der Elektronen ändern sich bei leichter Frequenzerhöhung (einige Prozent) ausgehend von f_{optimal} nur schwach
- Die mittlere Energie der gefangenen Elektronen nimmt mit steigender E-Feldstärke zu.
- Die mittlere Energie der austretenden Elektronen nimmt mit steigender E-Feldstärke zu.
- Die Energieeinschlußzeit τ_E durchläuft mit steigender E-Feldstärke ein Maximum
- Der axiale Anteil der herausfliegenden Elektronen nimmt mit steigender Frequenz ab.
- Durch Verschiebung der Quelle verlagert sich der Austrittsstrom der Elektronen sehr stark in Verschiebungsrichtung.
- Die Form des Plasmas bleibt bei Verschiebung der Quelle erhalten, der Einschluß verschlechtert sich dabei bei einer nicht zu starken Verschiebung nur leicht.

Kapitel 7: Diamagnetismus

7.1 Einführung

Jede ruhende Ladung erzeugt ein statisches elektrisches Feld, jede sich gleichförmig bewegendele elektrische Ladung erzeugt ein Magnetfeld, jede beschleunigte Ladung erzeugt eine elektromagnetische (e/m-) Welle.

Die magnetische Wechselwirkung läßt sich dabei bekanntermaßen durch die Relativitätstheorie auf die elektrische Wechselwirkung zurückführen.

Speziell für ein kreisendes Elektron bedeutet dies, daß eine Testladung, die sich in relativ großer Entfernung von diesem Elektron befindet, das Coulombfeld einer Punktladung, die e/m-Welle einer beschleunigten Ladung (in der Bahnebene das Feld eines schwingenden elektrischen Dipols) und das statische Magnetfeld eines magnetischen Dipols sieht (vorausgesetzt natürlich, die sich mit c ausbreitenden Felder haben die Testladung erreicht).

Die Wirkung der Synchrotronstrahlung wurde in Abschnitt 3.3.2 für EZR-Plasmen als vernachlässigbar abgeschätzt, die Bedeutung der Coulomb-Wechselwirkung für Streuprozesse wurde in Abschnitt 4.4 behandelt. Der Diamagnetismus wird im folgenden diskutiert:

Betrachtet man ein idealisiertes Volumenelement des Plasmas, in dem das Magnetfeld homogen ist und sich makroskopisch viele kreisende Elektronen mit der selben Energie befinden, wird dieses Volumen magnetisiert, da jedes Elektron (von seiner nächsten Umgebung abgesehen) ein magnetisches Dipol(fern-)feld erzeugt [Nolting].

Die Bahnradialen seien dabei zunächst klein gegenüber den Abmessungen des Volumenelementes.

Als Magnetisierung \mathbf{M} definiert man die magnetische Dipoldichte $d\mathbf{m}/dV$ in einem Material. \mathbf{M} ist die Ursache für ein im Plasma und seiner näheren Umgebung entstehendes Magnetfeldes \mathbf{B}^{Dia} , das sich nach dem Superpositionsprinzip jedem anderen dort befindlichen Magnetfeld überlagert. \mathbf{B}^{Dia} läßt sich in zwei Komponenten zerlegen: $\mathbf{B}^{\text{Dia}} = \mu_0 \cdot (\mathbf{H}^{\text{Dia}} + \mathbf{M})$.

Die Magnetisierung wird in dieser Gleichung in derselben Einheit angegeben wie das H-Feld (also A/m). Aus Gründen der Anschaulichkeit wird im Folgenden für \mathbf{M} die Einheit Tesla verwendet: $\mathbf{B}^{\text{Dia}} = \mu_0 \cdot \mathbf{H}^{\text{Dia}} + \mathbf{M}$.

Die durch gebundene Ladungsträger erzeugte Magnetisierung \mathbf{M} erzeugt im Innern eines magnetisierten Materials ein magnetisches Zusatzfeld, das sich dem aus freien Ladungsträgern erzeugten Magnetfeld \mathbf{H} überlagert. Außerhalb des magnetisierten Materials ist die Magnetisierung Null, weshalb sich hier die magnetische Induktion direkt aus dem \mathbf{H} -Feld ergibt ($\mathbf{B}^{\text{Dia}} = \mu_0 \cdot \mathbf{H}^{\text{Dia}}$).

Siehe hierzu z.B. [Feynman2].

Die Magnetisierung mancher Plasmen läßt sich nun genähert als die eines homogen magnetisierten Stabmagneten beschreiben.

7.2 Der homogen magnetisierte Stabmagnet

Ein homogen magnetisierter, zylindrischer Stabmagnet kann mit Hilfe von zwei Ersatzbildern beschrieben werden [Wolff]. In Abbildung 103 sind diese zu sehen: eine eng gewickelte Spule bzw. ein Zylinder mit fiktiven magnetischen Oberflächenladungen erzeugen dasselbe \mathbf{H} - und \mathbf{B} -Feld wie der Stabmagnet. Beim Bild mit magnetischen Oberflächenladungen berechnet sich das Feld völlig äquivalent zu elektrischen Ladungen [Adam].

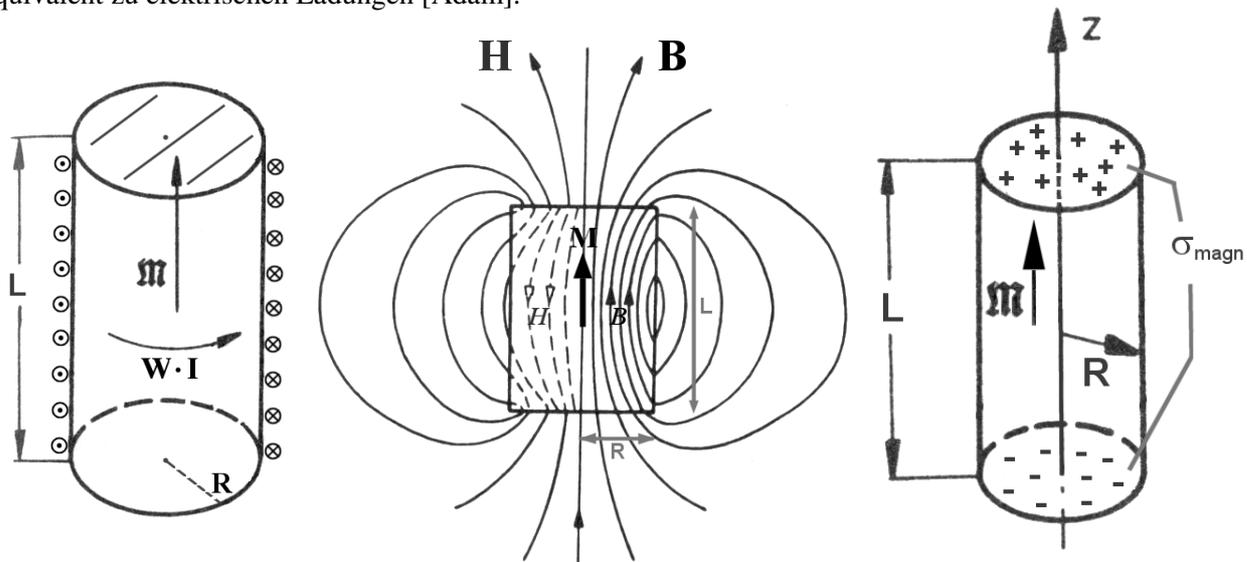


Abbildung 103: Homogen magnetisierter, zylindrischer Stabmagnet (*Mitte*) mit Länge L und Radius R sowie seine Ersatzbilder: eng gewickelte Spule (*links*) und Zylinder mit Oberflächenladung (*rechts*)

In Abbildung 104 sieht man den Verlauf des \mathbf{B} - und \mathbf{H} -Feldes auf der Achse des Stabmagneten (im Inneren des Magneten bzw. im gesamten Bereich). Man sieht, daß das \mathbf{H} -Feld unstetig ist und sein Vorzeichen an den Grenzflächen ändert.

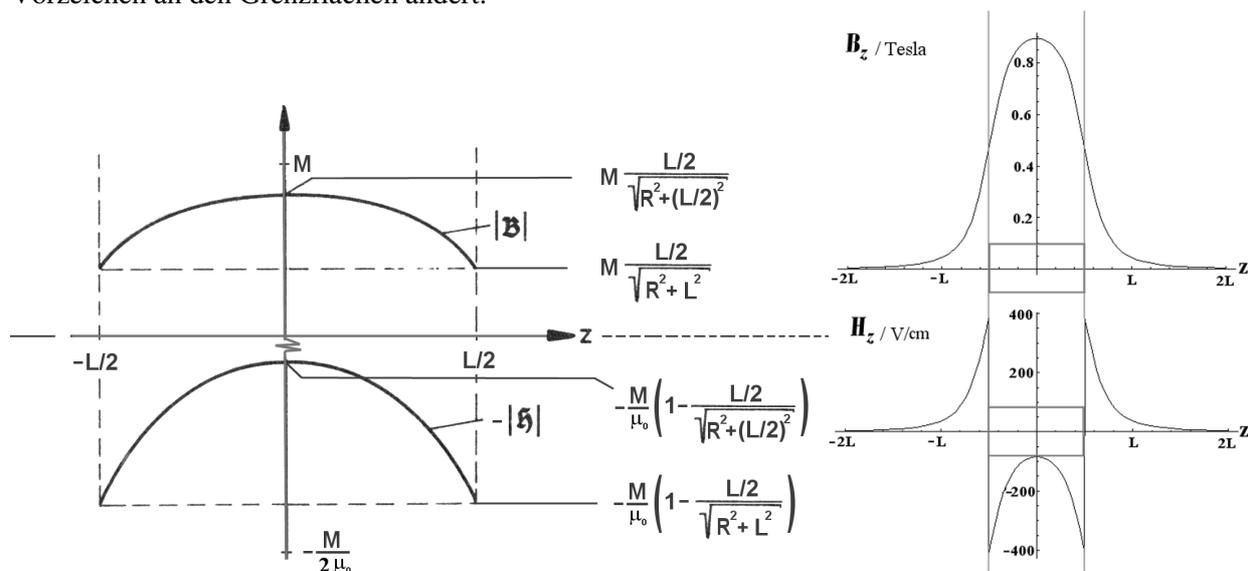


Abbildung 104: *Links:* Felder im Inneren eines homogen magnetisierten Stabmagneten. *Rechts:* Verlauf der z -Komponenten auf der Achse. Die Magnetisierung beträgt $M = 1$ Tesla, Länge zu Durchmesser: $1 / 0.5$.

Für diesen Stabmagneten lassen sich analytische Lösungen finden [Wolff]:

Für das H-Feld auf der Achse *außerhalb des Magneten* gilt:

$$\mathbf{H}^{\text{außen}} [A/m] = \frac{1}{\mu_0} \left(\frac{\mathbf{M}[T]}{2} \left(\frac{L/2 + z}{\sqrt{R^2 + (L/2 + z)^2}} + \frac{L/2 - z}{\sqrt{R^2 + (L/2 - z)^2}} \right) \right)$$

Für das H-Feld auf der Achse *im Magneten* gilt:

$$\mathbf{H}^{\text{innen}} [A/m] = \mathbf{H}^{\text{außen}} [A/m] - \frac{\mathbf{M}[T]}{\mu_0}$$

Auf der Achse gilt für das **B**-Feld wegen $\mathbf{B}[T] \equiv \mu_0 \mathbf{H}[A/m] + \mathbf{M}[T]$ deshalb

$\mathbf{B}[T] = \mu_0 \mathbf{H}^{\text{außen}} [A/m]$:

$$\mathbf{B}(z)[T] = \frac{\mathbf{M}[T]}{2} \left(\frac{L/2 + z}{\sqrt{R^2 + (L/2 + z)^2}} + \frac{L/2 - z}{\sqrt{R^2 + (L/2 - z)^2}} \right)$$

7.3 Diamagnetismus in einer P-ECRIS

Sind die Elektronenbahnradialen sehr viel kleiner als der Cavity-Radius, ergibt sich die lokale Magnetisierung des Plasmas als: $M = n_e \cdot \langle \mu_e \rangle$, wobei $\langle \mu_e \rangle = \langle E_{\perp} \rangle / B$ das mittlere magnetische Moment der Elektronen ist.

$\langle E_{\perp} \rangle$ ist dabei die mittlere kinetische Energie der Elektronen senkrecht zum Magnetfeld. M ist dem lokalen äußeren Magnetfeld immer entgegengerichtet.

Kennt man die lokale Energiedichteverteilung der Elektronen und ist diese rotationssymmetrisch (wie dies für Plateau-Quellen in der Regel der Fall ist, siehe Kapitel 6), kann man sich das Plasma als aus vielen kleinen Permanentmagnetringen zusammengesetzt denken und das diamagnetische Feld numerisch berechnen [Adam]. In Abbildung 105 ist das mit PECRIS III gemacht worden, wobei die mittlere Energie der Elektronen hier unrealistisch klein ist. In Abbildung 106 sieht man das aus der Magnetisierung des Plasmas resultierende B -Feld B^{Dia} in einem xz-Schnitt.

7.3.1 Diamagnetismus als Folge von Elektronen-Nettoströmen

Sind die Elektronenenergien so hoch, daß ihre Radialen in Größenordnungen von Prozenten der Cavity-Abmessungen liegen, ist die Beschreibung der Magnetisierung des Plasmas über lokale (mikroskopische) Kreisströme (die ein magnetisches Moment tragen) nicht mehr zutreffend. Die Magnetisierung läßt sich dann besser als Folge makroskopischer Nettoströme schneller Elektronen beschreiben. Die positiven Ladungen bewegen sich aufgrund ihrer Trägheit im Vergleich dazu kaum.

In der Abbildung 107 sieht man eine realistische Elektronen-Energiedichte-Verteilung von PECRIS III (siehe Kapitel 6). Ferner erkennt man an der Darstellung der Elektronen-Nettoströme eine Netto-Rotation der heißen Elektronen um die Achse (dies entspricht einem Zylinder, der aus unterschiedlich schnell rotierenden Scheiben aufgebaut ist). Aus diesen Kreisströmen kann man mit den geeigneten Programmen das resultierende diamagnetische Feld berechnen lassen [Mafia].

Für die besondere Situation in EZR-Plasmen mit der großen Zahl hochenergetischer Elektronen ist dieses Verfahren dem obigen Verfahren mit Permanentmagnetringen vorzuziehen. Es wurde bei den gezeigten Simulationsergebnissen des letzten Kapitels ausschließlich verwendet.

Betrachtet man Abbildung 106 und Abbildung 108, so erkennt man, daß sich das diamagnetische Feld der Quelle PECRIS III in erster Näherung als das Feld eines homogen magnetisierten Stabmagneten beschreiben läßt. Aus Messungen des diamagnetischen Feldes außerhalb des Plasmas lassen sich somit indirekt Aussagen über die Elektronenverteilungen ermitteln.

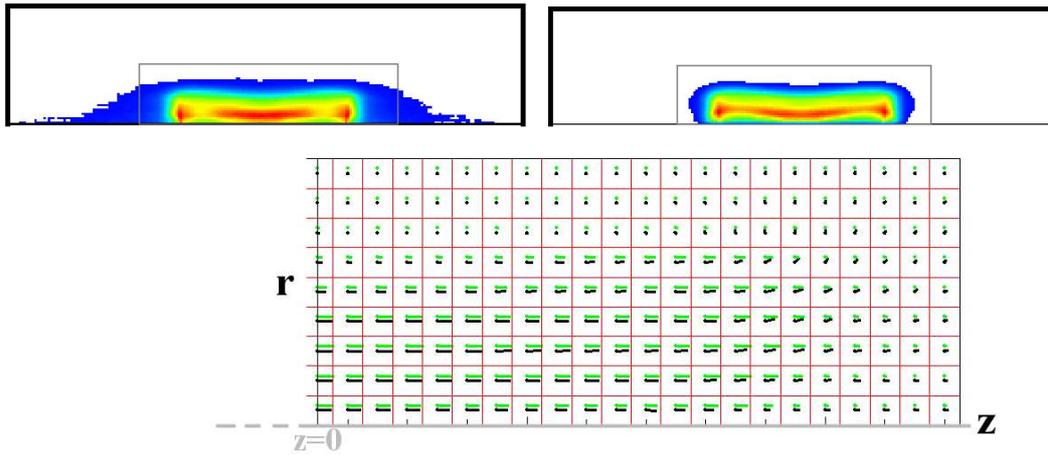


Abbildung 105: Beispiel einer Ladungs- (oben links) und Energiedichteverteilung einer P-ECRIS mit geringer Elektronenenergie. Die Verteilungen sind rotationssymmetrisch, weswegen die rz-Darstellung gewählt wird. Darunter ist das Raster der magnetisierten Ringe in der vorderen Hälfte des grau umrahmten Bereiches der oberen Bilder zu sehen. Die Magnetisierung der Ringe ist grün gezeichnet. Die kleinen schwarzen Striche stellen das durch die Magnetisierung erzeugte B-Feld B^{Dia} dar.

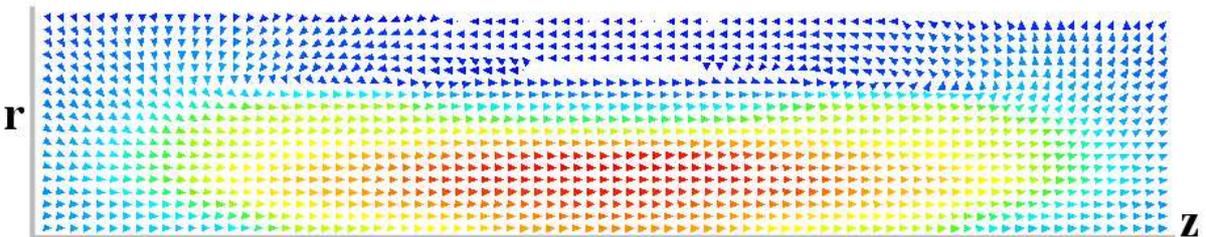


Abbildung 106: rz-Darstellung von B^{Dia} im Bereich der grauen Rahmen der letzten Abbildung

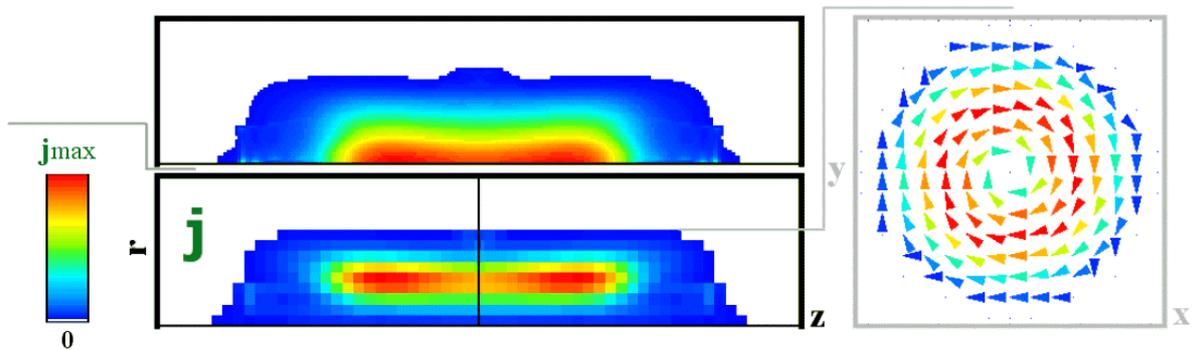


Abbildung 107: Nettoströme in PECRIS III. *Links:* rz-Darstellung: rotationssymmetrische Energiedichte- darunter Nettostromdichteverteilung j . *Rechts:* j in der xy-Projektion

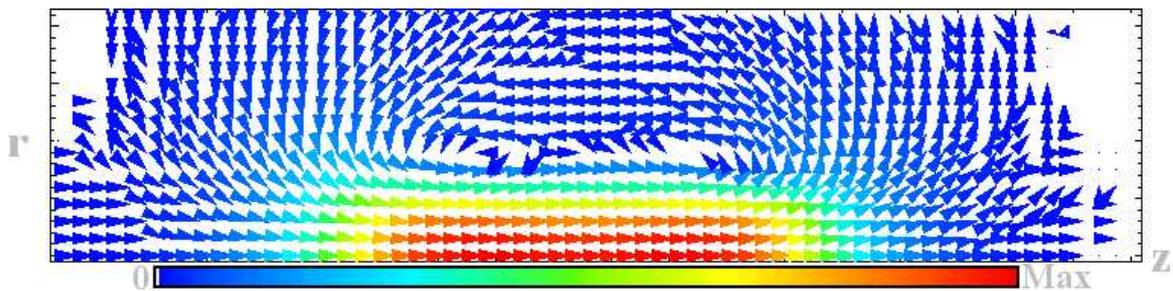


Abbildung 108: Das sich aus j ergebende Diamagnetische Feld in rz-Darstellung

7.4 Messung des Diamagnetismus in PECRIS III

Die Messung des Diamagnetismus stellt eine indirekte Meßmethode und eine vergleichsweise einfache Möglichkeit dar, Informationen über das Plasma zu erhalten, ohne das Plasma zu stören und einen sehr hohen Meßaufwand zu treiben [BaruéHotE]. Ist ein Simulationsprogramm in der Lage, den Diamagnetismus einer Quelle zu berechnen, stellt diese Messung eine gute Möglichkeit dar, um die Simulationsergebnisse mit der Realität zu vergleichen → Siehe hierzu auch Kapitel 6.

7.4.1 Der Plasmakern als Stabmagnet

Bei Betrachtung von Abbildung 107 bis Abbildung 109 stellt man fest, daß sich das vom *Plasmakern* (der Bereich hoher Dichte des EZR-Plasmas) der PECRIS III erzeugte Magnetfeld in Näherung als das Feld eines homogen magnetisierten Stabmagneten (*äquivalenter Stabmagnet*) beschreiben läßt.

Da das magnetische Moment der Elektronen und damit die Volumen-Magnetisierung proportional zur Elektronenenergie ist, zeigt Abbildung 109 eine Elektronen-Energiedichteverteilung aus der Simulation.

Der *äquivalente Stabmagnet* sei als das Zylindervolumen mit möglichst geringer Schwankung der Magnetisierung definiert, in dem sich ein Großteil (z.B. 90%) der Energie des Plasmas befindet. Der Radius soll hier mit 5mm, die Länge mit 30mm abgeschätzt werden (größere Stabmagneten werden später diskutiert werden).

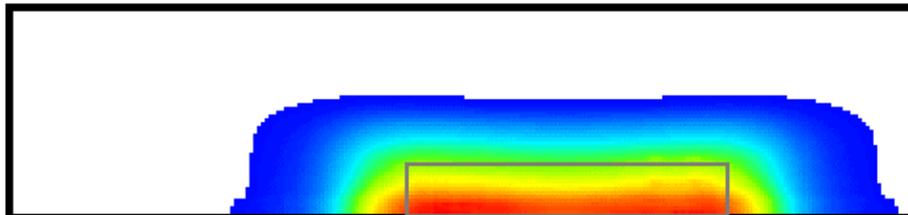


Abbildung 109: rz-Darstellung einer berechneten Elektronen - Energiedichte - Verteilung von PECRIS III (10mm zur Extraktion verschoben). Grau eingezeichnet ist der Magnetkern mit $r=5\text{mm}$ und $L=30\text{mm}$.

7.4.2 Die Meßvorrichtung

Für die Messung des Diamagnetischen Feldes wurde zunächst die PUMA-Cavity [MüllerD] von PECRIS III verwendet (der Aufbau ist in Abbildung 110 zu sehen). Die Meßspule besteht aus 140 Windungen, die im direkten Anschluß an die Kupfer-Cavity auf einen angeschweißten Edelstahlring gewickelt sind. Dieser Ring ist wieder an ein Edelstahlrohr geschweißt.

Edelstahl wurde wegen seiner geringen elektrischen Leitfähigkeit benutzt, um Wirbelstromeffekte klein zu halten.

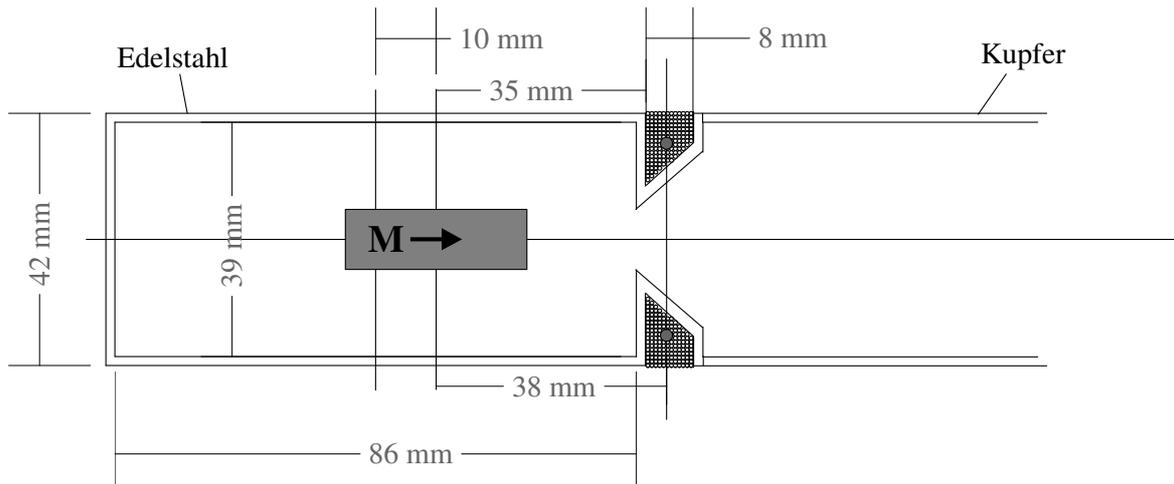


Abbildung 110: Anordnung der Meßspulen für den Diamagnetismus, eingezeichnet ist auch die *effektive Spulenwindung*

Alle N Spulenwindungen werden für eine Berechnung des magnetischen Flusses zu einer *effektiven Windung* zusammengefaßt. Abstand der effektiven Windung zur Stabmagnetstirnfläche: 23mm, radiale Ausdehnung der Windung: 16mm. Da es sich bei der Bestimmung der Magnetisierung des Plasmas nur um eine Abschätzung handelt, soll der durch die Annahme der effektiven Windung bedingte Fehler zunächst einmal als nicht zu störend angesehen werden. Eine genauere Analyse erfolgt in Abschnitt 7.4.6 .

Entscheidend bei der diamagnetischen Messung ist die Pulsdauer und die Höhe des diamagnetischen Signals, da aus dem zeitintegrierten Signal die Änderung des magnetischen Flusses und somit das diamagnetische Feld (siehe nächster Abschnitt) bestimmt werden kann. Über die Stärke des diamagnetischen Feldes ergibt sich dann eine grobe Abschätzung der mittleren Elektronenenergie im Plasmakern. Diese soll dann mit Simulationsdaten verglichen werden, um deren Plausibilität zu überprüfen.

7.4.3 Feldlinien des Plasmakerns

Abbildung 111 zeigt den Feldlinienverlauf des B-Feldes des äquivalenten Stabmagneten und die relative Lage der Fläche der effektiven Windung dazu.

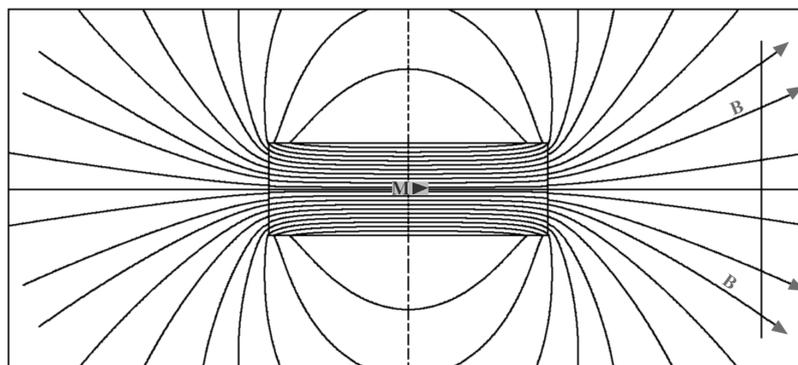


Abbildung 111: Numerisch berechnete B-Feldlinien eines homogen magnetisierten Stabmagneten. Rechts angedeutet ist die Lage der effektiven Windung.

Der radiale Verlauf der B_z -Komponente ist in Abbildung 112 zu sehen (es ist $\mathbf{B} \cdot \mathbf{e}_n$ aufgetragen, wobei \mathbf{e}_n Normalenvektor der von der effektiven Windung umschlossenen Fläche). Man sieht eine starke Abnahme der Feldstärke radial nach außen, wobei die äußeren Werte aufgrund der mit r zunehmenden Fläche der Kreisscheibensegmente immer stärkeren Anteil am Fluß durch die Oberfläche haben.

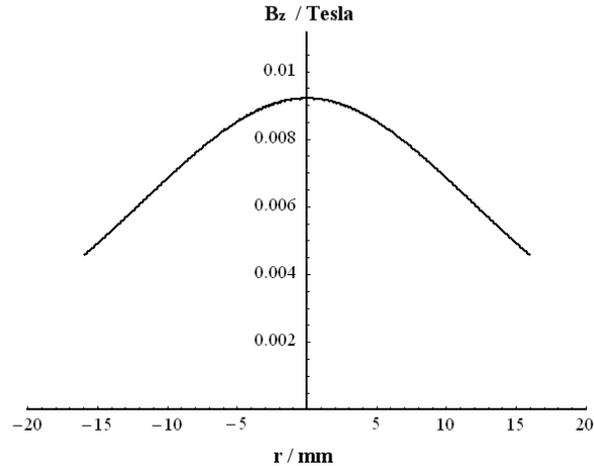


Abbildung 112: Verlauf der zur Fläche senkrechten Komponente B_z innerhalb der Fläche der effektiven Spulenwindung (siehe letzte Abbildung) bei einer angenommenen Magnetisierung des Stabmagneten von 1 Tesla.

Für den magnetischen Fluß durch die Fläche der effektiven Windung gilt:

$$\Phi = \iint_{\text{eingeschl. Fläche}} \mathbf{B}(r, \varphi) \cdot d\mathbf{A} = \int_0^R \int_0^{2\pi} B(r, \varphi) \cdot r \cdot dr \cdot d\varphi = 2\pi \cdot \int_0^R B(r) \cdot r \cdot dr$$

Des weiteren soll eine *effektive magnetische Induktion* B_{eff} wie folgt definiert werden:

$$\Phi \equiv \pi \cdot R^2 \cdot B_{\text{eff}} = 2\pi \cdot \int_0^R B(r) \cdot r \cdot dr \Leftrightarrow B_{\text{eff}} = \frac{2 \cdot \int_0^R B(r) \cdot r \cdot dr}{R^2}$$

Führt man diese Integration über die Kurve aus Abbildung 112 durch, ergibt sich (für $M=1$ Tesla) $B_{\text{eff}} = 0.00568$ Tesla, d.h. deutlich weniger als die magnetische Induktion $B(r=0)$ auf der Achse (siehe Abbildung 111). Hieraus ergibt sich der Gesamtfluß $\Phi_{\text{ges}} = N \cdot \Phi = 6.4 \cdot 10^{-4} \text{ T m}^2$.

Kennt man nun umgekehrt B_{eff} , ergibt sich wiederum die Magnetisierung des Plasmas, da sich die Feldlinienform nicht ändert und somit B_{eff} linear von M abhängt. Also:

$$M[\text{Tesla}] = B_{\text{eff}}^{\text{Messung}}[\text{Tesla}] / 0.00568$$

7.4.4 Bestimmung der effektiven magnetischen Induktion B_{eff}

B_{eff} soll nun durch die Messung der induzierten Spannung in den $N=140$ Spulenwindungen bestimmt werden. Zu berücksichtigen ist, daß die gemessene Spannung U_{ind} proportional zur Windungszahl N ist. Es gilt für den Fluß durch die Fläche A_{eff} der effektiven Windung (z.B. [Feynman2]):

$$\Phi = \iint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = B_{eff} \cdot A_{eff}$$

$$U_{ind} / N = -\dot{\Phi} \Rightarrow |U_{ind}| / N = |\dot{\Phi}|$$

Betrachtet werden soll nur der Einschaltvorgang, also: $\Phi(t=0) = 0$ und $\dot{\Phi} > 0$

Daraus folgt mit der effektiven Oberfläche A_{eff} :

$$\Phi(t) = B_{eff} \cdot A_{eff} = \int_0^t \dot{\Phi}(t') dt' = \int_0^t |U_{ind}(t')| / N dt'$$

Zur Zeit $t_{sätt}$ soll die Magnetisierung sich nur noch unwesentlich ändern, d.h. $U_{ind}(t)$ ist dann praktisch Null. Für B_{eff} ergibt sich somit schließlich:

$$B_{eff} = \frac{\int_0^{t_{sätt}} |U_{ind}(t)| \cdot dt}{N \cdot A_{eff}}$$

7.4.5 Messung der induzierten Spannung

Für die Messung des Diamagnetismus wurde die auf Strom optimierte und um 10mm verschobene Quelle PECRIS III benutzt. Die Mikrowelle wurde in regelmäßigen Abständen aus- und wieder eingeschaltet, die dabei auftretenden induzierten Spannungen $U^{aus}(t)$ und $U^{ein}(t)$ mit dem Oszilloskop aufgezeichnet. Es zeigte sich, daß sich die Beträge der beiden Spannungsverläufe nicht sehr unterschieden, $|U^{aus}(t)| \approx |U^{ein}(t)| \approx |U_{ind}(t)|$. In Abbildung 113 ist der qualitative Verlauf von U_{ind} und der Plasma-Magnetisierung zu sehen. Durch die Messung kann man nur die Zu- und Abnahme der Magnetisierung sehen. Es ist also möglich, daß eine Restmagnetisierung M_0 vor Einschalten der Mikrowelle besteht (z.B. ein Plasma geringer Dichte mit sehr langlebigen hochenergetischen Elektronen existiert). Da die Zeiten zwischen den Pulsen in der Größenordnung der Abklingzeiten der langlebigen Afterglowpulse sind [MüllerD], kann $M_0 \ll M_{sätt}$ angenommen werden. Im folgenden wird zur Vereinfachung $M_0 = 0$ angenommen. Hieraus folgt:

$$\int_0^{t_{sätt}} |U_{ind} [V](t)| \cdot dt [s] \equiv I_{ind} [Vs] = \Phi^{ges} \text{ gemessen } [Tm^2]$$

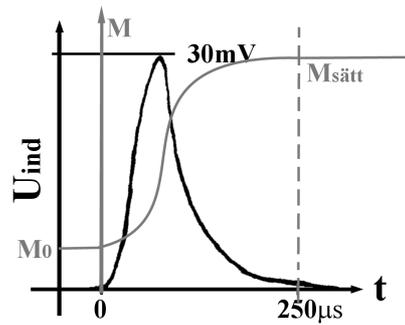


Abbildung 113: Pulsform des gemessenen Diamagnetischen Signals und dazugehöriger qualitativer Verlauf der Magnetisierung des Plasmas. I_{ind} ist die Fläche unter der Kurve $U_{\text{ind}}(t)$.

Zur Berechnung von B_{eff} muß nun die Fläche I_{ind} unter der Kurve $U_{\text{ind}}(t)$ bestimmt werden. Diese läßt sich mit $I_{\text{ind}} = 0.5 \cdot 250 \mu\text{s} \cdot 30 \text{mV} = 3.75 \cdot 10^{-6} \text{Vs}$ abschätzen. Mit $A_{\text{eff}} = \pi R_{\text{eff}}^2 = \pi (16 \text{mm})^2 = 8 \cdot 10^{-4} \text{m}^2$ folgt: $B_{\text{eff}}^{\text{Messung}} = I_{\text{ind}} / (A_{\text{eff}} \cdot N) = 3.33 \cdot 10^{-5} \text{Tesla}$.

Es folgt für die Magnetisierung des Plasmas $M^{\text{Plasma}} = B_{\text{eff}}^{\text{Messung}} / 0.00568 = 5.86 \text{mTesla}$.

Im Vergleich mit der Feldstärke des statischen B-Feldes im Resonanzbereich ergibt sich ein *diamagnetisches Verhältnis* von: $\beta = M^{\text{Plasma}} / B_{\text{res}} = 2.5\%$.

7.4.6 Die explizite Flußberechnung durch alle Spulen

Für eine genauere Auswertung muß der magnetische Fluß durch jede Spulenwindung explizit ausgewertet werden. Dies ist nur numerisch möglich:

$$\Phi^{\text{ges}} = \sum_{W_i} \iint_{O(W_i)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = \int_0^{t_{\text{sätt}}} |U_{\text{ind}}(t)| \cdot dt = 3.75 \cdot 10^{-6} \text{Vs} = \Phi_{\text{gemessen}}^{\text{ges}}$$

Die Summe läuft über alle Windungen W_i . $O(W_i)$ kennzeichnet die durch die Windung W_i eingeschlossene Fläche.

Basierend auf dem Algorithmus zur Berechnung der B-Felder von permanentmagnetischen Ringen [Adam] ergibt sich bei $M = 1 \text{Tesla}$ auf diese Weise rechnerisch ein Gesamtfluß durch alle 140 Windungsflächen von $\Phi_{1T}^{\text{ges}} = 8.56583 \cdot 10^{-4} \text{T} \cdot \text{m}^2$. Mit diesem zu vergleichen ist das gemessene Integral $I_{\text{ind}} [\text{Vs}] = 3.75 \cdot 10^{-6} = \Phi_{\text{gemessen}}^{\text{ges}} [\text{Tm}^2]$. Da auch der Gesamtfluß proportional zur Plasma-Magnetisierung ist, ergibt sich hieraus die Magnetisierung des Plasmas: $M^{\text{Plasma}} = 1 \text{Tesla} \cdot \Phi_{\text{gemessen}}^{\text{ges}} / \Phi_{1T}^{\text{ges}} = (3.75 \cdot 10^{-6} \text{Vs} / 8.56583 \cdot 10^{-4} \text{T} \cdot \text{m}^2) = 4.378 \text{mTesla}$. Hieraus folgt $\beta = 1.83\%$.

Die Abweichung zur Berechnung mit der effektiven Windung beträgt also etwa 25%. Dieses Verfahren ist um einiges aufwendiger als die Abschätzung über eine effektive Windung. Man sieht aber, daß sich der Aufwand lohnt, da die Lage der effektiven Windung "mit dem Auge" schwierig zu bestimmen ist. Bei anderen Geometrien kann diese Vereinfachung aber sehr sinnvoll sein, wenn z.B. die Windungen nahe beieinander und weit weg vom Plasma liegen (beides bezogen auf die Abmessungen des Plasmas).

In Abbildung 114 sieht man die Summe der Flüsse durch alle Windungen, die in einer z-Ebene liegen ($z_i = 1$ ist die Ebene, die am nächsten zur Extraktion liegt). Der Gesamtfluß durch alle Windungen ergibt sich aus der Summe dieser Werte. Da das Magnetfeld in z-Richtung rasch abfällt und hier die meisten Windungen liegen, ist der Beitrag der vordersten Windungen am stärksten.

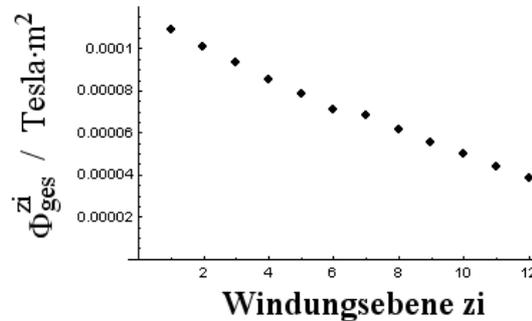


Abbildung 114: Summe der Flüsse durch alle Windungen einer Spulenebene (die Windungszahl in der 6ten und 7ten Ebene ist gleich, weswegen sich die Flüsse hier kaum unterscheiden).

Im folgenden wird nur noch das explizite numerische Verfahren benutzt.

7.4.7 Abhängigkeit der berechneten Magnetisierung vom angenommen Plasmakernradius

Mit 5mm für den Radius des äquivalenten Stabmagneten ist sicherlich eine untere Schranke gegeben. Der Radius kann zwar durch die Simulation abgeschätzt werden, ist aber nicht genau bekannt. Es ist also angebracht, diesen Parameter in einem sinnvollen Intervall zu variieren und die im letzten Abschnitt durchgeführte Berechnung der Plasma-Magnetisierung mit diesen Werten zu wiederholen. Im folgenden (Abbildung 115) sieht man eine Tabelle mit berechneten Magnetisierungs-Werten für angenommene Stabmagnetradien von $r = 5\text{mm}$ bis $r = 9\text{mm}$ und dem daraus resultierenden diamagnetischen Verhältnis $\beta = M^{\text{Plasma}}[\text{Tesla}] / B_{\text{res}}[\text{Tesla}]$.

Radius / mm	Φ_{1T}^{ges}	$\beta = M^{\text{Plasma}} / B_{\text{res}} (0.23935\text{T})$
5	$8.86583 \cdot 10^{-4}$	1,83%
5,5	$1,03214 \cdot 10^{-3}$	1,51%
6	$1,22272 \cdot 10^{-3}$	1,28%
6,5	$1,42788 \cdot 10^{-3}$	1,1%
7	$1,64714 \cdot 10^{-3}$	0,95%
7,5	$1,88 \cdot 10^{-3}$	0,83%
8	$2,1259 \cdot 10^{-3}$	0,74%
8,5	$2,3873 \cdot 10^{-3}$	0,66%
9	$2,65461 \cdot 10^{-3}$	0,59%

Abbildung 115: Angenommener Radius r des Stabmagneten, daraus berechneter Gesamtfluß durch die Meßspulen bei $M=1\text{Tesla}$ sowie das berechnete Dia- β mit $M^{\text{Plasma}} = 1\text{Tesla} \cdot \Phi_{\text{gemessen}}^{\text{ges}} / \Phi_{1T}^{\text{ges}}$.

Da die Quelle während der Messung mit mittlerer Leistung betrieben wurde, soll im folgenden r mit etwa 6.5mm abgeschätzt werden (siehe Kapitel 6), was einer mittleren Magnetisierung des Plasmakerns von etwa 1% entspricht. In Abbildung 116 sieht man, daß der Fluß durch die Meßspule mit r fast quadratisch zunimmt, was dem quadratisch wachsenden Volumen des Stabmagneten entspricht.

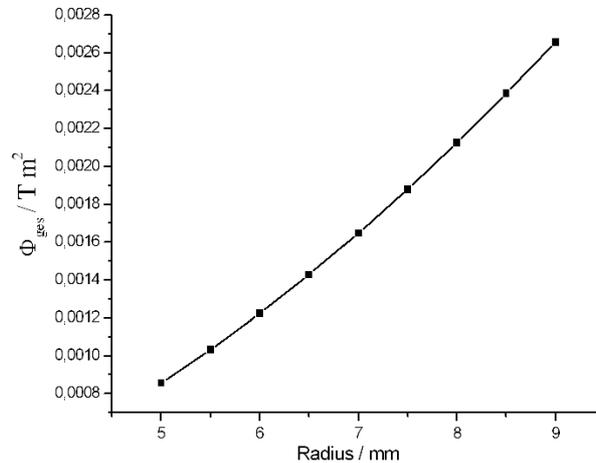


Abbildung 116: Abhängigkeit des berechneten Gesamtflusses durch die Meßspule in Abhängigkeit vom angenommenen Radius des Plasmas ($M = 1$ Tesla)

7.4.8 Abschätzung der mittleren Elektronenenergie

Für die von den Elektronen lokal erzeugte Magnetisierung gilt: $B_{\text{Dia}} = \mu_0 \cdot n_e \cdot E_{\perp} / B$, wobei $\mu = E_{\perp} / B$ das mittlere magnetische Moment der Elektronen und n_e die Elektronendichte bezeichnet. Nimmt man für die Elektronendichte die halbe Cutoffdichte an, so folgt für $\nu = 6.7$ GHz:

$n_{\text{cutoff}} = 5.57 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$ also $n_e = 2.78 \cdot 10^{17} \text{ m}^{-3}$. Mit $B = B_{\text{res}}(6.7 \text{ GHz}) = 0.23935 \text{ T}$ und $\beta = 1\%$ folgt damit:

$$E_{\perp} = B_{\text{Dia}} \cdot B / (\mu_0 \cdot n_e) = \mathbf{10 \text{ keV}}.$$

7.5 Die zweite Messung des Diamagnetismus

Da sich in der Puma-Spule Wirbelstromeffekte nachweisen ließen, die zu einer zeitlichen Verzögerung des Meßsignals führten, wurde ein zweiter Meßaufbau durchgeführt.

7.5.1 Meßaufbau

In Abbildung 117 ist die Lage der Meßspulen zu sehen.

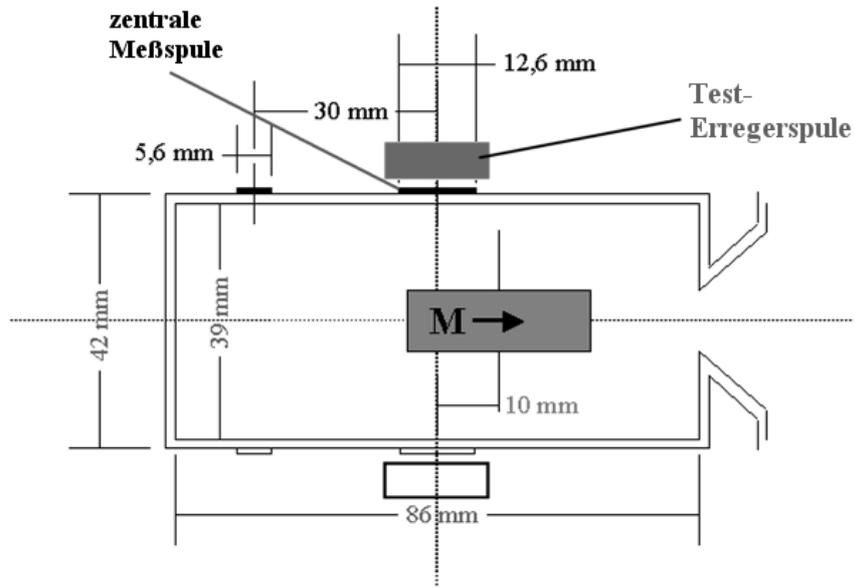


Abbildung 117: Der Aufbau für die 2te Diamagnetismus-Messung: Kleine Front-Spule: 20 Windungen, große Zentral-Spule: 50 Windungen.

Die Wirbelstromeffekte sind bei der mittleren Meßspule als minimal zu erwarten. Die Messung mit dieser Spule kann als Schwingkreis modelliert werden:

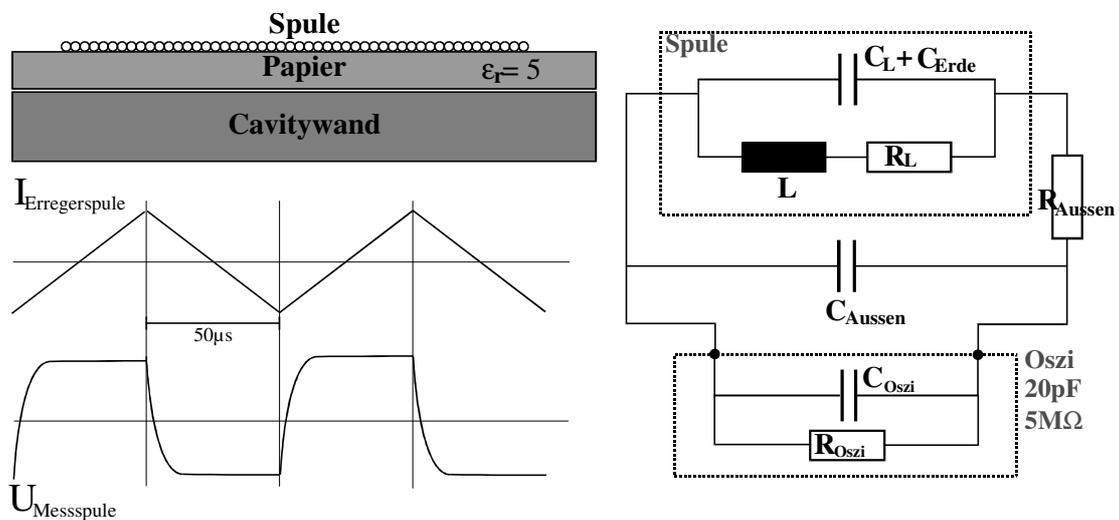


Abbildung 118: Der Schwingkreis, der für die Messung mit der mittleren Spule zu erwarten ist.

Für eine Testmessung wurde eine weitere (Erreger-) Spule über die mittlere Meßspule gewickelt und ein Dreieckssignal an die Erreger-spule gelegt. Das Induktionssignal in der mittleren Meßspule wurde aufgenommen (siehe Abbildung 118). Man konnte eine Anstiegszeit von ca. $10\mu\text{s}$ ablesen, bis das Signal konstant wurde, wie bei einer konstanten Steigung des magnetischen Flusses ϕ zu erwarten ist. Hieraus folgt also die Tauglichkeit der Meßspule, um Signale mit Anstiegs-/Abfallzeiten von einigen $100\mu\text{s}$ (die man beim Diamagnetismus erwartet) sauber zu vermessen.

Die theoretische Behandlung des Schwingkreises ist schwierig. Die Meßspulenkapazität liegt etwa in der Größenordnung derjenigen eines langen Leiters in einem Medium mit ϵ_r über einer Metallplatte (siehe Abbildung 118, bei $\epsilon_r \approx 5$ (Papier) folgt $C_{\text{Erde}} \approx 1\text{nF}$), die Eigenkapazität C_L (einige pF) ist in diesem Fall hingegen zu vernachlässigen. Für die Induktivität von (kurzen) Zylinderspulen gibt es eine Formel, hier gilt $L \approx 100\mu\text{H}$ [Meinke-Gundlach]. Der Widerstand läßt sich leicht ausmessen ($R \approx 5\Omega$). Grundsätzlich gilt beim LRC-Kreis: Ist die Dämpfung unterkritisch (oder aperiodisch), hängt die Dämpfungszeit τ nur von L und R des Schwingkreises ab ($\tau \approx 2L/R$), bei überkritischer Dämpfung nimmt die Dämpfungszeit stark zu. Mit L und C läßt sich der kritische Dämpfungspunkt einstellen ($\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$; unterkritisch: $\omega_0 > \tau^{-1}$). Theorie zu Schwingkreisen findet sich z.B. in [Rost]. Wichtig ist es, dem aperiodischen Grenzfall möglichst nah zu kommen, da hier die Abklingzeit im inneren Schwingkreis minimal wird. Hierzu benötigt man den äußeren Widerstand R_{Aussen} , mit dem der Gesamtwiderstand des Systems erhöht werden kann, und τ damit variiert. C_{Aussen} stellt einen Tiefpaß dar und verringert das Rauschen.

Für diese Anordnung muß nun wieder der Fluß durch die Spulenwindungen berechnet werden, wie dies schon für die erste Messung mit der Puma-Spule erfolgte. Diese Rechnungen müssen dann wieder mit den nun durchzuführenden Messungen verglichen werden, um auf die Magnetisierung und damit auf die mittlere Energie der Elektronen schließen zu können.

7.5.2 Flußberechnung durch die kleine und große Meßspule

Folgende Annahme soll gemacht werden: Die Magnetstruktur habe zentrale Stellung, der Radius des äquivalenten Stabmagneten betrage $R_{\text{Stab}}=6.5\text{mm}$, die Plasmakernlänge $L_{\text{Stab}}=30\text{mm}$ (vergleiche Kapitel 6). In Abbildung 119 ist der B-Feld-Verlauf auf der Z-Achse für PECRIS III eingezeichnet. L_{Stab} entspricht in etwa dem Abstand der Resonanzpunkte auf der Z-Achse.

In Abbildung 120 sieht man den radialen Verlauf der magnetischen Induktion B in der zentralen Ebene ($z = 0$) bei einer angenommenen Magnetisierung des Stabmagneten von 1T. Etwa 75% des inneren Flusses kommen im Außenbereich um den Plasmakern zurück und gehen dem Signal verloren (legt man die Meßspule nach $r \rightarrow \infty$ wird der Gesamtfluß natürlich Null).

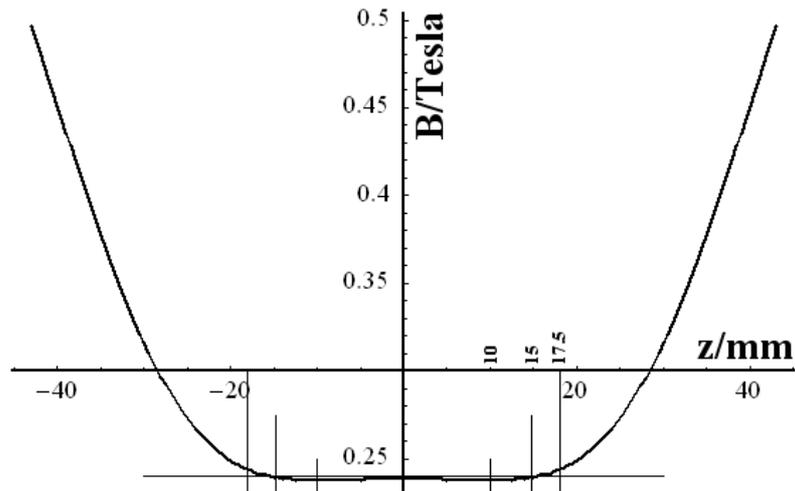


Abbildung 119: Links: B-Feld-Verlauf auf Z-Achse von PECRIS III mit Markierungen von B_{\min} , B_{res} und der Ausdehnung des Plasmas (35mm), die sich aus der späteren Differenzmessung der beiden Spulen ergibt.

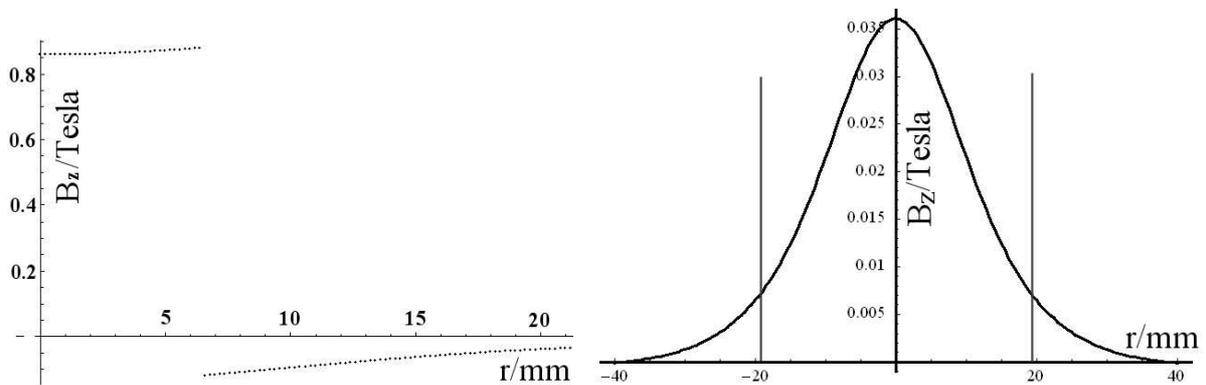


Abbildung 120: Links: Zentrale Z-Ebene ($z = 0$): Radialer Verlauf von $B_z (=|\mathbf{B}|)$ beim mit 1T magnetisiertem Stab; Rechts: dasselbe in der Ebene der kleinen Messspule ($z = -30$ mm), der Spulenradius ist markiert

Man sieht einen viel kleineren Fluß in der Ebene der kleinen Meßspule als in der Ebene der zentralen Meßspule. Deswegen ist in der kleinen, neben der geringeren Windungszahl auch ein viel kleineres Signal zu erwarten. Wichtig ist also, die Spule möglichst ganz über dem Plasma zu haben.

Der magnetische Fluß innerhalb des Meßspulenradius entlang der Z-Achse bei $M = 1\text{T}$ ist in Abbildung 121 zu sehen:

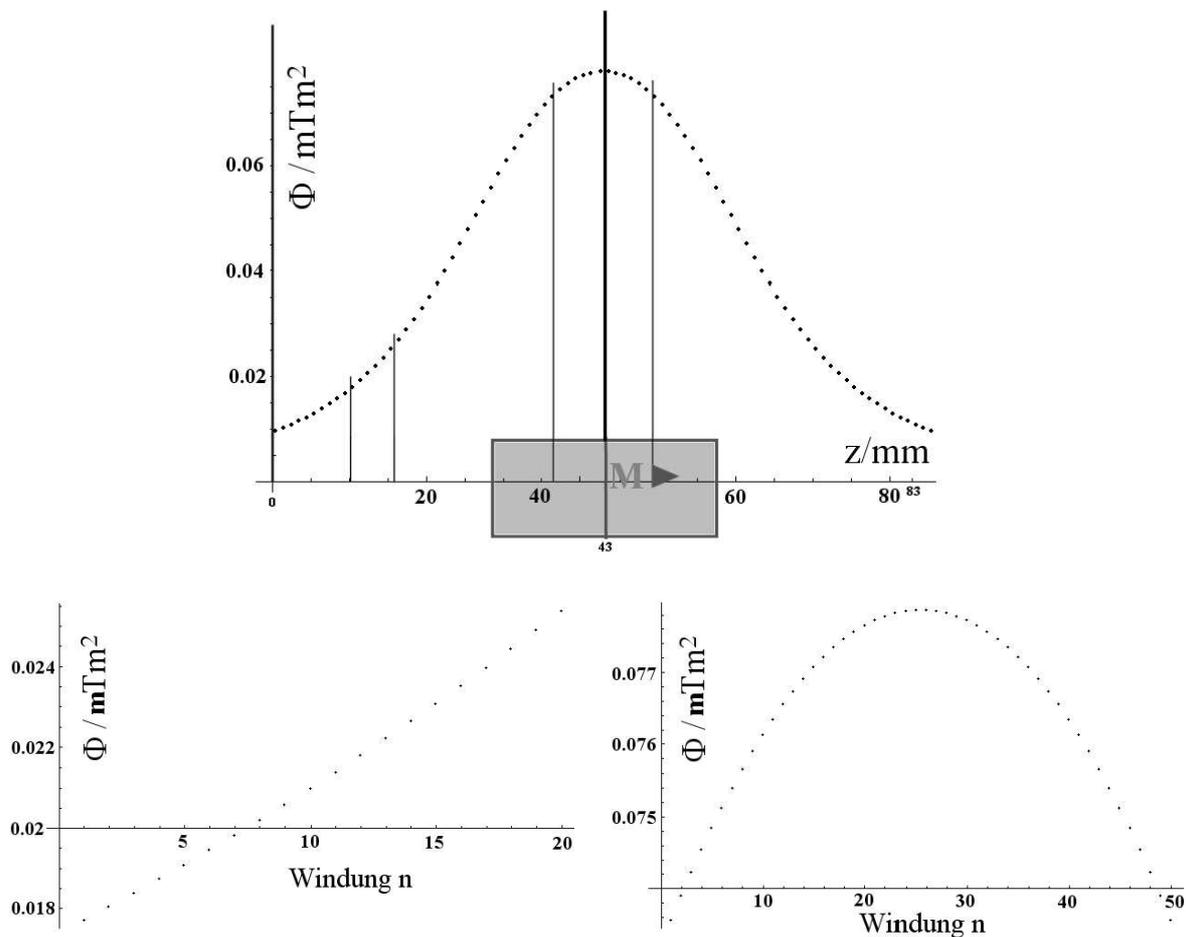


Abbildung 121: Oben: Verlauf des magnetischen Flusses Φ innerhalb des Meßspulen-Radius entlang der Z-Achse, die Lage der Spulen ist markiert. Unten: Fluß in den Windungsebenen beider Spulen

Gesamtfluß Grosse Spule: $3.818\text{ mT}\cdot\text{m}^2$ Gesamtfluß Kleine Spule: $0.426\text{ mT}\cdot\text{m}^2$

Hieraus folgt, daß das integrierte Signal der kleinen Spule um etwa den Faktor 8.96 kleiner sein muß (falls die Annahme, daß sich diamagnetische Feld des Plasmas als das eines homogen magnetisierten Stabmagneten beschreiben läßt, eine gute Näherung darstellt).

Ferner erkennt man, daß bei nicht zu starker Verschiebung der großen Spule sich das Gesamtsignal in der Spule nur schwach verändern sollte, da der Gesamtfluß durch alle 50 Windungen etwa gleich bleibt (zumindest bis die letzte Windung das Flußmaximum auf der Z-Achse überschritten hat).

7.5.3 Messungen und Auswertung: Vergleich der Signalstärken großer und kleiner Meßspule

Im folgenden wurde das diamagnetische Signal aufgenommen, getaktet durch ein Rechtecksignal (ca. 70ms an, 18ms aus). Die Quelle wurde hierbei mit Extraktionsspannung, aber nicht stromoptimiert betrieben.

Signal der kleinen und großen Meßspule in zentraler Quellen-Stellung

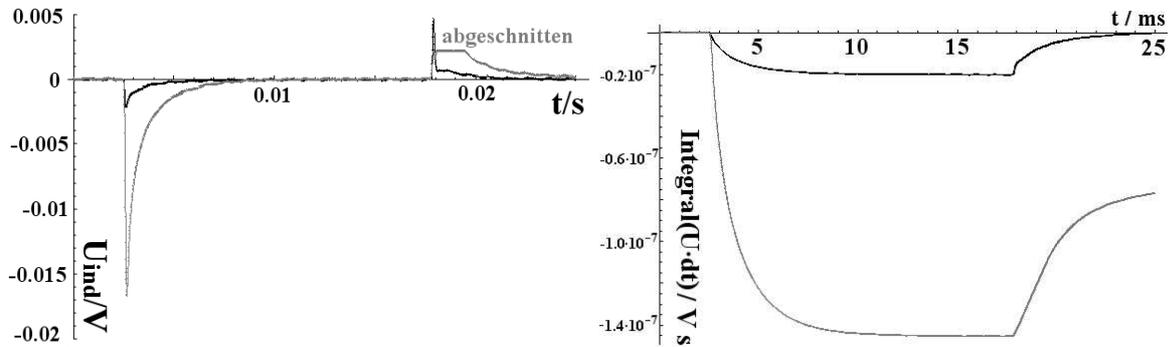


Abbildung 122: Links: gemessenes Induktionssignal (bei der großen Meßspule abgeschnitten). Rechts: die zeitintegrierte Signale; das Integral des Signals der großen Spule geht nicht auf Null, da das Induktionssignal vom Oszilloskop abgeschnitten wurde. Grau: große Spule, schwarz: kleine Spule.

In Abbildung 122 sieht man die aufgenommenen Induktionssignale sowie das integrierte Signal. Beim integrierten Signal sieht man die Magnetisierungsänderung des Plasmas beim Ein- und Ausschalten. Diese sollte in beiden Fällen gleich sein, wie man anhand des kleinen Signals auch erkennen kann, was ein Indiz für die gute Qualität der Messung ist (obwohl das Signal/Rausch-Verhältnis bei der kleinen Spule im Gegensatz zur großen sehr ungünstig wird, siehe Abbildung 123).

Signal zu Rausch-Verhältnis der kleinen und großen Meßspule

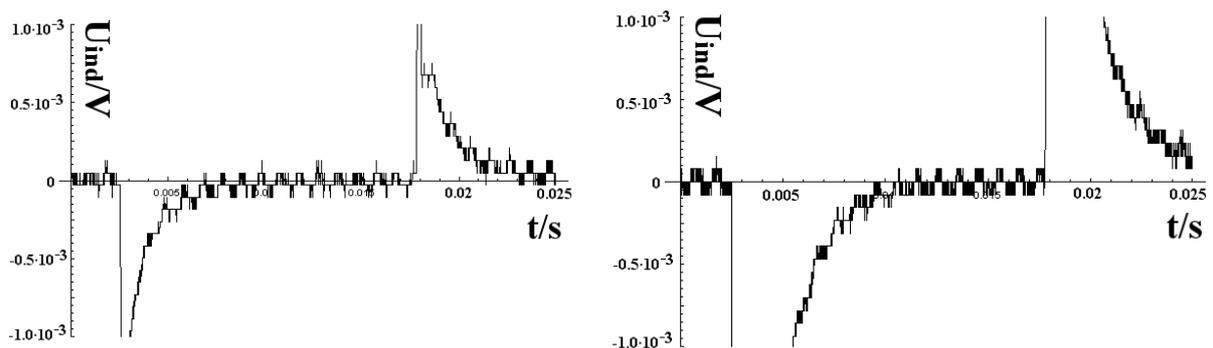


Abbildung 123: Signal zu Rausch-Verhältnis bei der kleinen (links) und großen Meßspule

Beim starken Signal wird das Signal von Oszilloskop abgeschnitten, das Integral geht also nicht wieder auf Null zurück. Das starke Signal wird im weiteren Verlauf noch untersucht.

Der Unterschied bei den gemessenen Flüssen der beiden Spulen (also der Unterschied der Flächen unter dem Induktionssignal) beträgt Faktor 7.3, was unter den gegebenen Bedingungen (S/N Verhältnis und die im Vergleich zur großen Spule schlechte Antwortzeit der kleinen Spule) eine gute Übereinstimmung mit dem vorhergesagten Wert (8.96, s.o.) darstellt und somit die Messung der Annahme des Stabmagneten nicht widerspricht. Allerdings hängt das Verhältnis der beiden Spulenflüsse nur schwach vom angenommenen Stabradius ab (allerdings stark von der Stablänge: Nimmt man in Abschnitt 7.5.2 eine Stabmagnetlänge von 35mm statt 30mm an, so ergibt sich ein theoretischer Faktor von 7.96, was wesentlich näher am gemessenen Wert liegt).

Im folgenden soll also L_{Stab} mit 35mm angesetzt werden, was dem Simulationsergebnis (siehe Abbildung 109) nicht widerspricht.

Die Messungen widersprechen also der Annahme eines "Plasmastabmagneten" in PECRIS III nicht.

7.5.4 Das Signal der großen zentralen Meßspule

Das diamagnetische Signal bei zentraler und 10mm verschobener Magnetstruktur mit und ohne Extraktionsspannung soll verglichen werden (siehe Abbildung 124). Die beiden Signale sehen sich ohne Extraktionsspannung recht ähnlich. Mit Extraktionsspannung sind sie stärker unterschiedlich. Der Annahme des Stabmagneten wird nicht widersprochen, da sich der Fluß durch die Hauptspule bei kleiner Verschiebung nur schwach ändert (siehe Abbildung 121). Ferner scheint sich das Plasma bei Verschiebung nur wenig zu ändern, falls ohne Extraktionsspannung gemessen wird, bei eingeschalteter Extraktionsspannung ist die Änderung jedoch signifikant. Da gleichzeitig der Ionenstrom stark anwächst [RütherD], folgt daraus ein starker Extraktionseffekt.

Signal der großen Meßspule bei zentraler und verschobener Quellen-Stellung

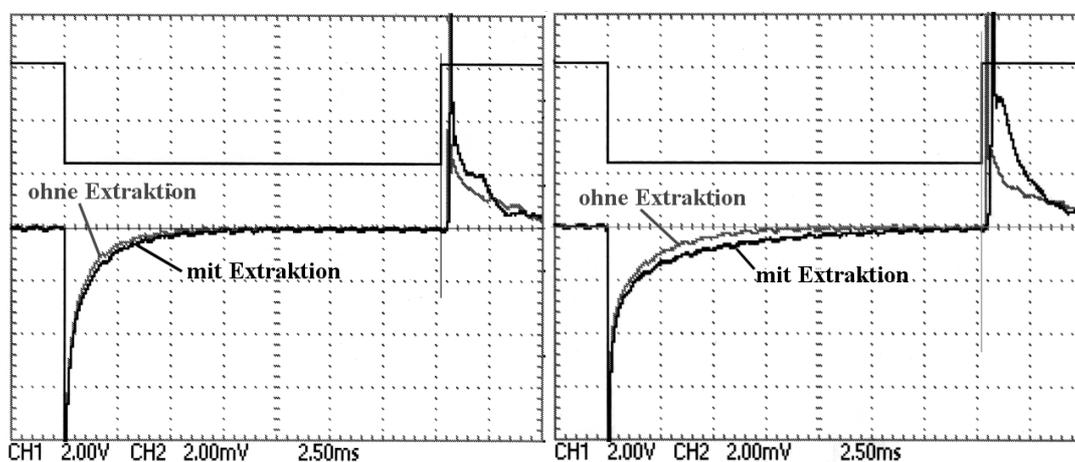


Abbildung 124: Oszilloskop-Bilder: *links:* Zentrale Einstellung, *rechts:* 10mm verschobene Quelle

7.5.5 Das diamagnetische Signal der stromoptimierten Quelle ($I(\text{Ar}^{8+})=30\mu\text{A}$)

Die diamagnetischen Messungen wurden mit stromoptimierter Quelle wiederholt ($I(\text{Ar}^{8+}) = 30\mu\text{A}$, vorher $I(\text{Ar}^{8+}) = 3\mu\text{A}$). Die Integrale der diamagnetischen Signale sind im Vergleich zu den Messungen mit nicht optimierter Quelle etwa um den Faktor 2 größer (vgl. Abbildung 124 mit Abbildung 126). Damit verdoppelt sich auch das Produkt $\langle n_e \cdot E_{\text{kin}} \rangle$, von dem die Stärke des Diamagnetismus maßgeblich abhängt.

Die Stärke des Ionenstroms hängt im wesentlichen von der Elektronendichte ab, nicht so sehr vom Elektronenspektrum (ab einer gewissen Mindestenergie für $\langle E_{\text{kin}} \rangle$, siehe [Vitt]).

Die Zunahme des diamagnetischen Signals wird also im wesentlichen auf die Zunahme der Elektronendichte zurückzuführen sein, die Grenzdichte n_{cutoff} wird wahrscheinlich an einigen Stellen im Plasma erreicht oder sogar überschritten.

In Abbildung 125 sieht man das diamagnetische Signal sowie das dazugehörige integrierte Signal mit und ohne Extraktionsspannung. In Abbildung 126 sieht man das Signal noch einmal etwas höher aufgelöst. Man sieht hier deutlich das langsamere Abklingen mit Extraktionsspannung. Der Anschaltvorgang (der Aufbau des Plasmas) gestaltet sich in beiden Fällen äußerst ruckartig, was vielleicht mit einer Verschiebung der Resonanzfrequenz bei steigenden Plasmadichten und den damit verbundenen Veränderungen des Mikrowellenfeldes erklärt werden kann.

Maximiertes diamagnetisches Signal der großen Meßspule mit und ohne Extraktionsspannung

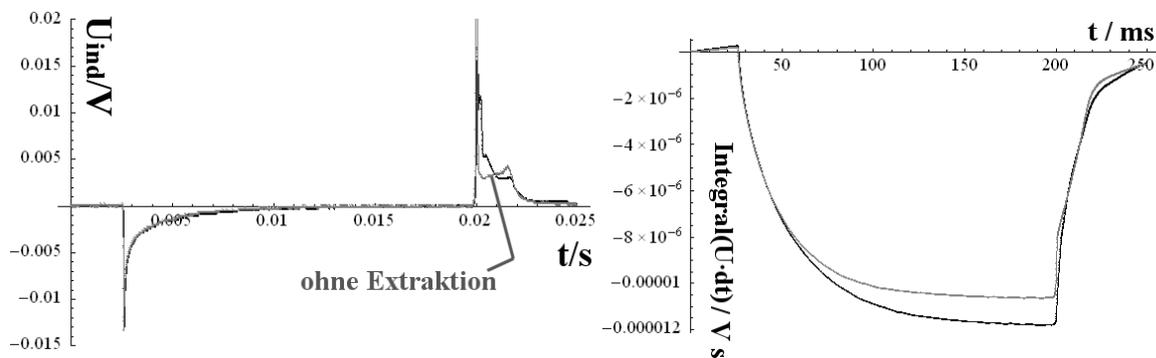


Abbildung 125: Links: Dia-Signal mit (schwarz) und ohne Extraktionsspannung (grau) bei der stromoptimierten PECRIS III. Rechts: Zeitintegration der Signale.

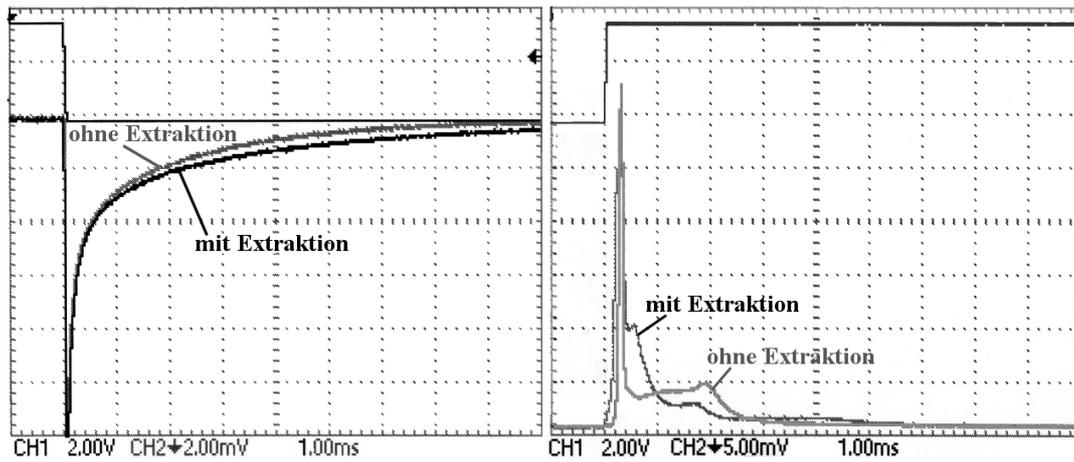


Abbildung 126: Dia-Signale der letzten Abbildung auf einer genaueren Zeitskala.

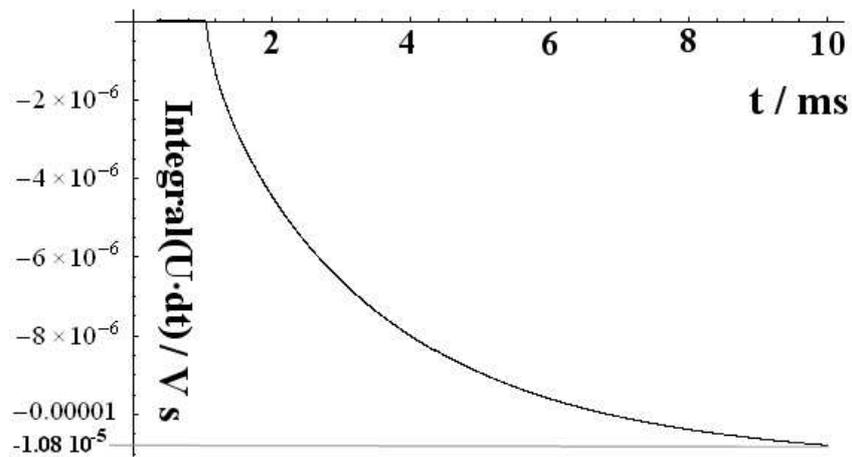


Abbildung 127: Integrierte graue Abschaltkurve (Signal ohne Extraktionsspannung).

Das Signal der Abschaltkurve ohne Extraktionsspannung aus Abbildung 126 soll nun für die Abschätzung des Produktes $\langle n_e \cdot E_{kin} \rangle$ genutzt werden. Hierzu muß das Signal integriert werden, diese Kurve ist in Abbildung 127 zu sehen.

7.5.6 Abschätzung einer unteren Grenze für das Produkt $\langle n_e \cdot E_{kin} \rangle$

Wie in Abschnitt 7.4.6 soll auch hier das Integral des gemessenen diamagnetischen Signals mit einer numerischen Rechnung verglichen werden. Da nur die ersten 10ms des Signals untersucht werden und das Signal noch nicht auf Null gefallen ist (es klingt sehr langsam ab) sowie das schwächere Signal ohne Extraktionsspannung benutzt wird, handelt es sich hierbei um eine Abschätzung nach unten. Es gilt (siehe Abschnitt 7.4.6 und Abbildung 127):

$$\Phi^{ges} = \sum_{W_i} \iint_{O(W_i)} \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = \int_0^{tsätt} |U_{ind}(t)| \cdot dt = 1.08 \cdot 10^{-5} \text{ Vs} = \Phi_{gemessen}^{ges}$$

Die Summe läuft über alle Windungen W_i , $O(W_i)$ kennzeichnet die eingeschlossene Windungsoberfläche.

Numerisch ergibt sich bei $M = 1 \text{ Tesla}$ rechnerisch ein Gesamtfluß durch alle 50 Windungsflächen der zentralen Meßspule von $\Phi_{1T}^{ges} = 4.21196 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot \text{m}^2$. Hierbei wird der Stabmagnet jetzt wie folgt angenommen: $R_{Stab} = 6.5 \text{ mm}$, $L_{Stab} = 35 \text{ mm}$ (siehe Abschnitt 7.5.3). Dem gleichzusetzen ist das gemessene Integral $I_{ind} = 1.08 \cdot 10^{-5} \text{ Vs}$ (siehe Abbildung 126). Da auch der Gesamtfluß proportional zur Plasma-Magnetisierung ist, ergibt sich hieraus also die Magnetisierung des Plasmas:

$$M^{Plasma} = 1 \text{ T} \cdot \Phi_{gemessen}^{ges} / \Phi_{1T}^{ges} = 1 \text{ T} \cdot (1.08 \cdot 10^{-5} \text{ Vs} / 4.21196 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot \text{m}^2) = 2.5641 \text{ mT}$$

Unter der Annahme $B_{Dia} \approx M^{Plasma}$ (siehe Kapitel 2) entspricht dies einem Diamagnetismus im Bereich des Resonanzvolumens von: $\beta_{Res} = (2.5641 \text{ mT} / 239.35 \text{ mT}) \cdot 100 = 1.07\%$.

Auch bei der Messung mit der PUMA-Spule bei einem angenommenen Radius von 6.5mm ergab sich fast dasselbe β , so daß die Tabelle aus Abbildung 115, was die Abhängigkeit des β vom angenommenen Kernradius angeht, an dieser Stelle übernommen werden kann.

Für die von den Elektronen lokal erzeugte Magnetisierung gilt: $B_{Dia} = \mu_0 \cdot n_e \cdot E_{\perp} / B$ wobei $\mu = E_{\perp} / B$ mittleres magnetisches Moment der Elektronen und n_e : Elektronendichte.

Für das Resonanzvolumen gilt also: $B_{Res} \cdot B_{Dia} = \mu_0 \cdot \langle n_e \cdot E_{kin} \rangle$. In praktikablen Einheiten folgt:

$$\langle n_e \cdot E_{kin} \rangle_{Res} [\text{J/cm}^3] = \frac{\beta_{Res}}{100} \cdot \frac{B_{Res}^2}{\mu_0 \cdot 10^6} [\text{SI}] \approx \beta_{Res} \cdot \frac{B_{Res}^2}{126}$$

Für $\beta_{res} = 1.07\%$ und $B_{Res} = 0.23935 \text{ T} \Rightarrow \langle n_e \cdot E_{kin} \rangle_{Res} = 0.486 \text{ mJ / cm}^{-3}$

Variiert man R_{Stab} von 5mm bis 8mm und läßt $L_{\text{Stab}}=35\text{mm}$ konstant, so ergibt sich folgende Tabelle:

R	$\Phi_{M=1T}^{50}$ / (10^{-3}T m^2)	β	$\langle n_e \cdot E_{\text{kin}} \rangle_{\text{Res}}$ / (mJ / cm^3)	$\langle E_{\text{kin}} \rangle$ bei $\langle n_e \rangle = 0.5 \cdot n_{\text{cutoff}}$
5mm	2.32	1.94%	0.881	18 keV
5.5mm	3.0	1.5%	0.681	14 keV
6mm	3.4	1.33%	0.604	12.4 keV
6.5mm	4.21196	1.07%	0.486	10 keV
7mm	4.68	0.96%	0.436	8.9 keV
7.5mm	5.63	0.8%	0.363	7.5 keV
8mm	6.2	0.73%	0.331	6.8 keV

Genau wie in Abschnitt 7.4.8 gilt auch hier:

Nimmt man für die Elektronendichte die halbe Cutoffdichte an, so folgt für $\nu = 6.7\text{ GHz}$:

$n_{\text{cutoff}} = 5.57 \cdot 10^{17}\text{ m}^{-3}$ also $n_e = 2.78 \cdot 10^{17}\text{ m}^{-3}$. Mit $B = B_{\text{res}}(6.7\text{ GHz}) = 0.23935\text{ T}$ und $\beta = 1.07\%$ folgt damit $E_{\perp} = B_{\text{Dia}} \cdot B / (\mu_0 \cdot n_e) = 10\text{keV}$.

Aus den bisherigen Messungen und Auswertungen (unter den gegebenen Annahmen) folgt also:

Bei einem (als realistisch) angenommenen Plasmakernradius von 6.5mm und der Plasmakernlänge 35mm muß das Produkt $\langle n_e \cdot E_{\text{kin}} \rangle$ größer sein als $0.486\text{ mJ}\cdot\text{cm}^{-3}$. Bei Ansetzen der halben Cutoffdichte für $\langle n_e \rangle$ gilt somit:

Die mittlere Elektronenenergie im Plasmakern muß größer sein als 10keV!

Das Induktionssignal mit Extraktionsspannung ist deutlich stärker als das Signal ohne Extraktionsspannung (Abbildung 126). Hieraus folgt, daß die mittlere Energie bei optimalem Quellenbetrieb deutlich über 10keV und β deutlich über 1% liegen muß. Tatsächlich liefert die Simulation für die verschobene PECRIS III eine mittlere Energie von $\langle E_{\text{kin}} \rangle = 20\text{keV}$ und $\beta = 1.2\%$, was angesichts der Unsicherheit der hier eingesetzten Modellannahmen als gute Übereinstimmung gelten kann.

Der Vergleich mit den Messungen der PUMA-Spule aus Abschnitt 7.4 ergibt:

Obwohl die Messung mit der PUMA-Spule von den Abklingzeiten ein völlig anderes Bild lieferte als die 2. Meßserie, lieferte die Auswertung des Integrals des Induktionssignals eine Plasmamagnetisierung in derselben Größenordnung und somit scheint die PUMA-Spule qualitative Aussagen über die Größenordnung von Magnetisierungsänderungen des Plasmas zuzulassen, aber nicht über deren zeitlichen Abläufe.

7.5.7 Afterglowströme im Vergleich mit dem Dia-Signal

In Abbildung 128 kann man gemessene Afterglowpulse mit dazugehörigen diamagnetischen (Dia-) Pulsen sehen. Bei den Dia-Signalen läßt sich auch hier feststellen (siehe Abbildung 124): In verschobener Stellung (näher an der Extraktion) ist das Signal stärker und langanhaltender als in zentraler Stellung. Beim Einschalten verhält sich die Magnetisierung höchst unlinear.

Ein mögliche Erklärung wären die mit wachsender Plasmadichte auftretenden Modeneffekte in der Cavity.

Bei verschobener Stellung scheint dieser Effekt noch stärker zu sein als in zentraler Stellung, was auf eine höhere Plasma-Enddichte hindeutet (die Mikrowellen-Resonanzfrequenz des Systems Cavity+Plasma wandert also stärker).

Bei den Afterglowströmen stellt man folgendes fest:

In der verschobenen Stellung (was dem normalen Betrieb entspricht) ist der 8+ Afterglowpuls viel kürzer als der 1+ Puls (generell: je höher die Ladung, desto kürzer der Puls): Nach 1ms ist der Ar^{8+} Strom auf fast 0 abgefallen, während der 1+ Strom nur sehr langsam heruntergeht und immer deutlich größer als Null bleibt. Beim Wiederanschalten ist das Verhalten genau umgekehrt: Der 8+ Zustand braucht wesentlich längere Zeit um sich zu erholen als der 1+, der nach 500 μs einen starken Peak hat.

In der zentralen Stellung sehen die Bilder sehr ähnlich aus, mit der Ausnahme, daß der 1+-Strom hier im Vergleich mit der verschobenen Stellung zunächst sehr viel schneller abfällt (aber auch hier nie ganz auf Null geht). Die Interpretation für die Afterglow-Kurven findet sich in [MüllerD].

Dia-Signal der großen Meßspule sowie Afterglowströme in zentraler und verschobener Stellung

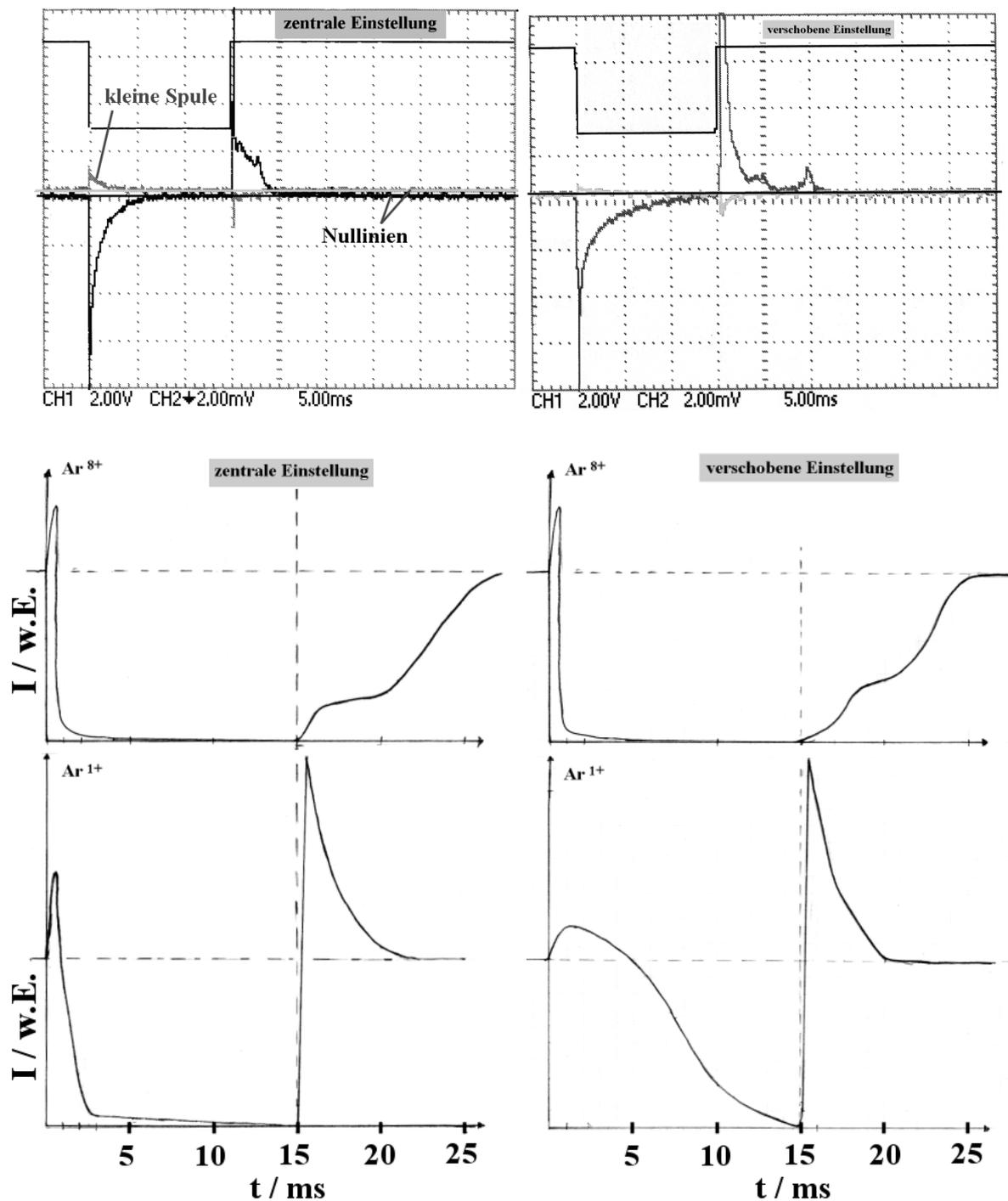


Abbildung 128: Afterglowpulse von Ar^{1+} und Ar^{8+} mit dazugehörigen Dia-Signalen (kleine/große Meßspule).

Eine mögliche Erklärung für die stärkeren Dia-Signale und den Ar^{1+} -Verlauf bei verschobener Quelle liefert die Extraktionsnase: Die hierauf prallende Ionen erzeugen Sekundärelektronen, die ins Plasma zurückwandern, dort die Plasmadichte erhöhen und Ar^{1+} -Ionen erzeugen. Das Extraktionsfeld bewirkt einen verbesserten Einschluß der Elektronen, da viele Elektronen an diesem Feld reflektiert werden. Der verschlechterte magnetische Einschluß durch die Verschiebung wird so teilweise kompensiert.

7.5.8 Weitere Dia-Signale: Quelle im instabilen Zustand, Einschaltvorgänge

In Abbildung 129 sind einige weitere Dia-Signale von PECRIS III zu sehen. Bei zu hoher Leistung beginnt die Quelle zu oszillieren. Elektronen werden während des positiven Signal-Anteils in kurzen Zeiten (Sub-ms) auf sehr hohe Energien beschleunigt (bis zu 600keV waren im Bremsstrahlungsspektrum zu sehen) und verlassen dann das Plasma (negatives Dia-Signal). Die Mikrowelle wird währenddessen nicht abgeschaltet.

Die Struktur des diamagnetischen Signals beim Wiedereinschalten der Mikrowelle ist sehr kompliziert. Neben den schon gesehenen buckelartigen Signalverläufen, die auf ein ruckartiges Anwachsen der Plasma-(Energie-)dichte zurückzuführen sind, sieht man manchmal Verläufe wie im rechten Teil der Abbildung: die Energiedichte wächst zunächst über ihren stationären Zustand hinaus an und wird dann wieder kleiner (zu erkennen am negativen Durchschwinger im Dia-Signal).

Dia-Signale instabiler Quellenzustände

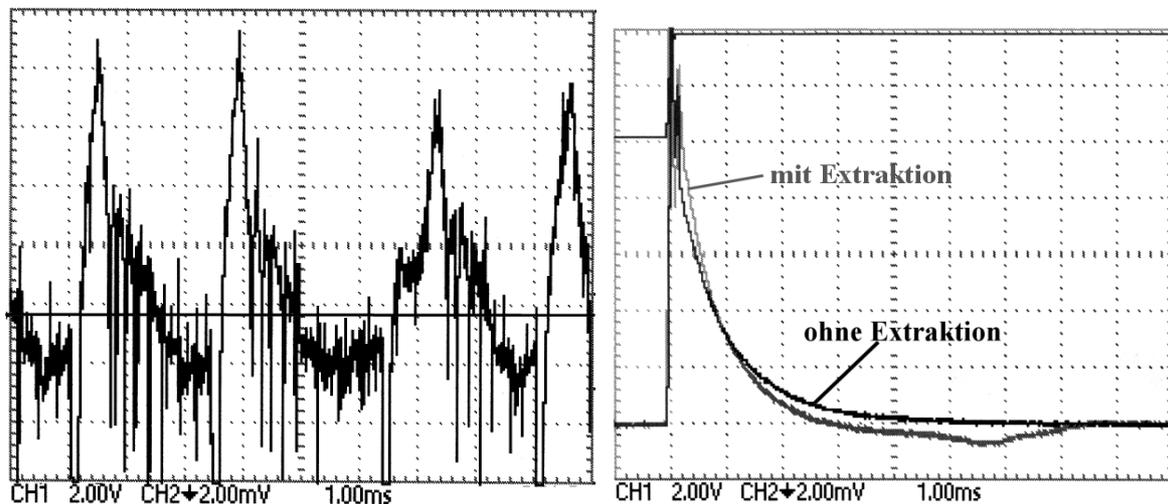


Abbildung 129: Links: Quelle im instabilen Zustand (cw-Betrieb). Rechts: Negativer Durchschwinger beim Einschaltprozeß

7.5.9 Das Dia-Signal des Wasserstoff-Plasmas

Um zu untersuchen, ob die zeitliche Länge des Dia-Abschalt-Signals stark abhängt vom Energieverlust, den die Elektronen durch Anregungsprozesse erleiden, kann man ein Plasma untersuchen, bei dem es kaum Anregungsprozesse gibt. Hier bietet sich Wasserstoff an (Annahme: Plasma ist hochgradig ionisiert). Hierzu wurde PECRIS III mit Wasserstoff betrieben. Man sieht in Abbildung 130 jedoch, daß beim Wasserstoffplasma ein ähnliches Zeitverhalten des diamagnetischen Signals vorliegt wie beim Argon-Plasma.

Es kann also vermutet werden, daß die Energieverluste des Plasmas hauptsächlich durch den Elektronen-Verlust an die Wände bedingt wird.

Ferner liegt somit neben der theoretischen Abschätzung (siehe Kapitel 2) ein experimentelles Indiz dafür vor, daß Anregungsprozesse einen zu vernachlässigenden Einfluß auf das Elektronenspektrum haben.

Diamagnetisches Signal beim Wasserstoff-Plasma

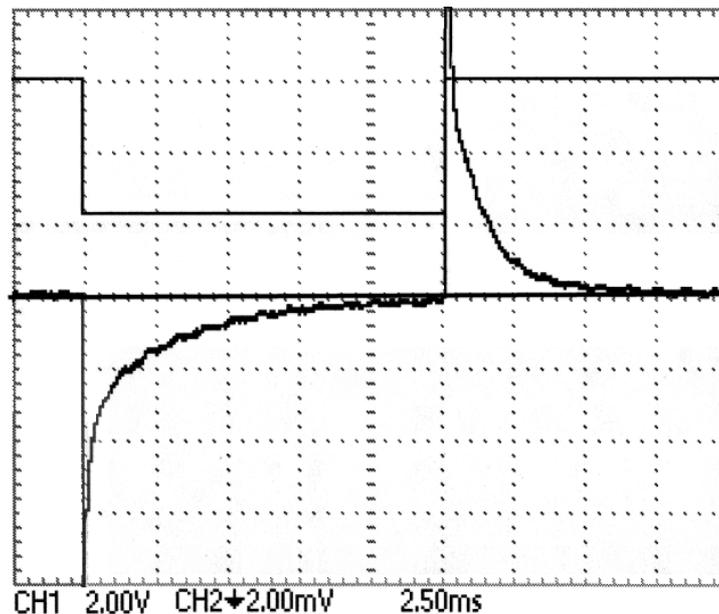


Abbildung 130: Diamagnetisches Signal beim Wasserstoff-Plasma in PECRIS III (Dia-Signal beim Einschalten abgeschnitten, Puls erreicht ca. 15mV)

7.5.10 Zusammenhang zwischen Afterglowsignal und diamagnetischem Signal

Betrachtet man die gemessenen Afterglow-Pulse in PECRIS III, ergibt sich im Vergleich zu Messungen anderer Institute folgendes Bild:

Der Vergleich der Afterglowmessung mit der von [BaruéHotEle] durchgeführten diamagnetischen Messung zeigt eine tendenzielle Übereinstimmung der Abklingzeiten der höchstgeladenen Ionen im Afterglowpuls mit der Abklingzeit des diamagnetischen Signals (einige ms).

Dasselbe Bild ergibt sich beim Vergleich der diamagnetischen Messung an PECRIS III mit den Afterglowmessungen von [MüllerD] an dieser Quelle: Die Abklingzeiten liegen im Bereich ca. 300 μ s.

Hier kann über einen Zusammenhang nur spekuliert werden:

Für die Produktion der höchsten Ladungszustände werden einige ms bei hoher Elektronendichte n_e benötigt [VittP], wobei die Erzeugungsrate proportional n_e^2 ist. Die Dichte der heißen Elektronen fällt aber beim Afterglow nach der diamagnetischen Messung mit $\tau \approx 250\mu$ s ab. Nach Abschalten der Mikrowelle können also nur noch wenige hochgeladene Ionen neu produziert werden. Aufgrund der großen Coulombkräfte fliegen diese Ionen zuerst und sehr schnell hinaus. Das Depot leert sich einfach mit der Abklingzeit der heißen Elektronendichte, weshalb die Abklingzeit des Ionenstroms nur wenig größer ist als die Abklingzeit des Diapulses.

Insofern kann von einer wechselseitigen Bestätigung der beiden Meßverfahren zum Diamagnetismus und Afterglow gesprochen werden.

Die in Kapitel 6 durchgeführte Simulation von PECRIS III/V10mm ergibt für die mittlere Elektroneneinschlußzeit $\langle\tau\rangle = 0.3$ ms, was etwa der Abklingzeit des diamagnetischen Signals entspricht. Es kann also auch hier von einer Übereinstimmung von Simulation und Experiment gesprochen werden.

7.5.11 Zusammenfassung Experiment-Simulation

Zusammenfassend kann von einer im Rahmen der vorliegenden Meß-Unsicherheiten und der simplifizierenden Annahme des Plasmas als Stabmagneten von einer recht guten Übereinstimmung von Simulation und Experiment gesprochen werden, was die mittlere Energie der geheizten Elektronen sowie die Elektroneneinschlußzeiten betrifft.

Kapitel 8: Zusammenfassung

Das bei dieser Arbeit gegebene Problem war die Beschreibung des Verhaltens der quasi freien, geheizten Elektronen in einem von einem statischen Magnetfeld eingeschlossenen und durch Mikrowellen-Moden dominierten EZR-Plasma. Dies konnte für eine gegebene Elektronendichte, einen mittleren Ladungszustand der Ionen und eine Mikrowellenfeldstärke gut gelöst werden. Um Aussagen über diese als gegeben angenommen Parameter machen zu können, ist eine lösgelöste Betrachtung nur der heißen Elektronenspezies unzureichend. Zwar kann man vereinfachende Modelle für die Wechselwirkung zwischen heißen und kalten Elektronen sowie den Ionen und dem Neutralgas in den Quellen verwenden, doch zu einer wirklich guten Beschreibung des Gesamtverhaltens des Plasmas kann man nur kommen mit einer umfassenden Gesamtsimulation des Plasmas, die alle Wechselwirkungen beinhaltet. Dies ist nach dem heutigen Stand der Simulationstechnik und der Modellbildung der physikalischen Vorgänge in den Plasmen aber nicht möglich, und auch in naher Zukunft ist damit nicht zu rechnen. Derzeitige Plasma-Simulationsprogramme ([GirardSim] und auch [VittP]) müssen mit stark vereinfachenden Modellannahmen den großen Parameterraum dieses Problems reduzieren, um zu einer näherungsweisen Beschreibung der subtilen Vorgänge in diesen Plasmen zu kommen. Insofern macht es Sinn, von vorneherein nur einen Teil der auftretenden Phänomene zu untersuchen und hier zu einem befriedigenden Ergebnis zu kommen.

Bei dem in dieser Arbeit angenommenen Modell können kollektive Phänomene höchstens indirekt (in Form des Diamagnetismus) berücksichtigt werden. Diese Phänomene haben jedoch für bestimmte Fragestellungen an das Plasma eine entscheidende Bedeutung, so auch bei der Beantwortung der Frage nach dem wichtigen Quellenparameter der Elektronendichte. Hieraus mußte folgen, daß für viele Phänomene bei EZR-Quellen in dieser Arbeit nur qualitative Erklärungen und Beschreibungen gefunden wurden, keine quantitativen Aussagen.

Andererseits ist die Aussagekraft bei anderen sehr wichtigen Größen, die in erster Linie durch nicht-kollektive Phänomene dominiert werden, sehr gut, wie z.B. die Elektronendichte- und Energiedichteverteilung und das Energiespektrum der geheizten Elektronen. Hierbei werden die berechneten Ergebnisse durch viele experimentelle Belege gestützt. Andererseits ist die Berücksichtigung experimenteller Erkenntnisse für die Simulation die einzige Möglichkeit, die Elektronensimulation zu vereinfachen, indem der Parameterraum von vorneherein eingeschränkt wird (so wird z.B. die Elektronendichte gleich der Halben Cutoff-Dichte gesetzt).

8.1 Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse der Arbeit

Das Plasma läßt sich in mehrere Bereiche untergliedern: Der heiße Plasmakern, in dem die wesentlichen Ionisationsprozesse ablaufen, die Korona als Übergangsbereich in den kalten Plasmabereich, in dem ein stoßdominiertes kaltes Plasma vorliegt, und schließlich der Plasma-Wandbereich mit starken Plasma-Wand-Wechselwirkungen. Die geheizten Elektronen, die sich hauptsächlich im heißen Plasmakern aufhalten, sind Bestandteil der Untersuchungen dieser Arbeit.

Die heißen Elektronen des EZR-Plasmas sind die durch die Mikrowelle geheizten Elektronen. Ihr Verhalten wird maßgeblich bestimmt durch das extern erzeugte B-Feld, die starke Wechselwirkung mit der Mikrowelle, Coulomb-Stöße mit den Ionen des Plasmas, Reflektionen an der Plasmakammerwand und das diamagnetische Feld, das sie selbst erzeugen.

Durch eine statistische Analyse der bei diesen Wechselwirkungen auftretenden Elektronentrajektorien mit Hilfe des *Verfahrens der statistischen Trajektorien-Erfassung* bekommt man für den stationären Zustand des EZR-Plasmas das Elektronenenergiespektrum, die räumliche Elektronendichte- und -Energiedichteverteilung, die Altersverteilung mit ihren abgeleiteten Größen wie der mittleren Aufenthaltsdauer und der mittleren Austrittsrate der Elektronen. Weitere Ergebnisse sind die Verteilung der Austrittsorte auf den Cavitywänden, das Verhalten der geheizten Elektronen bei Multifrequenzheizung, das Verhalten bei variierender Elektronendichte, Ladungsspektrum und Mikrowellenfeldstärke und unter Einfluß der Extraktion sowie veränderten Magnetfeldbedingungen, wie verschobener Magnetstruktur. Mit Hilfe der stationären Stromdichteverteilung der geheizten Elektronen kann das Verhalten dieser Elektronen unter dem Einfluß des diamagnetischen Feldes beschrieben werden.

Ferner können energie- und winkelabhängige Wandeffekte verschiedener Wandmaterialien durch unterschiedliche energie- und winkelabhängige Backscattering- und Sekundärelektronenkoeffizienten erfaßt werden.

Für die Simulation wurde angenommen, daß das Mikrowellenfeld durch das Plasma nur schwach gestört wird (siehe *Anhang: Wellenausbreitung in Plasmen*). Diese Annahme wird unterstützt durch eine Reihe von experimentellen Beobachtungen (Rhode in [ECRIS 99], [RütherD]), wobei während des Quellenbetriebs bis zu einer gewissen Plasma-Grenzdichte (Cutoffdichte) nur leichte Verschiebungen der ursprünglichen (Vakuum-)Resonanzfrequenz nach oben beobachtet wurden.

Ein gutes Beispiel dafür, daß im Fall einer Resonanz die Modenstruktur erhalten bleibt, liefert auch die Laserphysik [Sigrist]: Obwohl im Mikrowellen-Resonator ein optisch aktives Medium vorhanden ist, arbeiten Single-Moden-Laser bei einer äußerst scharfen Frequenz mit einer wohldefinierten Mikrowellen-Mode.

Die räumliche Verteilung der geheizten Elektronen wird von der Lage der nichtrelativistischen Resonanzfläche beeinflusst. In S-ECRIS-Strukturen wird so der Plasmakern durch die Resonanzfläche eingeschlossen, in P-ECRIS-Strukturen kommt eine zylinderförmige Verteilung zustande mit einem ausgeprägten Maximum auf der Achse, sofern mit der Resonanzfrequenz des Plateaus oder einer leicht verstimmt größeren Frequenz eingestrahlt wird.

Die mittlere Energie des Elektronenspektrums sowie der austretenden Elektronen hängt stark von der eingestrahlten Mikrowellenleistung ab und nimmt mit ihr zu, die Energieeinschlußzeit durchläuft ein Maximum und liegt dort im zweistelligen Millisekunden-Bereich.

Die Einschlußzeit der Elektronen wird dominant beeinflusst durch die Lage der Resonanzfläche, die Modenstruktur, die eingestrahlte Frequenz, die Mikrowellenfeldstärke, das magnetische Einschlußverhältnis und die Stoßpartnerdichte. Hierbei gilt für den Einschluß: Moden mit großen Feldstärkeanteilen im Bereich der Resonanzfläche, die möglichst in der Quellenmitte liegen sollte (wie bei der Plateau-Struktur) sind Voraussetzung für einen guten Elektroneneinschluß; die verwendete Mikrowellenfrequenz sollte möglichst klein sein (dies entspricht der Maximierung des Verhältnisses $B_{\text{Max}}/B_{\text{EZR}}$), das magnetische Einschlußverhältnis möglichst groß. Die durch die Elektronendichte verursachten Streuverluste sind hauptsächlich bei kleinen Aufenthaltsdauern der Elektronen wichtig, die Mikrowellen-induzierten Verluste bei langen Aufenthaltsdauern. Hieraus resultiert die Existenz einer optimalen E-Feldstärke, bei der die Einschlußzeit maximal wird.

Die Einschlußzeit der Elektronen sollte möglichst groß sein, damit die Cutoffdichte erreicht wird und die Quelle optimal brennt. Aus diesem Grund sollten auch Wandmaterialien mit möglichst hohen Sekundärelektronen-Koeffizienten verwendet werden, die für einen starken Rückfluß von Elektronen ins Plasma sorgen.

Der Diamagnetismus in den Quellen liegt im Prozent-Bereich und führt zu einem Verwaschen scharfer räumlicher Elektronendichte-Strukturen. Der Diamagnetismus läßt sich mit durch die Simulation ermittelten Nettostromverteilungen ermitteln.

Die berechneten Energiespektren liefern mittlere Energien im Bereich von 10keV bis über 100keV je nach Quellentyp und Mikrowellenfeldstärke. Der Verlauf ist nicht exponentiell, hat sein Maximum jedoch bei relativ kleiner Energie und fällt dann zu hohen Energien langsam ab, mit Ausläufern, die deutlich über der mittleren Energie liegen. Die Energien liegen damit oft deutlich über den für die Ionisation benötigten Energien (maximal 20keV für die höchsten Argon-Ladungszustände) und erzeugen unerwünschte Bremsstrahlung. Es muß daher gesagt werden, daß die in EZR-Quellen

erzeugten Energiespektren keinesfalls optimal sind für die Ionenproduktion, allein das Erreichen der hohen Dichten, verbunden mit großen Einschlußzeiten, garantiert somit den Erfolg dieser Quellen. Mit der Multifrequenzheizung können verbessert die gewünschten Moden angeregt werden, sie führt gegenüber die Monomodenheizung aber nicht zu einem wesentlich günstigeren Energiespektrum.

Ferner wurde im Rahmen dieser Arbeit eine Kollektion von Hilfs-Programmen bereitgestellt, die u.a. die Berechnung von (fast) beliebigen statischen Magnetfeldern mit Permanentmagneten und Spulen (unter einfacher Berücksichtigung von Eiseneffekten) ermöglicht. Alle Programme sind mit Kommentaren auf der Begleit-CD vorhanden.

Es konnte somit erstmalig ohne Widerspruch zu experimentellen Ergebnissen das Verhalten der geheizten Elektronen in EZR-Quellen drei-dimensional berechnet werden.

Anhang A: Formelsammlung

Falls nicht anders angegeben: Alle Größen im SI-System

A.1 Relativistische Berechnungen

Elementarformeln

m_0 : Ruhemasse

c : Lichtgeschwindigkeit im Vakuum

v : Geschwindigkeit im Laborsystem

$E_0 = m_0 c^2$: Ruheenergie

$E_{rel} = m_{rel} c^2$: Relativistische Energie

$E_{kin} = E_{rel} - E_0 = (m_{rel} - m_0) c^2$: kinetische Energie

$m_{rel} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$: Masse

$p_{rel} = m_{rel} v$: Impuls

$R = \frac{p_{rel}}{q B}$: Bahnradius

Abgeleitete Formeln

- Impuls

$$p_{rel} = c \sqrt{m_{rel}^2 - m_0^2} = \sqrt{(m_{rel} + m_0) E_{kin}} = \frac{\sqrt{E_{rel}^2 - E_0^2}}{c} = \frac{E_0}{c} \sqrt{\left(\frac{E_0 + E_{kin}}{E_0}\right)^2 - 1}$$

$$p_{rel} \equiv m_0 \cdot u \Leftrightarrow u = c \cdot \sqrt{\left(\frac{E_0 + E_{kin}}{E_0}\right)^2 - 1}$$

- Relativistische Teilchengeschwindigkeit

$$v = c \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E_0 + E_{kin}}\right)^2} \Leftrightarrow E_{kin} = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - 1 \right) \quad \text{Elektron mit 100keV : } v = 0.55 c$$

- Relativistisches Massenverhältnis

$$\frac{m_{rel}}{m_0} = 1 + \frac{E_{kin}}{E_0}$$

- Relativistischer Bahnradius:

$$R^Z [mm] = \frac{10^6 \cdot E_0 [keV]}{c [m/s] \cdot B [T] \cdot Z} \sqrt{\left(\frac{E_0 + E_{kin}}{E_0}\right)^2 - 1} = \frac{\sqrt{E_{kin} [keV] \cdot \left(1 + \frac{E_{kin}}{2E_0}\right)}}{Z \cdot B [T]} \sqrt{2 \cdot 10^9 \frac{m_0}{e}}$$

Elektron:

$$R^e [mm] = \frac{511}{299.792458 B [T]} \sqrt{\left(\frac{511 + E_{kin} [keV]}{511}\right)^2 - 1} = \frac{\sqrt{E_{kin} [keV] (1 + E_{kin} [keV]/1022)}}{9.38 B [T]}$$

$$E_{kin} < 100keV : R^e [mm] \approx \frac{\sqrt{E_{kin} [keV]}}{9.38 B (T)}$$

$$E_{kin} > 10MeV : R^e [mm] \approx \frac{E_{kin} [keV]}{300 B (T)}$$

Beispiele:

B = 1T :

$$E_{kin} = 1keV \Rightarrow R = 0.106 \text{ mm}$$

$$E_{kin} = 10keV \Rightarrow R = 0.339 \text{ mm}$$

$$E_{kin} = 50keV \Rightarrow R = 0.772 \text{ mm}$$

$$E_{kin} = 100keV \Rightarrow R = 1.117 \text{ mm}$$

$$E_{kin} = 500keV \Rightarrow R = 2.9 \text{ mm}$$

$$E_{kin} = 1MeV \Rightarrow R = 4.743 \text{ mm}$$

$$\frac{R^Z}{R^e} = \frac{1}{Z} \sqrt{\frac{m_0^Z}{m_0^e}}$$

$$\text{Proton: } \sqrt{\frac{m_0^Z}{m_0^e}} = 42.85$$

$$E_{kin} = 1keV \Rightarrow R = 4.542 \text{ mm}$$

$$E_{kin} = 10keV \Rightarrow R = 14.526 \text{ mm}$$

$$E_{kin} = 50keV \Rightarrow R = 33 \text{ mm}$$

$$E_{kin} = 100keV \Rightarrow R = 47.864 \text{ mm}$$

$$E_{kin} = 500keV \Rightarrow R = 124.26 \text{ mm}$$

$$E_{kin} = 1MeV \Rightarrow R = 203.24 \text{ mm}$$

A.2 Rutherfordstreuung

Differentieller Wirkungsquerschnitt

$$\left(\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}\right)_{\vartheta} = \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{16\pi\epsilon_0 E_{kin}}\right) \frac{1}{\sin^4 \vartheta/2}$$

Totaler Wirkungsquerschnitt

$$\begin{aligned}\sigma_{tot>\alpha_0} &= 2\pi \int_{\alpha_0}^{\pi} \left(\frac{\partial\sigma}{\partial\Omega}\right) \sin \vartheta d\vartheta \\ &= 2\pi \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{16\pi\epsilon_0 E_{kin}}\right)^2 \int_{\alpha_0}^{\pi} \frac{\sin \vartheta d\vartheta}{\sin^4 \vartheta/2}\end{aligned}$$

Mit:

$$\int \frac{\sin \vartheta d\vartheta}{\sin^4 \vartheta/2} = \frac{-2}{\sin^2 \vartheta/2} \Big|_{\alpha_0}^{\pi}$$

folgt:

$$\begin{aligned}\sigma_{tot>\alpha_0<\alpha_1} &= 4\pi \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{16\pi\epsilon_0 E_{kin}}\right)^2 \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha_0/2} - \frac{1}{\sin^2 \alpha_1/2}\right) \\ \sigma_{tot>\alpha_0} &= 4\pi \left(\frac{Z_1 Z_2 e^2}{16\pi\epsilon_0 E_{kin}}\right)^2 \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha_0/2} - 1\right)\end{aligned}$$

$Z_1 = Z_2 = 1$:

$$\begin{aligned}\sigma_{tot>\alpha_0} &= \frac{k^*}{E^2} \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha_0/2} - 1\right) \text{ mit: } k^* = 4\pi \left(\frac{e^2}{16\pi\epsilon_0}\right)^2 \\ \Rightarrow \sigma_{tot>\alpha_0} &= \frac{\sigma_{tot>\alpha_0}^{1eV}}{E_{kin}^2 [eV^2]} \text{ mit: } \sigma_{tot>\alpha_0}^{1eV} = \frac{k^*}{(1J \cdot e[C])^2} \cdot \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha_0/2} - 1\right) = \frac{4}{\pi} \left(\frac{e}{16\epsilon_0}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{\sin^2 \alpha_0/2} - 1\right)\end{aligned}$$

$$\sigma_{tot>1^\circ}^{1eV} = 2.13834 \cdot 10^{-14} m^2 = 2.13834 \cdot 10^{-10} cm^2$$

$$\sigma_{tot>5^\circ}^{1eV} = 8.54295 \cdot 10^{-16} m^2 = 8.54295 \cdot 10^{-12} cm^2$$

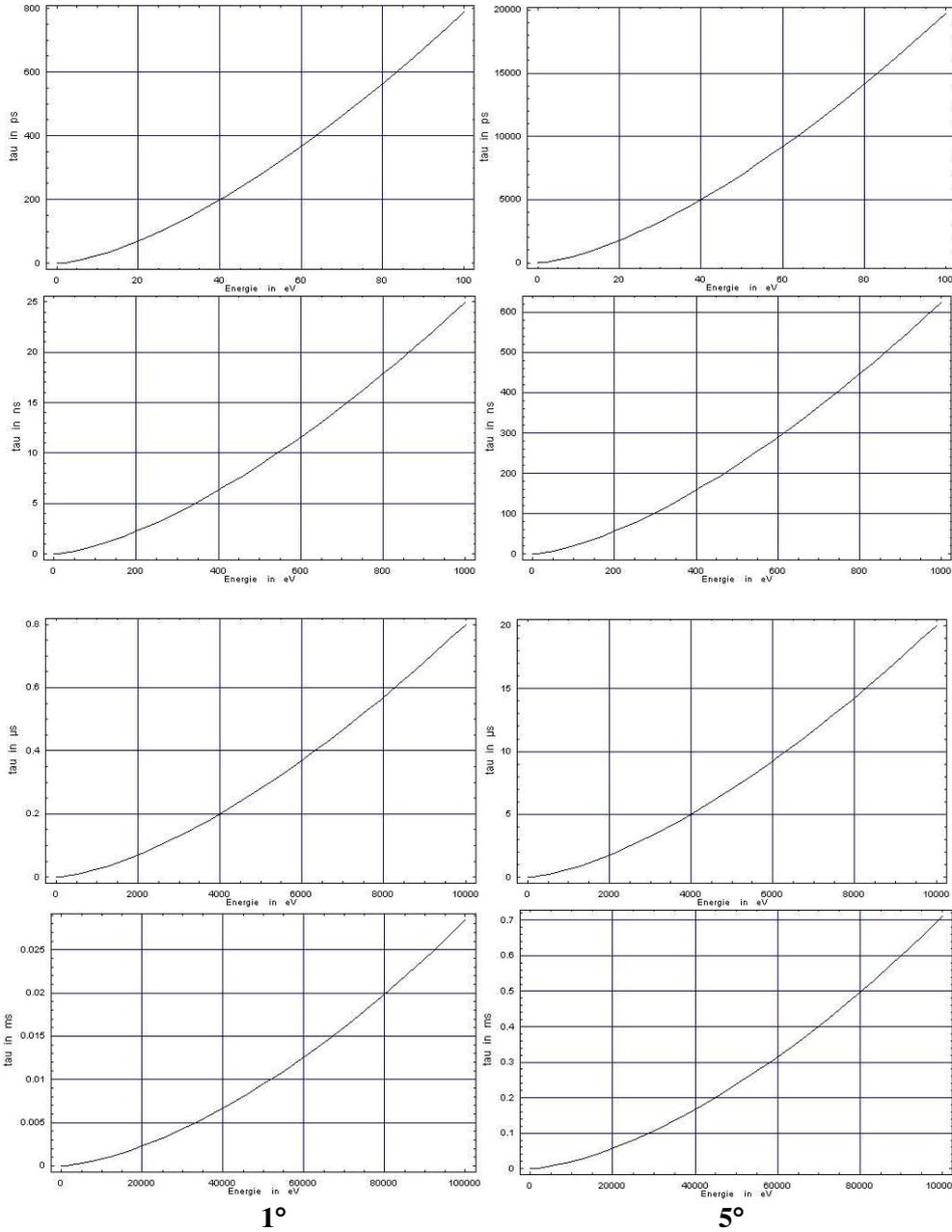
$$Z_1, Z_2 \text{ beliebig: } \frac{Z_1}{Z_2} \sigma_{tot} = \frac{Z_1=1}{Z_2=1} \sigma_{tot} \cdot (Z_1 Z_2)^2$$

180 Anhang A: Formelsammlung

$$\tau = \frac{1}{n \cdot \sigma \cdot v} = \frac{1}{n \cdot \sigma \cdot c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E_0 + E_{kin}}\right)^2}} = \frac{E_{kin}^2 [eV^2]}{n \cdot \sigma_{tot > \alpha_0}^{1eV} \cdot c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E_0 + E_{kin}}\right)^2}}$$

$$\Rightarrow \tau_{>\alpha_0} [s] = \frac{1}{c [m/s] \cdot \sigma_{tot > \alpha_0}^{1eV} [m^2] \cdot n [m^{-3}]} \cdot \frac{[E_{kin} (eV)]^2}{\sqrt{1 - \left(\frac{E_0}{E_0 + E_{kin}}\right)^2}}$$

$$n = 10^{14} \text{ cm}^{-3}$$



T(140GHz [5T]) = 7ps T(6.7GHz [0.24T]) = 149ps
 $\tau(5eV, 1^\circ) = 8.8ps$; $\tau(5eV, 5^\circ) = 220ps$

$$\tau_{>\alpha_0}^n [cm^{-3}] = \tau_{>\alpha_0}^{10^{14} cm^{-3}} \cdot \frac{10^{14}}{n [cm^{-3}]}$$

A.3 Spitzerstreuung

[Spitzer] gibt in seiner Arbeit die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung $w(\theta)$ an, mit der der Ablenkwinkel θ des Geschwindigkeitsvektors \mathbf{v} eines Elektrons verteilt ist, das während der Zeitspanne Δt durch ein Plasma fliegt und dabei durch permanente Coulomb-Stöße mit Ionen abgelenkt wird. Diese Dichteverteilung entspricht einer Gaußkurve, deren σ mit $\sqrt{\Delta t}$ anwächst.

Spitzer führt eine statistische Untersuchung der Einzelstöße des Elektrons mit den Ionen des Plasmas durch. Einzelstöße mit Winkeln $>90^\circ$ gehen nicht in das Modell ein. Hieraus resultiert ein prinzipieller (geringer) Fehler des Verfahrens, der in [Spitzer] genau untersucht wird.

Die Elektronendichte sei n_e , für das Ladungsspektrum gilt: $\langle Q \rangle \equiv \langle q^2 \rangle / \langle q \rangle$.

$\langle q \rangle$ ist der mittlere Ladungszustand der Ionen.

Dann gilt:

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\sigma^2(\Delta t) = \frac{1.62 \cdot 10^{19} \cdot n_e [\text{cm}^{-3}] \cdot \langle Q \rangle}{v^3 [\text{cm}^3/\text{s}^3] \cdot \gamma^2} \cdot \Delta t [\text{s}]$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2(\Delta t)}$$

$$-180^\circ \leq \theta \leq 180^\circ : w(\theta) [\text{rad}] = \text{Gauß}(\theta, \sigma)$$

$$\text{mit Gauß}(\theta, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi \cdot \sigma^2}} \cdot e^{-\frac{\theta^2}{2 \cdot \sigma^2}}$$

Die Halbwertbreite der Gaußfunktion und damit der Wahrscheinlichkeitsdichte wächst mit $\sqrt{\Delta t}$.

Die Wahrscheinlichkeit, daß das Elektron im Zeitraum Δt um den Winkel $\theta \pm \Delta t/2$ abgelenkt wird, beträgt also (für kleine Δt): $W(\theta, \Delta t) \approx w(\theta) \cdot \Delta t$.

Anhang B: Wellenausbreitung in Plasmen

Die eingekoppelte Mikrowelle läuft im Resonator hin- und her, und es entsteht bei geeigneten Bedingungen eine Resonanzüberhöhung, die zu einer bestimmten Modenstruktur führt. Im Idealfall ohne Plasma und geeignete Resonator - Abmessungen laufen die Wellen in der Kammer ungestört, und die resultierende Mode ergibt sich durch Superposition der Vakuum-Wellen. Befindet sich aber ein Plasma in der Cavity, ändern sich die Gegebenheiten: Die Wellen beeinflussen das Plasma und umgekehrt. Es kommt zu einer Wechselwirkung zwischen Welle und Plasma, so daß die Modenstrukturen verwischen und im Extremfall verschwinden. Diese Wechselwirkung soll in diesem Abschnitt soweit wie möglich mit einem einfachen Modell beleuchtet werden [Meinke-Gundlach].

B.1 Grenzfall: keine Beeinflussung durch das Plasma

Es kommt zu einer ungestörten Überlagerung der Wellen mit den (Moden-) Effekten, wie sie in [HeinenD], [RütherD] beschrieben sind: Bei geeigneten Cavity - Abmessungen und Mikrowellenfrequenz kommt es zu einer Resonanzüberhöhung unter Ausbildung eines stehenden elektromagnetischen Feldes mit bestimmter Amplitude.

B.2 Das Modell des stoßfreien, kalten magnetisierten Plasmas

Ein magnetisiertes Plasma (d.h. ein Plasma, daß durch ein aufgeprägtes Magnetfeld erzeugt und aufrechterhalten wird) ist ein anisotropes Medium: Eine e/m-Welle verhält sich bei Ausbreitung entlang der magnetischen Feldlinie ("Achse" des Mediums) anders als bei Ausbreitung senkrecht dazu. Dies liegt an der Eigenschaft der geladenen Teilchen des Plasmas, die mehr oder weniger stark an das Magnetfeld gebunden sind und sich entsprechend nicht unabhängig von diesem Feld bewegen können. An dieser Stelle soll nun ein (relativ) einfaches Modell verwendet werden, mit dem man aber schon zu wichtigen Erkenntnissen gelangen kann.

Das zugrundeliegende Modell geht zunächst einmal von einem *stoßfreien Plasma* aus, in dem es außer einer kollektiven Coulomb-Wechselwirkung keine gegenseitige Beeinflussung der Teilchen untereinander gibt. Die Aussagen werden später auf dünne Plasmen mit relativ geringen Stoßraten erweitert. Der Aussagebereich bezieht sich auf einen homogenen B-Feld-Bereich. *Kaltes Plasma* bedeutet bei diesem Modell: $v_E \ll v_{th} \ll v_{ph}$. Hierbei bedeutet:

v_E : Die vom Wellenfeld erzeugte Teilchengeschwindigkeit (z.B. durch EZR-Heizung)

v_{th} : die thermische Geschwindigkeit der Teilchen

v_{ph} : die Phasengeschwindigkeit der Welle.

Es zeigt sich, daß außer in Bereichen der Resonanz, in denen v_{ph} sehr klein werden kann, das Modell auch für temperierte Plasmen noch gut zutreffend ist. Ferner muß natürlich überlegt werden, welche Aspekte für die sehr eigentümlichen EZR-Plasmen (oder ein Fusions-Plasma) von Bedeutung sind und ihre Gültigkeit behalten.

Die physikalische Beschreibung gelingt nun näherungsweise wie die eines anisotropen Kristalls: In den die elektromagnetischen Phänomene beschreibenden Maxwell-Gleichungen kann die Polarisation (d.h. die Dipoldichte) des Mediums nun nicht mehr als linear abhängig von der elektrischen Feldstärke E angenommen werden (wie dies in isotropen Medien der Fall ist). Vielmehr gilt die Gleichung: $\mathbf{P} = \overline{\boldsymbol{\epsilon}_r} * \mathbf{E}$, wobei $\overline{\boldsymbol{\epsilon}_r}$ ein Tensor zweiter Stufe ist (eine 3x3 Matrix; in einem isotropen Medium geht dieser Tensor in ein Skalar über).

Die Lösung der Maxwell-Gleichungen gelingt mit den drei Grundgrößen: ω_e , ω_i und ω_p , welche als Koppelgrößen des Magnetfeldes mit den Teilchen und der Teilchen untereinander angesehen werden können:

ω_e : Elektron-Zyklotron-Resonanz-Frequenz (Kopplung der Elektronen an das Magnetfeld)

ω_i : Ion-Zyklotron-Resonanz-Frequenz (Kopplung der Ionen an das Magnetfeld)

ω_p : Plasmafrequenz {(Coulomb-)Kopplung der Teilchen untereinander}.

Insbesondere bestehen die Komponenten von $\overline{\boldsymbol{\epsilon}_r}$ ausschließlich aus Verknüpfungen dieser drei Größen miteinander.

Aus diesen drei Plasmakenngrößen ergibt sich mit Hilfe der für das Plasma gültigen Dispersionsgleichung $A\underline{n}^4 + B\underline{n}^2 + C = 0$ die komplexe Wellenausbreitungsgröße $\underline{n} = n_{re} - i n_{im}$ {komplexer Brechungsindex (mit Minuszeichen!)}. Die Koeffizienten hängen in diesem Modell jeweils nur von den drei Plasmagrößen und dem Ausbreitungswinkel ϑ zwischen Magnetfeld und Ausbreitungsrichtung (\mathbf{k} - Richtung) ab.

n_{re} beschreibt die Phasengeschwindigkeit der Welle im Medium und n_{im} die Stärke der Dämpfung durch das Plasma. Beispielsweise gilt für eine ebene Welle:

Eine (ebene) Welle, die sich in einer (beliebigen) Richtung Z ausbreitet, läßt sich beschreiben:

$$I(t, z) = I_0 \cdot e^{-2\pi \frac{z}{\lambda_0} n_{im}} \cdot e^{i \left[\omega t - 2\pi \frac{z}{\lambda_0} n_{re} \right]}$$

λ_0 : Vakuumwellenlänge $c \cdot 2\pi / \omega$

Man sieht, daß n_{im} die Dämpfung beschreibt, bei $z = \lambda_0 / (2\pi n_{im})$ ist die Amplitude auf 1/e abgefallen.

n_{re} legt die Wellenlänge und damit die Phasengeschwindigkeit fest ($\lambda = \lambda_0 / n_{re}$).

Es zeigt sich, daß für jeden Ausbreitungswinkel ϑ zwei unterschiedliche Wellen ausbreitungsfähig sind (welche von ihnen entsteht, hängt von Randbedingungen ab). Die beiden Wellen haben unterschiedliche komplexe Brechungsindizes \underline{n} . Der Brechungsindex sagt viel über das Verhalten der Welle aus, weshalb er jetzt im Mittelpunkt der Betrachtungen stehen soll.

Es zeigt sich, daß jeder Winkel unterschiedliche Wellen mit stark unterschiedlichen Eigenschaften erzeugt (wobei diese fließend ineinander übergehen). Man kann jedoch vieles verstehen, wenn man sich nur auf die Winkel 0° und 90° konzentriert. Die 4 bei diesen beiden Winkeln möglichen Wellen nennt man auch Grundwellentypen.

B.3 Eigenschaften und Brechungsindizes der vier Grundwellentypen bei unterschiedlichen Dichten des Plasmas und variierender Frequenz

Das Verhalten der Feldvektoren der Grundwellentypen wird in Abbildung 1 veranschaulicht.

$\vartheta = 0^\circ$:

In diesem Spezialfall breitet sich die Welle parallel zum Magnetfeld aus. Die in diesem Fall existenten beiden Wellen werden R- und L-Welle genannt, wobei der Drehsinn des **E**-Vektors der R-Welle dem eines Elektrons im B-Feld entspricht, bei der L-Welle dem eines Ions. Mit der R-Welle können Elektronen geheizt werden, mit der L-Welle Ionen. Bei den entsprechenden Zyklotronfrequenzen der Teilchen kommt es hierbei zur Resonanz.

$\vartheta = 90^\circ$:

Die beiden hier auftretenden Wellenformen heißen Ordentliche- und Außerordentliche Welle. Sie breiten sich beide senkrecht zum Magnetfeld aus. Bei der Ordentlichen Welle liegt **E** parallel zu **B**; diese Welle entspricht der Welle im nichtmagnetisierten Plasma: die Teilchen werden durch das Magnetfeld nicht daran gehindert, auf die beschleunigende Wirkung des **E**-Feldes zu reagieren.

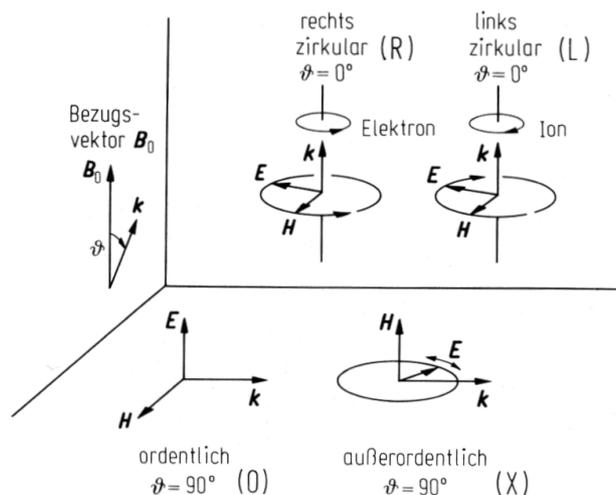


Abbildung 1: Lage von E- und H-Vektor der Grundwellentypen

Cutoffs und Resonanzen lassen sich durch das Verhalten der Brechungsindizes ermitteln:

$n_{re} = \infty$: die Phasengeschwindigkeit der Welle wird Null: die Energiedeposition der Welle ins Plasma wird unendlich groß, es liegt eine Resonanz vor.

$n_{re} = 0$: Cutoff, die Welle wird vom Plasma reflektiert und dringt nur innerhalb der Skintiefe ins Plasma ein ($n_{im} > 0$).

Wie schon erwähnt, ist das Modell im Bereich des Cutoff ungültig. Bei Hinzunahme von Stößen zum Modell zeigt sich aber, daß Cutoffs und Resonanzen verschmieren: der Brechungsindex bleibt endlich; insbesondere ist n_{im} immer ungleich Null, somit liegt eine permanente Dämpfung der durch das Plasma laufenden Welle vor.

Die Lage von Cutoffs und Resonanzen der vier Grundwellentypen wird sehr übersichtlich im sog. CMA-Diagramm gezeigt, wie in Abbildung 2 zu sehen. Im rechten Teil der Abbildung sind zusätzlich die Phasengeschwindigkeiten der einzelnen Typen an bestimmten Positionen im Diagramm angegeben. Hier sind die Geschwindigkeiten als Polardiagramm angegeben, wobei die Richtung nach oben $\vartheta = 0$ entspricht, also Ausbreitung parallel zum Magnetfeld. Oberhalb des Polardiagramms kann also jeweils nur R oder L stehen, rechts und links jeweils O oder X. Der gestrichelte Kreis stellt jeweils die Lichtgeschwindigkeit im Vakuum dar.

Die für das EZR-Plasma wesentliche Erkenntnis ist, daß sich nur unterhalb der kritischen Dichte (auch Cutoff-Dichte genannt) alle Wellentypen ausbreiten können und somit die in den Cavities benötigten Modenstrukturen erzeugen (die Modenstrukturen entstehen ja gerade durch resonante Überlagerung an Wänden reflektierter sich in alle möglichen Richtungen ausbreitenden Wellen). Strenggenommen muß das B-Feld auch an allen Orten stärker als die Resonanzfeldstärke sein, wie dem CMA-Diagramm zu entnehmen ist (dies ist in P-ECRIS-Strukturen übrigens gerade der Fall). Gerät die Dichte über die Grenzdichte n_c , wird die ordentliche Welle komplett abgeschnitten (ab hier sind auch andere Ausbreitungsrichtungen betroffen). Im Experiment sieht man dies an einer immer weiter zunehmenden Resonanzbreite (wie dies von Rhode in [ECRIS 99] gezeigt wurde) mit anschließendem Zusammenbruch jeglicher Modenstruktur. Es folgt also die Aussage, daß EZR-Quellen immer unterkritisch betrieben werden sollten, es sei denn, man hat sehr hohe Mikrowellenleistungen zur Verfügung und verzichtet auf eine Resonanzüberhöhung in der Cavity. Dann kann man auch überkritisch heizen, man verliert aber einen Großteil der Mikrowellenleistung, da diese vom Plasma nicht absorbiert wird.

Die Betrachtung des unterkritischen Anteils des CMA-Diagramms soll an dieser Stelle genügen. Versucht man aber z.B. Fusion zu betreiben, muß der kritische Teil der beiden Diagramme jedoch häufig genauer untersucht werden, da man sich hier nicht immer den "Luxus" erlauben kann, unterkritisch zu heizen.

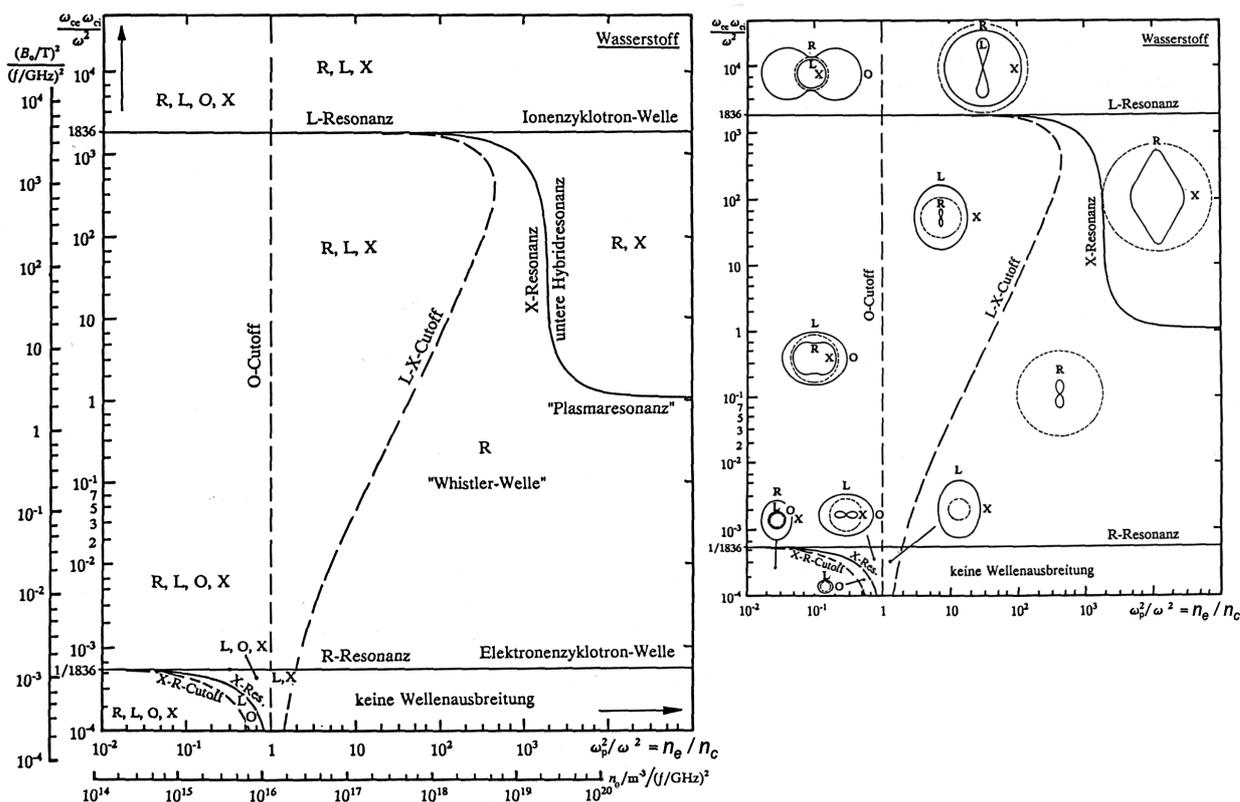


Abbildung 2: CMA-Diagramm, rechts mit Phasengeschwindigkeiten, gestrichelter Kreis entspricht c_0 , an seinem Mittelpunkt gilt das Polardiagramm

B.4 Erklärungen zum unterkritischen Teils des CMA-Diagramms

Die gestrichelten Linien bezeichnen die Lage von Cutoffs, die durchgezogenen Linien Resonanzen. Auf den Achsen sind auf die Frequenz der Mikrowelle normierte Größen aufgetragen, d.h. das Diagramm behält für alle eingestrahlt Frequenzen seine Gültigkeit (man muß sich B-Feldstärke und Elektronendichte n_e nur entsprechend skaliert denken).

Für eine erste Betrachtung sollte man sich die Frequenz als konstant denken. Dann erkennt man, daß "rechts" von der gestrichelten, mit O-Cutoff gekennzeichneten Linie (also bei $n_e > n_c$) die O-Welle nicht mehr vorkommt. Betrachtet man Abbildung 1, so sieht man, daß der E-Feldvektor dieser Welle parallel zum B-Feld schwingt. Steigt die Elektronendichte über die kritische Dichte n_c , so übersteigt damit die Plasmafrequenz ω_p die Wellenfrequenz ω . Da die Elektronen des Plasmas nicht durch das Magnetfeld in ihrer Bewegung behindert werden und nun in der Lage sind, mit Frequenzen bis zu ω_p ungedämpft zu oszillieren, können sie (nur durch ihre sehr kleine Massenträgheit begrenzt) dem E-Vektor der Welle folgen. Das Plasma wirkt dann wie ein Spiegel: die Welle wird reflektiert und innerhalb aperiodisch abgedämpft.

Ein komplett ungedämpfte Ausbreitung aller Wellentypen ist nur im Bereich unterhalb der kritischen Dichte und oberhalb der Resonanzfeldstärke möglich. Unter diesem Gesichtspunkt sollten P-ECRIS-Quellen die Modenstruktur in der Cavity weniger stören als eine S-ECRIS-Struktur, da bei der

letzteren Quellenart ein gewisser (wenn auch relativ kleiner, d.h. etwa 10% vom Gesamtvolumen) Raumbereich unterhalb der Resonanzfeldstärke liegt und sich hier ausgerechnet die Elektronen heizende R-Welle nicht mehr ausbreiten kann (siehe Diagramm).

B.5 Modenstrukturen im EZR-Quellenbetrieb

Grundsätzlich anzumerken ist, daß diese hier getroffenen Aussagen nur bedingt auf EZR-Plasmen anzuwenden sind. Sie sollen mehr das prinzipielle Verstehen fördern als wirklich Aussagen über die Realität machen zu können. Man muß immer bedenken, daß die hier gewonnenen Erkenntnisse für ein homogenes Magnetfeld gelten. Das Feld in EZR-Quellen ist aber vor allem in den radial weiter außen gelegenen Bereichen oftmals sehr inhomogen (allerdings ist es im Innenbereich, dort wo sich auch der Plasmakern befindet, vor allem bei P-ECRIS-Quellen recht homogen).

Es stellt sich die Frage, ob die Modenstrukturen tatsächlich (näherungsweise) in der mathematischen Form vorliegen, wie sie in [Jackson] für den Fall einer zylindrischen Vakuum-Cavity abgeleitet wurden (Formeln in [HeinenD]). Es gibt viele experimentelle Hinweise darauf, daß ein EZR-Plasma unterhalb der Cutoffdichte die Modenstruktur nur schwach verändert. So wurde bei einem Experiment mit P-ECRIS III (hier waren die Resonanzfrequenzen der H_{113} und E_{012} Mode mit Vakuum sehr genau zu sehen, sie wurden sehr gründlich vermessen [RütherD]) der Gaseinlaß ständig erhöht und die Resonanzbreite sowie die Lage der Frequenzen vermessen. Es zeigt sich eine langsame Verbreiterung der Resonanzbreite und Verschiebung der Resonanz zu höheren Frequenzen, bis zu einem Grenzdruck, bei dem die Breite sprunghaft anstieg, wobei hier wohl die Cutoffdichte überschritten wurde. Der optimale Quellenbetrieb lag aber weit darunter (Rhode in [ECRIS 99]). Hieraus folgt:

Die Resonanzfrequenzen verschieben sich im Quellenbetrieb nach oben (effektive Cavitylänge verändert sich, da Plasma negatives ϵ besitzt), bleiben aber eindeutig zuzuordnen. Die dabei beobachtete Resonanzbreite nimmt bis zu einer bestimmten Grenzdichte nur mäßig zu. Es deutet also darauf hin, daß auch im Quellenbetrieb Modenstrukturen vorhanden sind mit sehr ähnlichen Eigenschaften wie die Vakuummoden. Streng überprüfbar ist das nicht. Die Ergebnisse der durchgeführten Simulation stehen im Einklang mit vielen Experimenten (z.B. [ELISA], siehe Kapitel 3), weswegen die Annahme einer Modenstruktur in EZR-Quellen mit Cavity-Struktur kaum falsch sein kann.

Ein gutes Beispiel dafür, daß im Fall einer Resonanz die Modenstruktur erhalten bleibt, liefert die Laserphysik [Sigrist]: obwohl im Resonator ein optisch aktives Medium vorhanden ist, gibt es single-Moden-Laser, die bei einer äußerst scharfen Frequenz mit einer Mode arbeiten. Hieraus folgt natürlich, daß ein E-Feld innerhalb des aktiven Mediums vorhanden sein muß.

Anhang C: Simulations-Modell Ergänzungen

C.1 Definition des Resonanzvolumens

Minimum-B Strukturen besitzen auf der Resonanzfläche einen signifikanten Gradienten des B-Feldes. Im Gegensatz hierzu gibt es in Plateau-Strukturen ein relativ großes Volumen mit nahezu konstantem Magnetfeld. Ist die B-Feldstärke der Resonanzfeldstärke angepaßt, so gibt es einen großen Bereich, in dem (nichtrelativistische) Elektronen in nahezu perfekter Mikrowellen-Resonanz sind. Dieser Bereich wurde bisher Resonanzvolumen genannt. Um diesen Begriff genauer zu fassen, soll an dieser Stelle eine genaue Definition vorgenommen werden.

Ein ruhendes Elektron befinde sich in einem homogenen Feld B_0 . Es werde nun eine linear polarisierte MW mit der Feldstärke 100V/cm und der Resonanz-Frequenz $\nu_0 = \nu(B_0) = \nu(B_{res})$ eingestrahlt. Das Elektron gewinnt solange Energie, bis es aufgrund seiner relativistischen Massenzunahme außer Phase läuft und wieder abgebremst wird. Es durchläuft eine Oszillation, wobei es die mittlere Energie $\Delta E^{mittel} = \Delta E_0^{mittel}$ erlangt, die über viele Perioden ermittelt wird.

Das Elektron werde nun immer wieder neu gestartet und dabei das B-Feld sukzessive erhöht. Da die Resonanzbedingung nun nicht mehr exakt erfüllt ist, kommt es zusätzlich zum relativistischen Effekt zu einem gesteigerten Oszillationsverhalten ("Bouncing"). Die mittlere Energie während dieser Oszillationen nimmt mit steigendem B ab. Bei der Feldstärke $B_0 + \Delta B_{RV}$ sei ΔE^{mittel} auf einen bestimmten Wert $\Delta E_0^{mittel} / K_{RV}$ abgefallen.

$\rho_{RV} \equiv \Delta B_{RV} / B_0$ ist hierbei numerisch zu bestimmen und nur schwach abhängig von der MW-Feldstärke (dies wurde für den relevanten Bereich 10V/cm-200V/cm verifiziert). Das Ergebnis für die Feldstärke 100V/cm ist in folgender Abbildung zu sehen.

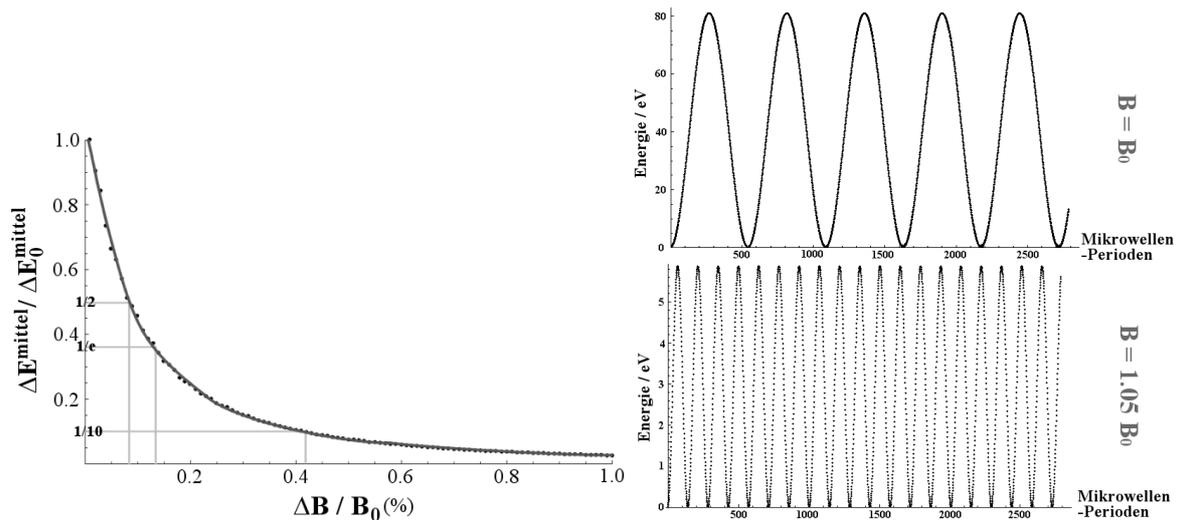


Abbildung 3: Verlauf von ΔE^{mittel} in Abhängigkeit von $\Delta B/B_0$ bei einer Mikrowellen-Feldstärke von 100V/cm. (im Feldstärkebereich 10-200V/cm sind nur schwache Abweichungen von dieser Kurve zu beobachten). Rechts: Energieverlauf für die Fälle $\Delta B=0$ (mittlere Energie hier etwa 40eV) und $\Delta B=0.5\%$ (mittlere Energie ca. 3eV).

Da die Kurve wesentlich langsamer als exponentiell abfällt, wäre $K_{RV} \equiv 12$ mit $\rho_{RV} \approx 0.5\%$ sinnvoll (statt z.B. $K_{RV} \equiv 2$ oder $K_{RV} \equiv e$).

Das Resonanzvolumen ist damit als das Volumen definiert, in dem $|B-B_{\text{res}}|/B_{\text{res}} < \rho_{RV} = 0.5\%$ gilt.

Man beachte, daß in realen Feldern diese Definition nur für Bereiche mit kleinem B-Feld-Gradienten Sinn macht, sowie für relativ kleine Elektronenradien. Nur wenn beide Bedingungen erfüllt sind, ist gewährleistet, daß sich B während eines Umlaufs praktisch nicht ändert. Die erste Bedingung wird in Plateau-Strukturen erfüllt, die zweite gilt in Näherung für relativ kalte Elektronen, die einem schwachen MW-Feld ausgesetzt sind (während der Oszillationen treten dabei nur kleine Energie-Differenzen und Radien auf).

Diese Definition ist damit nur für den nichtrelativistischen Elektronenteil in Plateau-Strukturen sinnvoll, in denen im Minimum die Resonanzbedingung erfüllt ist.

Das B-Feld einer Plateau-Struktur ist im Minimum flach, d.h. $\text{grad } B_{\text{min}} = 0$. Aufgrund der Maxwell-Gleichung $\text{div } B = 0$ muß in einem Min auf der Z-Achse, in radialer Richtung ein Maximum vorliegen; bei einem lokalen Z-Achsen-Maximum liegt radial ein Minimum vor (siehe W-Struktur bei der P-ECRIS, Kapitel 2). Für ein großes Resonanzvolumen ist damit eine möglichst flache W-Struktur in Z-Richtung erforderlich. Das absolute Feldminimum liegt bei solchen Strukturen immer abseits der Achse (wenn auch in der Regel nur marginal anders als das Minimum auf der Z-Achse, da das Feld in radialer Richtung in Achsenähe sehr flach ist; in PECRIS III unterscheidet sich das absolute B-Feld-Minimum vom Minimum auf der Achse nur um weniger als 0.1%).

C.2 Ungeheizte aber nicht kalte Elektronen

Die Mehrzahl der Elektronen im EZR-Plasma, die (zu einem Zeitpunkt) größere Energien als die erste Ionisationsenergie besitzen (Ionisation von 0 nach 1+ bei Argon etwa 16eV), haben ihre Energie durch direkte Wechselwirkung mit der Mikrowelle gewonnen. Vereinfacht läßt sich das so begründen: werden sie im kalten, thermalisierten Bereich erzeugt, thermalisieren sie dort auch schnell (kühlen ab auf einige eV), während sie im nicht thermalisierten Bereich meistens schnell in MW-WW geraten und damit die Energieverteilung der geheizten annehmen, deren Mittel sehr viel größer als 16eV ist.

Ein Beispiel für die Verteilung der Austrittsenergien bei einem Ionisationsprozeß ist in Abbildung 4 zu sehen. Man sieht, daß die Wahrscheinlichkeit für die Erzeugung von Elektronen mit steigenden Austrittsenergien rasch abnimmt (mit steigender Einfallenergie bleibt der relative Verlauf in etwa gleich). Die Wahrscheinlichkeit für die Erzeugung von Austrittsenergien >12eV liegt bei 50%, >27eV bei immerhin noch 29%, für Energien >100eV aber nur noch bei 4% (für 500eV Einfallenergie).

Selten sind durch Ionisation erzeugte Elektronen, die mit Energien >16eV generiert werden und ihre Energie relativ lange behalten, da sie weit außerhalb der Resonanzzone erzeugt wurden. Diese Elektronen thermalisieren nur langsam.

Durch die Untersuchung der geheizten Elektronen wird also der Großteil der ionisierenden Elektronen (das sind alle Elektronen >16eV für Argon) des EZR-Plasmas beschrieben.

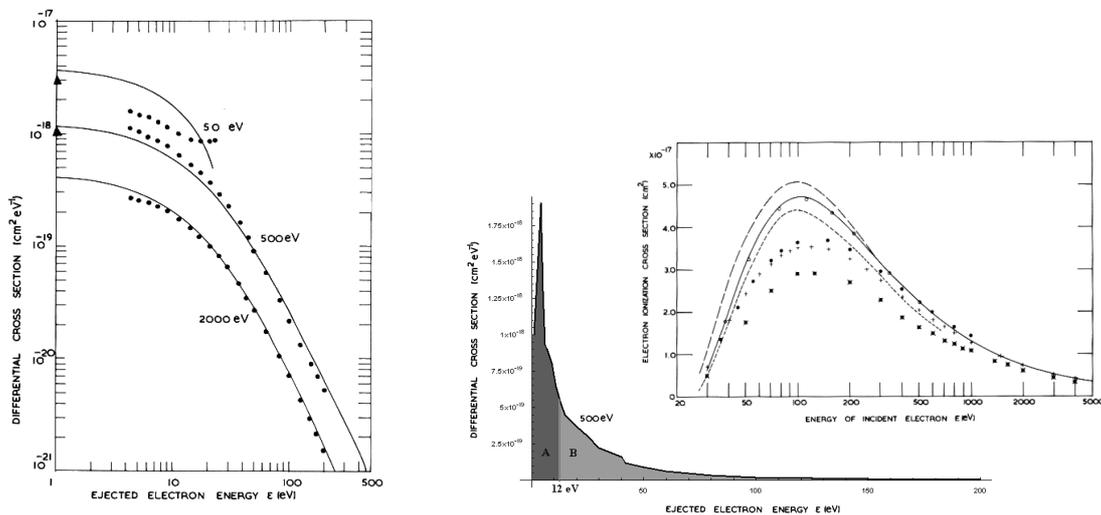


Abbildung 4: Differentieller Wirkungsquerschnitt für $e + \text{He}$ Kollisionen nach [Atomic Physics], für die einfallenden Elektronenenergien 50, 500 und 2000eV. Durchgezogene Linien: Bornsche Näherung. Meßwerte sind als Dreiecke und Punkte dargestellt. Der Totale Wirkungsquerschnitt (rechts) für die einfache Ionisation von He ergibt sich als Integral über die Kurven (deswegen die Einheit $\text{cm}^2 \text{eV}^{-1}$). Würde man die Kurven auf ihr Maximum normiert darstellen, würden sich die Kurven in etwa überdecken. Die relative Wahrscheinlichkeit für das Auftreten von hohen Emissionsenergien ist also in erster Näherung unabhängig von der Einfallenergie des stoßenden Elektrons (es ist hierbei natürlich zu beachten, daß die 2000eV Kurve im Gegensatz zur 500eV Kurve über die 500eV Emissionsenergie hinausläuft)

C.2.1 Geheizte Sekundärelektronen

In der Regel wurden geheizte Elektronen im heißen Plasma durch Ionisation erzeugt und dann sehr schnell hochgeheizt. Sie stehen in starker WW mit der MW und ihre Energie fluktuiert stark, wenngleich es temporäre Energiezustände gibt, in denen die Fluktuation langsamer verläuft (diese Erkenntnis liefert die vorliegende Simulation). Es gibt aber auch geheizte Elektronen, die ursprünglich von der Wand, als Sekundärelektron, kommen. Dabei gilt: mit hoher Wahrscheinlichkeit war ein anderes geheiztes Elektron ursächlich für die Erzeugung dieses Sekundärelektrons, da nur die Feldlinien an den Aufprallstellen der geheizten direkt in den heißen Resonanzbereich zurückführen. Nicht geheizte, kalte Elektronen sind also kaum durch Sekundärelektronenprozesse an der Produktion von geheizten Teilchen beteiligt, sondern in erster Linie (relativ kalte) geheizte Elektronen, die auf die Wände prallen. So lassen sich die geheizten Sekundärelektronen also letztlich auch auf geheizte Ionisationselektronen zurückführen.

Anhang D: Allgemeine Statistik

D.1 Der "Standardfehler" des arithmetischen Mittelwertes

Für die folgende Zusammenstellung wurde [Sachs] verwendet:

Sei X eine Zufallsgröße, die nach $w(X)$ verteilt ist. $w(X)$ besitze den Erwartungswert μ und die Varianz σ^2 . In einem Experiment werden n x_i gemessen und daraus der Mittelwert $\langle x \rangle$ und die Standardabweichung s gebildet. Auch $\langle x \rangle$ ist eine Zufallsgröße und nach $w_n(\langle x \rangle)$ verteilt mit der Varianz $\sigma_{\langle x \rangle}^2$. Es läßt sich zeigen, daß dabei der Zusammenhang gilt:

$$\sigma_{\langle x \rangle} = \sigma / \sqrt{n}$$

Liegt eine Normalverteilung vor, ermittelt man gewöhnlich ein Schätzintervall, in dem der Erwartungswert μ mit hoher Wahrscheinlichkeit zu finden ist (genauere Aussagen finden sich in der Spezialliteratur): $\langle x \rangle \pm s_{\langle x \rangle}$. $s_{\langle x \rangle} = s / \sqrt{n}$ wird Standardfehler des arithmetischen Mittelwertes genannt.

Liegt keine Normalverteilung vor, berechnet sich der Standardfehler so:

Berechnet werde der *Median* x_M wie folgt:

Man ordne die x_i beginnend beim Kleinsten und erhält x_i^G .

n ungerade: $x_M = x_{\uparrow n/2 \uparrow}^G$

n gerade: $x_{M1} = x_{n/2-1}^G$; $x_{M2} = x_{n/2+1}^G$; $x_M = 1/2 (x_{M1} + x_{M2})$

Der Median bei kontinuierlichen Verteilungen ist dasjenige x_M , bei dem $\int_0^{x_M} w(x) dx = 0.5$.

Das Schätzintervall ist jetzt: $x_M \pm s_M$ mit $s_M = (x_{\uparrow n/2 + \sqrt{n/2 \uparrow}}^G - x_{\downarrow n/2 - \sqrt{n/2 \downarrow}}^G) / 2$ (Standardfehler des Medians).

Dieses Intervall ist nur bei nicht zu großen Varianzen sinnvoll.

Weiß man, daß $w(X)$ gleichverteilt oder normalverteilt ist, kann man einen Vertrauensbereich $VB(n)$ angeben.

Ist $w(X)$ unbekannt, so ist dies i.d.R. nicht möglich, da wesentliche Informationen fehlen.

Beispiel: ein $w(\tau)$ sei wie folgt gegeben:

$w(\tau = 0 \dots 0.9999\text{ms}) = 1.0$; $w(\tau = 100\text{s} \dots 100\text{s} + 0.0001\text{ms}) = 1.0$; sonst 0. Es ergibt sich für den Mittelwert μ :
 $\mu = 0.9999\text{ms}/2 \cdot 9999/10000 + 100000.00005\text{ms} \cdot 1/10000 = 10.5\text{ms}$

Es sei $p=1/10000$ die Wahrsch. einen Wert aus dem zweiten Intervall zu würfeln.

Wahrsch. bei N Würfeln keinmal in das 2. Intervall zu treffen ist: $P[N]=(1-p)^N$

$P[100] = 99\%$; $P[1000] = 90\%$; $P[7000] = 50\%$

Die Wahrscheinlichkeitsdichteverteilung WDV der ermittelten Mittelwerte $\langle \tau \rangle$ bei (nicht zu) kleinen n besteht im Wesentlichen aus der Lorentz(ähnlichen-) Kurve um 0.5ms. Nur mit kleiner Wahrsch. werden $\langle \tau \rangle$ mit $>1\text{ms}$ gefunden. Erst bei sehr großen n verschiebt sich das Maximum der WDV für $\langle \tau \rangle$ in Richtung μ .

Anhang E: Kräfte von Permanentmagneten

Die folgenden Überlegungen wurden aus [Feynman2] und [Wolff] abgeleitet.

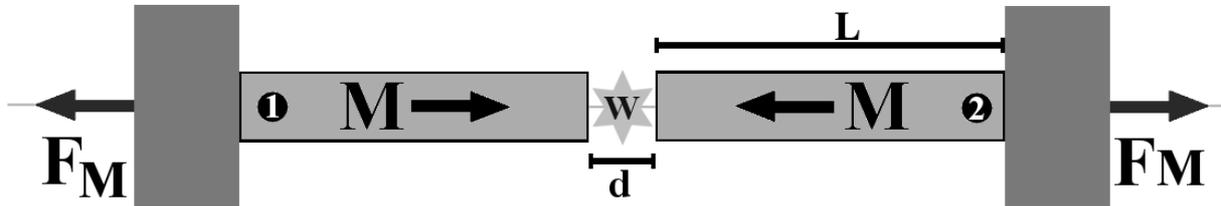


Abbildung 5: Zwei homogen magnetisierte runde Permanentmagnetstäbe, deren Stirnflächen sich im Abstand d befinden, üben über den Wechselwirkungsbereich W die Kraft $2 \cdot F_M$ aufeinander aus.

Zwei lange runde Permanentmagnetstäbe der Länge L seien im Abstand d ($d \ll L$) zueinander arretiert, wie in der Abbildung zu sehen. Wie groß ist die Kraft, mit der sich beide abstoßen (bei entgegengesetzter Polung anziehen) ? (Zum Thema Stabmagneten siehe auch Kapitel 3).

Kraft auf (1) : Die Kraft, die das von (2) erzeugte B-Feld auf (1) ausübt

Kraft auf (2) : Die Kraft, die das von (1) erzeugte B-Feld auf (2) ausübt

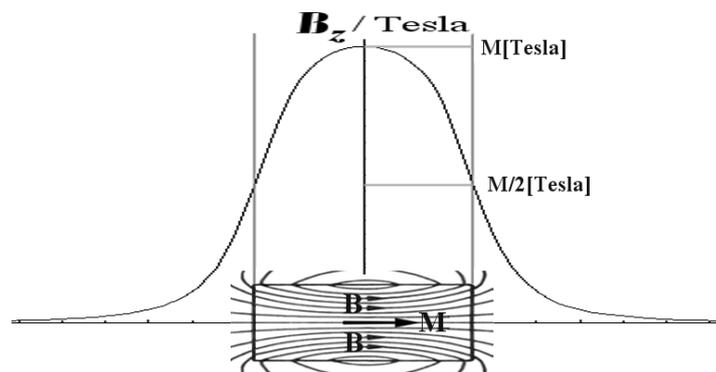


Abbildung 6: B-Feld eines langen, runden und homogen magnetisierten Stabmagneten

Ist der Stab lang genug (im Vergleich mit seinem Durchmesser), gilt der in Abbildung 6 dargestellte Verlauf der Feldstärke auf der Achse. Auf der Stirnfläche beträgt die Feldstärke also in guter Näherung $M/2$ (M muß hierbei in Tesla angegeben sein).

Die Kraft F_M ergibt sich im wesentlichen aus dem Wechselwirkungsbereich W (siehe Abbildung 5).

E.1.1 Coulomb-Gesetz für magnetische Oberflächen-Ladungen

In Analogie zur Elektrostatik kann man von magnetischen Oberflächenladungen sprechen, die sich mathematisch völlig analog zu elektrischen Ladungen verhalten. Das sich aus den Oberflächenladungen ergebende Magnetfeld H läßt sich, analog zur Elektrostatik, wie folgt berechnen:

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\mu_0} \cdot \frac{q_M}{r^2} \cdot \mathbf{e}_r ; q_M = \sigma \cdot A$$

\mathbf{r} : vom Mittelpunkt der ladungstragenden Fläche ausgehender Ortsvektor

Es gilt $q_M = \sigma \cdot A$, wobei σ die Oberflächen-Ladungsdichte auf der Fläche A darstellt (die Fläche A muß dabei so klein sein, daß σ hier als konstant angenommen werden kann).

Dies ist eine Fernfeld-Gleichung, d.h. r muß groß sein gegenüber der Dimension der ladungstragenden Fläche.

Zur Berechnung von \mathbf{B} im Magneten muß dem \mathbf{H} -Feld die lokale Magnetisierung \mathbf{M} überlagert werden: $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}$, im Vakuum gilt einfach $\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$.

Die numerische Bestimmung des Nah-Feldes gelingt mit Hilfe der *finiten-Elemente-Methode* (z.B. [Adam]). Die Ladung tragende Oberfläche wird hierbei in kleinste Subflächen unterteilt, so daß für jede Subfläche die Gleichung des Fernfeldes wieder Gültigkeit hat.

Eine starke Vereinfachung für den Fall großer rechteckiger Oberflächen gibt [Pauthenet] (Gleichungen in [HeinenD]).

Ist der Abstand R zweier Oberflächen-Ladungen q_M^1 und q_M^2 groß gegenüber den Dimensionen der Flächen A_1 bzw. A_2 , auf denen sie sich befinden, gilt:

$$F_{12} = \frac{1}{4\pi\mu_0} \cdot \frac{q_M^1 \cdot q_M^2}{R^2}$$

In unmittelbarer Umgebung der Oberfläche A sei \mathbf{M} die Magnetisierung des Permanentmagneten. Für die Oberflächen-Ladungsdichte gilt dann: $\sigma = \mathbf{M} \cdot \mathbf{n}$, wobei \mathbf{n} die dimensionslose Flächennormale darstellt. Die Einheit von σ ist hierbei: $[\sigma] = A/m = \text{Tesla}$, die der Oberflächenladungen somit: $[q_M] = A \cdot m$.

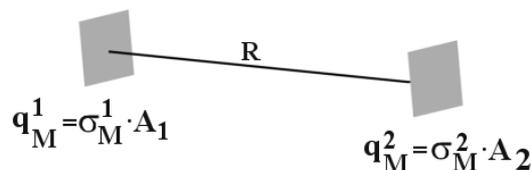


Abbildung 7: Zwei magnetisierte Oberflächen mit den Oberflächen-Ladungen q_M^1 und q_M^2

Da das magnetische Feld stets quellenfrei sein muß, gibt es an der Gesamt-Oberfläche eines Permanentmagneten keine Überschlußladungen, die Summe aller Oberflächenladungen muß Null ergeben. Das reale \mathbf{H} -Feld ergibt sich somit als Überlagerung der "Monopol"-Felder von mindestens einem Nord-Südpol-Paar.

E.1.2 Kraft auf eine magnetische Oberflächenladung im Magnetfeld

Analog zur Elektrostatik gilt: $\mathbf{F} = \mathbf{H} q_M$ (dies gilt nur, wenn q_M die das äußere Feld erzeugenden Ströme nicht verändert bzw. selbst nicht verändert wird, wie das bei Anwesenheit von Eisen der Fall ist; für solche Fälle siehe [Adam]). Form und Ausdehnung der ladungstragenden Fläche spielen hierbei keine Rolle, nur \mathbf{H} muß über diese Fläche konstant sein.

E.1.3 σ ist eine Stromdichte

Obwohl mathematisch der Elektrostatik äquivalent, beschreibt σ_M keine wirklichen magnetischen Oberflächenladungen, sondern Ströme, die die Ursache des Magnetfeldes darstellen. Die folgende Abbildung soll das verdeutlichen:

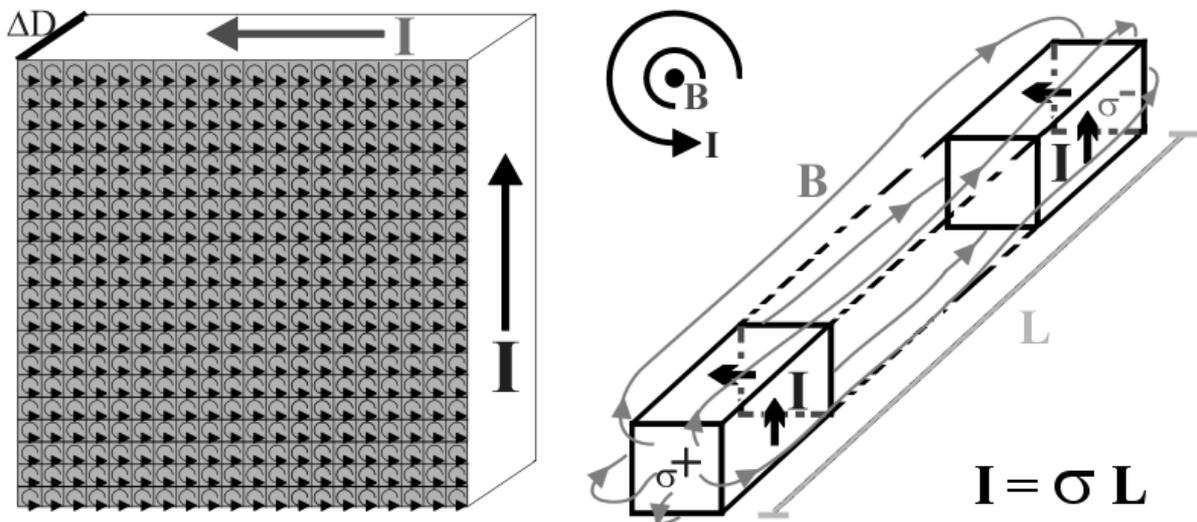


Abbildung 8: Links: Eine magnetisierte quadratische Oberfläche mit atomaren Kreisströmen; Rechts: Oberflächenströme eines langen quadratischen Stabmagneten. Die Fläche mit $\sigma+$ stellt den Plus- (oder Nord-)Pol dar.

Hier abgebildet ist eine quadratische Oberfläche mit $\sigma \equiv \text{const}$ (die Oberfläche sei groß gegenüber dem Atomradius) sowie der dahinter liegende Bereich. Die atomaren Kreisströme kompensieren sich überall, außer am Rand. Es entsteht ein Gesamtstrom I mit: $I \sim \Delta D$, wobei ΔD die Tiefe der Oberflächenschicht ist. Im Falle des abgebildeten quadratischen Magnetstabes gilt: $\Delta D \rightarrow L$. σ stellt also in Wirklichkeit eine (Umlauf-) Stromdichte dar. Der Gesamtstrom I beträgt hier $I = \sigma \cdot L$, $[\sigma] = A/m$, da σ konstant ist.

E.1.4 Berechnung der Kraft mittels Oberflächen-Ladungen

Beide Magnete erzeugen (bei gewählter Form dieser Anordnung) im Wechselwirkungsbereich W die Feldstärke $B[T] \approx M/2[T]$. Die Kraft, die auf eine magnetische Oberflächen-Ladung q_M in einem Magnetfeld wirkt, läßt sich wie folgt berechnen:

$$\mathbf{F} = \mathbf{H} \cdot q_M = \mathbf{H} \cdot (\sigma \cdot A)$$

Analogie: Elektrostatik $\mathbf{F} = \mathbf{E} \cdot q = \mathbf{E} \cdot (\rho \cdot V)$

$$\Rightarrow F[N] = 1/\mu_0 \cdot B[T] \cdot \sigma[T] \cdot A[m^2] \quad ; \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$$

$$\Leftrightarrow F[kg] \approx 8 \cdot B[T] \cdot \sigma[T] \cdot A[cm^2]$$

Für die Erdbeschleunigung wurde hierbei $a = 9.81 \text{ m/s}^2$ angesetzt.

Für die in Abbildung 5 dargestellte Situation gilt (d.h. beide Stirnflächen sind sich sehr nahe bzw. berühren sich): $B \approx M/2$; $\sigma = \mathbf{M} \cdot \mathbf{n} = M$

Daraus folgt mit $F_{12}[kg] = 2 F[kg]$:

$$F_{12}[kg] \approx 8 M^2[T^2] A[cm^2]$$

Diese Formel gibt eine Möglichkeit, die beim Zusammenbau von Permanentmagneten auftretenden Kräfte abzuschätzen.

E.1.5 Magnetische Momente

Die Magnetisierung m ist als die Dichte der magnetischen Momente definiert ($\mathbf{M} \equiv \mathbf{m} / dV$).

Für einen Stabmagneten gilt also: $\mathbf{m}_{ges} = \mathbf{M} \cdot V = \mathbf{M} \cdot A \cdot L$

Magnetisches Moment einer Spule: $m_{ges}^{Spule} = N \cdot I \cdot A$

Drehmoment an einem magnetischen Moment im B-Feld: $M^{Dreh} = F \cdot L = \mathbf{m}_{ges} \times \mathbf{B}$ (L:Hebelarm)

Formeln aus [Wolff]

Anhang F: Benötigte und zur Verfügung stehende Rechenleistung für die Simulation

Die vorgestellte "Eichrechnung" repräsentiert eine typische Aufgabenstellung:

Berechne die stationäre Elektronenverteilung in PECRIS III mit H_{113} und $F(MW) = 6.7\text{GHz}$.

Für eine befriedigende Statistik wird $T_{\text{SIM}} = 5\text{ms}$ und eine Gesamtsimulationszeit von mindestens $T_{\text{SIM}}^{\text{Gesamt}} \equiv \Sigma \tau_i = 32 \cdot 100\text{ms} = 3.2\text{s}$ benötigt. Die Simulation benötigte auf dem benutzten Rechen-System $RS = 32 \times \text{Athlon800} \equiv RS_0$ 24 Stunden Rechenzeit (dies bedeutet, daß ein einzelner PC zur Lösung dieses Problems etwa einen Monat benötigt hätte!). Der so festgelegte Rechenaufwand R^A wird mit R^A_0 bezeichnet, die benötigte Rechenzeit $T^R(RS, R^A)$ mit $T^R_0 \{T^R(RS_0, R^A_0) \equiv T^R_0 = 24\text{h}\}$. Die Rechenleistung eines Systems bezüglich der Elektronensimulation und des Eichsystems $32 \times \text{Athlon800}$ läßt sich somit definieren:

$$P_{RS} = T^R(RS, R^A) / T^R(RS_0, R^A) = T^R(RS, R^A_0) / 24\text{h} \{\text{Einheit jeweils } [T^R_0]\}$$

Somit käme ein (derzeit aktuelles) System $32 \times \text{Athlon1600}$ auf einen Leistungsfaktor P_{RS} von etwa 2. Ein einzelner Athlon1600 hätte $P_{RS} \approx 1/16$.

Zur Verdeutlichung des Rechenaufwandes: 3.2s simulierte Zeit bedeuten etwa $30 \cdot 10^9$ berechnete Elektronenrotationen mit etwa 36 Einzelschritten pro Zyklus. Dies sind etwa 10^{12} Iterationen, während jeder das lokale B-Feld (sowohl des statischen- als auch des Mikrowellenfeldes) und lokale E-Feld bestimmt werden müssen, sowie das Verhalten des Teilchens in diesen lokalen Feldern errechnet wird.

F.1.1 Spekulation über zukünftige Rechenzeiten mit steigender CPU-Leistungsfähigkeit

Wann kann man mit einem einzelnen PC in 24 Stunden eine Rechnung abschließen?

Der PC müßte um den Faktor 16 leistungsfähiger sein als ein heutiger Athlon1600.

Setzt man das Mooresche Gesetz an, nach dem sich die Rechenleistung alle 2 Jahre verdoppelt, wäre dies also in etwa 8 Jahren der Fall (bzw. 6 Jahre, falls sich die Rechenleistung alle 1.5 Jahre verdoppelt, wie es in den letzten Jahren der Fall war).

Da das Problem bisher 100% parallelisierbar ist, findet sich immer eine preisgünstigste Möglichkeit, um zu einer erwünschten Rechenleistung P_{RS} zu gelangen, die aus mehreren Einzelsystemen besteht: $P_{RS} = \Sigma P^i_{RS}$

Allerdings steigt der Administrationsaufwand für ein Parallelsystem sowie die Kosten für die Vernetzung mit der Rechnerzahl mindestens linear an, so daß eine ausgewogene Lösung gefunden werden sollte.

Anhang G: Teilchenbahn im zeitabhängigen E-Feld mit einem Leap-Frog-Verfahren

Zu lösendes Differentialgleichungssystem:

$$\begin{aligned}\frac{d\mathbf{v}(t)}{dt} &= \frac{q}{m} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}(t), t) \\ \frac{d\mathbf{r}(t)}{dt} &= \mathbf{v}\end{aligned}$$

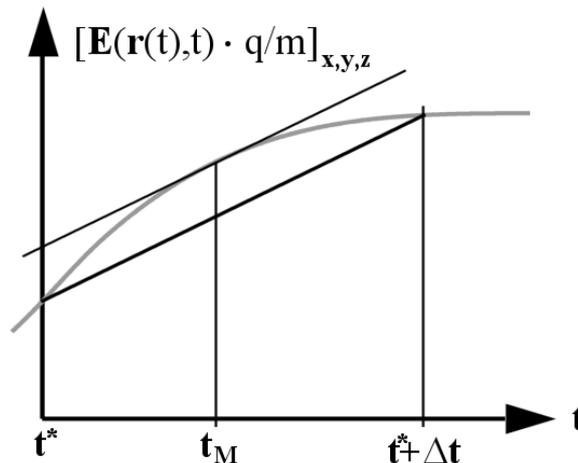


Abbildung 9: Mittelwertsatz der Differentialrechnung. Der Leapfrog-Algorithmus setzt $t_M = t^* + \Delta t/2$.

Mittelwertsatz der Differentialrechnung: Es gibt ein t_M , so daß gilt:

$$\left. \frac{d\mathbf{v}(t)}{dt} \right|_{t=t_M} = \frac{\mathbf{v}(t^* + \Delta t) - \mathbf{v}(t^*)}{\Delta t} = \frac{q}{m} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}(t), t) \Big|_{t=t_M}$$

Leapfrog-Annahme: $t_M = t^* + \Delta t/2$.

LEAPFROG-SCHEMA ($t \equiv t^* - \Delta t/2$):

$$\mathbf{v}(t + \Delta t/2) = \mathbf{v}(t - \Delta t/2) + \Delta t \cdot \mathbf{E}[\mathbf{r}(t), t] \cdot q/m ; \quad \mathbf{v}_{i+1} = \mathbf{v}_i + \Delta t \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_i, t_i) \cdot q/m ; \quad t_{i+1} = t_i + \Delta t$$

$$\text{*MWS : } \mathbf{r}(t + \Delta t) = \mathbf{r}(t) + \mathbf{v}(t + \Delta t/2) \cdot \Delta t ; \quad \mathbf{r}_{i+1} = \mathbf{r}_i + \mathbf{v}_{i+1} \cdot \Delta t$$

Bekannt: $\mathbf{v}(t=0)$, $\mathbf{r}(t=0)$; $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$

Start: $\mathbf{r}_0 \equiv \mathbf{r}(t=0)$; $\mathbf{v}_0 \equiv \mathbf{v}(t=-\Delta t/2)$ muß ermittelt werden (z.B. mit Runge-Kutta-Verfahren).

$$\begin{aligned}\text{*MWS: } \frac{d\mathbf{r}(t_M)}{dt} &\equiv \frac{d\mathbf{r}(t + \Delta t/2)}{dt} = \frac{\mathbf{r}(t + \Delta t) - \mathbf{r}(t)}{\Delta t} \\ &\Leftrightarrow \mathbf{v}(t + \Delta t/2) \cdot \Delta t + \mathbf{r}(t) = \mathbf{r}(t + \Delta t)\end{aligned}$$

Es ergibt sich somit das *Gauß-Verfahren* mit modifizierter Anfangsgeschwindigkeit.

Literaturverzeichnis

- [Adam] Paul R. Adam
Die Bedeutung und Berechnung des Magnetfeldes einer EZR-Ionenquelle
Diplomarbeit, Westfälische Wilhelms-Universität, Münster (1994)
- [Alton] G.D. Alton, D.N. Smithe
Design studies for an advanced ECR ion source
Rev. Sci. Instrum. **65**, 775-787 (April 1994)
- [Andrä_SSwithc] Private Mitteilung im Januar 2002
- [Atomic Physics] D.R. Bates
Advances in Atomic and Molecular Physics Volume 10
Academic Press, New York (1974)
- [ATOMKI] Institute of Nuclear Research of the Hungarian Academy of Sciences
Debrecen, Ungarn
<http://www.atomki.hu>
- [BaruéMinMaf] C.Barué, P.Briand, A.Girard, G.Melin, and G.Briffod
Hot electron studies in the Minimaños ECR ion source
Rev.Sci.Intrum. **63**, 2844 (1992)
- [BaruéHotE] C.Barué, M.Lamoureux, P.Briand, A.Girard, and G.Melin
Investigation of hot electrons in electron-cyclotron-resonance ion sources
Rev.Sci.Intrum. **76**, 2662 (1994)
- [Bensheim] IX. International Conference on the physics of Highly Charged Ions, HCI
Bensheim, 14.-18.9.1998
- [BergmannII] H.Gobrecht
Bergmann-Schaefer Band II: Elektrizität und Magnetismus
Walter de Gruyter Verlag, Berlin (1987)
- [Berkley00] X. International Conference on the physics of Highly Charged Ions, HCI
- [Birdsall] C.K. Birdsall, A.B. Langdon
Plasma Physics via Computer Simulation
2. Aufl., Institute of Physics Publishing, Bristol/Philadelphia (1995)
- [Biri] Vámosi J., Biri S.
TrapCAD - a tool to design and study magnetic traps of ECR ion sources.
Nuclear Instruments and Methods in Physics Research B **94**, 297 (1994)
- [Boris] J.P. Boris, U.V. Roberts
Optimization of particle calculations in 2 and 3 dimensions
J. Comput. Phys. **4**, 552-571 (1969)
- [Buneman] O. Buneman
The advance from 2D electrostatic to 3D electromagnetic particle simulation
Computer Phys. Comm. **12**, 21-31 (1976)
- [Burg] K. Burg, H. Haf, F. Wille
Höhere Mathematic für Ingenieure, Band III (Differentialgleichungen)
2.Aufl., Teubner, Stuttgart (1990)
- [Bronstein] J.N. Bronstein, K.A. Semendjajew
Taschenbuch der Mathematik
25. Aufl., Teubner Verlag, Stuttgart (1991)

- [Brown] Ian G. Brown
The Physics and Technology of Ion Sources
John Wiley Verlag, New York (1989)
- [ChemPhys] CRC
Handbook of Chemistry and Physics
64th Edition, CRC-Press, Boca Raton/New York/London/Tokio (1984)
- [Chen] F.F. Chen
Introduction to plasma physics and controlled fusion
Plenum Press, New York (1984)
- [Daube] Th. Daube, K.-U. Riemann, and H. Schmitz
Particle simulation of a magnetized plasma contacting the wall
Physics of Plasmas **5**, 117 (1998)
- [Ducrée] Jens J. Ducrée, Fulvio Casali, and Uwe Thumm
Extended classical over-barrier model for collisions of highly charged ions with conducting and insulating surfaces
Phys. Rev. A **57**, 338 (1998)
- [EBITNIST] Electron Beam Ion Trap (EBIT) Facility
NIST (National Institute of Standards and Technology)
<http://physics.nist.gov/MajResFac/EBIT/ebit.html>
- [ECRIS99] Proceedings of the 14th International Workshop on ECR Sources (ECRIS99)
(Electronic version: <http://www.cern.ch/CERN/Divisions/PS/ECRIS99/Proceedings.html>)
CERN, Genf, Schweiz
- [ECRIS02] 15th International Workshop on ECR Ion Sources, *ECRIS'02*
12-14 Juni 2002, Universität Jyväskylä, Finland
- [ELISA] P. Grübling, J.Hollandt, and G.Ulm
Rev. Sci. Instr. **73**, 614 (2002)
- [Feynman II] Feynman, Leighton, Sands
Feynman Vorlesungen über Physik Band II: Elektromagnetismus und Struktur der Materie
2.Aufl., R. Oldenbourg Verlag München (1991)
- [Fischer] H. Fischer, H. Kaul
Mathematik für Physiker I
2. Aufl., Teubner, Stuttgart (1990)
- [Friedman] Alex Friedman
A Second-Order Implicit Particle Mover with Adjustable Damping
J. Comp. Phys. **90**, 292 (1990)
- [Geller] R. Geller
Electron cyclotron resonance ion sources and EZR plasmas
Institute of Physics Publishing, Bristol/Philadelphia (1996)
- [Gerthsen] Gerthsen, Kneser, Vogel
Physik
16.Aufl., Springer Verlag Berlin (1989)
- [GirardQuadMaf] A.Girard, P.Briand, G.Gaudart, J.P.Klein, F.Bourg, J.Debernardi, J.M.Mathonet, G.Melin and Y.Su
The Quadrupole electron cyclotron resonance ion source: Presentation and analysis of the results
Rev.Sci.Instrum. **65**, 1714 (1994)

- [GirardSim] A.Girard, C.Pernot and G.Melin
Modeling of electron-cyclotron-resonance-heated plasmas
Phys. Rev. E **62**, 1182 (2000)
- [GirardSim2] A.Girard,C.Perret, and G.Melin
Modeling of electron-cyclotron-resonance ion source and scaling laws
Rev.Sci.Instum. **69**, 1100 (1998)
- [Goldston] Robert J. Goldston, Paul H. Rutherford
Plasmaphysik - Eine Einführung
Vieweg Verlag Wiesbaden, ISBN 3-528-06884-1
- [Hänsel III] H.Hänsel, W.Neumann
Phyk III: Elektrische und magnetische Felder, Strahlenoptik
Verlag Harri Deutsch, Frankfurt/M. (1977)
- [Halbach] K. Halbach
Design of permanent multipole magnets with oriented rare earth cobalt material
Nucl. Instr. and Meth. **A169**, 1 (1980)
- [Haseroth] H. Haseroth, C.E. Hill
Multicharged Ion Sources for Pulsed Accelerators
Res.Sci.Instrum. **67**, 945 (1996)
- [HeinenD] A. Heinen
Effiziente Simulation von Nichtgleichgewichts-Plasmen und deren Anwendung auf EZR-Ionenquellen
Diplomarbeit, Westfälische Wilhelms-Universität, Münster (1997)
- [Heinen1] A. Heinen, M. Rütter, J. Ducrée, J. Leuker, J. Mrogenda, H.W. Ortjohann, E. Reckels, Ch. Vitt und H.J. Andrä
Successful modeling, design and test of ECR ion sources
Proceedings of the 7th International Conference on Ion Sources, Taormina (1997) ;
Rev. Sci. Instr. **69**, 729 (Februar 1998)
- [Heinen2] A. Heinen, Ch. Vitt and H.J. Andrä
Density and Energy Density Distributions of Electrons in Compact ECRIS
Proceedings of the 8th International Conference on Ion Sources, Bensheim (1998) ;
Physica Scripta. Vol. **T80**, 517-518 (1999)
- [Heinen3] A. Heinen, M. Rütter, H.W. Ortjohann, Ch. Vitt, S. Rhode and H.J. Andrä
Heating and Trapping of Electrons in ECRIS, from Scratch to Afterglow
Proceedings of the 14th International Workshop on ECR Sources (ECRIS99)
(Electronic version: <http://www.cern.ch/CERN/Divisions/PS/ECRIS99/Proceedings.html>)
CERN, Genf, Schweiz
- [Heitler] W. Heitler
THE QUANTUM THEORY OF RADIATION
3. Aufl., Oxford University Press (1970)
- [IKP-Münster] *Institut für Kernphysik der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster*
Wilhelm-Klemm-Str.9
48149 Münster
<http://www.uni-muenster.de/Physik/KP/andrea>
- [Jackson] J.D. Jackson
Classical Electrodynamics
6. Aufl., Wiley, New York/London/Sydney (1967)

- [Joy] David C. Joy
Monte Carlo Modeling for Electron Microscopy and Mikroanalysis
Oxford University Press, New York, Oxford (1995)
- [Klein] H. Klein
Proceedings of Cern accelerator school, RF Engineering für particle accelerators, Vol. I; CERN 92-03, Genf (1992)
- [Kleinpoppen] H. Kleinpoppen, M.R.C. McDowell
Electron and Photon Interaction with Atoms
Plenum Press, New York, London (1976)
- [Kneubühl] F.K. Kneubühl
Repetitorium der Physik
4. Aufl., Teubner, Stuttgart (1990)
- [Köster] U. Köster, O. Kester, D. Habs
Ion sources for fission fragment accelerators
Rev. Sci. Instrum. **A69**, 737 (1998)
- [Leonhardt] G. Leonhardt
Effektive elektronische Simulation von Plasmen in EZR-Quellen
Diplomarbeit, Westfälische Wilhelms-Universität, Münster (1995)
- [Lüke] Hans Dieter Lüke
Signalübertragung ; Grundlagen der digitalen und analogen Nachrichtenübertragungssysteme
6.Aufl., Springer Verlag (1995)
- [Lloyd] Brian Lloyd
Overview of ECRH experimental results
Plasma Phys. Control. Fusion **40**, A119 (1998)
- [MAFIA] *MAFIA 4*
Computerprogramm zur Berechnung elektromagnetischer Felder
CST-Gesellschaft für Computer-Simulationstechnik mBH, Darmstadt
- [Mayer-Kernphysik] T.Mayer-Kuckuk
Kernphysik
5.Aufl., Teubner Verlag, Stuttgart (1992)
- [Mayer-Atomphysik] T.Mayer-Kuckuk
Atomphysik
3.Aufl., Teubner Verlag, Stuttgart (1985)
- [Meinke] H. Meinke, F.W. Gundlach
Taschenbuch der Hochfrequenztechnik
5. Aufl., Springer, Berlin/Heidelberg (1992)
- [MEDEBIS] http://mikro1.physik.uni-frankfurt.de/forschung/medebis_ger.html
- [Meyberg] Meyberg, Vachenauer
Höhere Mathematik 1 - Differential-, Integral-, Vektor- und Matrizenrechnung
Springer Verlag, ISBN 3-540-59188-5
- [Mott] G.D. Fletcher; T.J. Gay; M.S. Lubell
New insights into Mott-scattering electron polarimetry
Phys. Rev. A **34**(2), 911 (1986)
- [MrogendaD] J. Mrogenda
Augerelektronenspektren hochgeladener Ionen an Oberflächen
Diplomarbeit, Westfälische Wilhelms-Universität, Münster (1997)

- [MrogendaP] J. Mrogenda
Bestimmung des Emissionsortes von Auger-Elektronen aus hyperthermalen hochgeladenen Ionen an Festkörperoberflächen
Dissertation, Westfälische Wilhelms-Universität, Münster (2001)
- [MüllerD] Lars Müller
Gepulste Extraktion von hochgeladenen Ionen aus einer Plateau-Elektron-Zyklotron-Resonanz-Ionenquelle
Diplomarbeit, Westfälische Wilhelms-Universität, Münster (2000)
- [Müller-Salzborn] A.Müller, E.Salzborn, R.Frodl, R.Becker, H.Klein and H.Winter
Absolute ionisation cross sections for electron incident on O^+ , Ne^+ , Xe^+ and Ar^{i+} ($i=1, \dots, 5$) ions
J. Phys. B: Atom. Molec. Phys. **13**, 1877 (1980)
- [Niimura] M.G. Niimura, A. Goto, and Y. Yano
Acceleration mechanisms to form a hot-electron shell around the ECR-surface in an ECRIS injektor
Asian Particle Accelerator Conference APAC'98 (Japan), Proceedings
- [Nolting] Wolfgang Nolting
Grundkurs Theoretische Physik 3 Elektrodynamik
5.Aufl., Vieweg Verlag Wiesbaden, ISBN 3-528-16933-8
- [Numerical Recipes] *Freies Quelltextpaket zum Bearbeiten numerischer Probleme*
<http://www.nr.com/>
- [Parker] S.E. Parker and C.K. Birdsall
Numerical Error in Electron Orbits with Large $\omega_{ce} \Delta t$
Journal of Computational Physics **97**, 91 (1991)
- [Pauthenet] R. Pauthenet
J. de Phys., Coll. C1, suppl. au n°1, 45 (1984)
- [RothI/II] J.R. Roth
Industrial Plasma Engineering, Vol I: Principles ; Vol II: Applications
Institute of Physics Publishing, Bristol/Philadelphia
- [RütherD] M. Rüther
Einfluß von Mikrowellenresonanzen und Magnetfeldern auf die Ionenausbeute einer EZR-Ionenquelle
Diplomarbeit, Westfälische Wilhelms-Universität, Münster (1997)
- [Sachs] Lothar Sachs
Angewandte Statistik
5.Aufl., Springer Verlag, Berlin (1978)
- [Schumacher] Uwe Schumacher
Fusionsforschung - Eine Einführung -
Wissenschaftliche Buchgesellschaft, Darmstadt (1993)
- [Septier] A.Septier
Production of ion beams of light intensity in Focusing of Charged Particles
Academic Press, New York, London (1967)
- [Sortais] P.Sortais
Pulsed ECR ion source using the afterglow mode
Rev.Sci.Instrum. **63**,2801 (1992)

- [Sigrist] F.K.Kneubühl, M.W.Sigrist
Laser
Teubner Verlag, Stuttgart (1988)
- [Spitzer] Lyman Spitzer, JR.
PHYSICS OF FULLY IONIZED GASES
Interscience Publishing, New York (1956)
- [Tajima] Toshiki Tajima
Computational Plasma Physics with Applications to Fusion and Astrophysics
Addison-Wesley Publishing Company
- [TäschnerD] Alexander Täschner
Konstruktion einer Teilchenoptik zur Elektroneninjektion in eine Plateau-EZR-Ionenquelle
Diplomarbeit, Westfälische Wilhelms-Universität, Münster (2002)
- [Tipler] Paul A. Tipler
Physik
3.Aufl., Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg (1994)
- [VittD] Ch. Vitt
Realisation einer kompakten 6,8 GHz-EZR-Ionenquelle zur Erzeugung hochgeladener Ionen
Diplomarbeit, Westfälische Wilhelms-Universität, Münster (1996)
- [VittP] Ch. Vitt
Dissertation in Arbeit, Westfälische Wilhelms-Universität, Münster
- [Wierzbicki] R.J. Wierzbicki
Analytische Beschreibung der Implantation von Ionen in Ein- und Mehrschichtstrukturen
<http://www.amazon.de>
- [Wiesemann] D. Meyer, I.P. Vinogradov and K.Wiesemann
High Energetic X-Ray Measurements and Diamagnetism of Weakly Relativistic Electrons in an ECR Discharge
Proceedings of 11th workshop on ECRIS, KVI-Report 996, Groningen, Netherlands, Mai 1993, S. 189 - 203 <http://www.ag2.ruhr-uni-bochum.de/>
- [Wolf] Ingo Wolff
Grundlagen und Anwendungen der Maxwellschen Theorie I/II
Hochschultaschenbücher Band 731/818
B.I. Wissenschaftsverlag, Mannheim (1970)
- [Zschornack] G. Zschornack, G.D. Shirkov
Electron Impact Ion Sources for Charged Heavy Ions
Vieweg Verlag, Braunschweig (1996)

Danksagung

Ich möchte allen danken, die Anteil an meiner Arbeit genommen und mit Rat und Tat zu ihrem Gelingen beigetragen haben:

Herrn *Professor Dr. H.-J. Andrä*, der mir die Durchführung dieser Arbeit ermöglichte und ständiger Ratgeber und anregender Diskussionspartner war. Ohne die Anschaffung der Computeranlage mit 32 "Rechenknechten" wäre die Stationarität der Elektronensimulation wohl niemals eingetreten.

Herrn *Professor Dr. R. Santo* danke ich für die freundliche Übernahme des Korreferates.

Sehr erfreulich war wie immer die in unserer Arbeitsgruppe vorherrschende freundschaftliche Atmosphäre und Hilfsbereitschaft.

Hier danke ich den derzeitigen Gruppenmitgliedern: *Boris Albers, Michael Kahnt, Dipl.Phys. Lars Müller, Lutz Nowack, Dipl. Phys. Alexander Täschner, Dipl. Phys. Christian Vitt, Stephan Wolosin*, unserem Ingenieur *Dipl. Ing. Hans-Werner Ortjohann*, sowie den ehemaligen Gruppenmitgliedern: *Dr. Jens Ducrée, Dr. Joachim Leuker, Dr. Jens Mrogenda, Dipl. Phys. Egbert Reckels, Dipl. Phys. Markus Rütther, Dipl. Phys. Mauro Venier*, sowie Herrn *Dr. J. Schmand*.

Ich danke allen (insbesondere meinem "Mit-Simulanten" *Dipl. Phys. Christian Vitt*) für die konstruktive und kollegiale Zusammenarbeit.

Ich danke meinem Freundeskreis für die rege Anteilnahme an meiner Arbeit, hier insbesondere *Dipl. Phys. Harald Nitz, Dr. Chem. Thorsten Nitz* und *Dr. med. Karen-Anke Pistel*

Ganz besonderer Dank an meine Familie und insbesondere an meine Eltern, die mich immer wie ganz selbstverständlich in jeder erdenklichen Weise unterstützt haben.

Tabellarischer Lebenslauf

Anselm Heinen

geboren am 4.6.1970 in Münster

Familienstand: ledig

Name des Vaters: Dr. Helmut Heinen

Name der Mutter: Annette Heinen, geb. Breider

Schulbildung

1977 - 1981 Grundschule in Coesfeld-Lette

bis 1989 Kardinal-von-Galen-Gymnasium in Münster-Hiltrup

Hochschulreife (Abitur)

11.5.1989 Abitur am Kardinal-von-Galen-Gymnasium in Münster-Hiltrup

Studium

10/1989 - 04/1991 2 Semester Informatik an der Friedrich-Alexander-Universität Erlangen

10/1991 - 11/1997 Studiengang Diplom-Physik an der WWU Münster

Promotionsstudiengang

Physik an der WWU Münster, Beginn 1.12.1997

Prüfungen

5.4.1994 Vordiplom im Fach Physik an der WWU Münster

17.12.1997 Diplom im Fach Physik an der WWU Münster

Tätigkeiten

Wissenschaftliche Hilfskraft am Institut für Kernphysik der WWU Münster vom 1.12.1997
bis 30.6.2002

Beginn der Dissertation

1.12.1997 am Institut für Kernphysik der WWU Münster, Betreuer: Herr Prof. Dr. H.J. Andrä

